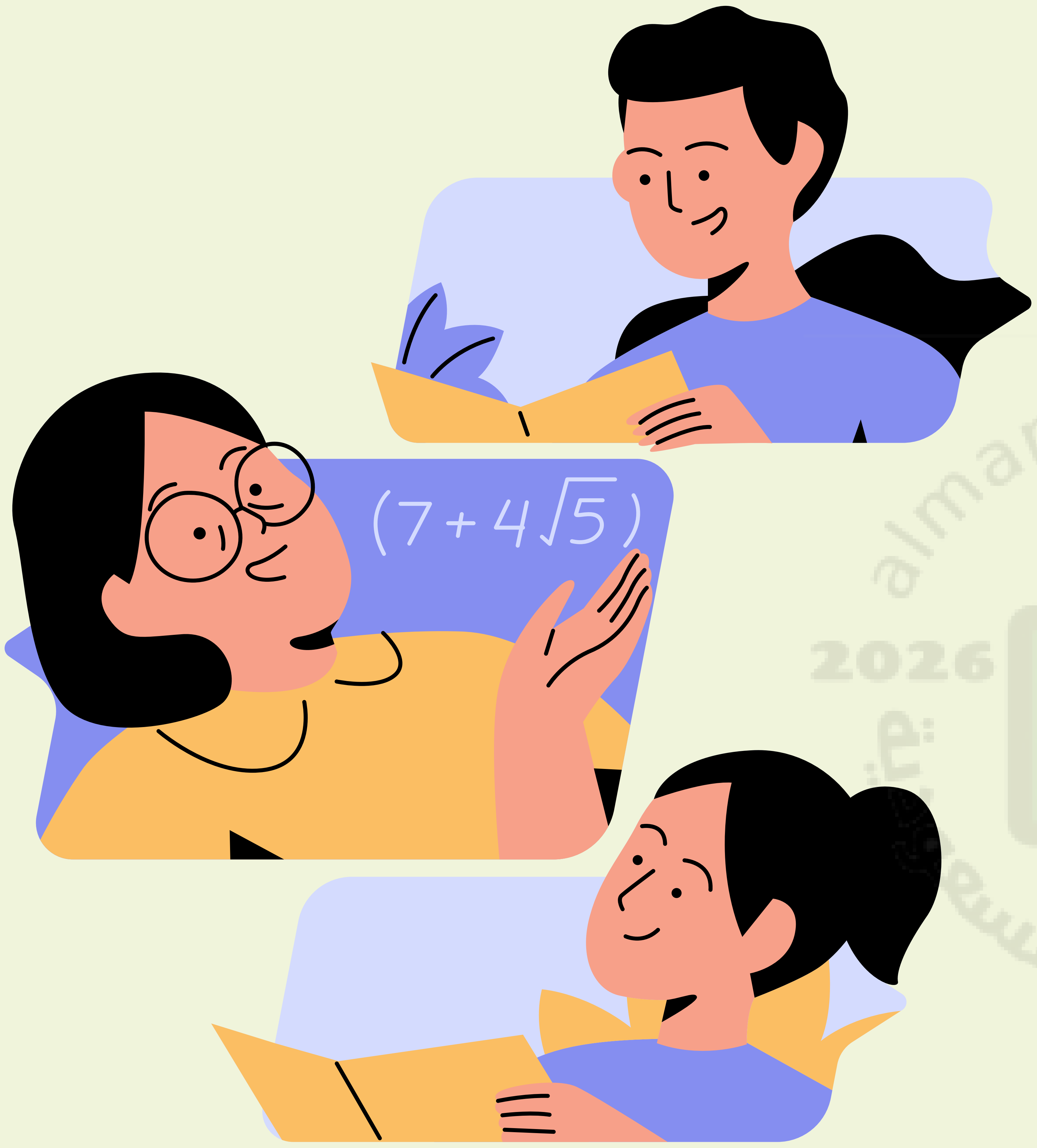


"الفصل الاول"

تحليل الدوال

• الدرس الأول :

