

## عرض بوربوينت للدرس الثالث القطوع الزائدة



### تم تحميل هذا الملف من موقع المناهج السعودية

موقع المناهج ← المناهج السعودية ← الصف الثالث الثانوي ← رياضيات ← الفصل الأول ← ملفات متنوعة ← الملف

تاريخ إضافة الملف على موقع المناهج: 18:46:25 2025-11-19

ملفات اكتب للمعلم اكتب للطالب الاختبارات الكترونية الاختبارات ا حلول ا عروض بوربوينت ا أوراق عمل  
منهج انجليزي ا ملخصات وتقارير ا مذكرات وبنوك الامتحان النهائي للمدرس

المزيد من مادة  
رياضيات:

### التواصل الاجتماعي بحسب الصف الثالث الثانوي



صفحة المناهج  
السعودية على  
فيسبوك

الرياضيات

اللغة الانجليزية

اللغة العربية

التربية الاسلامية

المواد على تلغرام

### المزيد من الملفات بحسب الصف الثالث الثانوي والمادة رياضيات في الفصل الأول

عرض بوربوينت للدرس الرابع تحديد أنواع القطوع المخروطية

1

عرض بوربوينت لدرس المتطابقات المثلثية لمجموع زاويتين والفرق بينهما

2

حل ورقة عمل العلاقات والدوال العكسية

3

ورقة عمل الدوال و العلاقات العكسية

4

ورقة عمل درس المتطابقات المثلثية و درس إثبات صحة المتطابقات المثلثية

5

التاريخ :  
المادة : رياضيات ٣

الموضوع : القطوع الزائدة

## القطوع الزائدة

رياضيات ٢-٣

المعلمة : أمل باجوده

أمل باجوده

التاريخ :  
المادة : رياضيات ٣

الموضوع : القطوع الزائدة

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

أمل باجوده

قدرات

إذا تحرك عقرب الساعة  $٢٧٠^\circ$  فكم دقيقة مرت؟

٣٠ دقيقة

٦٠ دقيقة

٤٥ دقيقة

٥ دقيقة

أمل باجموده

قدرات

إذا تحرك عقرب الساعة  $٢٧٠^\circ$  فكم دقيقة مرت؟

٣٠ دقيقة

٦٠ دقيقة

٤٥ دقيقة

٥ دقيقة

أمل باجموده

بسم الله الرحمن الرحيم  
الحمد لله رب العالمين والصلاة والسلام على أشرف الأنبياء والمرسلين نبينا محمد صلى الله عليه وسلم

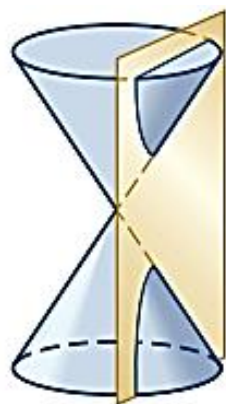
اللهم يا معلم آدم الأسماء علمنا و يا مفهم سليمان فهمنا ،  
اللهم علمنا ما ينفعنا و أنفعنا بما علمتنا وزدنا علما يا رب العالمين

## القطوع المخروطية

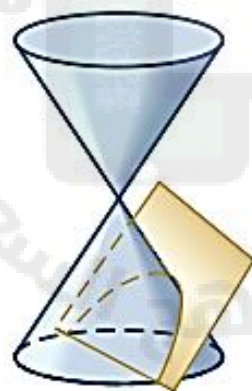
177	.....	التهيئة للفصل الرابع				
178	.....	4-1 القطوع المكافئة				
186	.....	4-2 القطوع الناقصة والدوائر				
194	.....	اختبار منتصف الفصل				
195	.....	4-3 القطوع الزائدة				
204	.....	4-4 تحديد أنواع القطوع المخروطية				
208	.....	توسع 4-4 <table border="1" style="display: inline-table; vertical-align: middle;"><tr><td> </td><td> </td></tr><tr><td> </td><td> </td></tr></table> معمل الحاسبة البيانية ، أنظمة المعادلات والمتباينات غير الخطية				
210	.....	دليل الدراسة والمراجعة				
214	.....	اختبار الفصل				

**القطوع المخروطية :** القطوع المخروطية هي الأشكال الناتجة عن تقاطع مستوى ما مع مخروطين دائريين قائمين متقابلين بالرأس، كليهما أو أحدهما. بحيث لا يمر المستوى بالرأس.

والقطوع المخروطية الثلاثة الواردة في هذا الفصل هي: القطع المكافئ والقطع الناقص (وحالة خاصة منه الدائرة) والقطع الزائد.



القطع الزائد



القطع المكافئ



القطع الناقص



الدائرة

التاريخ :  
المادة : رياضيات ٣

الموضوع : القطوع الزائدة

الربط بالواقع	ماذا تعلمت	ماذا أريد أن أعرف	ماذا أعرف

أمل باجموده

التاريخ :  
المادة : رياضيات ٣

الموضوع : القطوع الزائدة

## فيما سبق :

درستُ تحليل القطوع  
الناقصة والدوائر  
وتمثيل منحنياتها بيانيًا.  
(الدرس 2-4)

## والآن :

- أحل معادلات القطوع  
الزائدة، وأمثلها بيانيًا.
- أكتب معادلات القطوع  
الزائدة.

أمل باجوده

التاريخ :  
المادة : رياضيات ٣

الموضوع : القطوع الزائدة

## المفردات

القطع الزائد

hyperbola

البؤرتان

foci

المركز

center

الرأسان

vertices

المحور القاطع

transverse axis

المحور المرافق

conjugate axis

أمل باجوده

التاريخ :  
المادة : رياضيات ٣

الموضوع : القطوع الزائدة

## كماذا؟



يدور مذنب هالي حول الشمس في مسارٍ على شكل قطع ناقصٍ؛  
لذا فإنه يعاود الظهور في السماء، بينما توجد مذنبات أخرى لا  
تظهر إلا مرةً واحدةً فقط؛ وذلك لاقتربها من بعض الكواكب  
العملاقة كالمشتري مثلاً، وهذا القرب يجعل مسار هذه المذنبات  
إهليلجياً مفتوحاً من إحدى جهتيه، ويزيد سرعتها بشكل غير  
طبيعي، ويجعلها تنطلق في الفضاء ولا تعود ثانيةً، ومثل هذه  
المسارات تُسمى قُطوعاً زائدةً.

## لماذا؟



يدور مذنب هالي حول الشمس في مسارٍ على شكل قطع ناقصٍ؛ لذا فإنه يعاود الظهور في السماء، بينما توجد مذنبات أخرى لا تظهر إلا مرةً واحدةً فقط؛ وذلك لاقتربها من بعض الكواكب العملاقة كالمشتري مثلاً، وهذا القرب يجعل مسار هذه المذنبات إهليلجياً مفتوحاً من إحدى جهتيه، ويزيد سرعتها بشكل غير طبيعي، ويجعلها تنطلق في الفضاء ولا تعود ثانيةً، ومثل هذه المسارات تُسمى قطعاً زائدةً.

• أي من القطوع المخروطية التي درستها يمثل دالة؟

• ما وجه الاختلاف الرئيس بين القطع الزائد والقطع المخروطية الأخرى؟

• يظهر مذنب هالي كل 76 عاماً تقريباً، فإذا كان آخر ظهور له في عام 1986، ففي أي عام تقريباً سيظهر في المرة التالية؟



## لماذا؟

يدور مذنب هالي حول الشمس في مسارٍ على شكل قطع ناقص؛ لذا فإنه يعاود الظهور في السماء، بينما توجد مذنبات أخرى لا تظهر إلا مرةً واحدةً فقط؛ وذلك لاقتربها من بعض الكواكب العملاقة كالمشتري مثلاً، وهذا القرب يجعل مسار هذه المذنبات إهليلجياً مفتوحاً من إحدى جهتيه، ويزيد سرعتها بشكل غير طبيعي، ويجعلها تنطلق في الفضاء ولا تعود ثانيةً، ومثل هذه المسارات تُسمى قطعاً زائدةً.

• أي من القطوع المخروطية التي درستها يمثل دالة؟

• القطع المكافئ الذي دالته الرئيسة (الأم) هي  $y = x^2$ ، ومحور تماثله رأسياً.

أمل باجوده

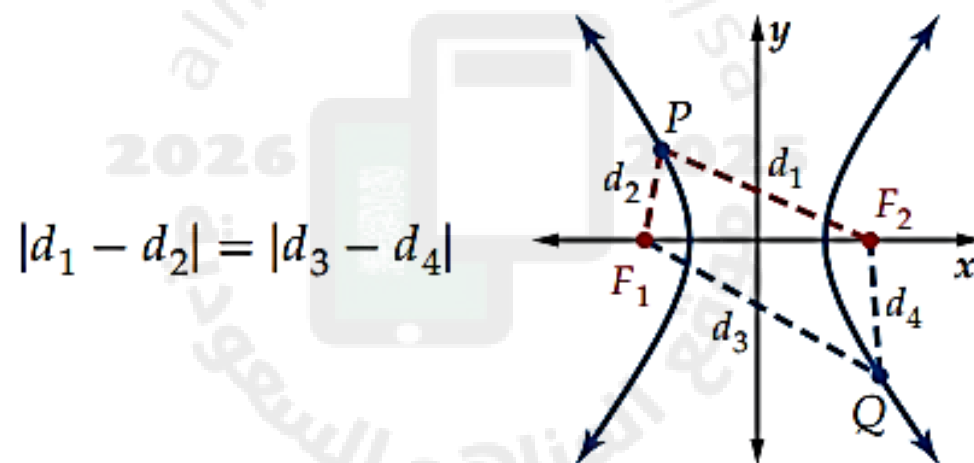
• ما وجه الاختلاف الرئيس بين القطع الزائد والقطع المخروطية الأخرى؟  
لمنحني القطع الزائد فرعان.

