

## شرح درس المماسات



### تم تحميل هذا الملف من موقع المناهج السعودية

موقع المناهج ← المناهج السعودية ← الصف الخامس ← رياضيات ← الفصل الثالث ← ملفات متنوعة ← الملف

تاريخ إضافة الملف على موقع المناهج: 14:52:59 2025-04-18

ملفات اكتب للمعلم اكتب للطالب | اختبارات الكترونية | اختبارات | حلول | عروض بوربوينت | أوراق عمل  
منهج انجليزي | ملخصات وتقارير | مذكرات وبنوك | الامتحان النهائي | للمدرس

المزيد من مادة  
رياضيات:

إعداد: أمل باجودة

### التواصل الاجتماعي بحسب الصف الخامس



صفحة المناهج  
السعودية على  
فيسبوك

الرياضيات

اللغة الانجليزية

اللغة العربية

التربية الاسلامية

المواد على تلغرام

### المزيد من الملفات بحسب الصف الخامس والمادة رياضيات في الفصل الثالث

الإجابة على اختبار الفصل التاسع جمع الكسور وطرحها

1

اختبار الفصل التاسع جمع الكسور وطرحها 1446هـ

2

اختبار منتصف الفصل محلول

3

ملخص هام للفصل التاسع جمع الكسور وطرحها

4

أسئلة مراجعة الفصل التاسع جمع الكسور وطرحها

5

التاريخ :  
المادة: رياضيات ٣-١

الموضوع : المماسات

## المماسات

رياضيات ٣-١  
أمل باجوده

أمل باجوده

التاريخ :  
المادة: رياضيات ١-٣

الموضوع : المماسات

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

2025

2024

أمل باجموده

بسم الله الرحمن الرحيم  
الحمد لله رب العالمين والصلاة والسلام على أشرف الأنبياء والمرسلين نبينا محمد صلى الله عليه وسلم  
اللهم يا معلم آدم الأسماء علمنا و يا مفهم سليمان فهمنا ،  
اللهم علمنا ما ينفعنا و أنفعنا بما علمتنا وزدنا علما يا رب العالمين

التاريخ :  
المادة: رياضيات ١-٣

الموضوع : المماسات

ماذا أعرف	ماذا أريد أن أعرف	ماذا تعلمت	الربط بالواقع

أمل باجموده

### فيما سبق:

درست استعمال نظرية  
فيثاغورس لإيجاد أطوال  
أضلاع المثلث القائم  
الزاوية.

### والآن:

- أستعمل خصائص  
المماسات لإيجاد  
قياسات تتعلق بالدائرة.
- أحل مسائل تتضمن  
المضلعات المحيطة  
بدائرة.

التاريخ :  
المادة: رياضيات ١-٣

الموضوع : المماسات

## المفردات:

المماس  
tangent

نقطة التماس  
point of tangency

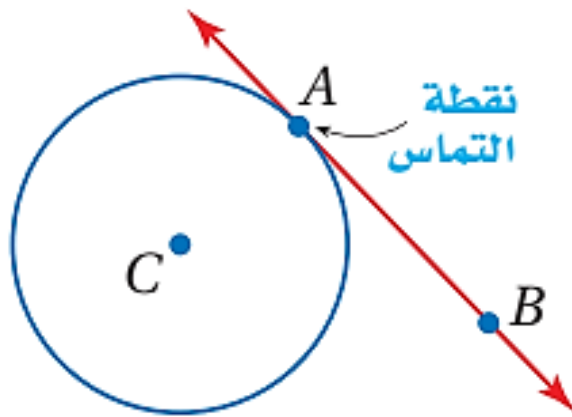
المماس المشترك  
common tangent

## لماذا؟



كانت الدراجات الهوائية تُحرَّك سابقًا بدفع القدم على الأرض، أمّا الدراجات الحديثة، فإنها تستعمل الدواسات والسلاسل والتروس، حيث تدور السلسلة حول تروس دائرية. ويُقاس طول السلسلة بين الترسين من نقطتي تماسّ السلسلة مع الترسين.





**المماسات:** المماس هو مستقيم يقع في المستوى نفسه الذي تقع فيه الدائرة

ويقطعها في نقطة واحدة فقط، تُسمى **نقطة التماس**.  $\overleftrightarrow{AB}$  مماس لـ  $\odot C$  عند النقطة A، ويُسمى كلٌّ من  $\overline{AB}$ ,  $\overrightarrow{AB}$  مماسًا للدائرة أيضًا.



**المماس المشترك** هو مستقيم أو نصف مستقيم أو قطعة مستقيمة تماس الدائرتين في المستوى نفسه، وفي الشكلين أدناه المستقيم  $\ell$  مماس مشترك للدائرتين  $F, G$ .

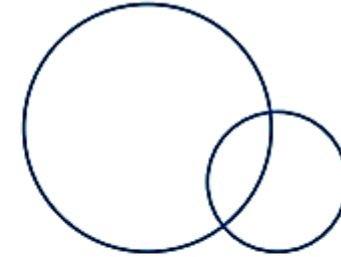


## تحديد المماسات المشتركة

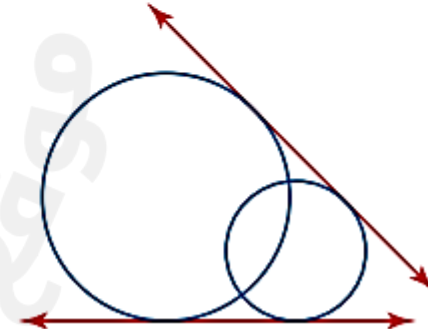
مثال 1

ارسم المماسات المشتركة للدائرتين في كلِّ ممَّا يأتي، وإذا لم يوجد مماس مشترك، فاكتب "لا يوجد مماس مشترك".

(a)



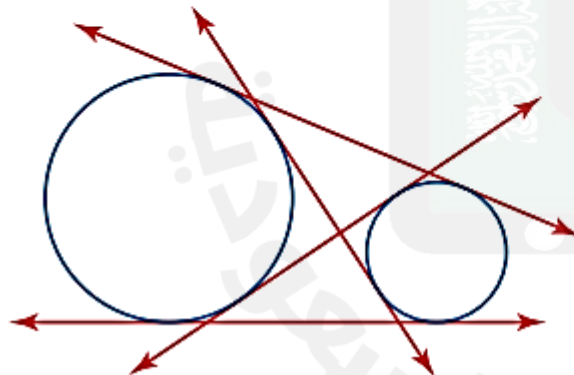
هاتان الدائرتان لهما مماسان مشتركان



(b)