الدوال

الاعداد الحقيقية : تستعمل الاعداد الحقيقية لوصف كميات مثل : النقود الزمن المسافة

وتحتوي مجموعة الاعداد الحقيقة R على مجموعة الجزئية الاتيـة

الرمز	المجموعة	أمثلة
Q	الأعداد النسبية	$0.125, -\frac{7}{8}, \frac{2}{3} = 0.66...$
I	الأعداد غير النسبية	$\pi = 3.14159...$ $\sqrt{3} = 1.73205...$
Z	الأعداد الصحيحة	$-5, 17, -23, 8$
W	الأعداد الكلية	$2, 96, 0, \sqrt{36}$
N	الأعداد الطبيعية	$3, 17, 6, 86$

بإمكاني وصف هذه المجموعات ومجموعات جزئية أخرى من الاعداد الحقيقية باستعمال 'الصفة المميزه'

رموز الفترات :

لوصف المجموعات الجزئية من الاعداد الحقيقية فيستعمل الرمزان

[أو] للدلالة على انتماء طرف الفتره إليها،

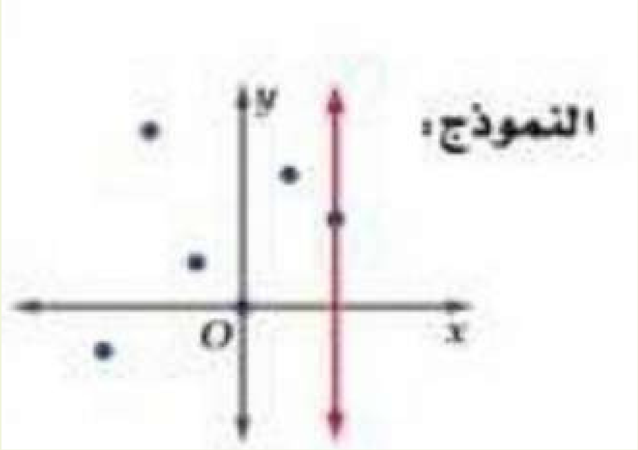
بينما يستعمل الرمز] و [للدلالة على عدم انتماء طرف الفتره اليه

اما رمز ∞ ما لا نهاية او موجب مالا نهاية يستعملان على أن افتره غير محدوده.

فترات			
محدودة		غير محدودة	
المتباينة	رمز الفترة	المتباينة	رمز الفترة
$a \le x \le b$	$[a , b]$	$x \ge a$	$[a , \infty)$
$a < x < b$	(a , b)	$x \le a$	$(-\infty , a]$
$a \le x < b$	$[a , b)$	$x > a$	(a , ∞)
$a < x \le b$	$(a , b]$	$x < a$	$(-\infty , a)$
		$-\infty < x < \infty$	$(-\infty , \infty)$

اختبار الخط الرأسي :

تمثل مجموعة من النقاط في المستوى الاحداثي دالة إذا لم يقطع اي خط رأسي تمثيلها البياني في أكثر من نقطة.



تحديد العلاقات التي تمثل الدوال:

عند تحديد العلاقات التي تمثل دوال اذا لم تتكرر القيم X المجال X اذا انطلق سهم واحد من القيم في المدى باختبار الخط الرأسي، اذا تقاطع الخط الرأسي مع التمثيل في نقطة.

الدرس الثاني " تحليل التمثيلات البيانية للدوال والعلاقات"

التمثيل : يوجد لتمثيلات العلاقات البيانية نوعان من التماثيل :