• يظهر مذنب هالي كل 76 عاماً تقريباً، فإذا كان آخر ظهور له في عام 1986، ففي أي عام تقريباً سيظهر في المرة التالية؟ 2062

التاريخ :  
المادة : رياضيات ٣

الموضوع : القطوع الزائدة

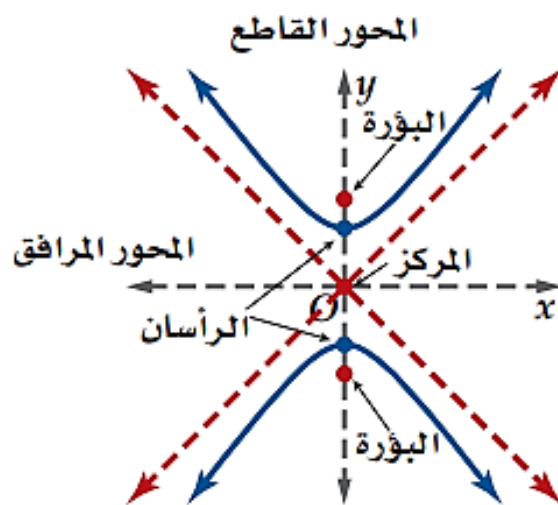
**تحليل القطع الزائد وتمثيله بيانيًا :** القطع الزائد هو المحل الهندسي لجميع النقاط الواقعة في المستوى والتي يكون الفرق المطلق (القيمة المطلقة للفرق) بين بعديها عن نقطتين ثابتتين تسميان (البؤرتين) يساوي مقدارًا ثابتًا.



أمل باجموده

التاريخ :  
المادة : رياضيات ٣

الموضوع : القطوع الزائدة



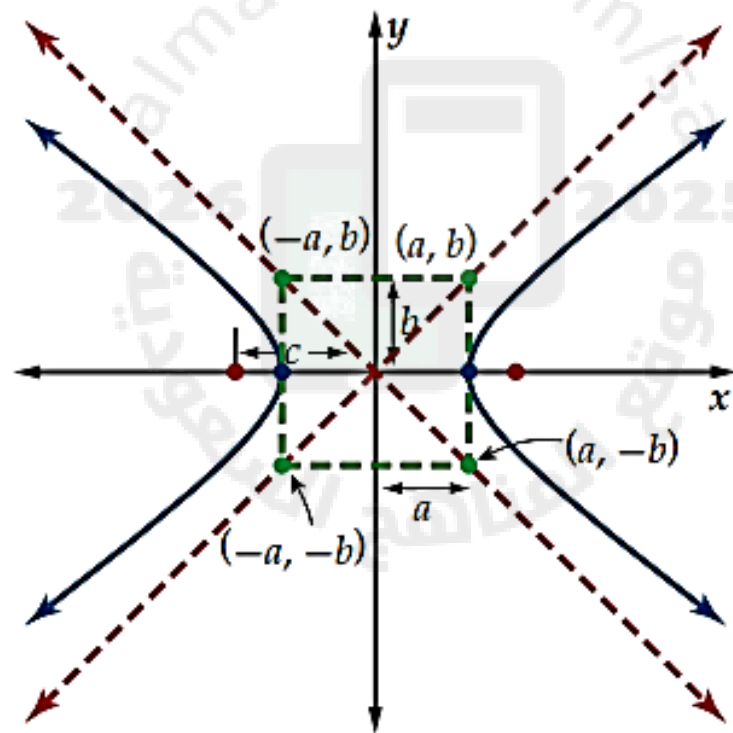
يتكون منحنى القطع الزائد من فرعين منفصلين يحاذيان خطي تقارب، ومركز القطع الزائد هو نقطة منتصف المسافة بين البؤرتين، ورأسا القطع الزائد هما نقطتا تقاطع القطعة المستقيمة الواصلة بين البؤرتين مع كل من فرعي المنحنى.

للقطع الزائد محورين تماثل هما: **المحور القاطع** (وهو القطعة المستقيمة الواصلة بين الرأسين) ويمر بالمركز، و**المحور المرافق** (وهو القطعة المستقيمة العمودية على المحور القاطع) ويمر بالمركز.

التاريخ :  
المادة : رياضيات ٣

الموضوع : القطوع الزائدة

لتكن الأطوال  $a, b, c$  كما هو موضح في الشكل أدناه، وتختلف العلاقة بينها عمّا في القطع الناقص، ففي القطع الزائد  
 $c^2 = a^2 + b^2$ ، والقيمة المطلقة للفرق بين بعدي أي نقطة على منحنى القطع الزائد عن البؤرتين تساوي  $2a$ .



