

تم تحميل هذا الملف من موقع المناهج السعودية



حل فصل الإحداثيات القطبية و الأعداد المركبة

موقع المناهج ← المناهج السعودية ← الصف الثالث الثانوي ← رياضيات ← الفصل الثالث ← حلول ← الملف

تاريخ إضافة الملف على موقع المناهج: 12:41:43 2025-03-08

ملفات اكتب للمعلم اكتب للطالب | اختبارات الكترونية | اختبارات | حلول | عروض بوربوينت | أوراق عمل
منهج انجليزي | ملخصات وتقارير | مذكرات وبنوك | الامتحان النهائي | للمدرس

المزيد من مادة
رياضيات:

التواصل الاجتماعي بحسب الصف الثالث الثانوي



صفحة المناهج
السعودية على
فيسبوك

الرياضيات

اللغة الانجليزية

اللغة العربية

التربية الاسلامية

المواد على تلغرام

المزيد من الملفات بحسب الصف الثالث الثانوي والمادة رياضيات في الفصل الثالث

دفتر تطبيقات الفصل الثالث

1

خطة توزيع المحتوى للفصل الثالث 1446هـ

2

تحميل كتاب الطالب للفصول الثلاثة للتعليم المستمر طبعة 1445 هـ

3

نماذج اختبارات فترية منتصف الفصل مع الإجابة

4

ملخص باب الإحداثيات القطبية

5

الفصل السادس


الإحداثيات القطبية و الأعداد المركبة

- الإحداثيات القطبية.
- الصورة القطبية والصورة الديكارتية للمعادلات.
- الأعداد المركبة ونظرية ديموافر.

تمثيل الاحداثيات القطبية

1

نظام الإحداثيات القطبية



المحور القطبي

المحور القطبي

$P(r, \theta)$

r

θ

O

تعيين موقع نقطة P في نظام الاحداثيات القطبية باستعمال الاحداثيات (θ, r)
حيث: r : المسافة المتجهة
 θ الزاوية المتجهة

المحور القطبي
نصف مستقيم يمتد أفقيا
من القطب إلى اليمين

القُطْبُ
هو نقطة الأصل O
نقطة ثابتة

مثل كل نقطة من النقاط التالية:

تحقق من فهمك : ص 269-

$\frac{5\pi}{6} = \frac{5(180)}{6} = 150^\circ$
 $F\left(4, \frac{5\pi}{6}\right) (1C)$
 $\frac{\pi}{2} = 90^\circ$

المحور الحقيقي
 150
 3 حوسبه غايه النقطة تقع مع صطلح
 الانزياح بزاوية 150
 الزاوية حوسبه بالرمز عكس عقارب الساعة

$E(2.5, 240^\circ)$ (1B)

٢: عوصيه غايه انتقله
 (المنطقه التي لن اويه $\theta = 240^\circ$)

$D\left(-1, \frac{\pi}{2}\right) (1A)$

ملاحظہ کرتے ہیں، لفظ اسبقہ بالمثل لفظی معنی ہے

تمثيل النقاط في المستوى القطبي:

2

مثل كل نقطة من النقاط التالية في المستوى القطبي:

تحقق من فهمك : ص 269-

$S(-2, -135^\circ)$ (2B)

به اتجاه الزاوية
مع عقارب الساعة

3 سلمية تقع
في المنطقة
مع إجهاد مبالغ
الافتقار والزاوية
-135

135

225

3/5

120°

90°

60°

30°

0°

330°

300°

270°

240°

210°

180°

150°

O

1 2 3 4 5

$S(-2, -135^\circ)$

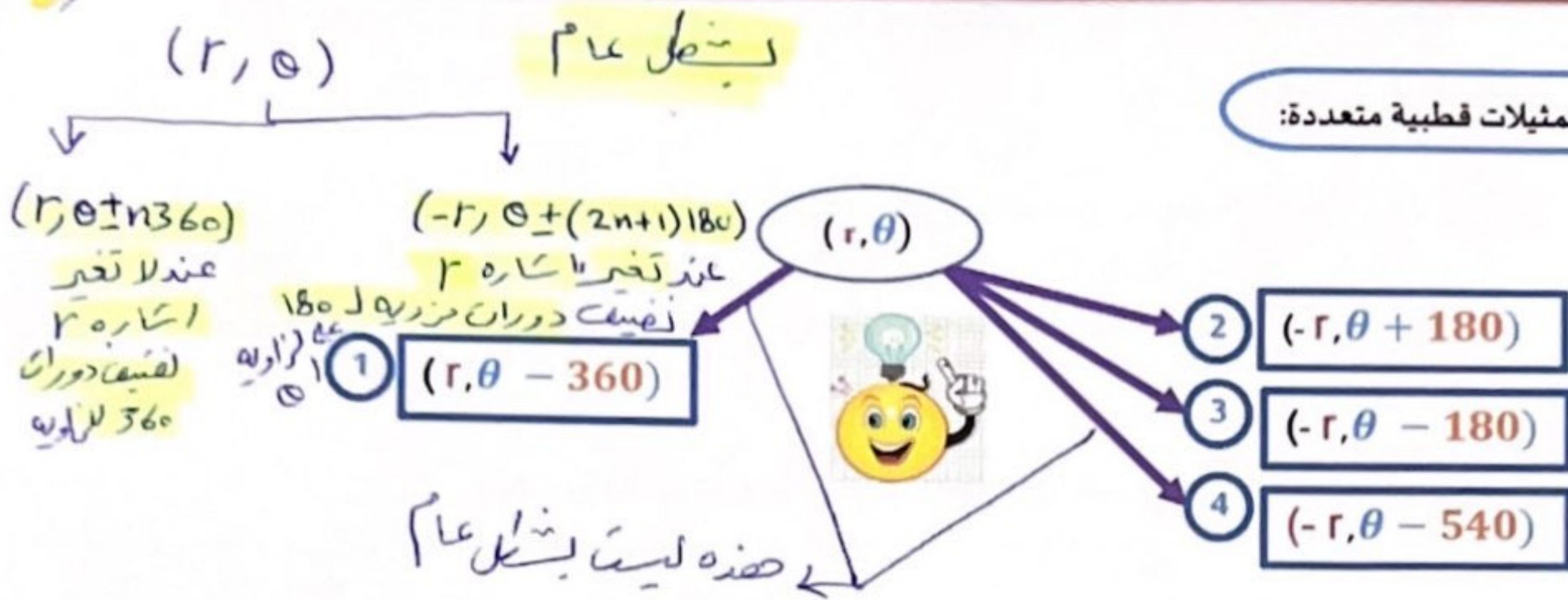
-135°

مثل كل نقطة من النقاط التالية في المستوى القطبي:

تدریب: ص 272-

تمثيلات قطبية متعددة:

3



أوجد ثلاثة أزواج مختلفة كل منها يمثل إحداثيين قطبيين للنقطة المعطاه ، علما بأن :
 $-2\pi \leq \theta \leq 2\pi$, $-360^\circ \leq \theta \leq 360^\circ$

تحقق من فهمك : ص 270



$\frac{\pi}{6} = 30$

$(-2, -330)$ $(-2, \frac{\pi}{6})$ (3B)

① $(-2, \frac{\pi}{6} - 2\pi) = (-2, -\frac{11\pi}{6})$

② $(2, \frac{\pi}{6} + \pi) = (2, \frac{7\pi}{6})$ (2, 210°)

③ $(2, \frac{\pi}{6} - \pi) = (2, -\frac{5\pi}{6})$

$(5, 240^\circ)$ (3A) عند نصف 240 + 360 = 600 لا نشي للفترة المعطاه

① $(5, 240 - 360) = (5, -120)$

② $(-5, 240 + 180) = (-5, 420)$ تلكه 420 & $[-360, 360]$ نستبدل

③ $(-5, 240 - 180) = (-5, 60)$

④ $(-5, 240 - 3(180)) = (-5, -300)$

أوجد ثلاثة أزواج مختلفة كل منها يمثل إحداثيين قطبيين للنقطة المعطاه ، علما بأن :
 $-2\pi \leq \theta \leq 2\pi$, $-360^\circ \leq \theta \leq 360^\circ$

تدرب : ص 272



$(-3, \frac{2\pi}{3})$ (15)

$(-3, \frac{2\pi}{3} - 2\pi) = (-3, -\frac{4\pi}{3})$

$(3, \frac{2\pi}{3} + \pi) = (3, \frac{5\pi}{3})$

$(3, \frac{2\pi}{3} - \pi) = (3, -\frac{\pi}{3})$

$(1, 150^\circ)$ (12)

