

تم تحميل هذا الملف من موقع المناهج السعودية



## حل المعادلات والمتباينات الأسية

موقع المناهج ← المناهج السعودية ← الصف الثالث الثانوي ← رياضيات ← الفصل الأول ← ملفات متنوعة ← الملف

تاريخ إضافة الملف على موقع المناهج: 08:58:11 2024-10-08

ملفات اكتب للمعلم اكتب للطالب | اختبارات الكترونية | اختبارات | حلول | عروض بوربوينت | أوراق عمل  
منهج انجليزي | ملخصات وتقارير | مذكرات وبنوك | الامتحان النهائي للمدرس

المزيد من مادة  
رياضيات:

## التواصل الاجتماعي بحسب الصف الثالث الثانوي



صفحة المناهج  
السعودية على  
فيسبوك

الرياضيات

اللغة الانجليزية

اللغة العربية

التربية الاسلامية

المواد على تلغرام

## المزيد من الملفات بحسب الصف الثالث الثانوي والمادة رياضيات في الفصل الأول

أوراق عمل الفصل الأول تحليل الدوال محلولة

1

نماذج اختبارات الفترة والدور الأول مع الإجابات

2

اختبارات متعددة مع نماذج الإجابة

3

دفتر تطبيقات مع أسئلة تحصيلي لكل درس

4

أسئلة مراجعة الدرس الرابع القيم القصوى

5

# حل المعادلات والمتباينات الأسية

رياضيات ه  
أمل باجوده

2025

2024

التاريخ :

الموضوع : حل المعادلات والمتباينات الأسية

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

أمل باجووه

بسم الله الرحمن الرحيم  
الحمد لله رب العالمين والصلاة والسلام على أشرف الأنبياء والمرسلين نبينا محمد صلى الله عليه وسلم  
اللهم يا معلم آدم الأسماء علمنا و يا مفهم سليمان فهمنا ،  
اللهم علمنا ما ينفعنا و أنفعنا بما علمتنا وزدنا علما يا رب العالمين

التاريخ :

الموضوع : حل المعادلات والمتباينات الأسية

الربط بالواقع	ماذا تعلمت	ماذا أريد أن أعرف	ماذا أعرف

أمل بأجوده

## فيما سبق:

درستُ تمثيل الدوال الأسية  
بيانياً. (الدرس 1-2)

## المفردات:

المعادلة الأسية  
exponential equation  
الربح المركب  
compound interest  
المتباينة الأسية  
exponential inequality

## والآن:

- أحل معادلات أسية.
- أحل متباينات أسية.
- أحل مسائل تتضمن نمواً  
أسياً واطمحلاًلاً أسياً.

## لماذا؟

تزايد اشتراكات مواقع الإنترنت بطريقة سريعة، فتأخذ شكل دالة أسية. فإذا كان عدد الاشتراكات في أحد المواقع يُعطى بالمعادلة  $y = 2.2(1.37)^x$ ، حيث  $x$  عدد السنوات منذ عام 1435 هـ، و  $y$  عدد المشتركين بالملايين.

فيمكنك استعمال المعادلة  $y = 2.2(1.37)^x$  لتحديد عدد المشتركين في سنة معينة، أو تحديد السنة التي يكون فيها عدد المشتركين عند مستوى معين.



**المعادلة الأسية** هي معادلة يظهر فيها المتغير على صورة أس.

### حل المعادلات الأسية :

#### خاصية المساواة للدوال الأسية

#### مفهوم أساسي

التعبير اللفظي: إذا كان  $b > 0, b \neq 1$ ، فإن  $b^x = b^y$  إذا وفقط إذا كان  $x = y$ .

مثال: إذا كان  $3^x = 3^5$ ، فإن  $x = 5$ . وإذا كان  $x = 5$ ، فإن  $3^x = 3^5$ .

يمكنك استعمال خاصية المساواة للدوال الأسية لحل معادلات أسية.