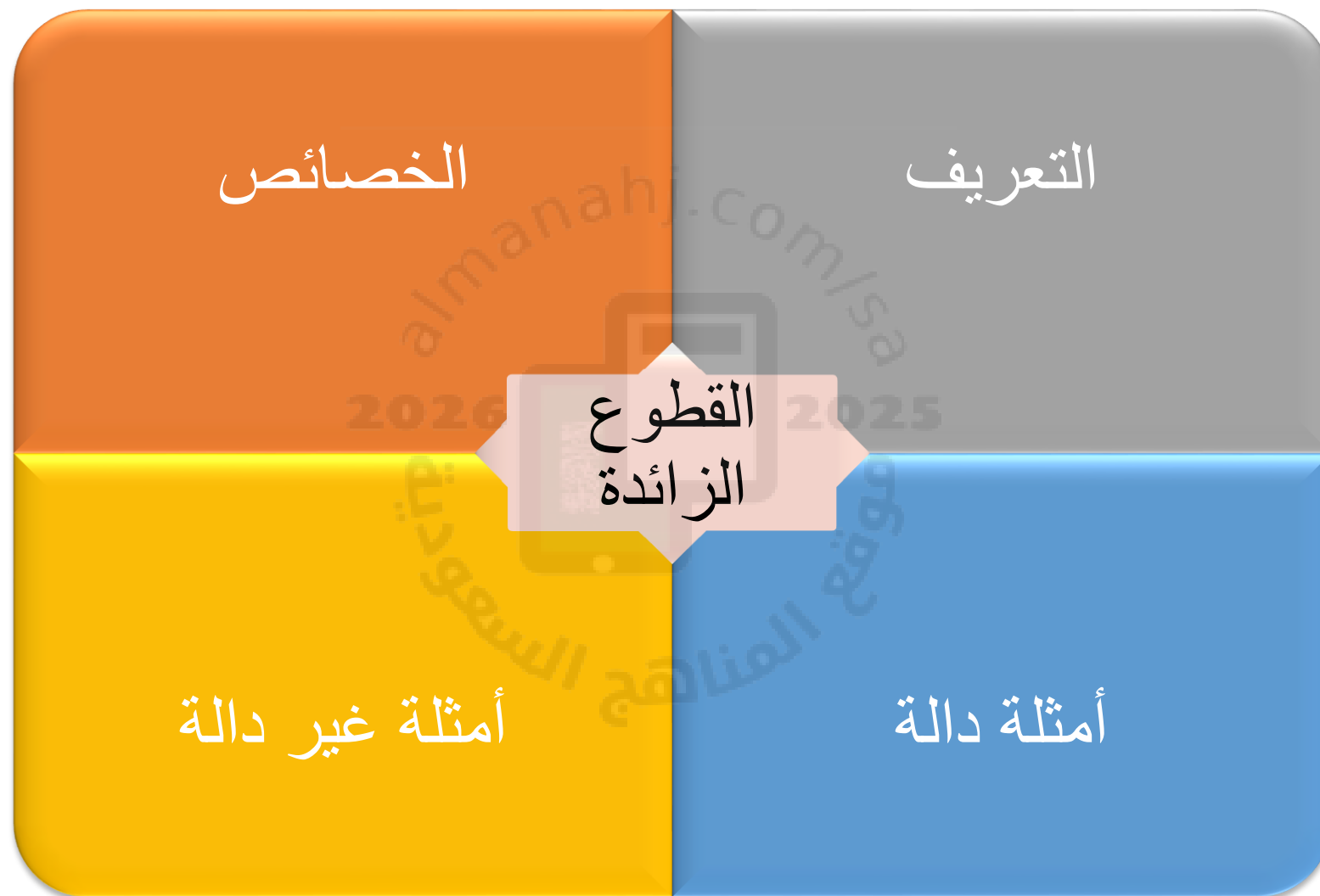
### إرشادات للدراسة

#### التمثيل البياني للقطع الزائد

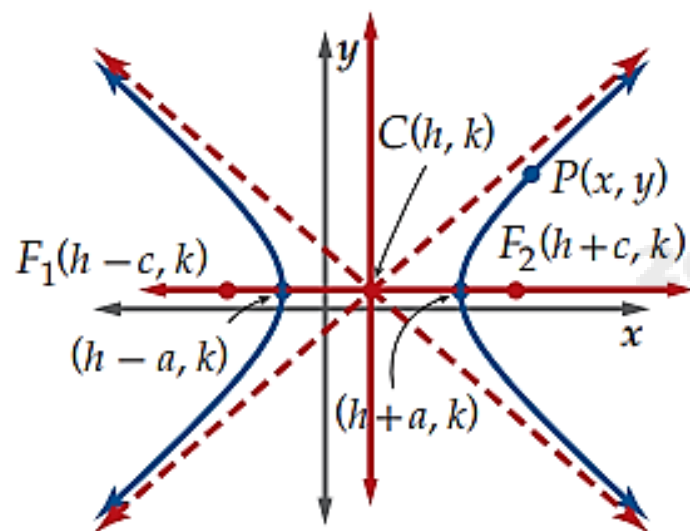
يتميز التمثيل البياني للقطع الزائد بارتباطه بمستطيل متناظر حول محوري تماثل القطع نفسه، وله ضلعان متواجهان طول كل منهما  $2b$ ، ويمسان القطع عند رأسيه، وضلعاه الآخران طول كل منهما  $2a$ ، وطول كل من قطريه المحمولين على خطي التقارب  $2c$ .

التاريخ :  
المادة : رياضيات ٣

الموضوع : القطوع الزائدة



أمل باجموده



### الصورة القياسية لمعادلة القطع الزائد:

يمكن استعمال تعريف القطع الزائد لإيجاد معادلته كما في القطوع المخروطية الأخرى. افترض أن نقطة  $P(x, y)$  على منحنى القطع الزائد الذي مركزه  $C(h, k)$ ، ومحوره القاطع أفقي. يوضح الشكل المجاور إحداثيات البؤرتين والرأسين. وبحسب تعريف القطع الزائد فإن الفرق المطلق بين بعدي أي نقطة على المنحنى عن البؤرتين هو مقدار ثابت. لذا فإن  $|PF_1 - PF_2| = 2a$ . وهذا يعني إما  $PF_1 - PF_2 = 2a$  أو  $PF_2 - PF_1 = 2a$ .

$$PF_1 - PF_2 = 2a$$

الموضوع : القطوع الزائدة

التاريخ :  
المادة : رياضيات ٣

صيغة المسافة  $\sqrt{[x - (h - c)]^2 + (y - k)^2} - \sqrt{[x - (h + c)]^2 + (y - k)^2} = 2a$

خاصية التوزيع ثم التجميع  $\sqrt{[(x - h) + c]^2 + (y - k)^2} - \sqrt{[(x - h) - c]^2 + (y - k)^2} = 2a$

اجمع

$$\sqrt{[(x - h) + c]^2 + (y - k)^2} = 2a + \sqrt{[(x - h) - c]^2 + (y - k)^2}$$

رَبِّع الطرفين، ثم أوجد مفكوك مربع  
مجموع (أو الفرق) بين حدين

$$(x - h)^2 + 2c(x - h) + c^2 + (y - k)^2 = 4a^2 + 4a\sqrt{[(x - h) - c]^2 + (y - k)^2} + (x - h)^2 - 2c(x - h) + c^2 + (y - k)^2$$

بسِّط

$$-4a\sqrt{[(x - h) - c]^2 + (y - k)^2} = 4a^2 - 4c(x - h)$$

اقسم الطرفين على -4 .

$$a\sqrt{[(x - h) - c]^2 + (y - k)^2} = -a^2 + c(x - h)$$

أمل باجوده

التاريخ :  
المادة : رياضيات ٣

الموضوع : القطوع الزائدة

رُبّع الطرفين

$$a^2[(x - h)^2 - 2c(x - h) + c^2 + (y - k)^2] = a^4 - 2a^2c(x - h) + c^2(x - h)^2$$

الخاصية التوزيعية

$$a^2(x - h)^2 - 2a^2c(x - h) + a^2c^2 + a^2(y - k)^2 = a^4 - 2a^2c(x - h) + c^2(x - h)^2$$

بسط

$$a^2(x - h)^2 - c^2(x - h)^2 + a^2(y - k)^2 = a^4 - a^2c^2$$

الخاصية التوزيعية

$$(a^2 - c^2)(x - h)^2 + a^2(y - k)^2 = a^2(a^2 - c^2)$$

$$a^2 - c^2 = -b^2$$

$$-b^2(x - h)^2 + a^2(y - k)^2 = a^2(-b^2)$$

اقسم الطرفين على  $a^2(-b^2)$ .

$$\frac{(x - h)^2}{a^2} - \frac{(y - k)^2}{b^2} = 1$$

المعادلة القياسية للقطع الزائد الذي مركزه  $(h, k)$  هي  $\frac{(x - h)^2}{a^2} - \frac{(y - k)^2}{b^2} = 1$  عندما يكون المحور القاطع أفقيًا،

كما تكون في الصورة  $\frac{(y - k)^2}{a^2} - \frac{(x - h)^2}{b^2} = 1$  عندما يكون المحور القاطع رأسيًا.

أمل باجوده

التاريخ :  
المادة : رياضيات ٣

الموضوع : القطوع الزائدة

اقسم الطرفين على  $a^2(-b^2)$  .

$$\frac{(x-h)^2}{a^2} - \frac{(y-k)^2}{b^2} = 1$$

المعادلة القياسية للقطع الزائد الذي مركزه  $(h, k)$  هي  $\frac{(x-h)^2}{a^2} - \frac{(y-k)^2}{b^2} = 1$  عندما يكون المحور القاطع أفقيًا،  
كما تكون في الصورة  $\frac{(y-k)^2}{a^2} - \frac{(x-h)^2}{b^2} = 1$  عندما يكون المحور القاطع رأسيًا.

أمل باجوده

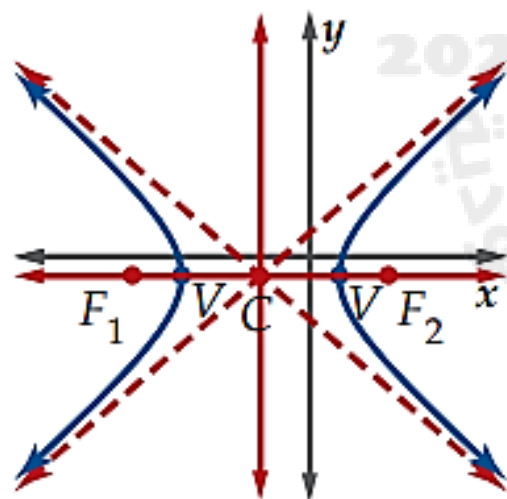
التاريخ :  
المادة : رياضيات ٣

الموضوع : القطوع الزائدة

## خصائص القطع الزائد

المعادلة في الصورة القياسية :

$$\frac{(x - h)^2}{a^2} - \frac{(y - k)^2}{b^2} = 1$$



المحور القاطع أفقي

$$(h, k)$$

$$(h \pm a, k)$$

$$(h \pm c, k)$$

المحور القاطع :  
طولته  $2a$  ،  $y = k$

المحور المرافق :  
طولته  $2b$  ،  $x = h$

$$y - k = \pm \frac{b}{a}(x - h)$$

العلاقة بين  $a, b, c$  :  
 $c^2 = a^2 + b^2$  أو

$$c = \sqrt{a^2 + b^2}$$

طول البعد البؤري :  $2c$

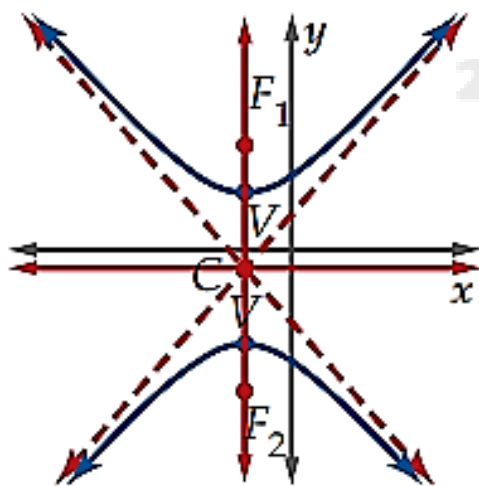
التاريخ :  
المادة : رياضيات ٣

الموضوع : القطوع الزائدة

## خصائص القطع الزائد

المعادلة في الصورة القياسية :

$$\frac{(y - k)^2}{a^2} - \frac{(x - h)^2}{b^2} = 1$$



المحور القاطع رأسي

$$(h, k)$$

$$(h, k \pm a)$$

$$(h, k \pm c)$$

$2a$  وطوله  $x = h$

$2b$  وطوله  $y = k$

$$y - k = \pm \frac{a}{b}(x - h)$$

العلاقة بين  $a, b, c$  أو  $c^2 = a^2 + b^2$

$$c = \sqrt{a^2 + b^2}$$

طول البعد البؤري:  $2c$

الاتجاه:

المركز:

الرأسان:

البؤرتان:

المحور القاطع:

المحور المرافق:

خطا التقارب:

مثال 1

تحديد خصائص قطع زائد معادلته معطاة على الصورة القياسية

حدّد خصائص القطع الزائد الذي معادلته  $1 = \frac{(x+1)^2}{9} - \frac{(y+2)^2}{16}$  ، ثمّ مثلّ منحناه بيانياً.