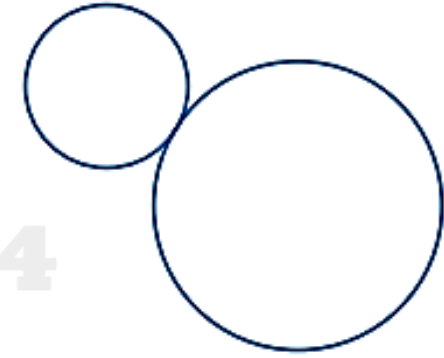
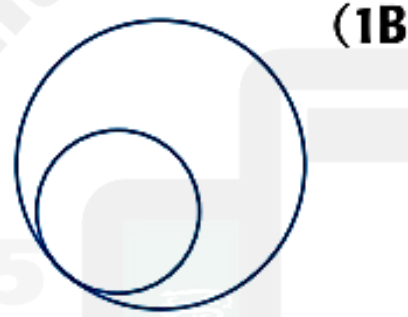


هاتان الدائرتان لهما 4 مماسات مشتركة



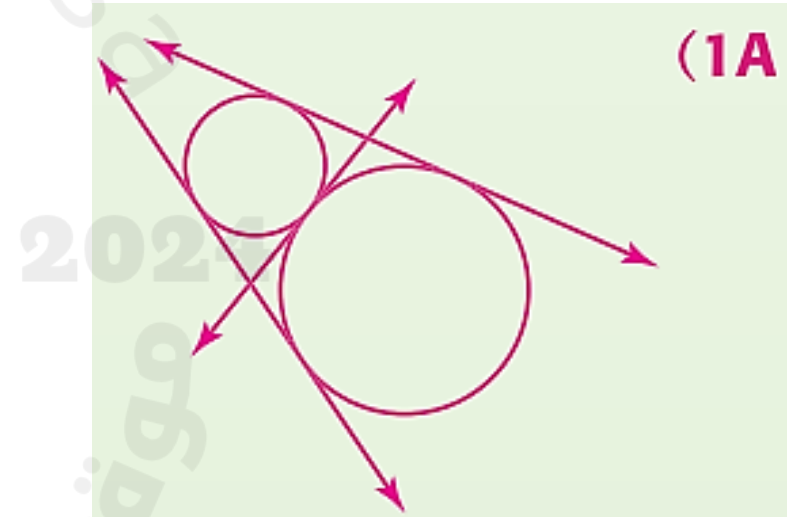
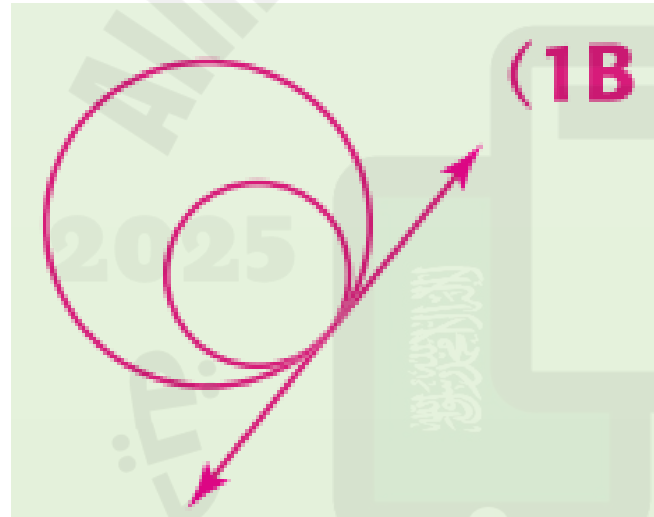
### تحقق من فهمك

ارسم المماسات المشتركة للدائرتين في كلِّ ممَّا يأتي، وإذا لم يوجد مماس مشترك، فاكتب "لا يوجد مماس مشترك".



### تحقق من فهمك

ارسم المماسات المشتركة للدائرتين في كلِّ ممَّا يأتي، وإذا لم يوجد مماس مشترك، فاكتب "لا يوجد مماس مشترك".



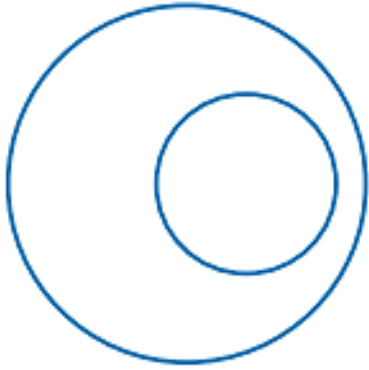
التاريخ :  
المادة: رياضيات ١-٣

الموضوع : المماسات



المثال 1

1) ارسم المماسات المشتركة للدائرتين المجاورتين، وإذا لم يوجد مماس مشترك، فاكتب "لا يوجد مماس مشترك".

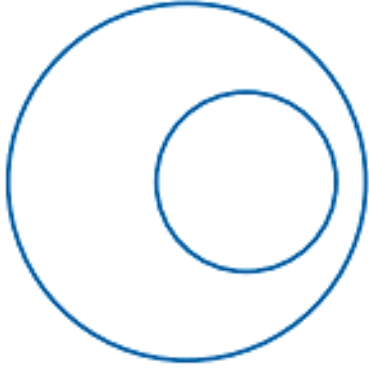


أمل باجموه



### المثال 1

1) ارسم المماسات المشتركة للدائرتين المجاورتين، وإذا لم يوجد مماس مشترك، فاكتب "لا يوجد مماس مشترك".



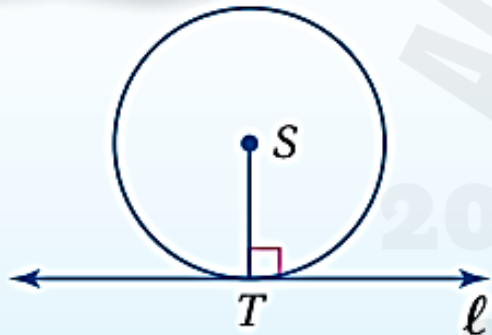
لا يوجد مماس مشترك.



أقصر مسافة من المماس إلى مركز الدائرة هي نصف القطر المار بنقطة التماس.

أضف إلى  
مطوبتك

النظرية 4.10



التعبير اللفظي: يكون المستقيم مماساً لدائرة في المستوى نفسه، إذا وفقط إذا كان عمودياً على نصف القطر عند نقطة التماس.

مثال: يكون المستقيم  $l$  مماساً لـ  $\odot S$ ، إذا وفقط إذا كان  $ST \perp l$ .

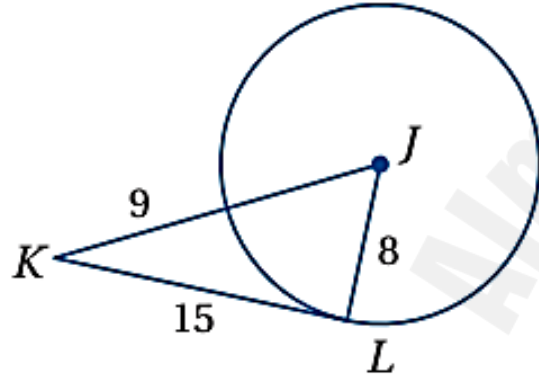
التاريخ :

المادة: رياضيات ٣-١

الموضوع : المماسات

مثال 2

تحديد المماس



$\overline{JL}$  نصف قطر في  $\odot J$  ، حدّد ما إذا كانت  $\overline{KL}$  مماسًا لـ  $\odot J$  أم لا ،  
برّر إجابتك.