## إستراتيجية نموذج فراير

<p><b>مزايا:</b></p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p>	<p><b>التعريف:</b></p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p>
<p>المعادلة الأسية</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p>	
<p><b>أمثلة غير دالة:</b></p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p>	<p><b>أمثلة دالة:</b></p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p>

## مثال 1

## حل المعادلات الأسية

حُلّ كل معادلة مما يأتي:

$$2^x = 8^3 \quad (a)$$

المعادلة الأصلية

$$2^x = 8^3$$

$$8 = 2^3$$

$$2^x = (2^3)^3$$

خاصية قوة القوة

$$2^x = 2^9$$

خاصية المساواة للدوال الأسية

$$x = 9$$

الموضوع : حل المعادلات والمتباينات الأسية

$$9^{2x-1} = 3^{6x} \quad (b)$$

المعادلة الأصلية

$$9^{2x-1} = 3^{6x}$$

$$9 = 3^2$$

$$(3^2)^{2x-1} = 3^{6x}$$

خاصية قوة القوة

$$3^{4x-2} = 3^{6x}$$

خاصية المساواة للدوال الأسية

$$4x - 2 = 6x$$

ب طرح  $4x$  من كلا الطرفين

$$-2 = 2x$$

بقسمة كلا الطرفين على 2

$$-1 = x$$

تحقق من فهمك

$$4^{2n-1} = 64 \quad (1A)$$

$$4^{2n-1} = 4^3$$

$$2n - 1 = 3$$

$$2n = 4$$

$$n = 2$$

الموضوع : حل المعادلات والمتباينات الأسية

$$5^{5x} = 125^{x+2} \quad (1B)$$

$$5^{5x} = 125^{x+2}$$

$$5^{5x} = (5^3)^{(x+2)}$$

$$5^{5x} = 5^{(3x+6)}$$

$$5x = 3x + 6$$

$$x = 3$$

## مثال 2 من واقع الحياة

## كتابة دالة أسية

**علوم :** بدأ سلطان تجربة مخبرية بـ 7500 خلية بكتيرية. وبعد أربع ساعات أصبح عدد الخلايا البكتيرية 23000 خلية.

(a) اكتب دالة أسية على الصورة  $y = ab^x$  تمثل عدد الخلايا البكتيرية  $y$  بعد  $x$  ساعة إذا استمر تغير عدد الخلايا البكتيرية بالمعدل نفسه مقرباً الناتج إلى أقرب ثلاث منازل عشرية.

في بداية التجربة كان الزمن ( $x$ ) صفر ساعة ، وعدد الخلايا ( $y$ ) يساوي 7500 خلية بكتيرية، لذا عوّض هذه القيم لإيجاد المقطع  $y$  أو قيمة  $a$ .

الدالة الأسية

$$y = ab^x$$

بالتعويض عن  $x$  بالعدد 0، وعن  $y$  بالعدد 7500

$$7500 = a b^0$$

$$b^0 = 1$$

$$7500 = a$$

وعندما  $x = 4$ ، يصبح عدد الخلايا البكتيرية 23000، عوّض هذه القيم في الدالة الأسية لتحديد قيمة  $b$ .

$$23000 = 7500 \cdot b^4$$

بالتعويض عن  $x$  بالعدد 4، وعن  $y$  بالعدد 23000، وعن  $a$  بالعدد 7500

بقسمة كلا الطرفين على 7500

$$3.067 \approx b^4$$

بإيجاد الجذر الرابع للطرفين

$$\sqrt[4]{3.067} \approx b$$

باستعمال الحاسبة

$$1.323 \approx b$$

الدالة التي تمثل عدد الخلايا البكتيرية هي  $y = 7500(1.323)^x$ .

(b) ما العدد المتوقع للخلايا البكتيرية بعد 12 ساعة؟

$$\begin{aligned}
 y &= 7500(1.323)^x \\
 &= 7500(1.323)^{12} \\
 &\approx 215664
 \end{aligned}$$

المعادلة التي تمثل عدد الخلايا البكتيرية  
 بالتعويض عن  $x$  بالعدد 12  
 باستخدام الحاسبة

سيكون هنالك 215664 خلية بكتيرية تقريباً بعد 12 ساعة.