التماثل حول مستقيم

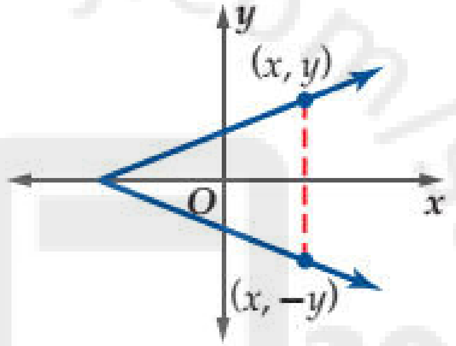
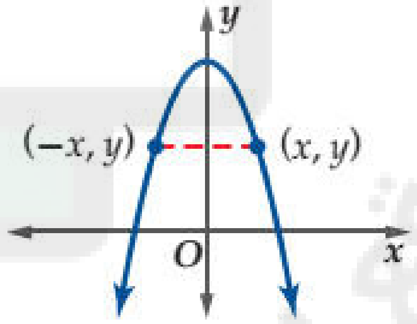
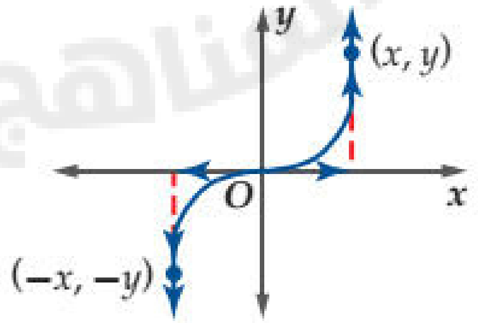
حيث يمكن طي
الشكل
على المستقيم
لينطبق
نصف المنحنى
تمامًا.

التماثل حول نقطة

اي اذا تم
تدوير
الشكل
بزاوية قياسها
$180°$ حول
النقطة فانة لا
يتغير.

تلخيص لاهم انواع التماثل :

مفهوم أساسي **اختبارات التماثل**

اختبار التمثيل البياني	النموذج	الاختبار الجبري
يكون تمثيل العلاقة البياني متماثلًا حول المحور x، إذا وفقط إذا كانت النقطة (x, y) واقعة على التمثيل البياني، فإن النقطة $(x, -y)$ تقع عليه أيضًا.		إذا كان تعويض $-y$ مكان y يعطي معادلة مكافئة .
يكون تمثيل العلاقة البياني متماثلًا حول المحور y، إذا وفقط إذا كانت النقطة (x, y) واقعة على التمثيل البياني، فإن النقطة $(-x, y)$ تقع عليه أيضًا.		إذا كان تعويض $-x$ مكان x يعطي معادلة مكافئة .
يكون تمثيل العلاقة البياني متماثلًا حول نقطة الأصل، إذا وفقط إذا كانت النقطة (x, y) واقعة على التمثيل البياني، فإن النقطة $(-x, -y)$ تقع عليه أيضًا.		إذا كان تعويض $-x$ مكان x و $-y$ مكان y يعطي معادلة مكافئة.