① $(1, 150 - 360) = (1, -210)$

② $(-1, 150 + 180) = (-1, 330)$

③ $(-1, 150 - 180) = (-1, -30)$

حل

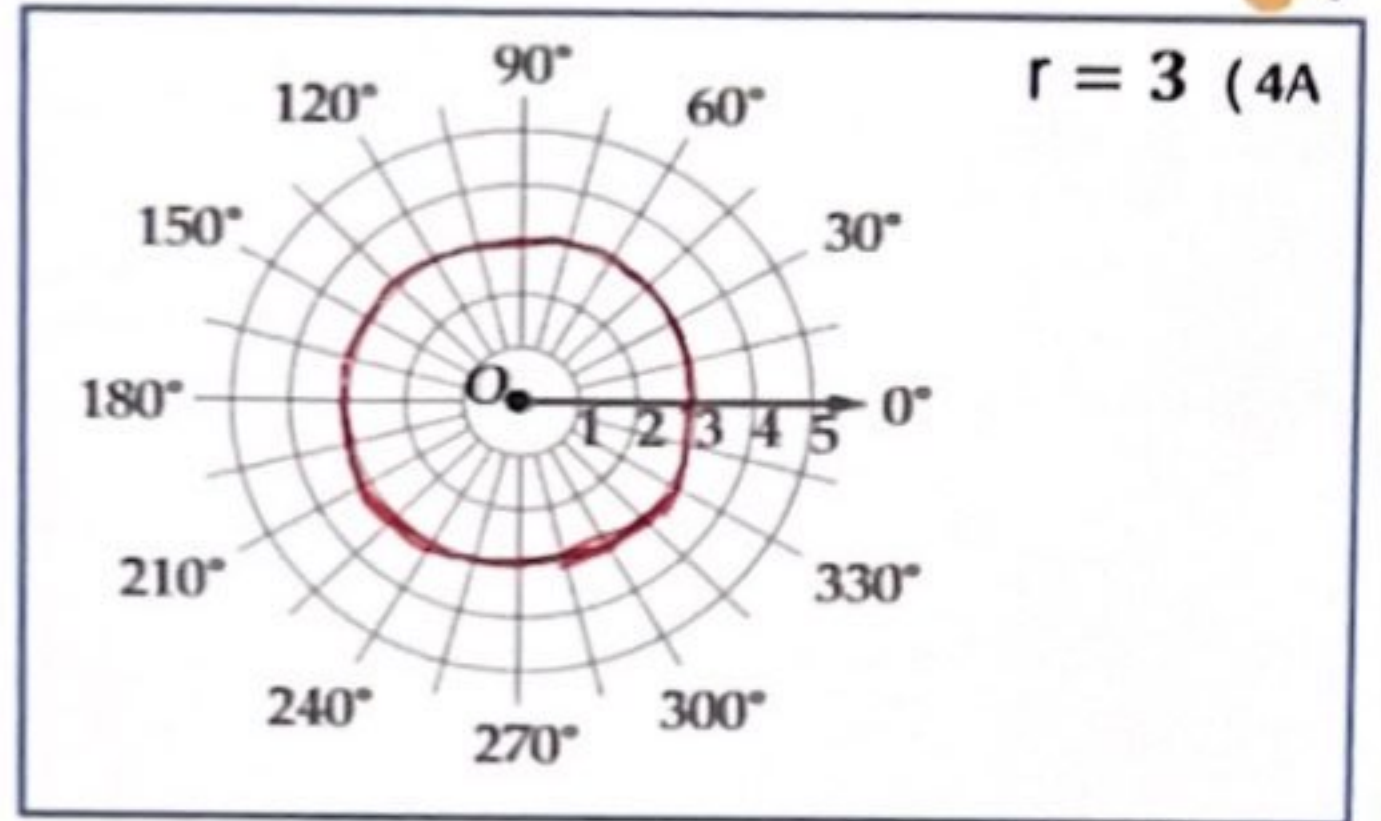
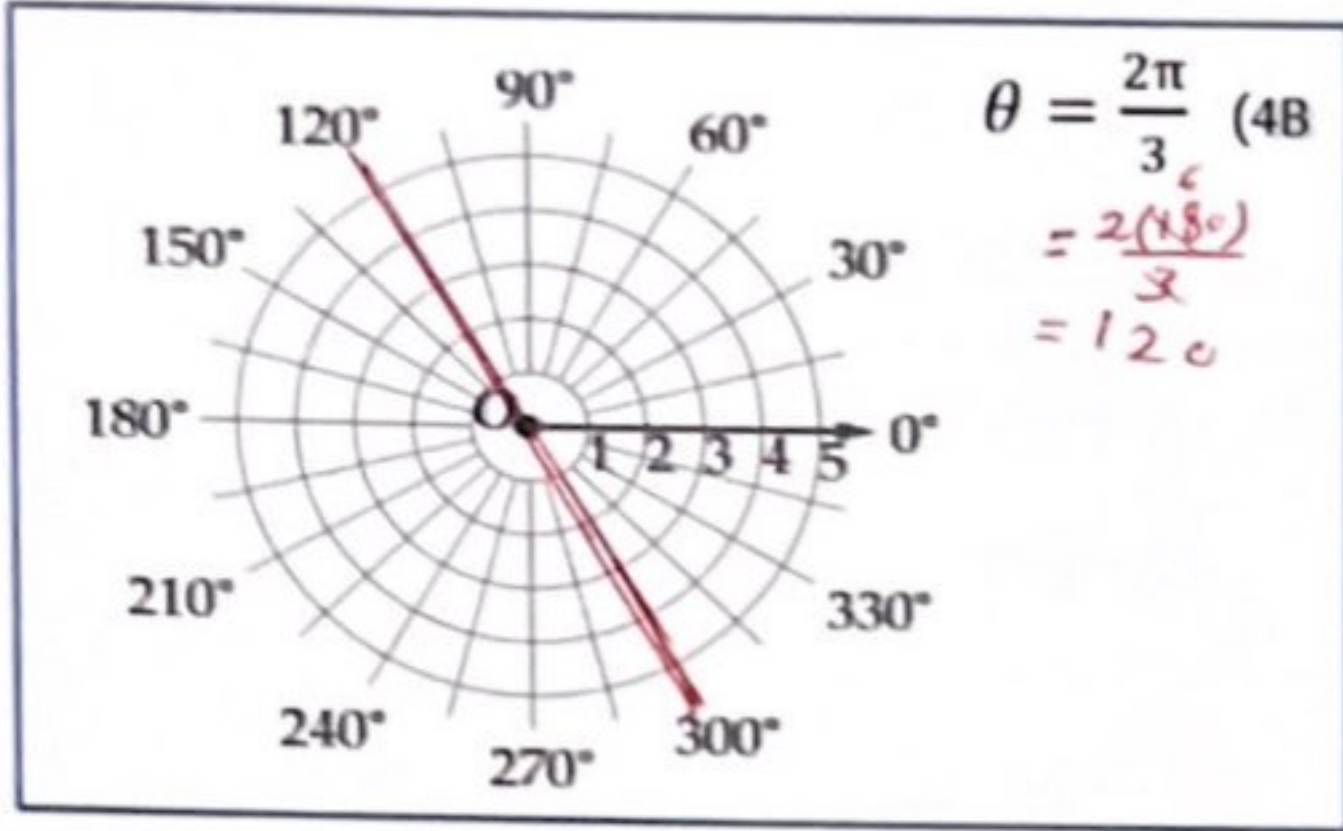
أ. عبيد محمد بن طهني طبري