اختبر ما إذا كان  $\triangle JKL$  قائم الزاوية.

$$8^2 + 15^2 \stackrel{?}{=} (8 + 9)^2$$

عكس نظرية فيثاغورس

بالتبسيط

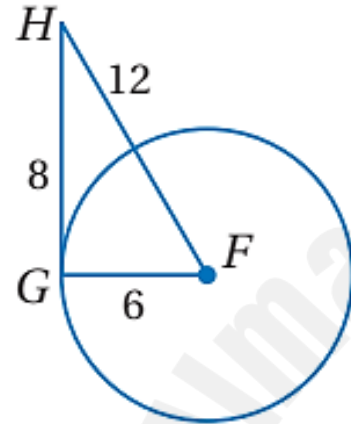
$$289 = 289 \checkmark$$

لذا فإن  $\triangle JKL$  قائم الزاوية في  $\angle JLK$  ؛ أي أن  $\overline{KL}$  عمودية على  $\overline{JL}$  عند النقطة  $L$ .

وبحسب النظرية 4.10 يكون  $\overline{KL}$  مماسًا لـ  $\odot J$

التاريخ :  
المادة: رياضيات ١-٣

الموضوع : المماسات

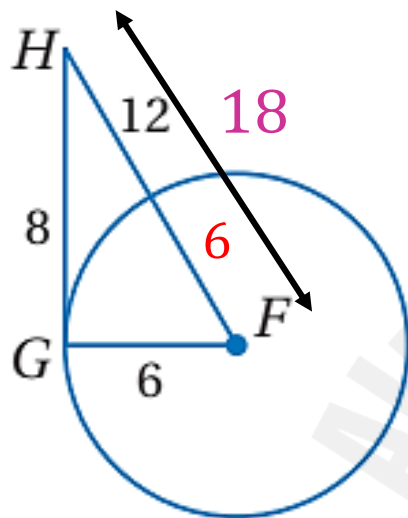


**تحقق من فهمك**

(2) حدّد ما إذا كان  $\overline{GH}$  مماسًا لـ  $\odot F$  أم لا، برّر إجابتك.

تحقق من فهمك

(2) حدّد ما إذا كان  $\overline{GH}$  مماسًا لـ  $\odot F$  أم لا، برّر إجابتك.



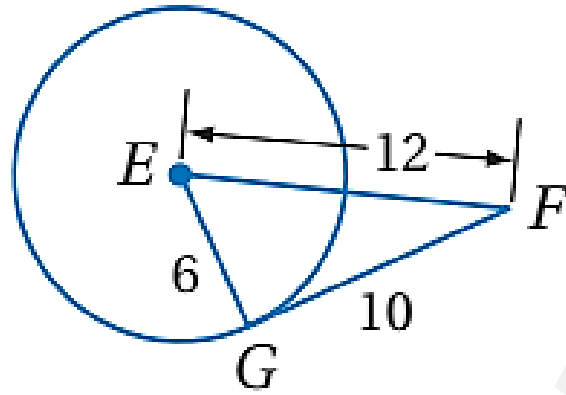
$$8^2 + 6^2 \neq (6 + 12)^2$$

$$100 \neq 324$$

ليس مماس .



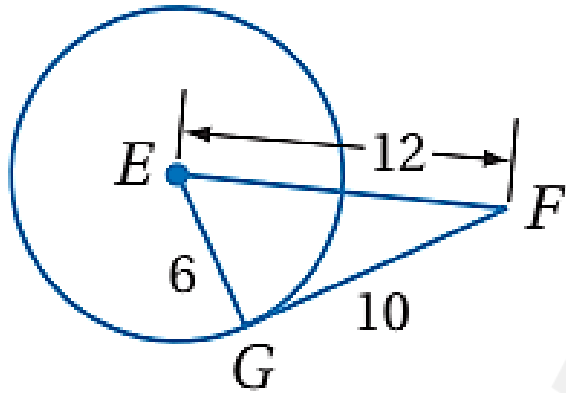
(2)



حدّد ما إذا كانت  $\overline{FG}$  في كلّ من الشكلين الآتيين مماسًا للدائرة  $E$  أم لا، وبرّر إجابتك.



(2)



حدّد ما إذا كانت  $\overline{FG}$  في كلّ من الشكلين الآتيين مماسًا للدائرة  $E$  أم لا، وبرّر إجابتك.

$$6^2 + 10^2 \neq 12^2$$

$$136 \neq 144$$

ليس مماس .

التاريخ :

المادة: رياضيات ١-٣

الموضوع : المماسات

### إرشادات لحل المسألة

حل مسألة أبسط:

يمكنك استعمال

استراتيجية حل مسألة

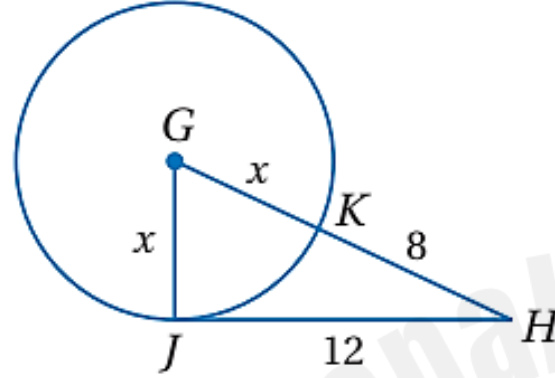
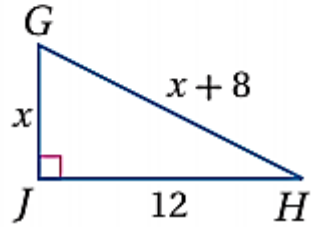
أبسط، برسم المثلث

القائم من دون الدائرة

وتسميته، والشكل أدناه

يُبين رسم المثلث في

المثال 3



### مثال 3 استعمال المماس لإيجاد القيم المجهولة

$\overline{JH}$  مماس لـ  $\odot G$  عند  $J$ ، أوجد قيمة  $x$ .

وفقاً للنظرية 4.10، يكون  $\overline{JH} \perp \overline{GJ}$ ، إذن  $\triangle GHJ$  قائم الزاوية.

$$\text{نظرية فيثاغورس} \quad GJ^2 + JH^2 = GH^2$$

$$GJ = x, JH = 12, GH = x + 8 \quad x^2 + 144 = (x + 8)^2$$

$$\text{بالضرب} \quad x^2 + 144 = x^2 + 16x + 64$$

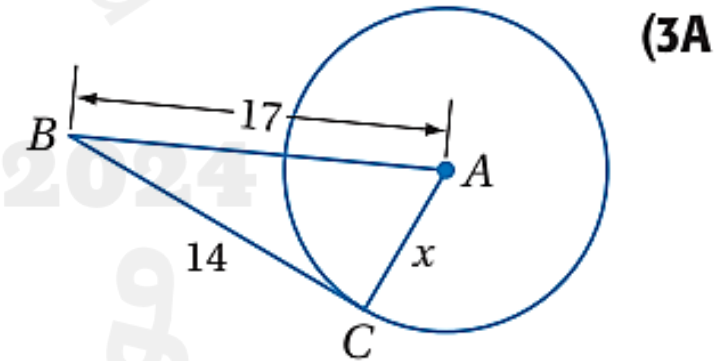
$$\text{بالتبسيط} \quad 80 = 16x$$

$$\text{بقسمة كلا الطرفين على 16} \quad 5 = x$$

أمل باجموه

**تحقق من فهمك**

أوجد قيمة  $x$  في كلٍّ من الشكلين الآتيين مفترضاً أن القطعة المستقيمة التي تبدو مماساً للدائرة، هي مماسٌ فعلاً.