الدوال الزوجية والدوال الفردية

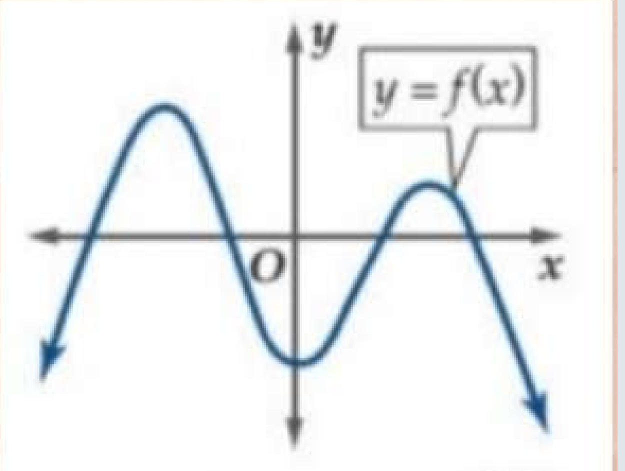
الدوال الزوجية

هي الدوال
المتماثلة حول
محور y
لكل x في المجال
f،
فإن f-x =fx

الدوال الفردية

هي الدوال
المتماثلة حول
نقطة الأصل
لكل x في المجال
f،
فإن f-x- =fx

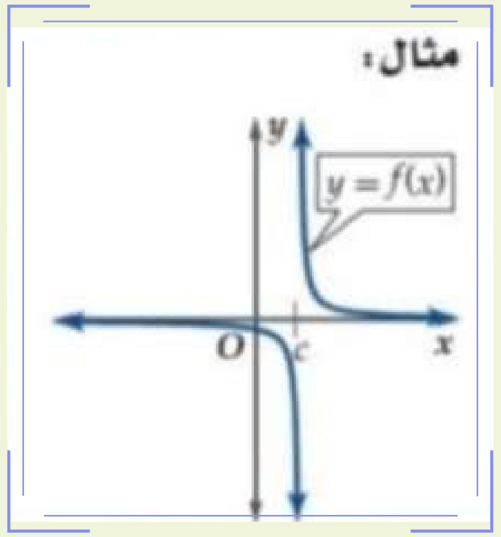
الدرس الثالث : { الاتصال والنهايات}



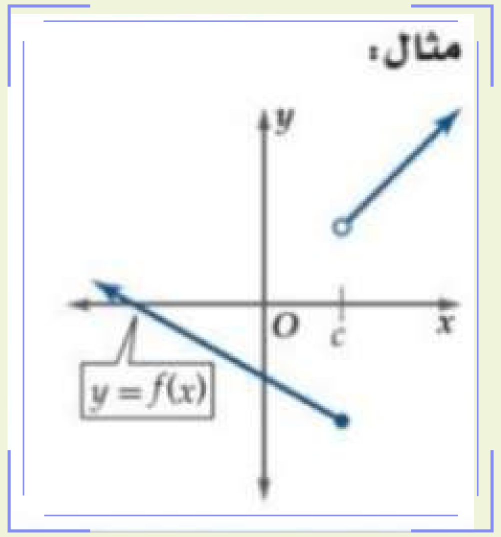
$f(x)$ متصلة لجميع قيم x.

الاتصال : تكون الدالة متصلة اذا لم يكن في تمثيلها البياني اي انقطاع او قفزه وعليه يمكنك تتبع مسار المنحنى دون أن ترفع القم عنه التمثيل البياني للداله غير المتصلة يساعدك على فهم المعنى الجبري للاتصال، وفيما يأتي ملخص لاهم الحالات ⬅

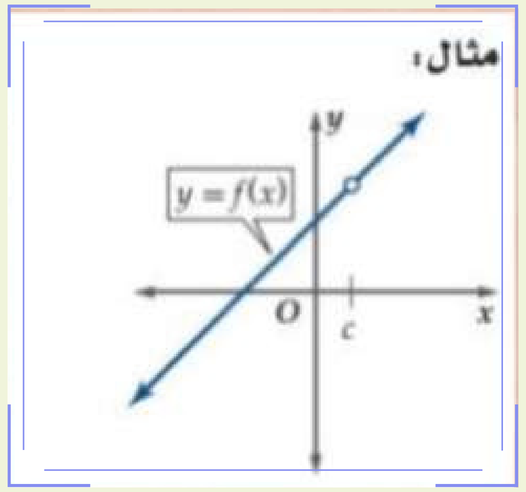
1 عدم اتصال لانهائي اذا تزايدت قيم الداله او تناقصت بلا حدود.



2 اتصال قفزي اذا كانت نهايتنا الداله تقترب من x من c.



3 اتصال قابل لازاله اذا كانت x تقترب من c موجوده ولا تساوي قيمة الداله عند x=c ويشار إليها بدائره صغيره غير مضلله.



اختبار الاتصال

تقودنا الملاحظات السابقة إلى اختبار الاتصال الآتي:

ملخص المفهوم **اختبار الاتصال**

يقال إن الدالة $f(x)$ متصلة عند $x = c$ إذا حققت الشروط الآتية:

- $f(x)$ معرّفة عند c، أي إن $f(c)$ موجودة.
- $f(x)$ تقترب من القيمة نفسها عندما تقترب x من c من الجهتين. أي أن $\lim_{x \to c} f(x)$ موجودة.
- $\lim_{x \to c} f(x) = f(c)$.