4 التمثيل البياني للمعادلات القطبية



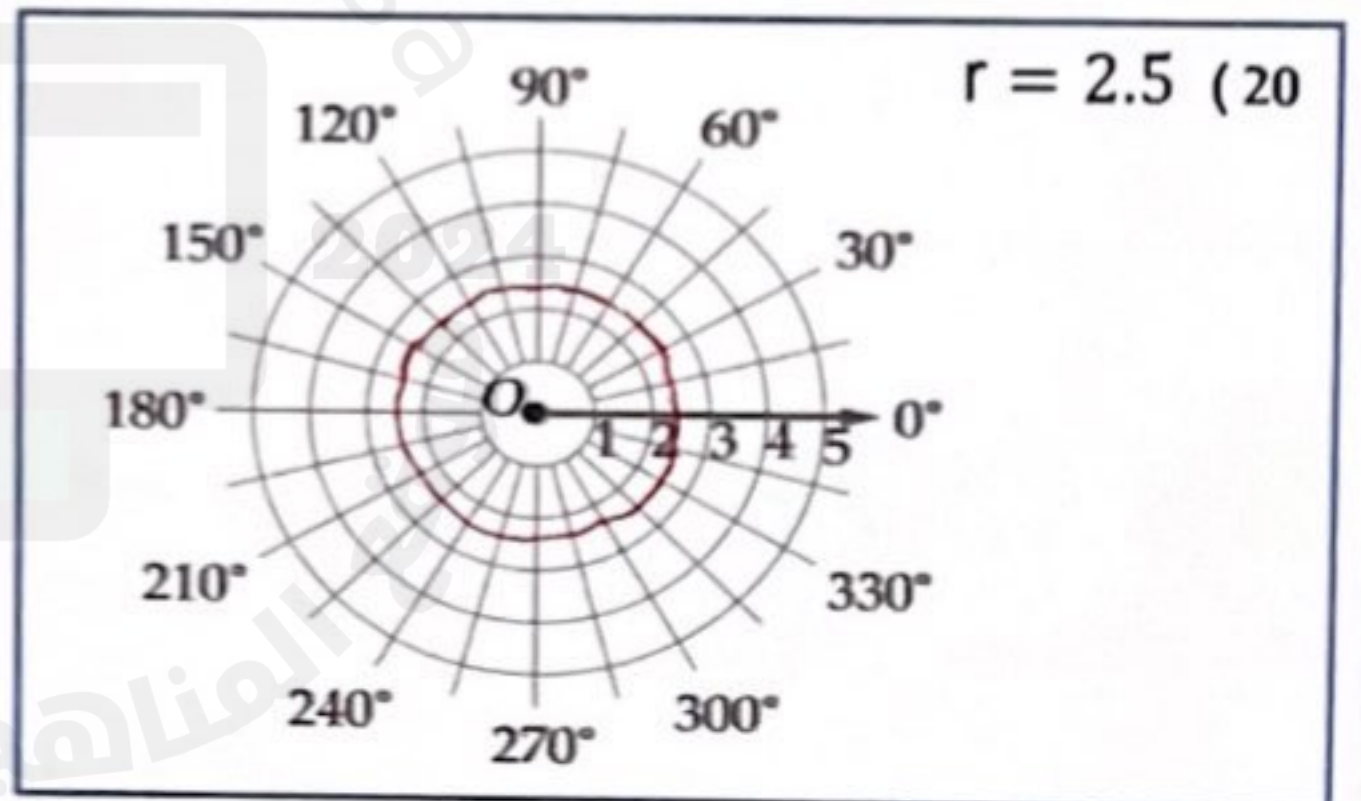
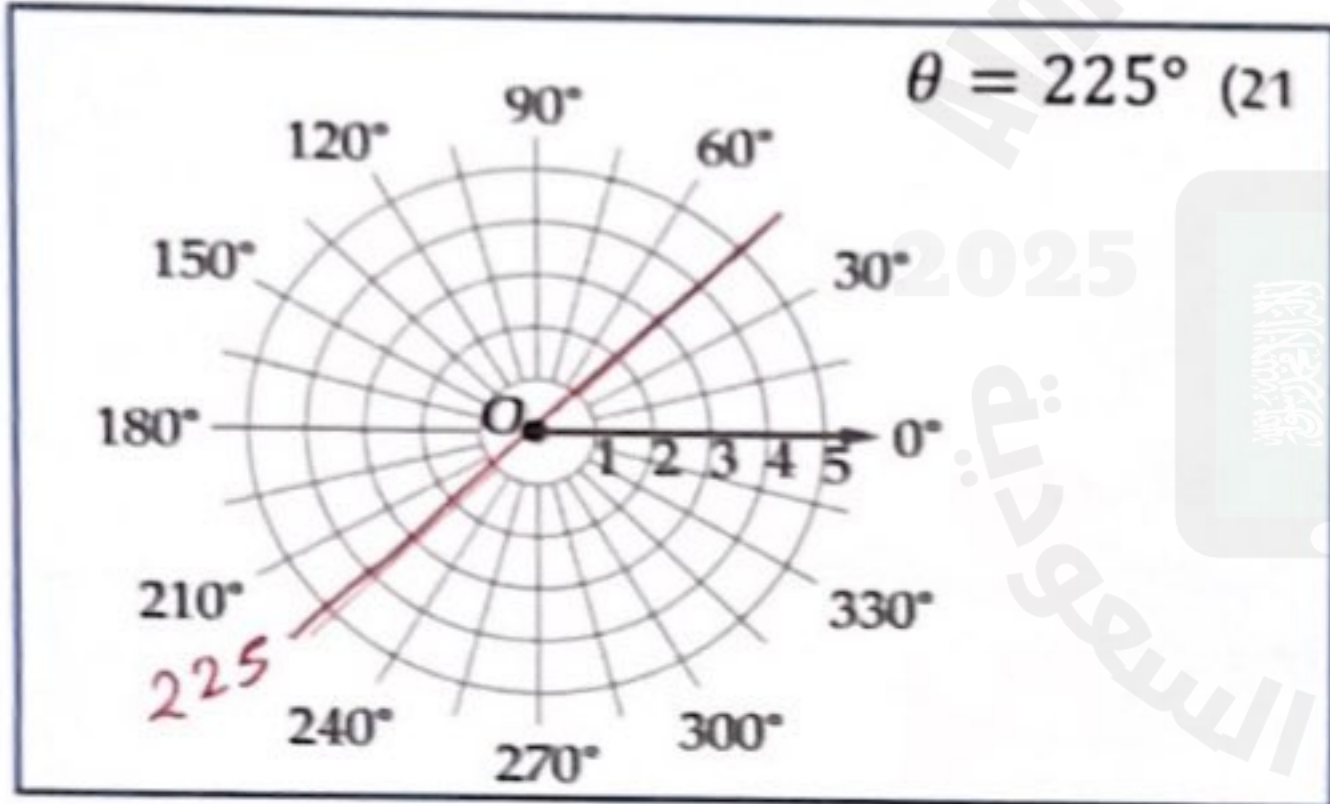
- التمثيل البياني لمعادلة قطبية إما تكون دائرة أو خط مستقيم حيث:
- التمثيل البياني لـ r هو دائرة مركزها القطب وطول نصف قطرها $|r|$.
 - التمثيل البياني لـ θ هو مستقيم يصنع زاوية مع محور القطب.

تحقق من فهمك: ص 271 - مثل كل معادلة من المعادلات القطبية التالية بيانياً:



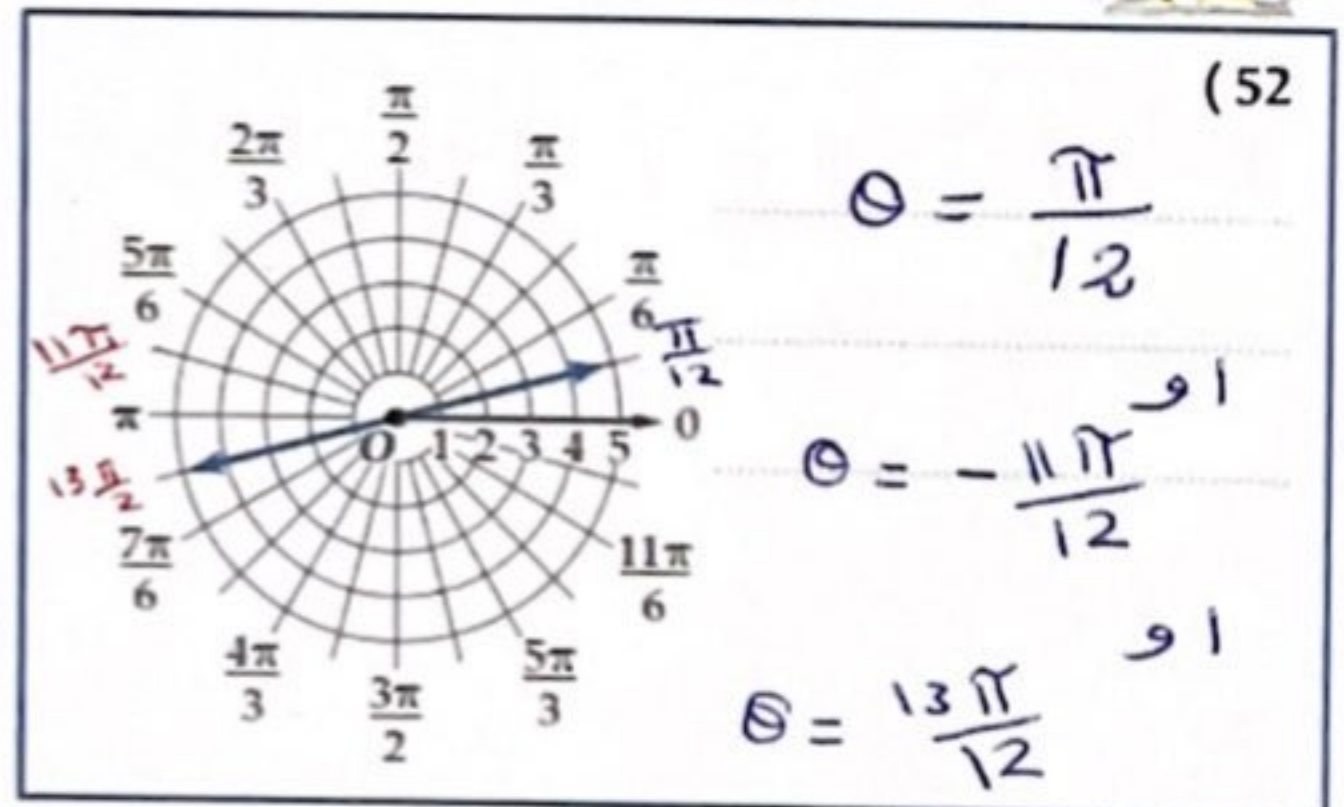
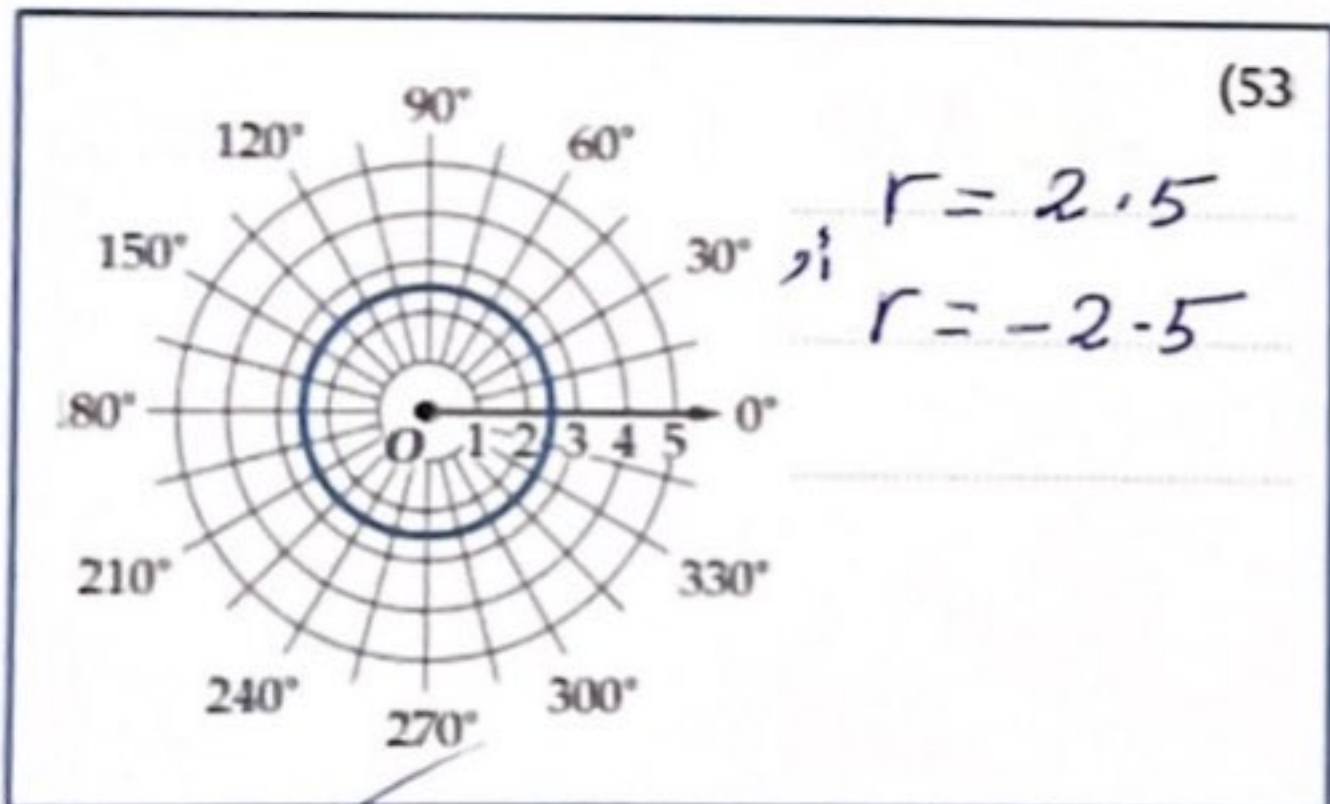
مثل كل معادلة من المعادلات القطبية التالية بيانياً:

تدرب: ص 272 -



اكتب المعادلة لكل تمثيل قطبي مما يلي:

تدرب: ص 273 -

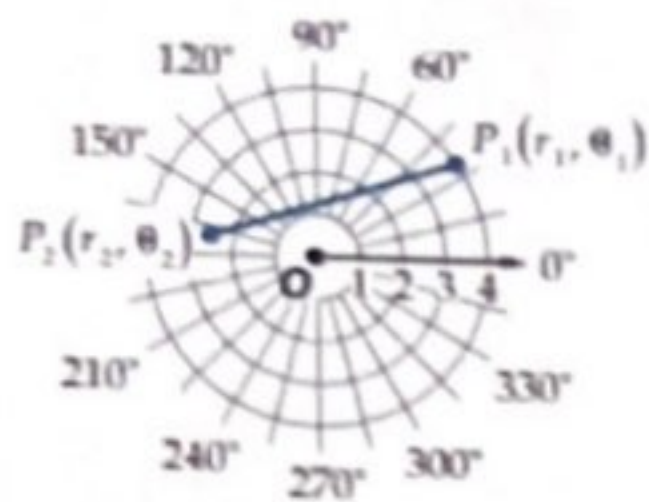


علي. عبيد محمد بن الجفني

١٩١٨ / ٤٤٦

المسافة بالصيغة القطبية:

5



افترض أن $P_1(r_1, \theta_1), P_2(r_2, \theta_2)$ نقطتان في المستوى القطبي، تعطى المسافة بالصيغة:

$$P_1 P_2 = \sqrt{r_1^2 + r_2^2 - 2 r_1 r_2 \cos(\theta_2 - \theta_1)}$$

ملاحظة \cos زوجية

$$\cos \theta = \cos(-\theta) \quad \cos(\theta_1 - \theta_2) = \cos(\theta_2 - \theta_1)$$

تحقق من فهمك: ص 271

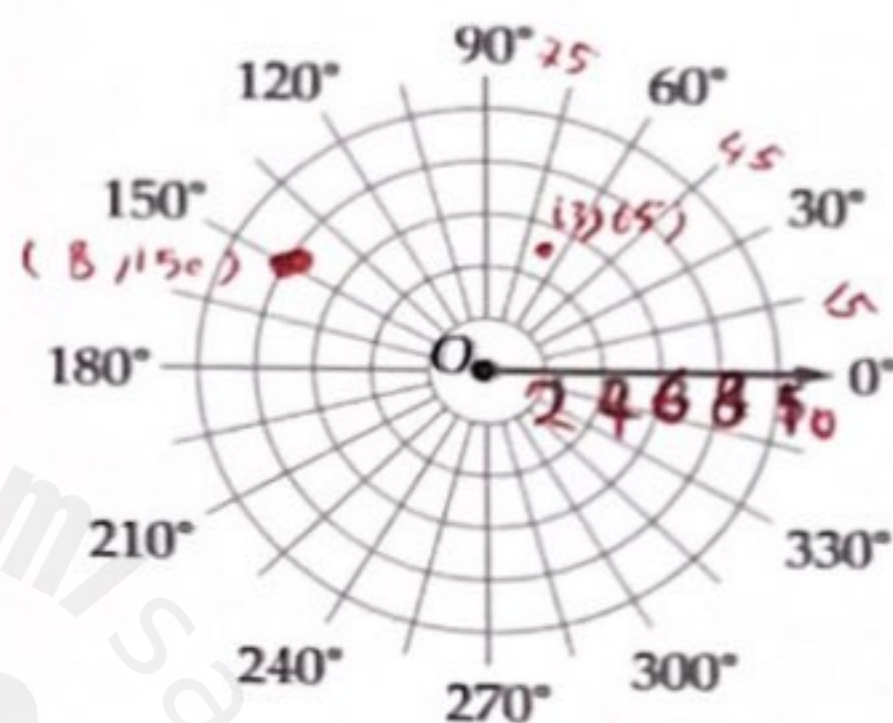


5) قوارب: يرصد رادار بحري حركة قاربين، إذا كانت إحداثيات موقعي القاربين: $(3, 65^\circ)$ ، $(8, 150^\circ)$ حيث r بالأميال.

5B) ما المسافة بين القاربين؟

$$\begin{aligned} \text{المسافة} &= \sqrt{r_1^2 + r_2^2 - 2 r_1 r_2 \cos(\theta_2 - \theta_1)} \\ &= \sqrt{8^2 + 3^2 - 2(8)(3) \cos(150 - 65)} \\ &= \sqrt{73 - 48 \cos(85)} \\ &= 8.30 \text{ mi} \end{aligned}$$

5A) مثل هذا الموقف في المستوى القطبي.



أوجد المسافة بين كل زوج من النقاط التالية:

تدرب: ص 272



26) $(3, \frac{\pi}{2}), (8, \frac{4\pi}{3})$

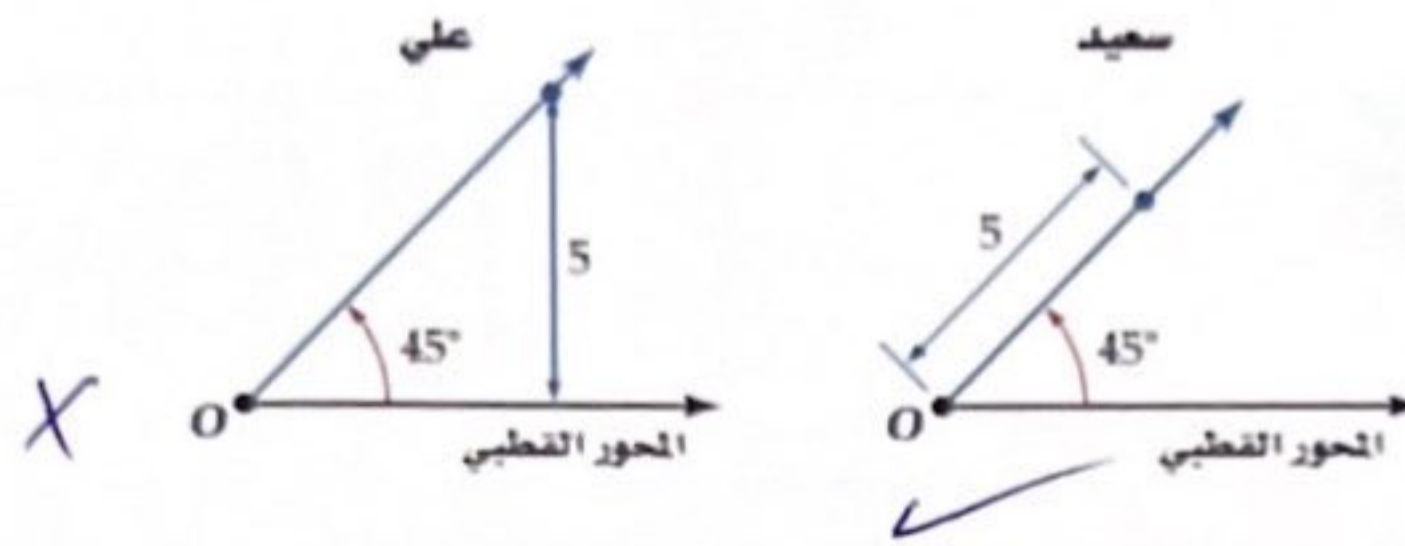
$$\begin{aligned} &\sqrt{3^2 + 8^2 - 2(3)(8) \cos(\frac{\pi}{2} - \frac{4\pi}{3})} \\ &= \sqrt{73 - 48 \cos(-\frac{5\pi}{6})} \\ &= \sqrt{73 - 48(-\frac{\sqrt{3}}{2})} = 10.70 \end{aligned}$$

25) $(2, 30^\circ), (5, 120^\circ)$

$$\begin{aligned} &\sqrt{2^2 + 5^2 - 2(2)(5) \cos(30 - 120)} \\ &= \sqrt{4 + 25 - 20 \cos(-90)} \\ &= \sqrt{29 - 20(0)} = \sqrt{29} = 5.39 \\ &\approx 5.4 \end{aligned}$$

٩. عبيد محمد ناظمي، طرطوط
١٩١٨

(58) اكتشف الخطأ: قام كل من سعيد وعلي بتمثيل النقطة في المستوى القطبي كما هو مبين أدناه. أيهما كانت إجابته صحيحة؟ برر إجابتك.