(2) **إعادة تصنيع** : أنتج مصنع 3.2 ملايين عبوة بلاستيكية عام 1436 هـ ، وفي عام 1440 هـ أنتج 420000 عبوة بإعادة تصنيع العبوات التي أنتجها عام 1436 هـ.

(2A) مفترضاً أن إعادة التصنيع استمرت بالمعدل نفسه، اكتب دالة أسية على الصورة  $y = ab^x$  تمثل عدد العبوات المعاد تصنيعها  $y$  بعد  $x$  سنة مقرباً الناتج إلى أقرب منزلتين عشريتين.

(2B) كم تتوقع أن يكون عدد العبوات المُعادَة التصنيع عام 1481 هـ؟

(2) **إعادة تصنيع** : أنتج مصنع 3.2 ملايين عبوة بلاستيكية عام 1436 هـ ، وفي عام 1440 هـ أنتج 420000 عبوة بإعادة تصنيع العبوات التي أنتجها عام 1436 هـ.

(2A) مفترضاً أن إعادة التصنيع استمرت بالمعدل نفسه، اكتب دالة أسية على الصورة  $y = ab^x$  تمثل عدد العبوات المعاد تصنيعها  $y$  بعد  $x$  سنة مقرباً الناتج إلى أقرب منزلتين عشريتين.

$$y = 3200000(0.60)^x$$

(2B) كم تتوقع أن يكون عدد العبوات المُعادَة التصنيع عام 1481 هـ؟

صفر تقريباً



### الربط مع الحياة

قبل إعادة تدوير البلاستيك يتم غسله بمادة الصودا الكاوية المضاف إليها الماء الساخن. ولا ينصح باستعمال العبوات المعاد تدويرها للمواد الغذائية.

تستعمل الدوال الأسية في مسائل تتضمن الربح المركب؛ وهو الربح الذي يحسب المبلغ المستثمر (رأس المال) مضافاً إليه أي أرباح سابقة، وليس فقط عن رأس المال كما هو في الربح البسيط.

### مفهوم أساسي

### الربح المركب

يمكنك حساب الربح المركب باستعمال الصيغة

$$A = P \left( 1 + \frac{r}{n} \right)^{nt}$$

حيث  $A$  المبلغ الكلي بعد  $t$  سنة،  $P$  المبلغ الأصلي الذي تم استثماره أو رأس المال،  $r$  معدل الربح السنوي المتوقع،  $n$  عدد مرات إضافة الأرباح إلى رأس المال في السنة.

## مثال 3 الربح المركب

**مال :** استثمر حمد مبلغ 25000 ريال في مشروع تجاري متوقعًا ربحًا سنويًا نسبته 4.2%، بحيث تُضاف الأرباح إلى رأس المال كل شهر. ما المبلغ الكلي المتوقع بعد 15 سنة مقربًا إلى أقرب منزلتين عشريتين؟  
**افهم :** أوجد المبلغ الكلي المتوقع بعد 15 سنة.

**خطط :** بما أنه تتم إضافة الأرباح إلى رأس المال، إذن استعمل صيغة الربح المركب.

$$P = 25000, r = 0.042, n = 12, t = 15$$

**حل :** صيغة الربح المركب

$$A = P \left( 1 + \frac{r}{n} \right)^{nt}$$

$$P = 25000, r = 0.042, n = 12, t = 15 \quad = 25000 \left( 1 + \frac{0.042}{12} \right)^{12 \cdot 15}$$