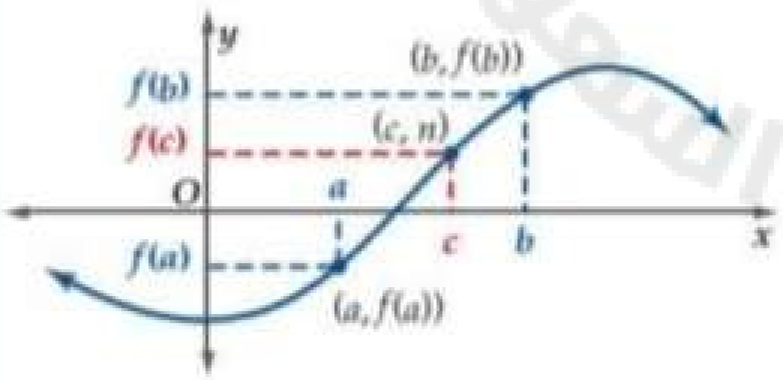
نظرية القيمة المتوسطة

تستعمل نظرية القيمة المتوسطة ونتيجتها لتقريب أصفار الدوال المتصلة.

نظرية **نظرية القيمة المتوسطة**

إذا كانت $f(x)$ دالة متصلة، وكانت $a < b$ ووجدت قيمة n بين $f(a)$ و $f(b)$ فإنه يوجد عدد c بين a و b، بحيث $f(c) = n$.

نتيجة (موقع صفر الدالة): إذا كانت $f(x)$ دالة متصلة وكان $f(a)$ و $f(b)$ مختلفين في الإشارة، فإنه يوجد عدد واحد على الأقل c بين a و b، بحيث $f(c) = 0$. أي يوجد صفر للدالة بين a و b.



الدرس الرابع : القيم القصوى ومتوسط معدل التغير.

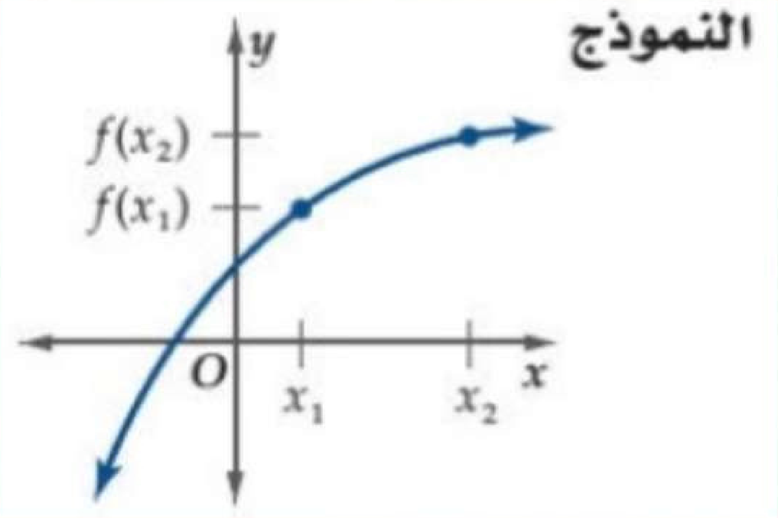
الدوال المتزايده.

الدوال المتناقصة.

الدوال الثابتة.

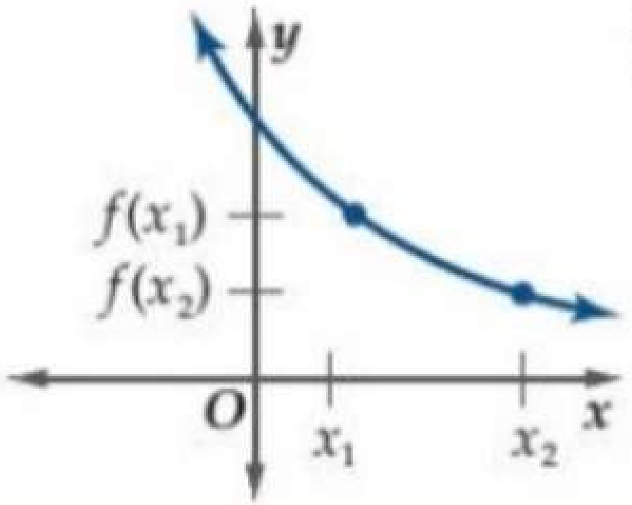
تكون الداله f متزايده على فترة ما اذا وفقط اذا زادت قيم fx كلما زادت قيم x في الفترة.