المعادلة مكتوبة على الصورة القياسية، حيث:

$$h = -1, k = -2, a = \sqrt{9} = 3, b = \sqrt{16} = 4, c = \sqrt{9 + 16} = 5$$

استعمل هذه القيم لتحديد خصائص القطع الزائد.

المطروح منه هو الحد الذي يحتوي  $x$

الاتجاه: أفقي

$(h, k)$

$(-1, -2)$

المركز:

$(h \pm a, k)$

$(2, -2), (-4, -2)$

الرأسان:

$(h \pm c, k)$

$(4, -2), (-6, -2)$

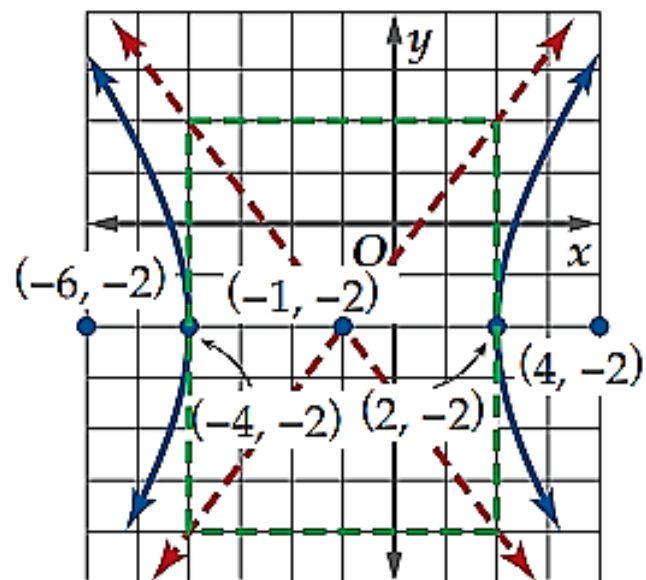
البؤرتان:

خطا التقارب:  $y - k = \pm \frac{b}{a}(x - h)$   $y + 2 = \frac{4}{3}(x + 1)$  ,  $y + 2 = -\frac{4}{3}(x + 1)$

$$y = \frac{4}{3}x - \frac{2}{3} \quad , \quad y = -\frac{4}{3}x - \frac{10}{3}$$

التاريخ :  
المادة : رياضيات ٣

الموضوع : القطوع الزائدة



عيّن المركز والرأسين والبؤرتين، ثم ارسم المستطيل الذي مركزه  $(-1, -2)$  وأحد بعديه  $2a = 6$ ، والبعد الآخر  $2b = 8$ ، وطول كل من قطريه المحمولين على خطي التقارب  $2c = 10$ . ثم مثل القطع الزائد بيانياً بحيث يمس جانبي المستطيل عند رأسيه ويكون محصوراً بين امتداد قطريه.

أمل باجووه

## تنبيه!

عندما تمثل منحنى القطع الزائد بيانيًا تذكر أن المنحنى سيقترب من خطي التقارب بشكل ملحوظ كلما ابتعد عن الرأسين.

## إرشادات للدراسة

اتجاه القطع الزائد إذا كانت معادلة القطع الزائد على الصورة القياسية، وفيها الحد المطروح منه يحتوي  $x$  فإن اتجاه القطع أفقي، أما إذا كان الحد المطروح منه يحتوي  $y$ ، فإن اتجاه القطع رأسي.

التاريخ :  
المادة : رياضيات ٣

الموضوع : القطوع الزائدة

تحقق من فهمك

حدّد خصائص القطع الزائد الذي معادلته ، ثم مثلّ منحناه بيانياً.

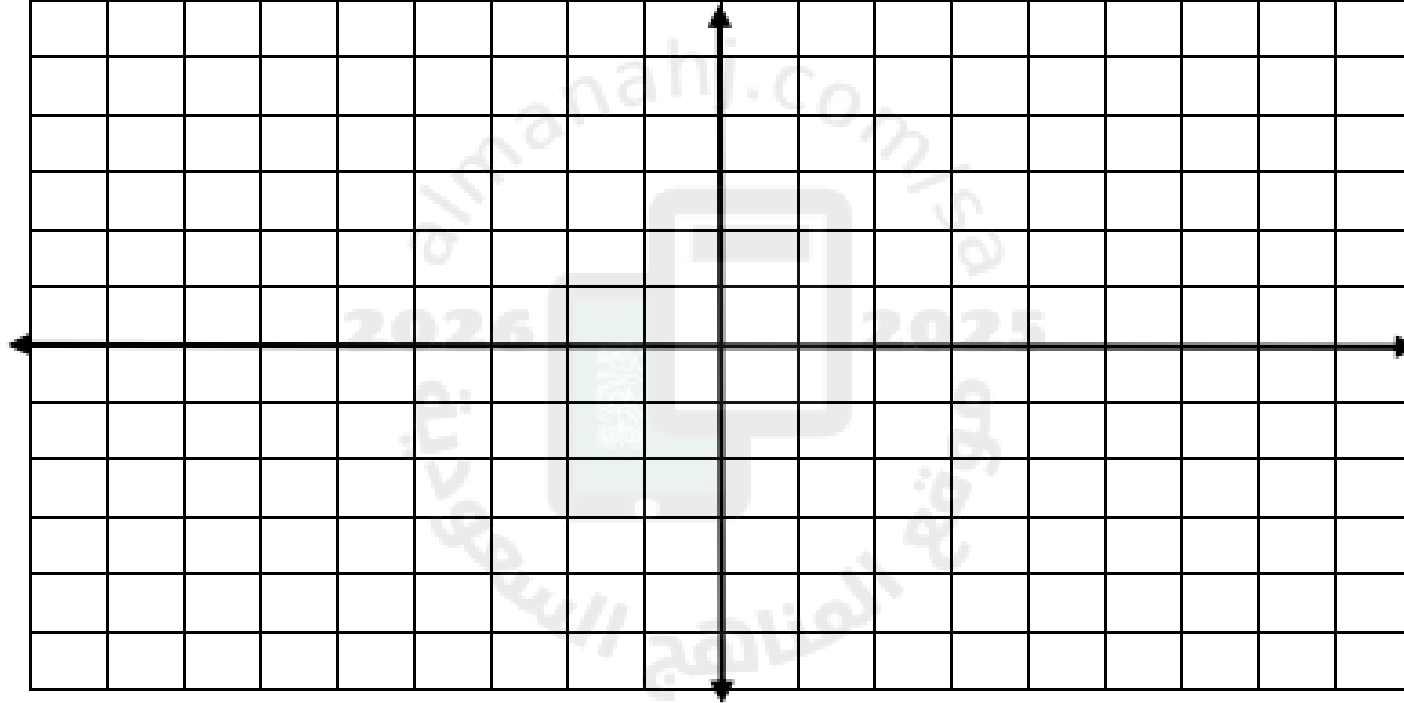
$$\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{1} = 1 \quad (1A)$$



أمل باجموده

الموضوع : القطوع الزائدة

التاريخ :  
المادة : رياضيات ٣



أمل باجموده

التاريخ :  
المادة : رياضيات ٣

الموضوع : القطوع الزائدة

تحقق من فهمك حدّد خصائص القطع الزائد الذي معادلته ، ثم مثلّ منحناه بيانياً.