**تحقق من فهمك**

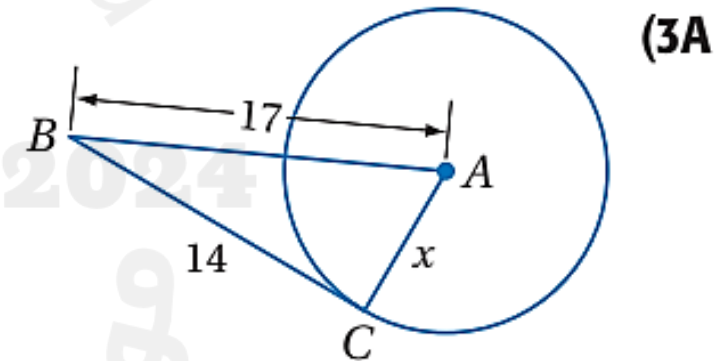
أوجد قيمة  $x$  في كلٍّ من الشكلين الآتيين مفترضًا أن القطعة المستقيمة التي تبدو مماسًا للدائرة، هي مماسٌ فعليًا.

$$14^2 + x^2 = 17^2$$

$$x^2 = 17^2 - 14^2$$

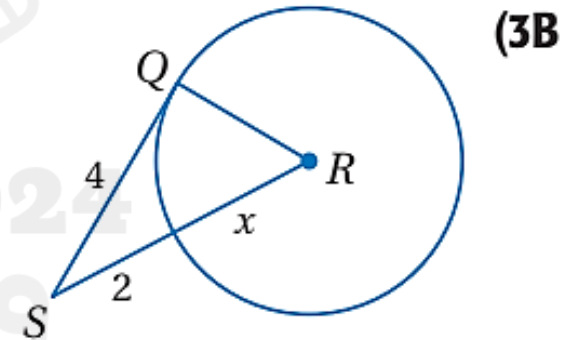
$$x = \sqrt{289 - 196}$$

$$x = \sqrt{93} \approx 9.64$$



**تحقق من فهمك**

أوجد قيمة  $x$  في كلٍّ من الشكلين الآتيين مفترضاً أن القطعة المستقيمة التي تبدو مماساً للدائرة، هي مماسٌ فعلاً.



التاريخ :

المادة: رياضيات ١-٣

الموضوع : المماسات

**تحقق من فهمك**

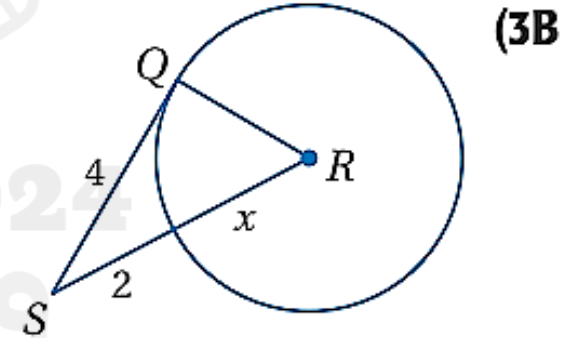
أوجد قيمة  $x$  في كلٍّ من الشكلين الآتيين مفترضاً أن القطعة المستقيمة التي تبدو مماساً للدائرة، هي مماسٌ فعلاً.

$$4^2 + x^2 = (x + 2)^2$$

$$16 + x^2 = x^2 + 4x + 4$$

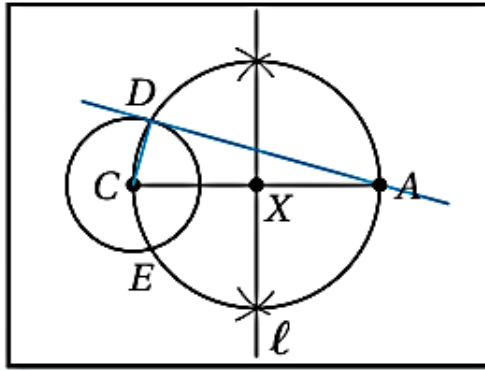
$$4x = 12$$

$$x = 3$$

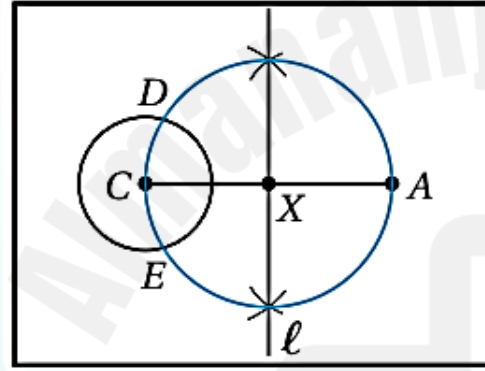


## إنشاءات هندسية

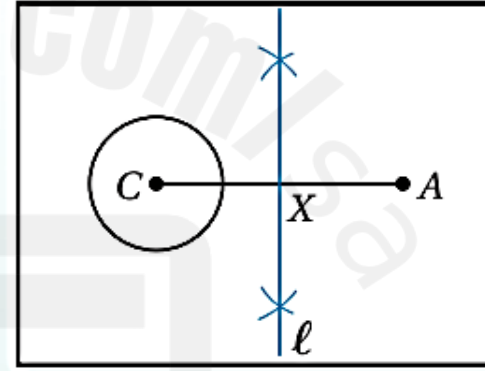
### إنشاء مماسٍ لدائرةٍ من نقطة خارجها



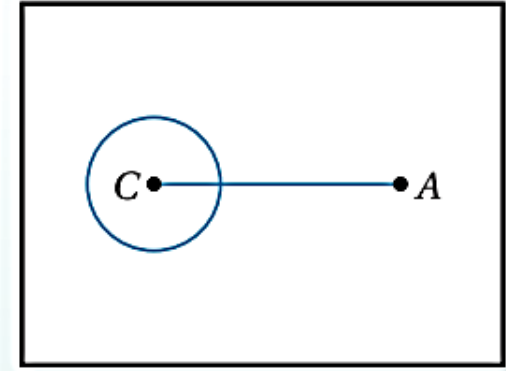
**الخطوة 4:** ارسم  $\overrightarrow{AD}$ ,  $\overline{DC}$ .  
 $\angle ADC$  تقابل قطرًا للدائرة  $X$ ؛  
إذن فهي زاوية قائمة؛ لذا فإن  $\overrightarrow{AD}$   
مماسٌ للدائرة  $C$ .