الرموز: لكل x_1 و x_2 في الفترة، فإن $f(x_1) < f(x_2)$ عندما تكون $x_1 < x_2$.



تكون الدالة f متناقصة على فتره ما اذا وفقط
اذا تناقصت قيم fx كلما زادت قيم x في الفتره.

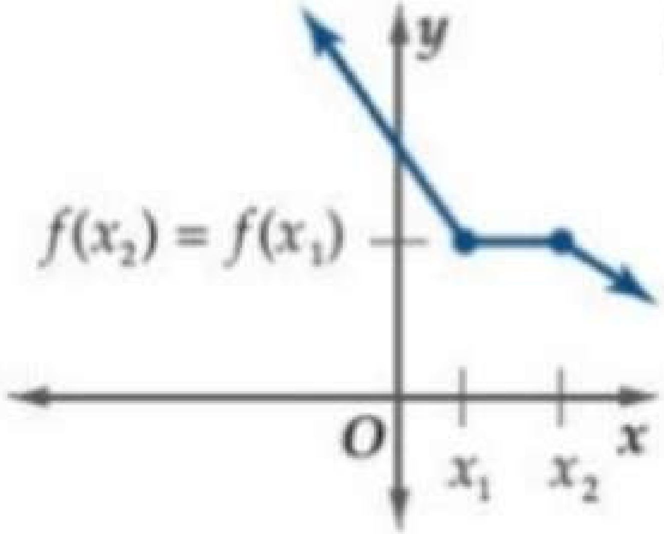
النموذج



الرموز: لكل x_1 و x_2 في الفترة، فإن $f(x_1) > f(x_2)$
عندما تكون $x_1 < x_2$.

تكون الدالة f ثابته على فتره ما اذا وفقط
اذا تتغير قيم fx كلما زادت قيم x في الفتره.