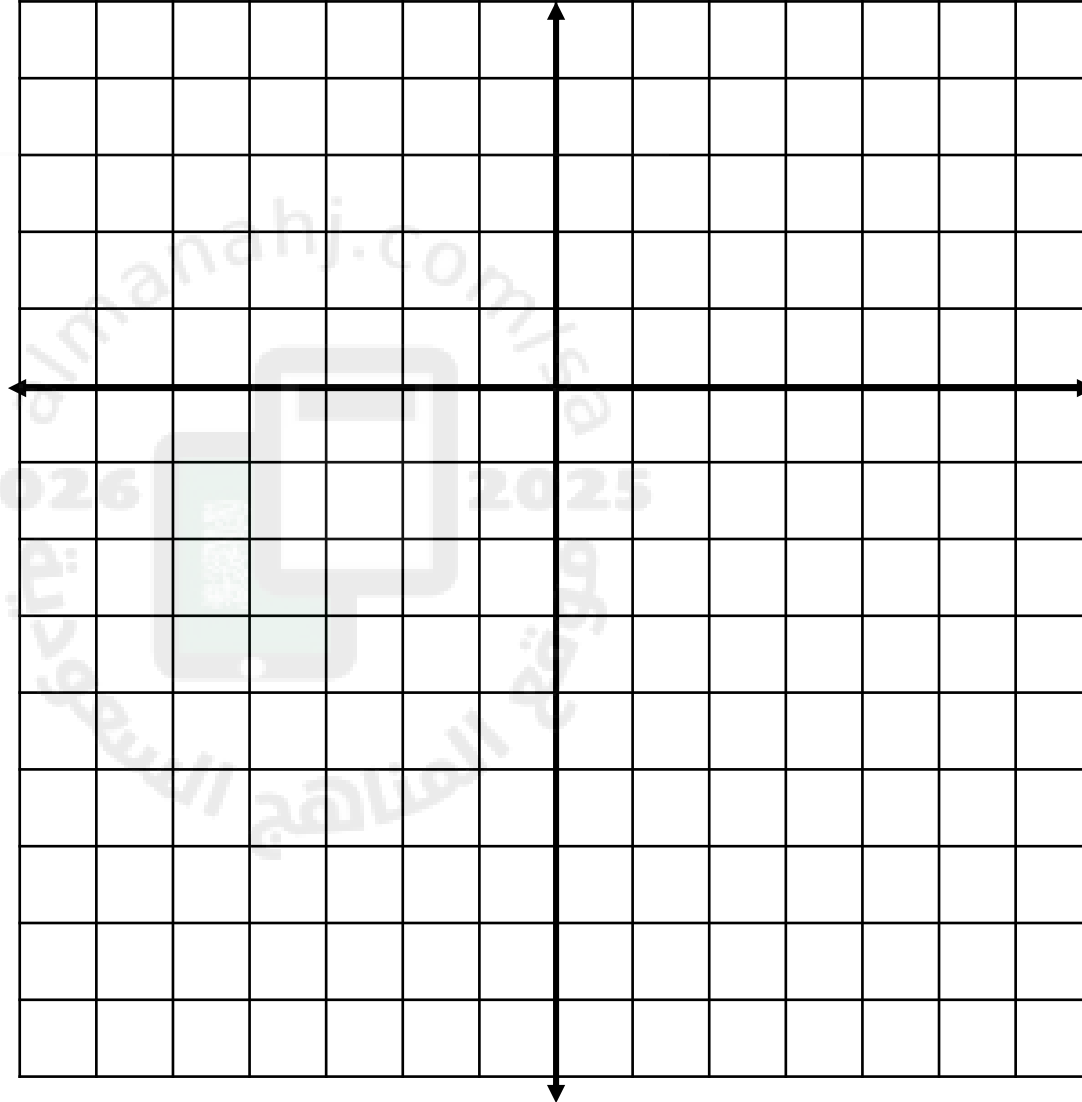
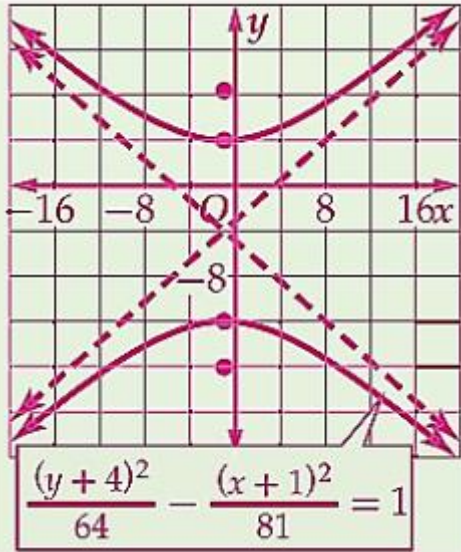
$$\frac{(y + 4)^2}{64} - \frac{(x + 1)^2}{81} = 1 \quad (1B)$$



أمل باجوده

الموضوع : القطوع الزائدة

التاريخ :  
المادة : رياضيات ٣



أمل باجموده

التاريخ :  
المادة : رياضيات ٣

الموضوع : القطوع الزائدة

في دقيقة قارني بين القطع الناقص والقطع الزائد  
من حيث  
الشكل  
الرأسان  
البؤرتان  
محوري التماثل

استراتيجية  
الدقيقة  
الواحدة



أمل باجموده

التاريخ :  
المادة : رياضيات ٣

الموضوع : القطوع الزائدة

تحصلي

في القطع الزائد  $\frac{(x-2)^2}{5} - \frac{(y-1)^2}{4} = 1$  مركز القطع النقطه ..  $\frac{16}{13}$

(2, 5) (B)

(1, 4) (A)

(2, 1) (D)

(-2, -1) (C)

أمل باجموده

التاريخ :  
المادة : رياضيات ٣

الموضوع : القطوع الزائدة

تحصلي

ما معادلة المحور القاطع للقطع الزائد  $\frac{x^2}{4} - \frac{(y-1)^2}{9} = 1$  ؟  $\frac{17}{13}$  ◀

$y = 9$  (B)

$y = -1$  (A)

$x = 0$  (D)

$y = 1$  (C)

أمل باجموده

يمكنك تمثيل القطع الزائد عند معرفة الصورة القياسية لمعادلته، وذلك باستعمال خصائصه. وإذا أُعطيت المعادلة في صورة أخرى فعليك إعادة كتابة المعادلة على الصورة القياسية لتحديد خصائص القطع.

### إرشادات للدراسة

#### الصورة القياسية

تذكر دائماً عند التحويل من  
الصورة العامة إلى الصورة  
القياسية بأن الفرق بين  
الحدين الجبريين يجب أن  
يكون 1 .

## مثال 2

### كتابة معادلة قطع زائد على الصورة القياسية

اكتب معادلة القطع الزائد  $25y^2 - 16x^2 + 100y + 96x = 444$  على الصورة القياسية، ثم حدّد خصائصه ومثّل منحناه بيانياً.

اكتب المعادلة على الصورة القياسية أولاً.

المعادلة الأصلية

$$25y^2 - 16x^2 + 100y + 96x = 444$$

جمع الحدود المتشابهة

$$(25y^2 + 100y) + (-16x^2 + 96x) = 444$$

حلّ

$$25(y^2 + 4y) - 16(x^2 - 6x) = 444$$

أكمل المربع

$$25(y^2 + 4y + 4) - 16(x^2 - 6x + 9) = 444 + 25(4) - 16(9)$$

حلّ وبسط

$$25(y + 2)^2 - 16(x - 3)^2 = 400$$

$$\frac{(y + 2)^2}{16} - \frac{(x - 3)^2}{25} = 1$$

اقسم كلا الطرفين على 400

التاريخ :  
المادة : رياضيات ٣

الموضوع : القطوع الزائدة

المعادلة مكتوبة على الصورة القياسية، حيث:

$$.h = 3, k = -2, a = \sqrt{16} = 4, b = \sqrt{25} = 5, c = \sqrt{16 + 25} \approx 6.4$$

استعمل هذه القيم لتحديد خصائص القطع الزائد.

المطروح منه هو الحد الذي يحتوي  $y$

الاتجاه:	رأسي
المركز:	$(3, -2)$
الرأسان:	$(3, 2), (3, -6)$
البؤرتان:	$(3, 4.4), (3, -8.4)$

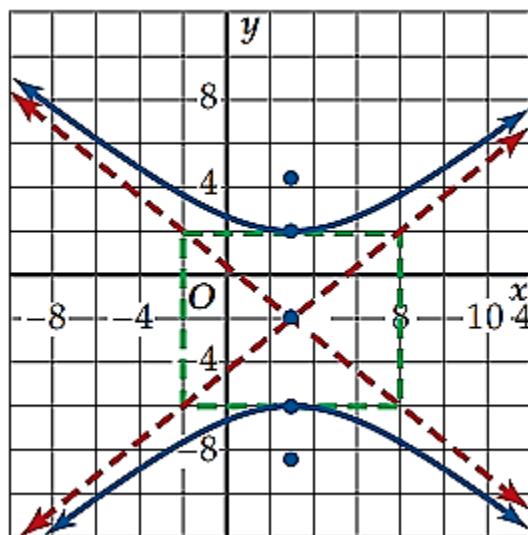
خطا التقارب:  $y - (-2) = \frac{4}{5}(x - 3)$  ,  $y - (-2) = -\frac{4}{5}(x - 3)$

$$y - k = \pm \frac{a}{b}(x - h)$$
$$y = \frac{4}{5}x - \frac{22}{5} , \quad y = -\frac{4}{5}x + \frac{2}{5}$$

أمل باجوده

التاريخ :  
المادة : رياضيات ٣

الموضوع : القطوع الزائدة



عيّن المركز والرأسين والبؤرتين، ثم ارسم المستطيل الذي مركزه  $(3, -2)$  وأحد بُعديّه  $2a = 8$ ، والبعد الآخر  $2b = 10$ ، وطول كلٍّ من قطريه المحمولين على خطّي التقارب  $2c = 12.8$ ، ثم مثلّ القطع الزائد بيانياً، بحيث يمس جانبيّ المستطيل عند رأسيه، ويكون محصوراً بين امتداد قطريه.

أمل باجوده

التاريخ :  
المادة : رياضيات ٣

الموضوع : القطوع الزائدة

**هايبياتيا (415 - 350)**  
كانت هايبياتيا عالمة في الرياضيات،  
والعلوم، وفيلسوفة من الإسكندرية  
في مصر. وقامت بتحرير كتاب  
(أبولوينوس) في القطوع المخروطية،  
وأضافت إليه مسائل، وأمثلة توضيحية،  
وقد طُوِّر هذا الكتاب مفاهيم كل من:  
القطع المكافئ، والقطع الناقص،  
والقطع الزائد.