**الخطوة 3:** أنشئ الدائرة  $X$   
بنصف قطر  $\overline{XC}$ ، وسمّ نقطتي  
تقاطع الدائرتين  $D, E$ .



**الخطوة 2:** أنشئ العمود  
المنصف لـ  $\overline{CA}$  وسمّه  $l$ ، وسمّ  
نقطة تقاطع  $l$  مع  $\overline{CA}$  النقطة  $X$ .



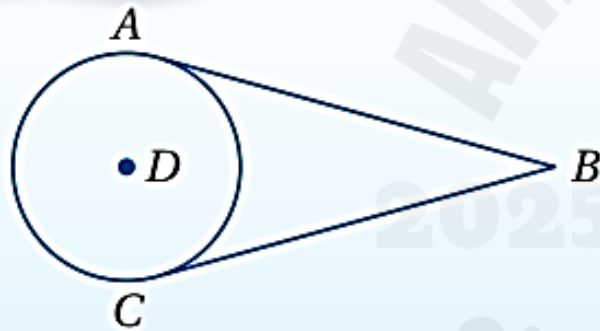
**الخطوة 1:** ارسم الدائرة  $C$   
مستعملًا الفرجار، وحدّد نقطة  
 $A$  خارجها، ثم ارسم  $\overline{CA}$ .

يمكنك أن ترسم مماسين للدائرة نفسها من نقطة واحدة خارجها.

### نظرية 4.11

أضف إلى

مطوبتك



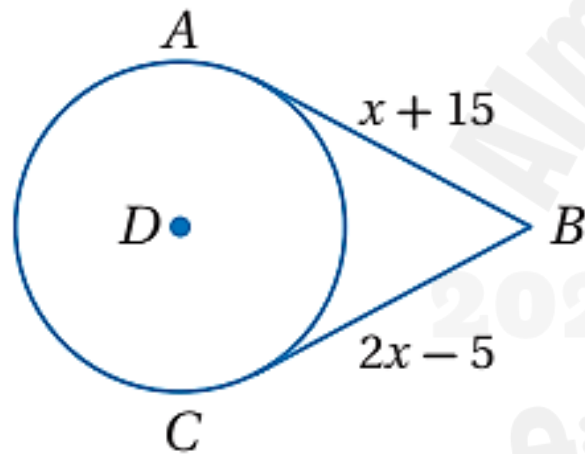
التعبير اللفظي: إذا رُسمت قطعتان مستقيمتان مماستان لدائرة من نقطة خارجها فإنهما متطابقتان.

مثال: إذا كان  $\overline{AB}$ ,  $\overline{CB}$  مماسان لـ  $\odot D$  فإن  $\overline{AB} \cong \overline{CB}$ .

مثال 4

استعمال المماسات المتطابقة لإيجاد قياسات

**جبر:** إذا كان  $\overline{AB}$ ,  $\overline{CB}$  مماسان للدائرة  $D$ ، فأوجد قيمة  $x$ .



المماسان المرسومان من نقطة  
خارج الدائرة متطابقان

$$AB = CB$$

بالتعويض

$$x + 15 = 2x - 5$$

ب طرح  $x$  من كلا الطرفين

$$15 = x - 5$$

بإضافة 5 لكلا الطرفين

$$20 = x$$

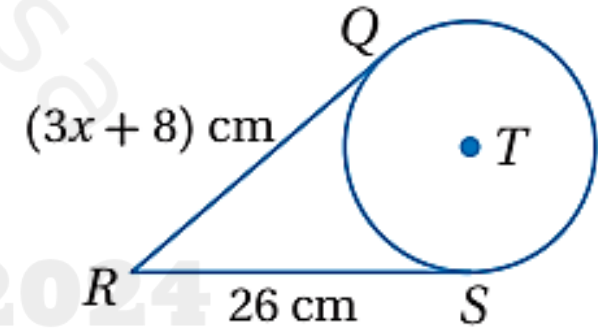
التاريخ :

المادة: رياضيات ٣-١

الموضوع : المماسات

**تحقق من فهمك**

**جبر:** أوجد قيمة  $x$  في كلٍّ من الشكلين الآتيين، مفترضًا أن القطعة المستقيمة التي تبدو مماسًا للدائرة هي مماسٌ فعليًا.



التاريخ :

المادة: رياضيات ٣-١

الموضوع : المماسات

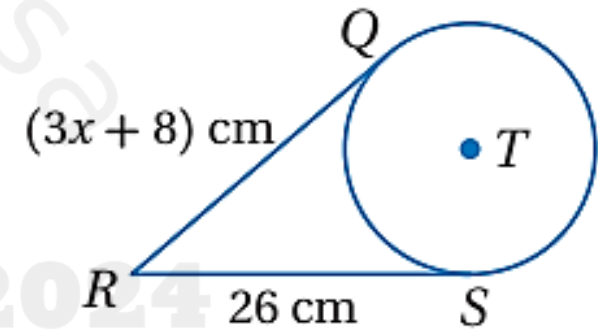
تحقق من فهمك

**جبر:** أوجد قيمة  $x$  في كلٍّ من الشكلين الآتيين، مفترضًا أن القطعة المستقيمة التي تبدو مماسًا للدائرة هي مماسٌ فعليًا.

$$3x + 8 = 26$$

$$3x = 18$$

$$x = 6$$

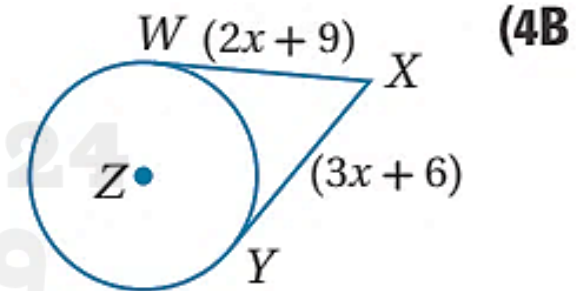


(4A)



**تحقق من فهمك**

**جبر:** أوجد قيمة  $x$  في كل من الشكلين الآتين، مفترضاً أن القطعة المستقيمة التي تبدو مماساً للدائرة هي مماسٌ فعلاً.

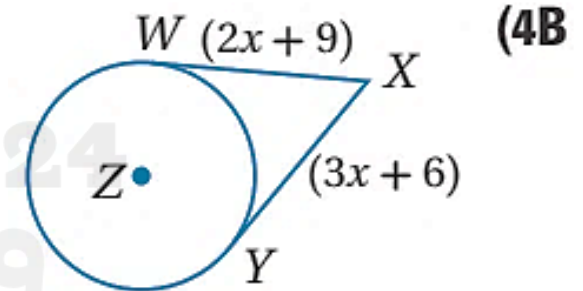


**تحقق من فهمك**

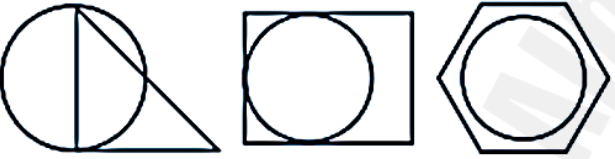

**جبر:** أوجد قيمة  $x$  في كلٍّ من الشكلين الآتيين، مفترضًا أن القطعة المستقيمة التي تبدو مماسًا للدائرة هي مماسٌ فعليًا.

$$3x + 6 = 2x + 9$$

$$x = 3$$



**المضلّعات المحيطة بدائرة:** يُحيط المضلّع بالدائرة، إذا كان كل ضلع من أضلاعه مماسًا للدائرة.

مضلّعات ليست محيطة بدائرة	مضلّعات محيطة بدائرة
	

يمكنك استعمال النظرية 4.11؛ لإيجاد قياسات مجهولة في المضلّعات المحيطة بدائرة.