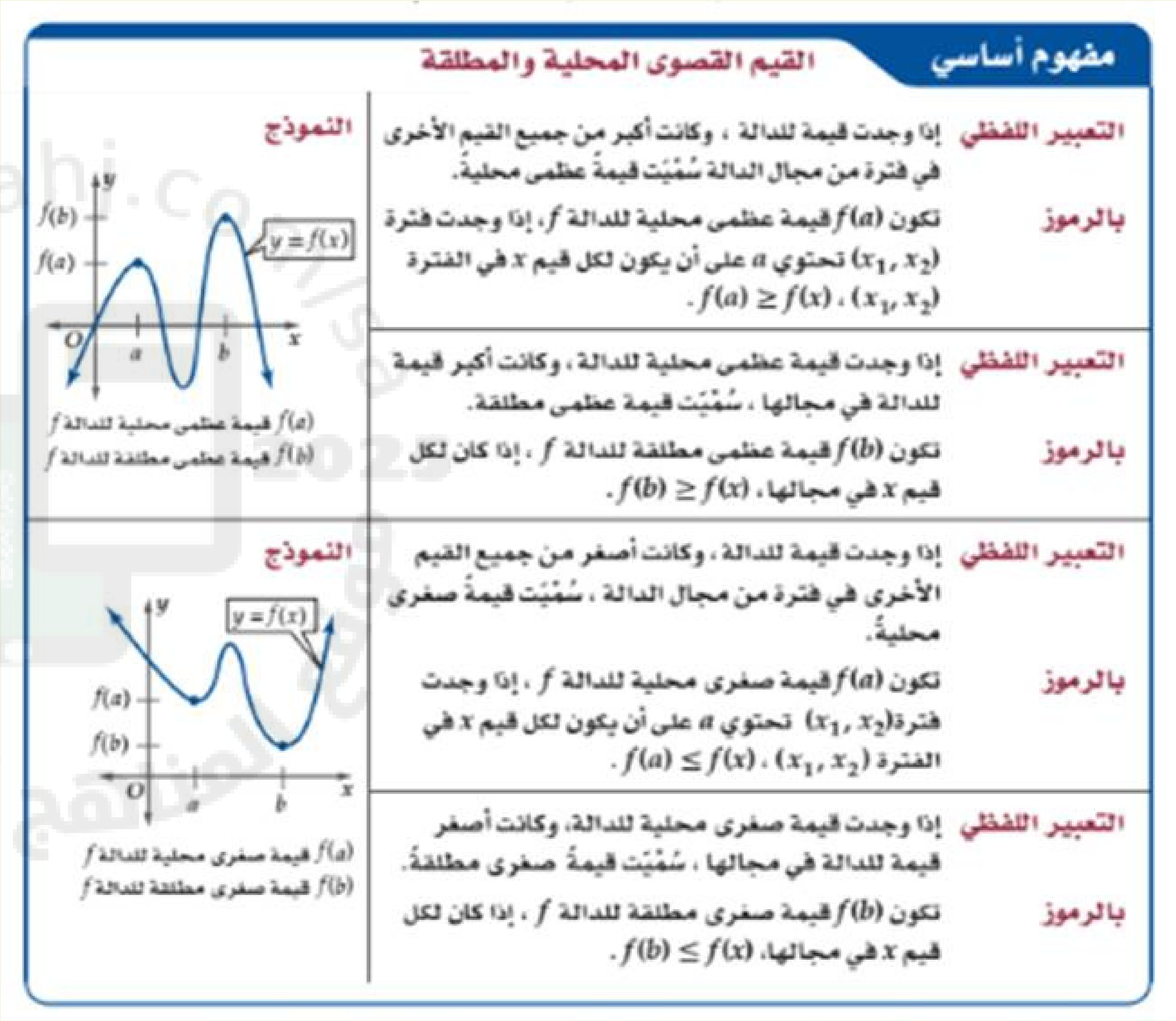
النموذج



الرموز: لكل x_1 و x_2 في الفترة، فإن $f(x_1) = f(x_2)$.
عندما تكون $x_1 < x_2$.

القيم القصوى المحلية والمطلقة

متوسط معدل التغير هو
ميل المستقيم
المار بين اي نقطتين على
منحنى f.



مفهوم أساسي **القيم القصوى المحلية والمطلقة**

التعبير اللفظي إذا وجدت قيمة للدالة ، وكانت أكبر من جميع القيم الأخرى في فترة من مجال الدالة سُمّيت قيمة عظمى محلية.

بالرموز تكون $f(a)$ قيمة عظمى محلية للدالة f، إذا وجدت فترة (x_1, x_2) تحتوي a على أن يكون لكل قيم x في الفترة (x_1, x_2)، $f(a) \geq f(x)$.

التعبير اللفظي إذا وجدت قيمة عظمى محلية للدالة، وكانت أكبر قيمة للدالة في مجالها، سُمّيت قيمة عظمى مطلقة.

بالرموز تكون $f(b)$ قيمة عظمى مطلقة للدالة f، إذا كان لكل قيم x في مجالها، $f(b) \geq f(x)$.

النموذج

$f(a)$ قيمة عظمى محلية للدالة f
$f(b)$ قيمة عظمى مطلقة للدالة f

التعبير اللفظي إذا وجدت قيمة للدالة، وكانت أصغر من جميع القيم الأخرى في فترة من مجال الدالة، سُمّيت قيمةً صغرى محليةً.

بالرموز تكون $f(a)$ قيمة صغرى محلية للدالة f، إذا وجدت فترة (x_1, x_2) تحتوي a على أن يكون لكل قيم x في الفترة (x_1, x_2)، $f(a) \leq f(x)$.

التعبير اللفظي إذا وجدت قيمة صغرى محلية للدالة، وكانت أصغر قيمة للدالة في مجالها، سُمّيت قيمةً صغرى مطلقةً.

بالرموز تكون $f(b)$ قيمة صغرى مطلقة للدالة f، إذا كان لكل قيم x في مجالها، $f(b) \leq f(x)$.

النموذج

$f(a)$ قيمة صغرى محلية للدالة f
$f(b)$ قيمة صغرى مطلقة للدالة f

أمثلة :

5) $h(x) = \frac{x-4}{x^2-5x+4}$، عند $x = 1$ و $x = 4$.