إجابة سعيد صحيحة لأنه النقطة $(5, 45^\circ)$ حيث $r=5$

هي المسافة من القطب إلى النقطة التي تقع على ضلع الزاوية 45°

وهذا واجب سعيد لكنه غير تقطع على المحور القطبي ورسم من قطع عموديه
طوله 5 وحدات وهذا خطأ والصحيح تحصيل تقطع بعد 5 وحدات
عبر القطب على ضلع الزاوية لأنه موجب كما يجب سعيد

الواجب:

حل م. سعيد محمد طهني

تمثيل القطبي

<p>تمثيل النقطة D في الشكل هو</p> <p>$\therefore \theta = \frac{\pi}{2}$</p> <p>والنقطة D تمثيلها على امتداد نصف المحاور بأنه $r = -1$</p>		<p>1</p>
<p>(1, $\frac{\pi}{2}$) (B)</p>		<p>(-1, $\frac{\pi}{2}$) (A)</p>
<p>(0, $\frac{\pi}{2}$) (D)</p>		<p>(-1, π) (C)</p>

<p>تمثيل النقطة $(2, 50^\circ)$ في المستوى القطبي هو نفسه تمثيل النقطة: هو</p>		<p>2</p>
<p>(2, 130°) (B)</p>		<p>(50, 0°) (A)</p>
<p>(-2, 230°) (D)</p>		<p>(-2, -50°) (C)</p>

<p>أي النقاط التالية بعد تمثيلاً آخر للنقطة $(-2, \frac{7\pi}{6})$ في المستوى القطبي؟</p>		<p>3</p>
<p>(-2, $\frac{\pi}{6}$) (B)</p>		<p>(2, $\frac{\pi}{6}$) (A)</p>
<p>(-2, $\frac{11\pi}{6}$) (D)</p>		<p>(2, $-\frac{11\pi}{6}$) (C)</p>

<p>الشكل يمثل المعادلة القطبية:</p> <p>$r = 3$</p> <p>نصف قطر الدائرة</p>		<p>4</p>
<p>(B) $r = 3$</p>		<p>(A) $r = 2$</p>
<p>(D) $r = 6$</p>		<p>(C) $r = 4$</p>

<p>المعادلة القطبية $r = 4$ تمثيلها البياني عبارة عن دائرة طول قطرها ..</p>		<p>5</p>
<p>المطلوب القطر = $2(4) = 8$</p>	<p>(B) 3</p>	<p>(A) 2</p>
<p>(D) 8</p>		<p>(C) 4</p>

<p>التمثيل البياني للمعادلة القطبية $\theta = 30^\circ$ عبارة عن ..</p>		<p>6</p>
<p>المثلث $\tan \theta$</p> <p>دائرة قطرها 30 (B)</p>		<p>(A) دائرة قطرها 15</p>
<p>مستقيم ميله $\sqrt{3}$ (D)</p>		<p>(C) مستقيم ميله $\frac{\sqrt{3}}{3}$</p>

<p>المسافة بين النقطتين $P_1 = (0, 40^\circ)$, $P_2 = (3, 60^\circ)$</p>		<p>7</p>
<p>(B) 3</p>		<p>(A) 0</p>
<p>(D) 60</p>		<p>(C) 40</p>

$$\sqrt{0^2 + 3^2 - 2(0)(3)\cos(40^\circ - 60^\circ)} = \sqrt{9} = 3$$



$$\cos(\theta_2 - \theta_1) = \cos 90^\circ = 0 \quad \therefore \sqrt{r^2 + 16} = 5 \Rightarrow r = 3$$

تحصيلي رياضيات

$$\sqrt{(13)^2 + 16} = \sqrt{25} = 5$$

إذا كانت المسافة بين النقطتين $p_1 = (r, 0^\circ)$, $p_2 = (4, 90^\circ)$ تساوي 5 وحدات، فما قيمة ؟				
8	(A)	1	(B)	2
	(C)	3	(D)	4

أي المتجهات الآتية يمثل \overrightarrow{RS} حيث إن نقطة البداية $R(-5, 3)$ ونقطة النهاية $S(2, -7)$ ؟					9
$\langle -3, 10 \rangle$	(B)		$\langle 7, -10 \rangle$	(A)	
$\langle -3, -10 \rangle$	(D)		$\langle -3, 10 \rangle$	(C)	

الحل بالتفصيل

$$\therefore P_1 P_2 = \sqrt{r_1^2 + r_2^2 - 2r_1 r_2 \cos(\theta_2 - \theta_1)}$$

[8]

$$\therefore P_1 P_2 = 5$$

$$\therefore \sqrt{r^2 + 16} - 2r(4) \cos 90^\circ = 5$$

$$\sqrt{r^2 + 16} - 8r(0) = 5$$

$$\sqrt{r^2 + 16} = 5$$

بالترتيب

$$r^2 + 16 = 25 \Rightarrow r^2 = 25 - 16 \Rightarrow r^2 = 9 \Rightarrow r = \pm 3$$

$$\overrightarrow{RS} = \langle 2 - (-5), -7 - 3 \rangle = \langle 7, -10 \rangle \quad [9]$$

إذا كان الاتجاه بدائي (x, y) ونقطته (x₁, y₁) فباته هو (x₂, y₂) ونقطته

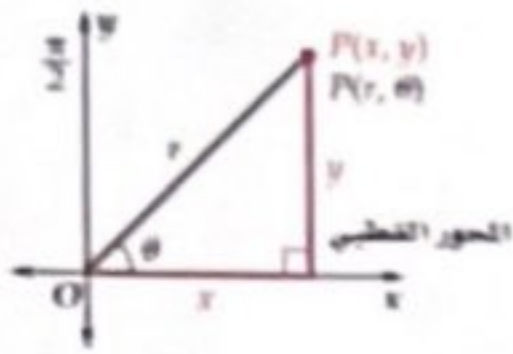
$$\langle x_2 - x_1, y_2 - y_1 \rangle$$

حل

أ. عبيد محمد بن جفني

1 تحويل الاحداثيات القطبية إلى الاحداثيات ديكارتية

$$(r, \theta) \rightarrow (x, y)$$



$$(x, y) = (r \cos \theta, r \sin \theta)$$

$$x = r \cos \theta \quad y = r \sin \theta$$

حول الاحداثيات القطبية إلى احداثيات ديكارتية لكل نقطة مما يأتي:

تحقق من فهمك : ص 276



$$T(-3, 45^\circ) (1C)$$

$$x = -3 \cos 45 = -3 \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$y = -3 \sin 45 = -3 \frac{\sqrt{2}}{2}$$

∴ الاحداثيات الديكارتية

$$\left(-\frac{3\sqrt{2}}{2}, -\frac{3\sqrt{2}}{2} \right)$$

$$S\left(5, \frac{\pi}{3}\right) (1B)$$

$$x = 5 \cos \frac{\pi}{3} = 5 \left(\frac{1}{2}\right) = \frac{5}{2}$$

$$y = 5 \sin \frac{\pi}{3} = 5 \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$$

∴ الاحداثيات الديكارتية

$$\left(\frac{5}{2}, \frac{5\sqrt{3}}{2} \right)$$

$$R(-6, 120^\circ) (1A)$$

$$x = r \cos \theta$$

$$x = -6 \cos 120 = 3$$

$$y = r \sin \theta$$

$$= -6 \sin 120 = -3\sqrt{3}$$

∴ الاحداثيات الديكارتية

$$(3, -3\sqrt{3})$$

ملاحظة من الكتاب

$$R(-6, -120^\circ)$$

نضع الاحداثيات الديكارتية (3, 3√3)

حول الاحداثيات القطبية إلى احداثيات ديكارتية لكل نقطة مما يأتي:

تدرب : ص 281



$$(5, 240^\circ) (3)$$

$$x = 5 \cos 240 = 5 \left(-\frac{1}{2}\right) = -\frac{5}{2}$$

$$y = 5 \sin(240) = 5 \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = -\frac{5\sqrt{3}}{2}$$

$$\left(-\frac{5}{2}, -\frac{5\sqrt{3}}{2} \right)$$

$$\left(2, \frac{\pi}{4}\right) (1)$$

$$x = 2 \cos \frac{\pi}{4} = 2 \frac{\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2}$$

$$y = 2 \sin \frac{\pi}{4} = 2 \frac{\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2}$$

$$(\sqrt{2}, \sqrt{2})$$

أ. عبيد محمدان طفتي

$$(x, y) \rightarrow (r, \theta)$$

 لإيجاد θ

$$\theta = \tan^{-1} \frac{y}{x}$$

$$x > 0$$

$$\theta = \tan^{-1} \frac{y}{x}$$

$$x < 0$$

$$\theta = \tan^{-1} \frac{y}{x} + 180^\circ$$

$$x = 0$$

$$y < 0$$

$$\theta = 270^\circ$$

$$y > 0$$

$$\theta = 90^\circ$$

 لإيجاد r

$$r = \sqrt{x^2 + y^2}$$



$$(r, \theta) \rightarrow (r, \theta \pm n360^\circ)$$

$$(r, \theta) \rightarrow (-r, \theta \pm (2n+1)180^\circ)$$

أوجد زوجين مختلفين كل منهما يمثل إحداثيين قطبيين لكل نقطة معطاه بالاحداثيات الديكارتية في كل مما يأتي:

تحقق من فهمك: ص 277-



W(-9, -4) (2B)

$$r = \sqrt{(-9)^2 + (-4)^2} = 9.85$$

 $x < 0$ \therefore سالب \therefore θ نفس 180°

$$\theta = \tan^{-1} \left(\frac{-4}{-9} \right) + 180^\circ = 203.96$$

$$(9.85, 203.96)$$

$$(-9.85, 203.96 - 180^\circ) = (-9.85, 23.96)$$

$$(-9.85, 203.96 + 180^\circ) = (-9.85, 383.96)$$

$$(9.85, 203.96 \pm 360^\circ)$$

V(8, 10) (2A)

$$r = \sqrt{8^2 + 10^2} = \sqrt{164} = 12.8$$

$$\theta = \tan^{-1} \frac{y}{x} = \tan^{-1} \left(\frac{10}{8} \right) = 51.3$$

$$(12.8, 51.3)$$

عليه إيجاد الزوج الثاني بتغير إشارة r ونفس الزاوية 180° أو نفس r ونفس الزاوية 180° أو 360° أو -360°

$$(-12.8, 51.3 + 180^\circ) = (-12.8, 231.3)$$

حول الاحداثيات الديكارتية إلى احداثيات قطبية لكل نقطة مما يأتي:

تدريب: ص 281-



(-13, 4) (12)

$$r = \sqrt{(-13)^2 + 4^2} = \sqrt{185} = 13.6$$

 $x < 0$ \therefore سالب \therefore θ نفس 180°

$$\theta = \tan^{-1} \left(\frac{4}{-13} \right) + 180^\circ = 162.9^\circ$$

$$(13.6, 162.9)$$

$$(-13.6, 162.9 + 180^\circ)$$

$$(-13.6, 342.9)$$

(7, 10) (11)

$$r = \sqrt{7^2 + 10^2} = \sqrt{149} = 12.21$$

$$\theta = \tan^{-1} \left(\frac{10}{7} \right) = 55^\circ$$

$$(12.21, 55^\circ)$$

$$(12.21, 55^\circ \pm 360^\circ)$$

$$(-12.21, 55^\circ \pm 180^\circ)$$

$$(-12.21, 55^\circ + 180^\circ) = (-12.21, 235^\circ)$$

ملاحظة: جميع الزوايا اوجدها بالدرجات

$$\text{Rad} = 51.3 \times \frac{\pi}{180} = 51.3 \times \frac{3.14}{180} = 0.894 = 0.90$$

$$(12.8, 0.90)$$

 \therefore النقطة هي

$$\text{Rad} = \text{DEG} \times \frac{\pi}{180}$$

 θ بالراديان

حل - ٩ عبيد محمد بن طري



(3) صيد الأسماك : يستعمل جهاز رصد لتحديد مزق وجود الأسماك تحت الماء، افترض أن قارباً يتجه إلى الشرق، وأن جهاز الرصد قد رصد سرباً من الأسماك عند النقطة $(6, 125^\circ)$

(A) ما الإحداثيات الديكارتية لموقع سرب الأسماك؟

$$x = r \cos \theta \Rightarrow x = 6 \cos 125 = -3.44$$

$$y = r \sin \theta \Rightarrow y = 6 \sin 125 = 4.91$$

$$\text{تقريباً } (-3.44, 4.91)$$

(B) إذا كان موقع سرب الأسماك قد رُصد سابقاً عند النقطة التي إحداثياتها الديكارتية $(-2, 6)$ فما الإحداثيات

القطبية لموقع السرب؟

$$r = \sqrt{(-2)^2 + (6)^2} = \sqrt{40} = 6.32$$

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{6}{-2}\right) + 180 = 108^\circ$$

$$\because x < 0 \text{ سالب } \therefore \text{نضيف } 180$$

$$\text{تقريباً } (6.32, 108^\circ)$$

$$r^2 = x^2 + y^2$$

تحويل المعادلات الديكارتية إلى المعادلات القطبية

4

$$x = r \cos \theta \quad y = r \sin \theta \quad \sin^2 + \cos^2 = 1$$

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

اكتب كل معادلة مما يأتي على الصورة القطبية:

تحقق من فهمك: ص 279



$$(4B) \quad x^2 - y^2 = 1 \quad \text{قطع زائد}$$

$$(r \cos \theta)^2 - (r \sin \theta)^2 = 1$$

$$r^2 \cos^2 \theta - r^2 \sin^2 \theta = 1$$

$$r^2 (\cos^2 \theta - \sin^2 \theta) = 1$$

$$\cos 2\theta$$

$$r^2 \cos 2\theta = 1$$

$$r^2 = \frac{1}{\cos 2\theta} \Rightarrow r = \sec 2\theta$$

$$\cos 2\theta = \cos^2 \theta - \sin^2 \theta \quad \text{تذكر}$$

$$\frac{1}{\cos \theta} = \sec \theta$$

اكتب كل معادلة مما يأتي على الصورة القطبية:

تدرب: ص 281



$$(28) \quad (x-2)^2 + y^2 = 4 \quad \text{معادلة دائرة مركزها (2, 0) ونصف قطرها 2}$$

$$x^2 - 4x + 4 + y^2 = 4$$

$$x^2 + y^2 - 4x = 0$$

$$r^2 - 4r \cos \theta = 0$$

$$r^2 = 4r \cos \theta$$

$$\text{بقسمة على } r$$

$$r = 4 \cos \theta$$

$$(24) \quad x = -2 \quad \text{معادلة مستقيم يوازي } y \text{ ويقطع } x \text{ في } -2$$

$$r \cos \theta = -2$$

$$r = \frac{-2}{\cos \theta}$$

$$r = -2 \sec \theta$$

دالة مثلثية $r =$

نضرب الطرفين في r

عدد $\theta =$

نأخذ $\tan \theta$ الطرفين

عدد $r =$

نربع الطرفين

$$x = r \cos \theta$$

$$y = r \sin \theta$$



$$r = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$\Rightarrow r^2 = x^2 + y^2$$

بالترتيب

$$\Rightarrow \frac{y}{x} = \tan \theta$$

أكتب كل معادلة قطبية مما يأتي على الصورة الديكارتية:

تحقق من فهمك: ص 280



دائرة $r = 3 \cos \theta$ (5C)

بضرب r في الطرفين

$$r^2 = 3r \cos \theta$$

$$x^2 + y^2 = 3x$$

$$x^2 + y^2 - 3x = 0$$

دائرة $\theta = \frac{\pi}{3}$ (5B)

بأخذ \tan الطرفين

$$\tan \theta = \tan \frac{\pi}{3}$$

$$\frac{y}{x} = \sqrt{3}$$

$$y = \sqrt{3}x$$

دائرة $r = -3$ (5A)

بترتيب

$$r^2 = 9$$

$$x^2 + y^2 = 9$$

أكتب كل معادلة قطبية مما يأتي على الصورة الديكارتية:

تدرب: ص 281



$\tan \theta = 4$ (36)

$$\frac{y}{x} = 4$$

$$y = 4x$$

مستقيم

دائرة $r = 10$ (34)

بترتيب الطرفين

$$r^2 = 100$$

$$x^2 + y^2 = 100$$

دائرة

دائرة $r = 3 \sin \theta$ (32)

بضرب الطرفين في r

$$r^2 = 3r \sin \theta$$

$$x^2 + y^2 = 3y$$

$$x^2 + y^2 - 3y = 0$$

دائرة

$$A = C \quad B = 0$$

$$B^2 - 4AC = 0$$

معادله دائرة

 (58) اكتشف الخطأ : يحاول كل من باسل وتوفيق كتابة المعادلة القطبية $r = \sin \theta$ على الصورة الديكارتية فيعتقد توفيق

دالة الجيب

معادله دائرة

ان الحل هو $x^2 + (y - \frac{1}{2})^2 = \frac{1}{4}$ في حين يعتقد باسل ان الحل هو $y = \sin x$ أيما كانت اجابته صحيحة؟
بعد تحديد المعادله القطبيه بانها معادله دائرة وحل توفيق كذلك فكل معادله دائرة يمكن
تكون اجابته توفيقه صحيحه اما حل باسل بالتاكيد خاطئ
الا انه نقا لدوره حله توفيقه

$$r = \sin \theta$$

$$r^2 = r \sin \theta$$

$$x^2 + y^2 = y$$

$$x^2 + y^2 - y = 0$$

بنظر التوفيق

$$x^2 + (y - \frac{1}{2})^2 = \frac{1}{4}$$

$$x^2 + y^2 - 2(\frac{1}{2})y + (\frac{1}{2})^2 = \frac{1}{4}$$

$$x^2 + y^2 - y = 0$$

حل توفيقه

حل توفيقه صحيح

 (61) برهان: استعمل $x = r \cos \theta$ $y = r \sin \theta$ لإثبات أن :

$$r = x \sec \theta \quad r = y \csc \theta$$

 حيث: $\cos \theta \neq 0, \sin \theta \neq 0$

$$r = x \sec \theta$$

اثبات ان

$$r = y \csc \theta$$

$$\therefore x = r \cos \theta$$

 يعني على $\cos \theta$

$$\therefore y = r \sin \theta$$

 يقسمه على $\sin \theta$

$$r = \frac{x}{\cos \theta}$$

 $\cos \theta \neq 0$

$$r = \frac{y}{\sin \theta}$$

 $\sin \theta \neq 0$

$$r = x \sec \theta$$

$$r = y \csc \theta$$

الواجب:

حل
عبد محمد بن طهني طرزي

تحصيلي رياضيات

$$\frac{r^2 \sin^2 \theta}{r \cos \theta} = \frac{r \cos \theta}{r \cos \theta} \quad \frac{r^2 \sin^2 \theta}{\cos \theta} = 1 \quad r = \frac{1}{\cos \theta}$$

الصورة القطبية للمعادلة: $y^2 = x$

$r = \tan \theta \sec \theta$ (B)	$r = \cot \theta \csc \theta$ (A)
$r = \cot \theta \sin \theta$ (D)	$r = \sin \theta \sec \theta$ (C)

$$r \cos \theta = 2 \Rightarrow r = \frac{2}{\cos \theta} \Rightarrow r = 2 \sec \theta$$

المعادلة الديكارتية $x = 2$ بالصيغة القطبية:

$r = 2 \sin \theta$ (B)	$r = 2 \cos \theta$ (A)
$r = 2 \tan \theta$ (D)	$r = 2 \sec \theta$ (C)

$$x = r \cos \theta$$

$$= -4 \cos 60 = -2$$

الأحداثيات الديكارتية للنقطة $T(-4, 60^\circ)$ هي:

$(-2\sqrt{3}, -2)$ (B)	$(-2, -2\sqrt{3})$ (A)
$(2\sqrt{3}, 2)$ (D)	$(2, 2\sqrt{3})$ (C)

$$x = 5 \cos \frac{\pi}{3}$$

$$= 5 \left(\frac{1}{2}\right) = \frac{5}{2}$$

إذا كان $\left(5, \frac{\pi}{3}\right)$ الإحداثي القطبي للنقطة p فما الإحداثي الديكارتية لها؟

$\left(\frac{5\sqrt{3}}{2}, \frac{5}{2}\right)$ (B)	$\left(\frac{5}{2}, \frac{5\sqrt{3}}{2}\right)$ (A)
$\left(\frac{10}{\sqrt{3}}, 10\right)$ (D)	$\left(10, \frac{10}{\sqrt{3}}\right)$ (C)

إذا كان للنقطة p الإحداثيات الديكارتية $(3, 3\sqrt{3})$ فإن الإحداثيات القطبية (r, θ) للنقطة p هي:

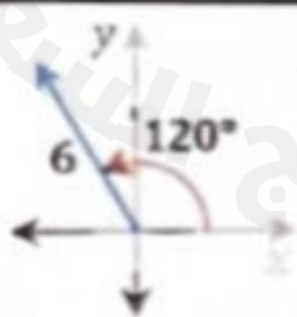
$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{3\sqrt{3}}{3}\right) = 60$ (B)	$(6, 30^\circ)$ (A)
$(6, 45^\circ)$ (D)	$(3, 90^\circ)$ (C)

$$(6, 120^\circ)$$

$$r = 6$$

$$x = 6 \cos 120^\circ = -3$$

$$y = 6 \sin 120^\circ = 3\sqrt{3}$$



أي العبارات التالية تمثل المتجه في الصورة الديكارتية؟

$(-3, 3\sqrt{3})$ (B)	$(-3, -3\sqrt{3})$ (A)
$(3, 3\sqrt{3})$ (D)	$(3, -3\sqrt{3})$ (C)

$$r^2 \cos^2 \theta - r^2 \sin^2 \theta = 3$$

الصورة الديكارتية للمعادلة القطبية $x^2 - y^2 = 3$ هي:

$r^2 (\cos^2 \theta - \sin^2 \theta) = 3$ $r^2 \cos 2\theta = 3$ $r^2 = \frac{3}{\cos 2\theta}$ $r^2 = 3 \sec 2\theta$ (B)	$r = 3 \cos 2\theta$ (A)
$r^2 = \frac{3}{\csc 2\theta}$ $r^2 = 3 \sec 2\theta$ (D)	$r^2 = \frac{3}{\sec 2\theta}$ (C)

$$x^2 - y^2 = a \quad \text{بشكل (ك)}$$

$$\Rightarrow r^2 = a \sec 2\theta$$



تحصيلي رياضيات

الصورة الديكارتية للمعادلة القطبية: $r = 4 \sin \theta$ هي: $r^2 = 4r \sin \theta$			
$x^2 + y^2 = 4y$	(B)	$x + y = 3x$	(A)
$x^2 = 4y^2$	(D)	$x^2 + y^2 = 4x$	(C)

أي من النقاط الآتية بعد تمثيلاً آخر للنقطة $(-2, \frac{7\pi}{6})$ في المستوى القطبي؟ سؤال مكرر			
$(-2, \frac{\pi}{6})$	(B)	$(2, \frac{\pi}{6})$	(A)
$(-2, \frac{11\pi}{6})$	(D)	$(2, \frac{-11\pi}{6})$	(C)

إذا كان: $m = \langle 5, -4 \rangle, n = \langle -7, 3 \rangle$, فأي مما يأتي يمثل k , حيث $k = n - 2m$ ؟ $\langle -7, 3 \rangle - \langle 10, -8 \rangle = \langle -17, 11 \rangle$			
$\langle -17, -5 \rangle$	(B)	$\langle -17, 11 \rangle$	(A)
$\langle -17, 5 \rangle$	(D)	$\langle 17, -11 \rangle$	(C)

ما الصورة القطبية للمعادلة: $x^2 + (y - 2)^2 = 4$ ؟ حلها سريع للصورة $x^2 + (y - a)^2 = a^2$ $r = 2a \sin \theta$ $r = 4 \sin \theta$			
$r = 4 \sin \theta$	(B)	$r = \sin \theta$	(A)
$r = 8 \sin \theta$	(D)	$r = 2 \sin \theta$	(C)

ما حاصل الضرب الاتجاهي للمتجهين: $u = \langle 6, -1, -2 \rangle, v = \langle -1, -4, 2 \rangle$ $u \times v$			
$\langle -10, -10, 25 \rangle$	(B)	$\langle -10, 10, 25 \rangle$	(A)
$\langle -10, 10, -25 \rangle$	(D)	$\langle -10, -10, -25 \rangle$	(C)