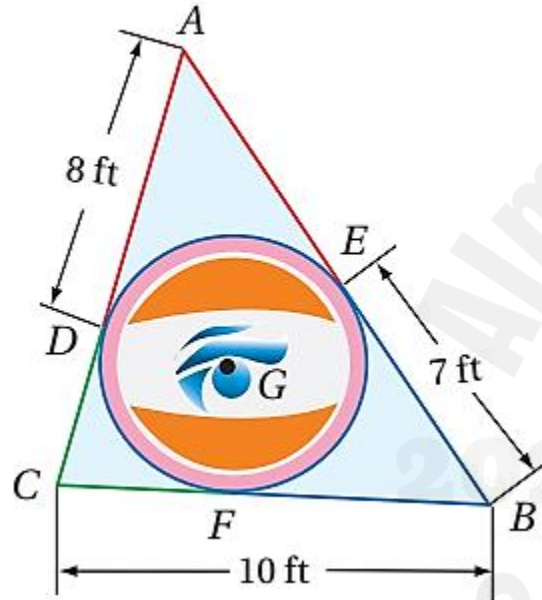
### تنبيه !

#### تحديد المضلّعات المحيطة بدائرة:

إذا مسّت الدائرة بعض  
أضلاع المضلع ولم  
تمسّها جميعها، فلا  
يُعدّ المضلع محيطةً  
بالدائرة، وهذا ما  
يتضح في الجدول.

## إيجاد قياسات في المضلعات المحيطة بدائرة

## مثال 5 من واقع الحياة



**تصميم مصور:** صمّم منصور الشعار المبيّن في الشكل المجاور، إذا كان  $\triangle ABC$  محيطاً بالدائرة  $G$ ، فأوجد محيطه.

**الخطوة 1:** أوجد القياسات المجهولة.

بما أن  $\triangle ABC$  يحيط بالدائرة  $G$ ، فإن  $\overline{AE}, \overline{AD}$  مماسّان للدائرة  $G$ ، وكذلك  $\overline{BE}, \overline{BF}$  مماسّات أيضًا.  $\overline{CF}, \overline{CD}$

إذن:  $\overline{AE} \cong \overline{AD}, \overline{BF} \cong \overline{BE}, \overline{CF} \cong \overline{CD}$

لذا فإن:  $\overline{AE} = \overline{AD} = 8 \text{ ft}, \overline{BF} = \overline{BE} = 7 \text{ ft}$ .

وبتطبيق مسلّمة جمع القطع المستقيمة ينتج أن  $CF + FB = CB$   
إذن:  $CF = CB - FB = 10 - 7 = 3 \text{ ft}$  ؛ لذا فإن:  $CD = CF = 3 \text{ ft}$ .

**الخطوة 2:** أوجد محيط  $\triangle ABC$ .

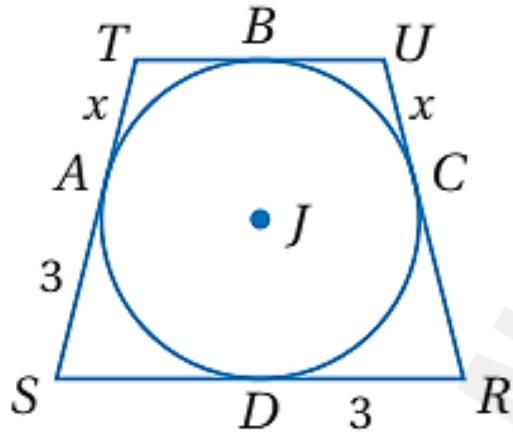
المحيط يساوي:

$$AE + EB + BC + CD + DA = 8 + 7 + 10 + 3 + 8 = 36$$

إذن محيط  $\triangle ABC$  يساوي 36 ft.

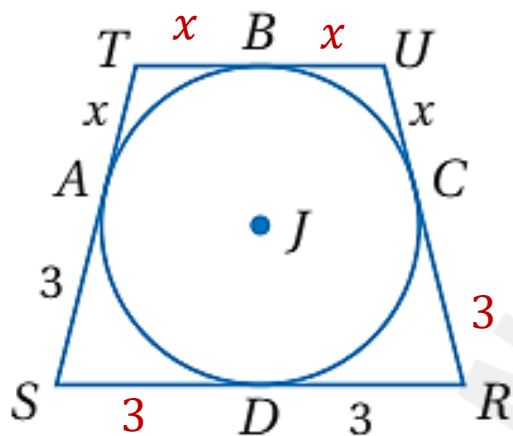
### تحقق من فهمك

(5) الشكل الرباعي  $RSTU$  محيط بالدائرة  $J$ ، إذا كان محيطه 18 وحدة، فأوجد قيمة  $x$ .



### تحقق من فهمك

(5) الشكل الرباعي  $RSTU$  محيط بالدائرة  $J$ ، إذا كان محيطه 18 وحدة، فأوجد قيمة  $x$ .