الحل:

عند $x = 4$

❶ $\frac{0}{0} = \frac{4-4}{4^2-5(4)+4} = h(4)$ غير موجودة.

❷ $\frac{1}{3} = \lim_{x\to 4^-} h(x) = \lim_{x\to 4^+} h(x)$ النهاية موجودة.

لذا؛ للدالة عدم اتصال نقطي قابل للإزالة.

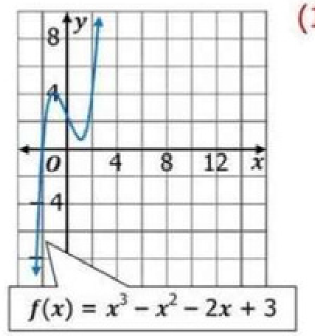
عند $x = 1$

❶ $\frac{-3}{0} = \frac{1-4}{1^2-5(1)+4} = h(1)$ غير موجودة.

❷ $\lim_{x\to 1^-} h(x) \neq \lim_{x\to 1^+} h(x)$ النهاية غير موجودة.

لذا؛ للدالة عدم اتصال لا نهائي.

1)



الحل:

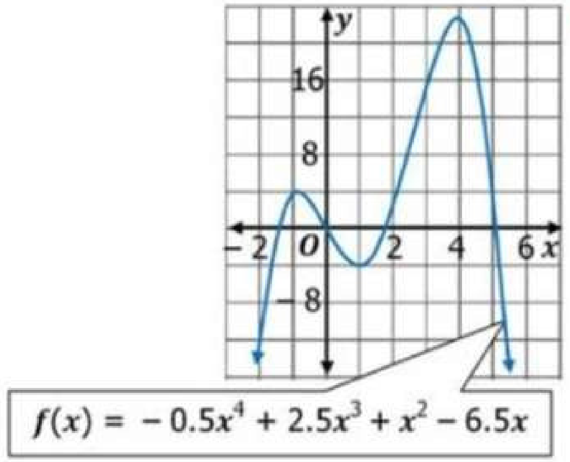
f متزايدة في الفترة، $(-\infty, -0.5)$، ومتناقصة في الفترة، $(-0.5, 1)$، ومتزايدة في الفترة $(1, \infty)$.

$$f(a) = a^3$$

$$f(a+h) = a^3 + 3a^2h + 3ah^2 + h^3$$

$$\frac{f(a+h) - f(a)}{h} = 3a^2 + 3ah + h^2$$

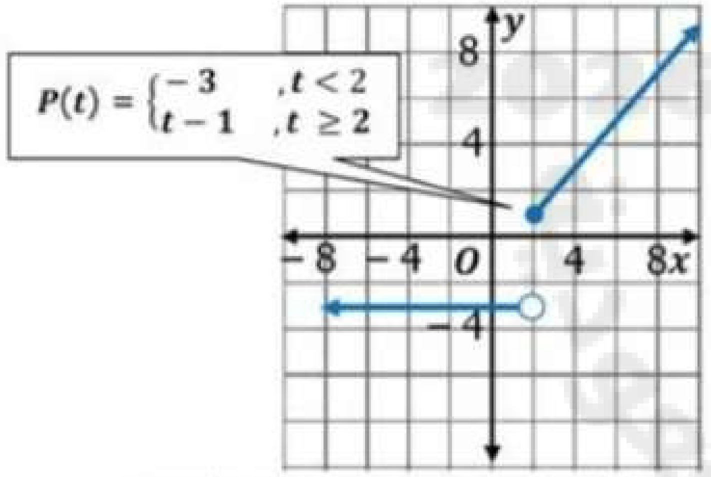
13)



الحل:

يتضح من التمثيل البياني أن للدالة $f(x)$ قيمة صغرى محلية مقدارها -3.5 عند $x = 1$، ولها قيمة عظمى محلية مقدارها 4.5 عند $x = -1$، ولها قيمة عظمى مطلقة مقدارها 22 عند $x = 4$.

3)



a) $P(-6)$ b) $P(2)$ c) $P(9)$

الحل:

$P(-6) = -3$ ، $P(2) = 1$ ، $P(9) = 8$

إشراف المعلمة