الربط مع تاريخ الرياضيات 

أمل باجموده

التاريخ :  
المادة : رياضيات ٣

الموضوع : القطوع الزائدة

تحقق من فهمك اكتب معادلة كل قطع زائد مما يأتي على الصورة القياسية،

$$4y^2 - 9x^2 - 8y - 36x = 68 \quad (2A)$$



أمل باجموده

التاريخ :  
المادة : رياضيات ٣

الموضوع : القطوع الزائدة

تحقق من فهمك اكتب معادلة كل قطع زائد مما يأتي على الصورة القياسية،

$$2x^2 - 3y^2 - 12x - 36 = 0 \quad (2B)$$



أمل باجموده

يمكنك كتابة معادلة القطع الزائد إذا علمت بعض خصائصه التي توفر معلومات كافية.

### مثال 3

كتابة معادلة قطع زائد إذا علم بعض خصائصه

اكتب معادلة القطع الزائد الذي يحقق الخصائص المعطاة في كلِّ ممَّا يأتي:

(a) الرأسان  $(-3, 2)$  ،  $(-3, -6)$  ، والبؤرتان  $(-3, 3)$  ،  $(-3, -7)$  .

بما أن إحداثيي  $x$  متساويان للرأسين، فإن المحور القاطع رأسي. أوجد المركز وقيم  $a, b, c$  .

المركز:  $(-3, -2) = \left( \frac{-3-3}{2}, \frac{-6+2}{2} \right)$  نقطة منتصف القطعة المستقيمة الواصلة بين الرأسين

$$a = \sqrt{(-3 - (-3))^2 + (-6 - (-2))^2} = 4$$

المسافة بين أي من الرأسين والمركز

$$c = \sqrt{(-3 - (-3))^2 + (3 - (-2))^2} = 5$$

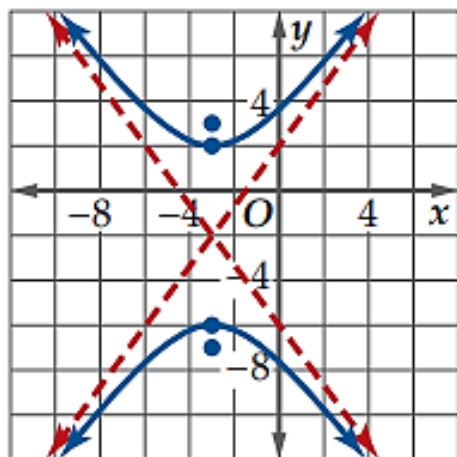
المسافة بين أي من البؤرتين والمركز

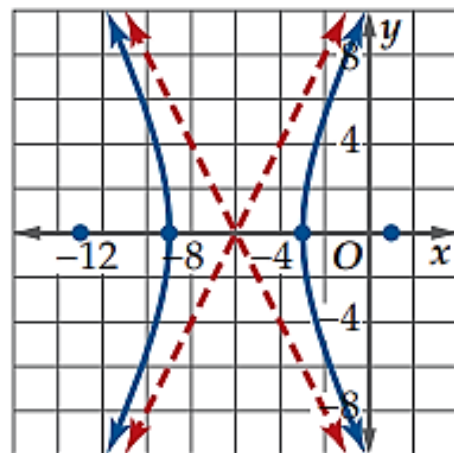
$$c^2 = a^2 + b^2 \quad b = 3$$

بما أن المحور القاطع رأسي، فإن  $a^2$  ترتبط بالحد  $y^2$ ؛ لذا فمعادلة القطع الزائد هي:

$$\frac{(y+2)^2}{16} - \frac{(x+3)^2}{9} = 1$$

انظر الشكل 4.3.1 .





الشكل 4.3.2

### مثال 3 كتابة معادلة قطع زائد إذا علم بعض خصائصه

اكتب معادلة القطع الزائد الذي يحقق الخصائص المعطاة في كلِّ ممَّا يأتي:

(b) الرأسان  $(-3, 0)$ ,  $(-9, 0)$ ، وخطا التقارب  $y = 2x - 12$ ,  $y = -2x + 12$ .

بما أن إحداثيي  $y$  للرأسين متساويان، فإن المحور القاطع أفقي.

نقطة المنتصف للقطعة الواصلة بين الرأسين  
المركز:  $(-6, 0) = \left(\frac{-3-9}{2}, \frac{0+0}{2}\right)$

المسافة بين أي من الرأسين والمركز

$$a = 3$$

ميل خطي التقارب:  $\pm \frac{b}{a}$ . استعمل الميل الموجب لتجد  $b$ .

$$\frac{b}{a} = 2$$

$$a = 3 \quad \frac{b}{3} = 2 \quad b = 6$$

بما أن المحور القاطع أفقي، فإن  $a^2$  ترتبط بالحد  $x^2$ .

$$\text{لذا معادلة القطع الزائد هي } \frac{(x+6)^2}{9} - \frac{y^2}{36} = 1$$

أمل باجوده

انظر الشكل 4.3.2.

التاريخ :  
المادة : رياضيات ٣

الموضوع : القطوع الزائدة

**تحقق من فهمك** اكتب معادلة القطع الزائد الذي يحقق الخصائص المعطاة في كلِّ ممَّا يأتي:

**3A** الرأسان  $(3, 6)$  ,  $(3, 2)$  ، وطول المحور المرافق 10 وحدات.



أمل باجوده

التاريخ :  
المادة : رياضيات ٣

الموضوع : القطوع الزائدة

**تحقق من فهمك** اكتب معادلة القطع الزائد الذي يحقق الخصائص المعطاة في كلِّ ممَّا يأتي:

**3B** البؤرتان  $(2, -2)$ ,  $(12, -2)$  ، وخطا التقارب  $y = -\frac{3}{4}x + \frac{13}{4}$ ,  $y = \frac{3}{4}x - \frac{29}{4}$ .



أمل باجوده

التاريخ :  
المادة : رياضيات ٣

الموضوع : القطوع الزائدة

تحصيلي

في القطع الزائد  $\frac{(x+2)^2}{4} - \frac{(y-3)^2}{16} = 1$  : البعد بين المركز والرأس ..  $\frac{18}{13}$

(A) وحدتان

(B) 4 وحدات

(C) 8 وحدات

(D) 16 وحدة

أمل باجموده

التاريخ :  
المادة : رياضيات ٣

الموضوع : القطوع الزائدة

ويمكن استعمال قيمة الاختلاف المركزي لوصف القطع الزائد، فصيغة الاختلاف المركزي هي نفسها  $e = \frac{c}{a}$  لكل من القطعين الناقص والزائد. تذكر أن قيمة الاختلاف المركزي للقطع الناقص تقع بين 0 و 1، لكن قيمة الاختلاف المركزي للقطع الزائد أكبر من 1 دائماً، وكلما زادت قيمته زاد اتساع المنحنى.

أمل باجوده

مثال 4

الاختلاف المركزي للقطع الزائد

حدّد الاختلاف المركزي للقطع الزائد الذي معادلته  $1 = \frac{(y - 4)^2}{48} - \frac{(x + 5)^2}{36}$ .  
حدّد أولاً قيمة  $c$  ثم الاختلاف المركزي .

العلاقة بين  $a, b, c$   $c^2 = a^2 + b^2$  صيغة الاختلاف المركزي  $e = \frac{c}{a}$

$a^2 = 48, b^2 = 36$   $c^2 = 48 + 36$   
 $a = \sqrt{48}, c = \sqrt{84}$   $= \frac{\sqrt{84}}{\sqrt{48}}$

$c = \sqrt{84}$  بسند  $\approx 1.32$  بسند

الاختلاف المركزي يساوي 1.32 تقريباً.

التاريخ :  
المادة : رياضيات ٣

الموضوع : القطوع الزائدة

تحقق من فهمك

حدّد الاختلاف المركزي للقطع الزائد المعطاة معادلته في كل مما يأتي:

$$\frac{(y - 2)^2}{15} - \frac{(x + 9)^2}{75} = 1 \quad (4B)$$

$$\frac{(x + 8)^2}{64} - \frac{(y - 4)^2}{80} = 1 \quad (4A)$$

أمل باجوده

التاريخ :  
المادة : رياضيات ٣

الموضوع : القطوع الزائدة

يمكن لنظام كشف الصواعق تحديد موقع صاعقة باستعمال مجسّين موضوعين عند بؤرتي قطع زائد.

مثال 5 من واقع الحياة 

تطبيقات على القطع الزائد



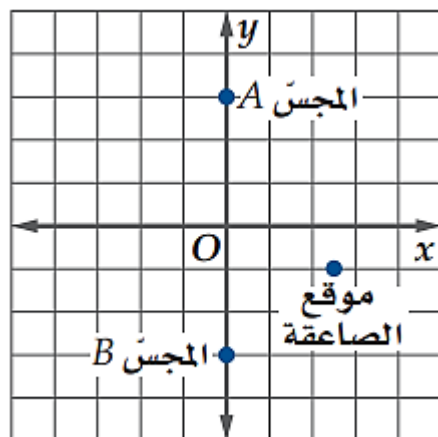
الربط مع الحياة 

تضرب الصواعق أمكنة على سطح الأرض بما يقارب 100 مرة في الثانية.