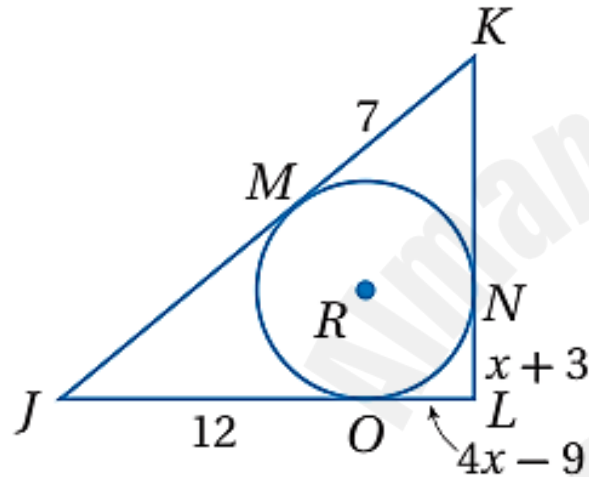


$$x + x + x + x + 3 + 3 + 3 + 3 = 18$$

$$4x + 12 = 18$$

$$4x = 6$$

$$x = 1.5$$

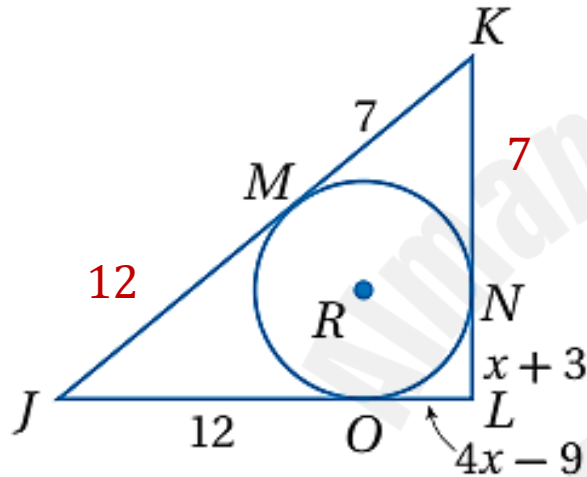


(8) **جبر:** المثلث  $JKL$  يُحيط بالدائرة  $R$ .

(a) أوجد قيمة  $x$ .

(b) أوجد محيط  $\triangle JKL$ .





(8) **جبر:** المثلث  $JKL$  يُحيط بالدائرة  $R$ .

(a) أوجد قيمة  $x$ .

(b) أوجد محيط  $\triangle JKL$ .

$$4x - 9 = x + 3$$

$$3x = 12$$

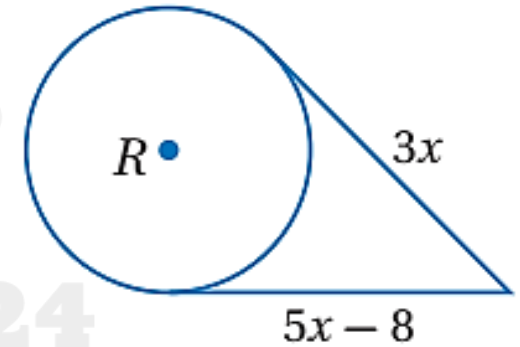
$$x = 4$$

$$12 + 12 + 7 + 7 + 7 + 7 = 52 \text{ وحدة}$$



أوجد قيمة  $x$  في كلِّ ممّا يأتي مفترضاً أن القطع المستقيمة التي تبدو مماسات للدائرة هي مماسات فعلاً.

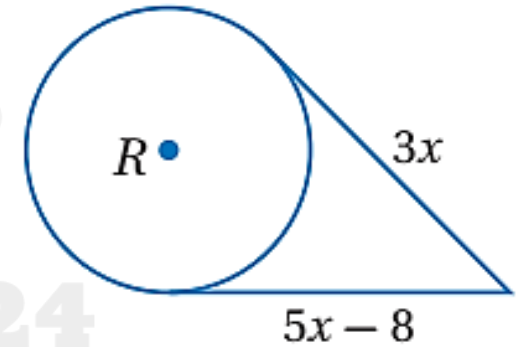
(6)





أوجد قيمة  $x$  في كلِّ ممّا يأتي مفترضاً أن القطع المستقيمة التي تبدو مماسات للدائرة هي مماسات فعلاً.

(6)



$$5x - 8 = 3x$$

$$2x = 8$$

$$x = 4$$

## تدرب وحل المسائل

ارسم المماسات المشتركة للدائرتين في كلِّ ممّا يأتي، وإذا لم يوجد مماس مشترك، فاكتب "لا يوجد مماس مشترك".

(10)



## تدرب وحل المسائل

ارسم المماسات المشتركة للدائرتين في كلِّ ممّا يأتي، وإذا لم يوجد مماس مشترك، فاكتب "لا يوجد مماس مشترك".

لا يوجد مماس مشترك



(10)

## تدرب وحل المسائل

ارسم المماسات المشتركة للدائرتين في كلِّ ممّا يأتي، وإذا لم يوجد مماس مشترك، فاكتب "لا يوجد مماس مشترك".

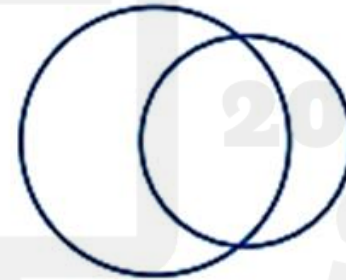
(11)



## تدرب وحل المسائل

ارسم المماسات المشتركة للدائرتين في كلِّ ممّا يأتي، وإذا لم يوجد مماس مشترك، فاكتب "لا يوجد مماس مشترك".

(12)



## تدرب وحل المسائل

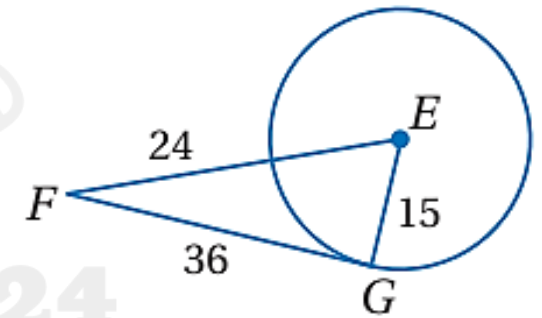
ارسم المماسات المشتركة للدائرتين في كلِّ ممَّا يأتي، وإذا لم يوجد مماس مشترك، فاكتب "لا يوجد مماس مشترك".







حدّد ما إذا كانت  $\overline{FG}$  في كلّ من الشكلين الآتيين مماسًا للدائرة  $E$  أم لا، وبرّر إجابتك.



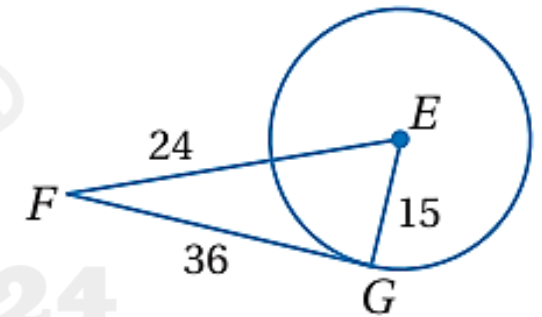


حدّد ما إذا كانت  $\overline{FG}$  في كلّ من الشكلين الآتيين مماسًا للدائرة  $E$  أم لا، وبرّر إجابتك.

$$36^2 + 15^2 = (24 + 15)^2$$

$$1521 = 1521$$

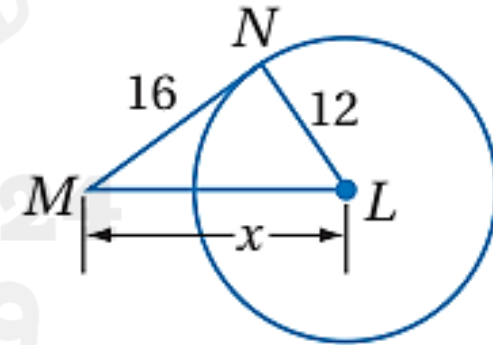
مماس لأنه تحقق نظرية فيثاغورس





أوجد قيمة  $x$  في كلِّ ممّا يأتي مفترضاً أن القطع المستقيمة التي تبدو مماسات للدائرة هي مماسات فعلاً.