باستعمال الحاسبة

$$\approx 46888.66$$

## تحقق من فهمك

3) استثمر علي مبلغ 100000 ريال في مشروع تجاري متوقعًا ربحًا سنويًا نسبته 12% ، بحيث تُضاف الأرباح إلى رأس المال مرتين شهريًا. ما المبلغ الكلي المتوقع بعد 5 سنواتٍ مقربًا الناتج إلى أقرب منزلتين عشريتين؟

$$A = P\left(1 + \frac{r}{n}\right)^{nt}$$

## تنبيه!

## نسب مئوية :

تذكر تحويل جميع النسب

المئوية إلى كسور عشرية،

مثل:  $4.2\% = 0.042$

## تحقق من فهمك

(3) استثمر علي مبلغ 100000 ريال في مشروع تجاري متوقعًا ربحًا سنويًا نسبته 12% ، بحيث تُضاف الأرباح إلى رأس المال مرتين شهريًا. ما المبلغ الكلي المتوقع بعد 5 سنواتٍ مقربًا الناتج إلى أقرب منزلتين عشريتين؟

$$A = P\left(1 + \frac{r}{n}\right)^{nt}$$

(3) 181939.67 ريالًا تقريبًا؛

$$p = 100000,$$

$$r = 0.12,$$

$$t = 5 , n = 24$$

$$A = 100000 \left(1 + \frac{0.12}{24}\right)^{24 \times 5}$$

$$= 181939.67$$

## تنبيه!

نسب مئوية :

تذكر تحويل جميع النسب

المئوية إلى كسور عشرية،

مثل: 4.2% = 0.042



حل المتباينات الأسية : المتباينة الأسية هي متباينة تتضمن عبارة أسية أو أكثر.

### مفهوم أساسي

#### خاصية التباين لدالة النمو

التعبير اللفظي: إذا كان  $b > 1$ ، فإن  $b^x > b^y$  إذا وفقط إذا كان  $x > y$   
 مثال: إذا كان  $2^x > 2^6$ ، فإن  $x > 6$ ، وإذا كان  $x > 6$ ، فإن  $2^x > 2^6$ .

تتحقق هذه الخاصية أيضاً مع رمز التباين  $\geq$

### مفهوم أساسي

#### خاصية التباين لدالة الاضمحلال

التعبير اللفظي: إذا كان  $0 < b < 1$ ، فإن  $b^x > b^y$  إذا وفقط إذا كان  $x < y$   
 مثال: إذا كان  $\left(\frac{1}{2}\right)^x > \left(\frac{1}{2}\right)^5$ ، فإن  $x < 5$ ، وإذا كان  $x < 5$ ، فإن  $\left(\frac{1}{2}\right)^x > \left(\frac{1}{2}\right)^5$ .

تتحقق هذه الخاصية أيضاً مع رمز التباين  $\geq$



## خاصية التباين في الدالة الأسية

خاصية التباين لدالة الاضمحلال

خاصية التباين لدالة النمو

إذا كان  $0 < b < 1$  ، فإن  $b^x > b^y$  إذا فقط إذا كان  $x < y$ إذا كان  $b > 1$  ، فإن  $b^x > b^y$  إذا فقط إذا كان  $x > y$ إذا كان  $\left(\frac{1}{2}\right)^x > \left(\frac{1}{2}\right)^5$  ، فإن  $x < 5$  ، وإذا كان  $x < 5$  ، فإن  $\left(\frac{1}{2}\right)^x > \left(\frac{1}{2}\right)^5$  .إذا كان  $2^x > 2^6$  ، فإن  $x > 6$  ، وإذا كان  $x > 6$  ، فإن  $2^x > 2^6$  .

## إرشادات للدراسة

دالتا النمو والاضحلال

الأسى :

لاحظ أن خاصية التباين

لدالة النمو تبين أن هذه

الدالة متزايدة على مجالها،

وأن خاصية التباين لدالة

الاضمحلال تبين أن هذه

الدالة متناقصة على

مجالها.