أمل باجووه

مثال 5 من واقع الحياة

**أرصاد:** يحتوي نظام كشف الصواعق على مجسّين يحولان الأمواج الضوئية للصاعقة إلى صيغة رقمية تسجل تفاصيل تلك الصاعقة، فإذا وُضع مجسّان للكشف عن الصواعق يبعد أحدهما عن الآخر بمقدار 6 km، بحيث كان المجسّ A شمال المجسّ B. ومض برق صاعقة شرق كل من المجسّين، وكان بعده عن المجسّ A يزيد بمقدار 1.5 km على بعده عن المجسّ B.

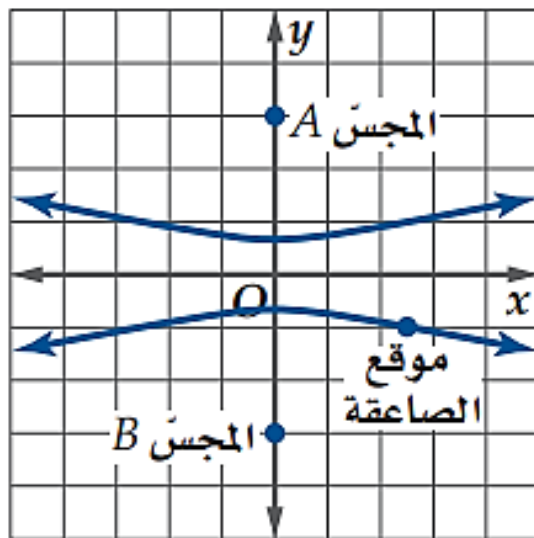


(a) اكتب معادلة القطع الزائد الذي تقع الصاعقة على منحناه.

حدّد موقع المجسّين على مستوى إحداثي على أن تكون نقطة الأصل هي منتصف القطعة المستقيمة الواصلة بينهما. وبما أن موقع الصاعقة إلى الشرق من كلا المجسّين، وأقرب إلى المجسّ B، فإن موقعها في الربع الرابع. المجسّان موضوعان عند بؤرتي القطع الزائد، لذا  $c = 3$ . تذكّر أن الفرق المطلق بين بعدي أي نقطة على المنحني عن البؤرتين هو  $2a$ ، وبما أن بعد الصاعقة عن المجسّ A يزيد بمقدار 1.5 km على بعدها عن المجسّ B، فإن  $2a = 1.5$ ، أي أن  $a = 0.75$ . استعمل قيمتي  $a$  و  $c$  لتجد  $b$ .

التاريخ :  
المادة : رياضيات ٣

الموضوع : القطوع الزائدة



العلاقة بين  $a, b, c$   $c^2 = a^2 + b^2$

$c = 3, a = 0.75$   $3^2 = 0.75^2 + b^2$

بسط  $8.4375 = b^2$

المحور القاطع رأسي ومركز القطع الزائد عند نقطة الأصل. لذا فالمعادلة

هي  $\frac{y^2}{a^2} - \frac{x^2}{b^2} = 1$ . وعند تعويض قيمتي  $a^2, b^2$  تصبح المعادلة

أي أن موقع الصاعقة يمثل نقطة على منحنى القطع  $\frac{y^2}{0.5625} - \frac{x^2}{8.4375} = 1$

الزائد الذي معادلته  $1 = \frac{y^2}{0.5625} - \frac{x^2}{8.4375}$

التاريخ :  
المادة : رياضيات ٣

الموضوع : القطوع الزائدة

(b) أوجد إحداثيي موقع الصاعقة إذا حدثت على بعد 2.5 km شرق المجسّين.

بما أن الصاعقة حدثت على بعد 2.5 km شرق المجسّين فإن  $x = 2.5$ ، وموقع الصاعقة أقرب إلى المجس B منه إلى المجس A، لذا فإن موقعها في الجزء الأسفل من المستوى الإحداثي. عوّض قيمة  $x$  في المعادلة، وأوجد  $y$ .

$$\frac{y^2}{0.5625} - \frac{x^2}{8.4375} = 1$$

المعادلة الأصلية

$$x = 2.5 \quad \frac{y^2}{0.5625} - \frac{2.5^2}{8.4375} = 1$$

حل بالنسبة لـ  $y$

$$y \approx \pm 0.99$$

وحيث إن موقع الصاعقة في الربع الرابع، لذا فإن قيمة  $y$  هي  $-0.99$  تقريبًا، وذلك يعني أن موقع الصاعقة هو  $(2.5, -0.99)$ .

أمل باجوده

التاريخ :  
المادة : رياضيات ٣

الموضوع : القطوع الزائدة

### تحقق من فهمك

**5) ملاحه بحرية :** تعطلت سفينة عند نقطة في عرض البحر، بحيث كان الفرق بين بعدي السفينة عن أقرب محطتين إليها 80 ميلاً بحرياً .

**5A)** إذا كان موقع المحطتين يمثلان بؤرتي قطع زائد تقع السفينة عليه، فاكتب معادلة القطع الزائد عندما تقع المحطتان عند النقطتين  $(100, 0)$ ,  $(-100, 0)$  .

**5B)** أوجد إحداثيي موقع السفينة إذا كانت تقع على المستقيم الواصل بين البؤرتين، وكانت أقرب إلى المحطة التي إحداثيها  $(100, 0)$  .

التاريخ :  
المادة : رياضيات ٣

الموضوع : القطوع الزائدة

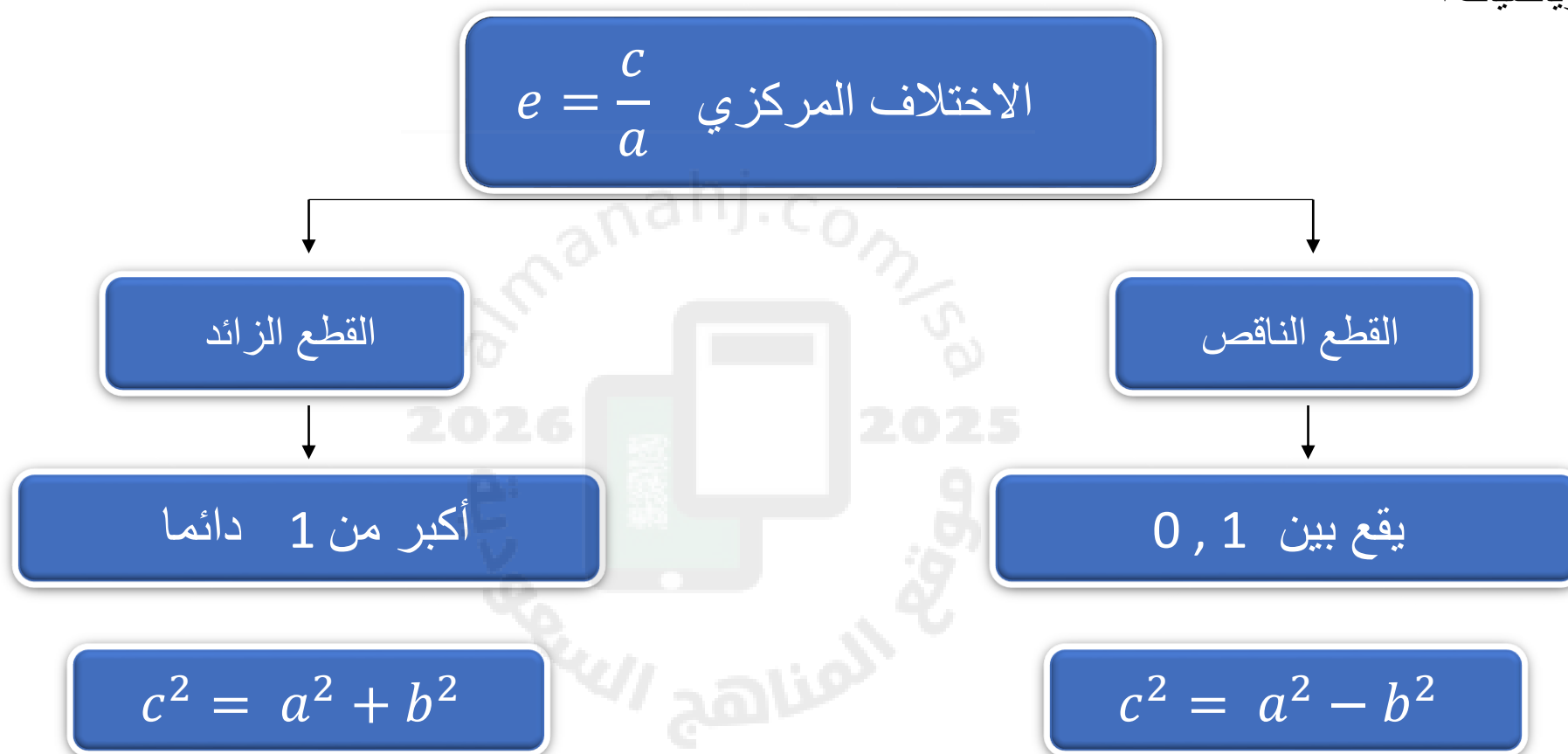
**تدرب وحل المسائل**

اكتب معادلة القطع الزائد الذي يحقق الخصائص المعطاة في كل مما يأتي:

**(13)** البؤرتان  $(-1, -7)$  ,  $(-1, 9)$  ، وطول المحور المرافق 14 وحدة.



أمل باجموده



التاريخ :  
المادة : رياضيات ٣

الموضوع : القطوع الزائدة

تدرب وحل المسائل

اكتب معادلة القطع الزائد الذي يحقق الخصائص المعطاة في كل مما يأتي:

(16) البؤرتان  $(-17, 7)$  ،  $(9, 7)$  ، وخطا التقارب  $y = \pm \frac{5}{12}x + \frac{104}{12}$ .