(4)





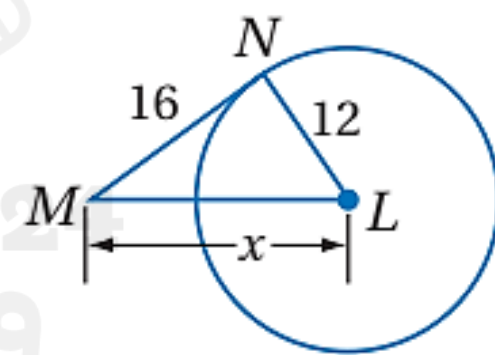
أوجد قيمة  $x$  في كلِّ ممّا يأتي مفترضاً أن القطع المستقيمة التي تبدو مماسات للدائرة هي مماسات فعلاً.

$$x^2 = 16^2 + 12^2$$

$$x^2 = 256 + 144$$

$$x^2 = 400$$

$$x = 20$$



(4)

## مسائل مهارات التفكير العليا

(30) **اكتب:** ما عدد مماسات الدائرة التي يمكن رسمها من نقطة خارجها، ومن نقطة عليها، ومن نقطة داخلها؟ برّر إجابتك.

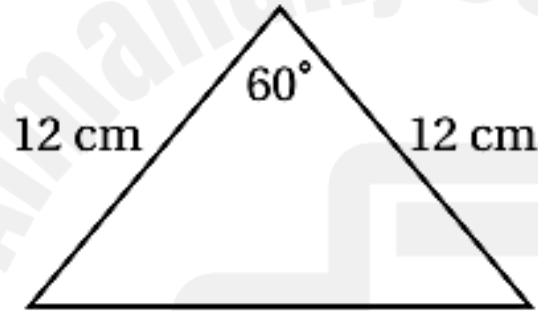
## مسائل مهارات التفكير العليا

**(30) اكتب:** ما عدد مماسات الدائرة التي يمكن رسمها من نقطة خارجها، ومن نقطة عليها، ومن نقطة داخلها؟ برّر إجابتك.

**(30)** يمكن رسم مماسين من نقطة خارج الدائرة حيث إن كلاً منهما يمس الدائرة في نقطة واحدة، وفي جهتين متقابلتين، في حين يمكن رسم مماس واحد فقط من نقطة على الدائرة؛ لأن المماس هو مستقيم يقطع الدائرة في نقطة واحدة فقط، بينما لا يمكن رسم أي مماس من نقطة داخل الدائرة؛ لأن المستقيم المار بداخل الدائرة يقطعها في نقطتين.

تدريب على اختبار

(32) ما محيط المثلث المجاور؟



36 cm

C

24 cm A

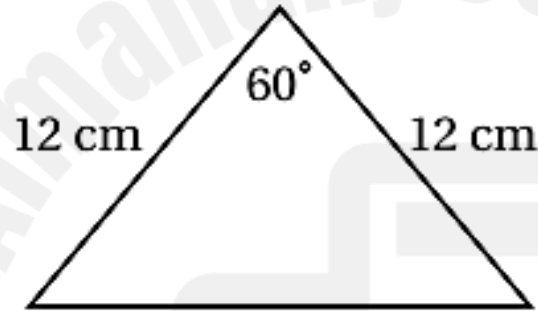
104 cm

D

34.4 cm B

### تدريب على اختبار

(32) ما محيط المثلث المجاور؟



36 cm **C**

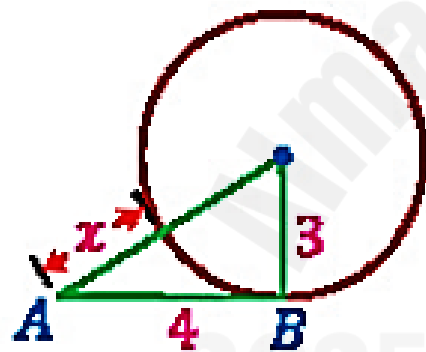
104 cm **D**

24 cm **A**

34.4 cm **B**



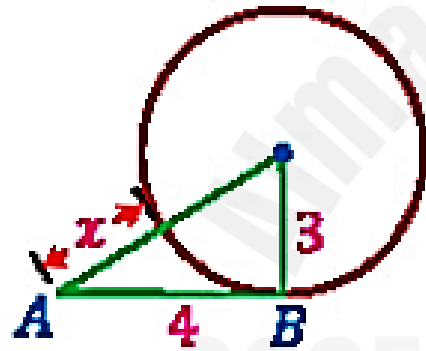
تحصيلي



في الشكل المجاور: قيمة  $x$  تساوي ..  $\frac{16}{4}$

- 3 (B) 2 (A)  
5 (D) 4 (C)

تحصيلي



في الشكل المجاور: قيمة  $x$  تساوي ..  $\frac{16}{4}$

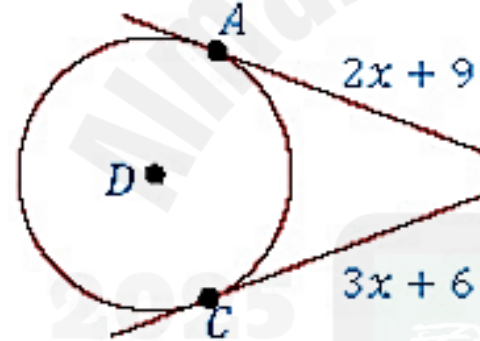
3 (B)

5 (D)

2 (A)

4 (C)

تحصيلي



١٧/٤ ◀ في الشكل المجاور: إذا كانت  $\overline{AB}, \overline{CB}$

مماسين للدائرة  $D$  فإن قيمة  $x$  تساوي ..

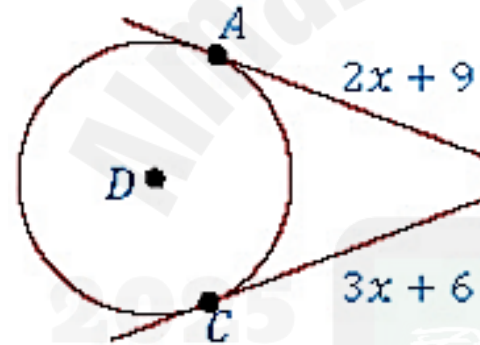
3 (B)

1 (A)

9 (D)

6 (C)

تحصيلي



١٧/٤ ◀ في الشكل المجاور: إذا كانت  $\overline{AB}, \overline{CB}$

مماسين للدائرة  $D$  فإن قيمة  $x$  تساوي ..

3 (B)

9 (D)

1 (A)

6 (C)

التاريخ :  
المادة: رياضيات ١-٣

الموضوع : المماسات

ماذا أعرف	ماذا أريد أن أعرف	ماذا تعلمت	الربط بالواقع

أمل باجموه