## مثال 4

## حل المتباينات الأسية

$$\text{حُلّ المتباينة } 16^{2x-3} < 8$$

$$16^{2x-3} < 8$$

$$(2^4)^{2x-3} < 2^3$$

$$2^{8x-12} < 2^3$$

$$8x - 12 < 3$$

$$8x < 15$$

$$x < \frac{15}{8}$$

المتباينة الأصلية

$$16 = 2^4, 8 = 2^3$$

خاصية قوة القوة

خاصية التباين لدالة النمو

بجمع 12 للطرفين

بقسمة الطرفين على 8

التاريخ :

الموضوع : حل المعادلات والمتباينات الأسية

تحقق من فهمك

$$3^{2x-1} \geq \frac{1}{243} \quad (4A)$$

$$3^{2x-1} \geq \frac{1}{3^5}$$

$$3^{2x-1} \geq 3^{-5}$$

$$2x - 1 \geq -5$$

$$2x \geq -4$$

$$x \geq -2$$

أمل باجووه

التاريخ :

الموضوع : حل المعادلات والمتباينات الأسية

$$2^{x+2} > \frac{1}{32} \quad (4B)$$

$$2^{x+2} > \frac{1}{32}$$

$$2^{x+2} > \frac{1}{2^5}$$

$$2^{x+2} > 2^{-5}$$

$$x + 2 > -5$$

$$x > -7$$

أمل باجووه

التاريخ :

الموضوع : حل المعادلات والمتباينات الأسية

تدرب وحل المسائل

$$8^{4x+2} = 64 \quad (1)$$

$$10^{5b+2} > 1000 \quad (18)$$

أمل باجوده

التاريخ :

الموضوع : حل المعادلات والمتباينات الأسية

حُل كل معادلة أسية مما يأتي :

$$\left(\frac{1}{2}\right)^{4x+1} = 8^{2x+1} \quad (27)$$

أمل باجووه

**(39) تبرير:** حدّد ما إذا كانت العبارة الآتية صحيحة دائماً أو صحيحة أحياناً أو غير صحيحة أبداً. وضح إجابتك

$$2^x > -(8^{20x}) \text{ لجميع قيم } x.$$



**(39) تبرير:** حدّد ما إذا كانت العبارة الآتية صحيحة دائماً أو صحيحة أحياناً أو غير صحيحة أبداً. وضح إجابتك

$$2^x > -(8^{20x}) \text{ لجميع قيم } x.$$

**(39) صحيحة دائماً؛ لأن  $2^x$  موجبة لجميع**

**قيم  $x$ ، بينما  $-(8^{20x})$  سالبة لجميع**

**قيم  $x$ .**

تحصيلي

(52) ما قيمة  $x$  التي تحقق المعادلة  $7^{x-1} + 7 = 8$  ؟

1 C

-1 A

2 D

0 B

تحصيلي

(53) إذا كانت  $f(x) = 5x$ ، فما قيمة  $f[f(-1)]$ ؟

5 C

-25 A

25 D

-5 B

تحصيلي

إذا كانت  $9^{x+2} = 3^{x+7}$  فما قيمة  $x$  ؟

3 (B)

2 (A)

5 (D)

4 (C)

تحصيلي

ما قيمة  $x$  التي تحقق المعادلة  $\frac{2}{-4^{1-x}} = -2$  ؟  $\frac{05}{12}$

1 (B)

2 (A)

-2 (D)

-1 (C)

تحصيلي

إذا كانت  $3^x \geq 9$  فإن ..  $\frac{06}{12}$

$x < 2$  (B)

$x \leq 9$  (A)

$x > 2$  (D)

$x \geq 2$  (C)

تحصيلي

إذا كانت  $3^x \geq 9$  فإن ..  $\frac{06}{12}$

$x < 2$  (B)

$x \leq 9$  (A)

$x > 2$  (D)

$x \geq 2$  (C)

تحصيلي

ما قيمة  $x$  التي تحقق المتباينة  $0 < \left(\frac{1}{2}\right)^x - \frac{1}{8}$  ؟

(A)  $x < -8$   
 (B)  $x < -3$   
 (C)  $x > \frac{1}{2}$   
 (D)  $x > 3$



التاريخ :

الموضوع : حل المعادلات والمتباينات الأسية

الربط بالواقع	ماذا تعلمت	ماذا أريد أن أعرف	ماذا أعرف

أمل بأجوده