أمل باجموده

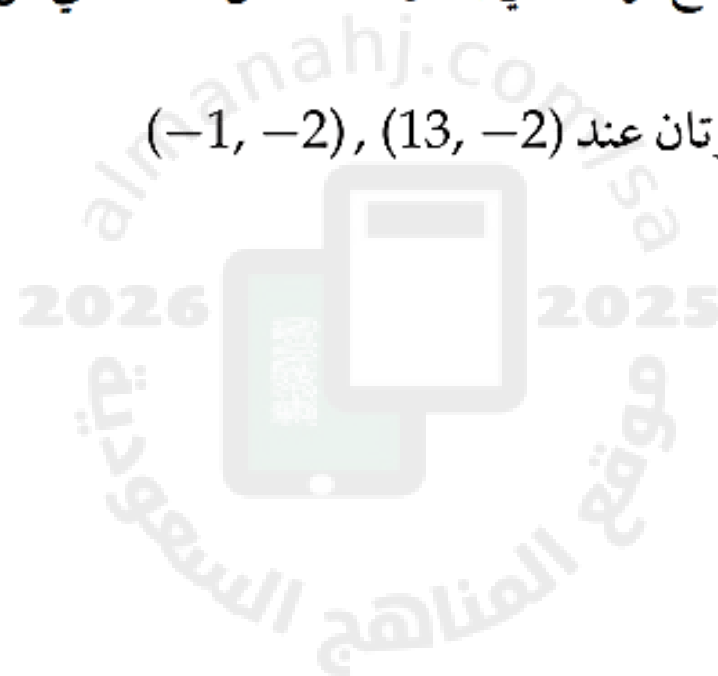
التاريخ :  
المادة : رياضيات ٣

الموضوع : القطوع الزائدة

## تدرب وحل المسائل

اكتب معادلة القطع الزائد الذي يحقق الخصائص المعطاة في كل مما يأتي:

(19) الاختلاف المركزي  $\frac{7}{6}$  والبؤرتان عند  $(-1, -2)$ ,  $(13, -2)$



أمل باجموده

التاريخ :  
المادة : رياضيات ٣

الموضوع : القطوع الزائدة

### مسائل مهارات التفكير العليا

**(36) تبرير:** افترض أنك أُعطيت اثنتين من خصائص القطع الزائد الآتية: رأسين، بؤرتين، المحور القاطع، المحور المرافق، خطي تقارب. هل يمكنك كتابة معادلة هذا القطع: دائماً أو أحياناً أو غير ممكن أبداً؟

2026 2025

موقع المناهج السعودية

مسائل مهارات التفكير العليا

**(36) تبرير:** افترض أنك أعطيت اثنتين من خصائص القطع الزائد الآتية: رأسين، بؤرتين، المحور القاطع، المحور المرافق، خطي تقارب. هل يمكنك كتابة معادلة هذا القطع: دائماً أو أحياناً أو غير ممكن أبداً؟

**(36) أحياناً،** ومثال ذلك عندما تكون إحداثيات الرأسين والبؤرتين معلومة فإنه يمكن كتابة معادلة القطع الزائد. وعندما يكون كل من الرأسين والمحور القاطع معلوماً فقط، فإنه من غير الممكن كتابة معادلة القطع الزائد.

تدريب على اختبار

(47) مراجعة : يمثل منحنى  $\left(\frac{x}{4}\right)^2 - \left(\frac{y}{5}\right)^2 = 1$  قطعًا زائدًا. ما معادلتا

خطي تقارب هذا المنحنى؟

A  $y = \frac{4}{5}x, y = -\frac{4}{5}x$

B  $y = \frac{5}{4}x, y = -\frac{5}{4}x$

C  $y = \frac{1}{4}x, y = -\frac{1}{4}x$

D  $y = \frac{1}{5}x, y = -\frac{1}{5}x$

التاريخ :  
المادة : رياضيات ٣

الموضوع : القطوع الزائدة

### تدريب على اختبار

(48) سؤال ذو إجابة قصيرة: أوجد معادلتني خطي التقارب للقطع

$$\frac{(x+1)^2}{4} - \frac{(y-1)^2}{1} = 1$$

الزائد الذي معادلته  $1 = \frac{(x+1)^2}{4} - \frac{(y-1)^2}{1}$

التاريخ :  
المادة : رياضيات ٣

الموضوع : القطوع الزائدة

تحصلي

في القطع الزائد  $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$  : طول المحور القاطع ..... وحدات .

4 (B)

3 (A)

8 (D)

6 (C)

أمل باجموده

التاريخ :  
المادة : رياضيات ٣

الموضوع : القطوع الزائدة

تحصلي

نقطة تقاطع الخطين المقارنين للقطع الزائد  $\frac{(y-2)^2}{9} - \frac{x^2}{16} = 1$  ←  $\frac{20}{13}$

(0, 2) Ⓐ

(0, 0) Ⓑ

(0, -2) Ⓒ

(2, 0) Ⓓ

أمل باجموده

تحصلي

أي القطوع الزائدة التالية طول محوره المرافق 10 وحدات؟  $\frac{21}{13}$

$$\frac{y^2}{25} - \frac{(x-1)^2}{9} = 1 \quad \text{(B)}$$

$$\frac{y^2}{9} - \frac{(x-1)^2}{25} = 1 \quad \text{(A)}$$

$$\frac{y^2}{10} - \frac{(x-1)^2}{5} = 1 \quad \text{(D)}$$

$$\frac{y^2}{9} - \frac{(x-1)^2}{10} = 1 \quad \text{(C)}$$

تحصيلي

معادلة خطي التقارب للقطع الزائد  $\frac{22}{13}$  ← معادلة خطي التقارب للقطع الزائد  $1 = \frac{(y-1)^2}{9} - \frac{(x+2)^2}{16}$  هي ..

(A)  $(y - 1) = \pm \frac{9}{16}(x + 2)$  (B)  $(y - 1) = \pm \frac{16}{9}(x + 2)$

(C)  $(y - 1) = \pm \frac{3}{4}(x + 2)$  (D)  $(y - 1) = \pm \frac{4}{3}(x + 2)$

التاريخ :  
المادة : رياضيات ٣

الموضوع : القطوع الزائدة

تحصلي

الاختلاف المركزي للقطع الزائد  $\frac{23}{13}$  يساوي  $\left(\frac{x}{3} - \frac{y}{2}\right)\left(\frac{x}{3} + \frac{y}{2}\right) = 1$  ..

2026  $\frac{\sqrt{13}}{3}$  (B) 2025

(A)  $\frac{\sqrt{13}}{2}$

(D)  $\frac{3}{\sqrt{13}}$

(C)  $\frac{2}{\sqrt{13}}$

أمل باجموده

التاريخ :  
المادة : رياضيات ٣

الموضوع : القطوع الزائدة

تحصلي

قيمة الاختلاف المركزي  $e$  أكبر من 1 في ..  $\frac{24}{13}$

(A) القطع المكافئ  
(B) القطع الناقص  
(C) الدائرة  
(D) القطع الزائد

أمل باجووه

التاريخ :  
المادة : رياضيات ٣

الموضوع : القطوع الزائدة

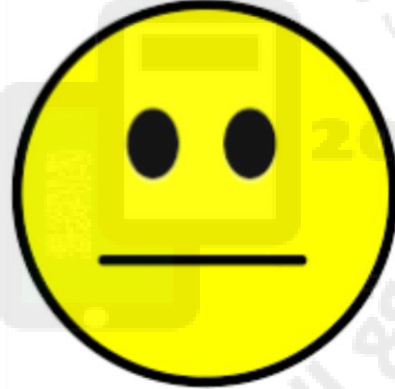
الربط بالواقع	ماذا تعلمت	ماذا أريد أن أعرف	ماذا أعرف

أمل باجموده

الموضوع : القطوع الزائدة

التاريخ :  
المادة : رياضيات ٣

ما هو شعورك بالنسبة لدرس اليوم ؟



أمل باجوده

التاريخ :  
المادة : رياضيات ٣

الموضوع : القطوع الزائدة

سبحانك اللهم وبحمدك أشهد أن لا  
إله إلا أنت أستغفرك وأتوب إليك.

أمل باجموده