$$\begin{vmatrix} i & j & k \\ 6 & -1 & -2 \\ -1 & -4 & 2 \end{vmatrix}$$

$$-2i + 2j - 24k - k - 8i - 12j$$

$$-10i - 10j - 25k$$

$$\langle -10, -10, -25 \rangle$$

ملاحظة للفائدة إذا كانت معادلة الدائرية في الصورة

$$x^2 + (y - a)^2 = a^2$$

فإن صورتها القطبية

$$r = 2a \sin \theta$$

مثال

$$x^2 + (y - 2)^2 = 4$$

هنا $a = 2$

$$r = 2(2) \sin \theta$$

$$r = 4 \sin \theta$$

الصورة القطبية

$$r = 4 \sin \theta$$

حل 9. عيبركان الجنيح

$$y^2 + (x - a)^2 = a^2$$

فإن صورتها القطبية

$$r = 2a \cos \theta$$

مثال

$$(x - 4)^2 + y^2 = 16$$

هنا $a = 4$

$$r = 2(4) \cos \theta$$

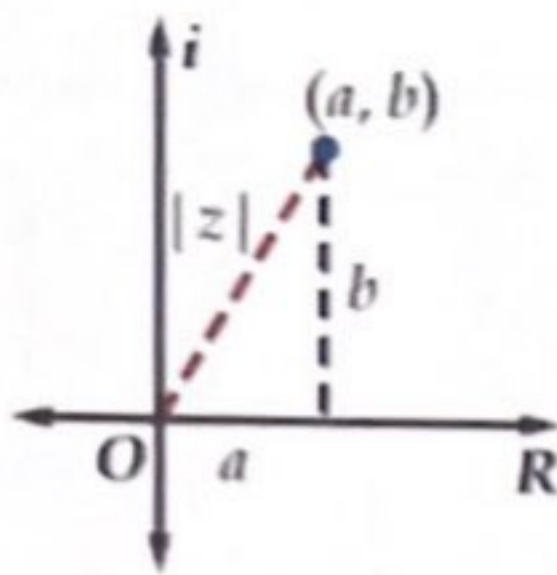
$$r = 8 \cos \theta$$

الصورة القطبية

$$r = 8 \cos \theta$$

تمثيل الأعداد المركبة وإيجاد قيمتها المطلقة

1



الجزء الحقيقي

الجزء التخيلي

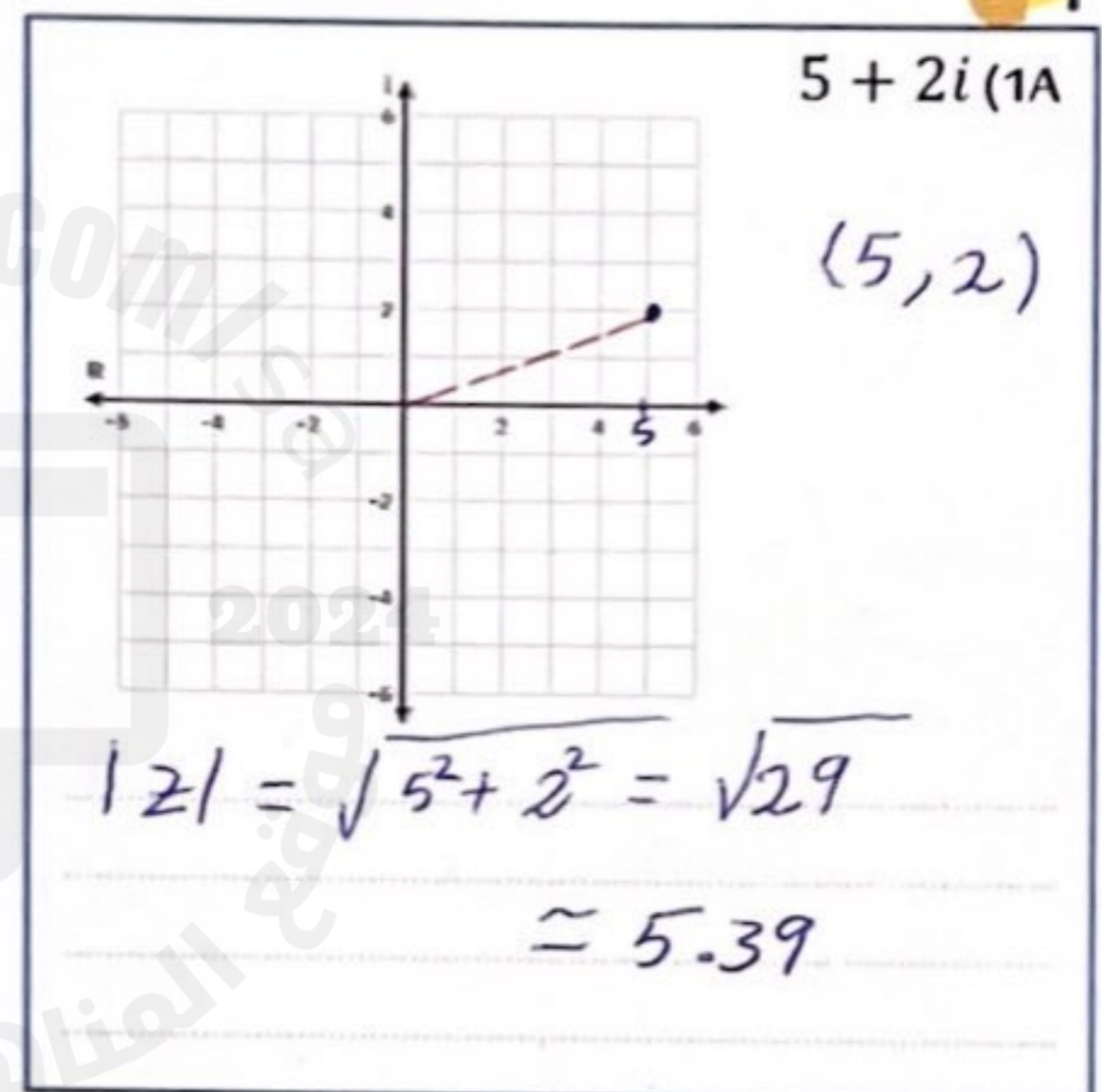
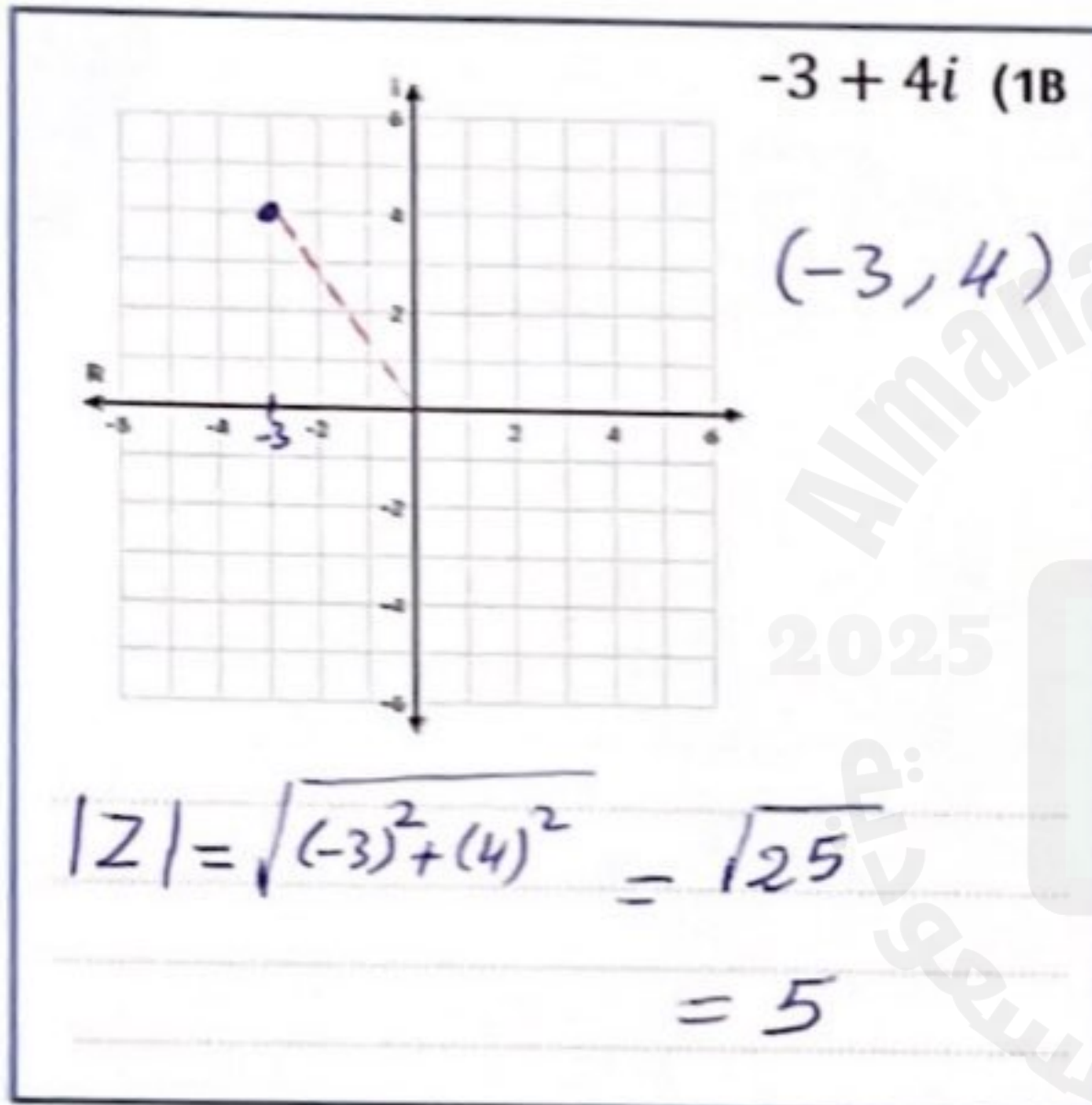


القيمة المطلقة لعدد المركب: $z = a + bi$ هي:

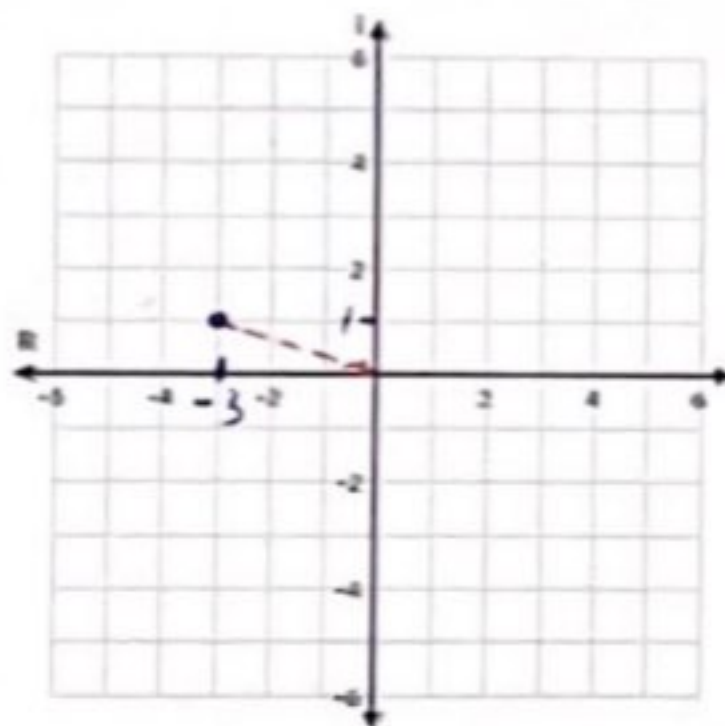
$$|z| = |a + bi| = \sqrt{a^2 + b^2}$$

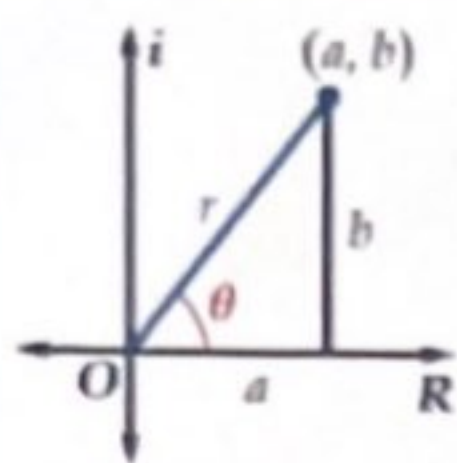
مثل كل عدد مما يأتي في المستوى المركب ، وأوجد قيمته المطلقة:

تحقق من فهمك : ص 285



تدرب: ص 292





التحويل من الصورة الديكارتية إلى الصورة القطبية حيث: $z = a + bi$

$$Z = r(\cos \theta + i \sin \theta)$$

السعة θ

المقياس r

$$r = |z| = \sqrt{a^2 + b^2}$$

$$a > 0$$

$$\theta = \tan^{-1} \frac{y}{x}$$

$$a < 0$$

$$\theta = \tan^{-1} \frac{y}{x} + 180^\circ$$

$$a = 0$$

$$y < 0$$

$$\theta = 270^\circ$$

$$y > 0$$

$$\theta = 90^\circ$$



عبر عن كل عدد مركب مما يأتي بالصورة القطبية

تحقق من فهمك: ص 286



$x > 0$
عند $\theta = \tan^{-1}(\frac{7}{9}) \approx 37.87^\circ$ بالدرجات

وإذا كان θ براديان تحول إلى R عند $\theta = \tan^{-1}(\frac{7}{9}) \approx 0.661$

$$Z = 11.4(\cos 0.66 + i \sin 0.66)$$

$$Z = 11.4(\cos 37.87 + i \sin 37.87)$$

$(9, 7)$ $9 + 7i$ (2A)
 $r = \sqrt{(9)^2 + (7)^2} = \sqrt{130}$
 ≈ 11.4

$$Z = r(\cos \theta + i \sin \theta)$$

$x < 0$
نصف 80، للزاوية

$$\theta = \tan^{-1}(\frac{-2}{-2}) + 180^\circ$$

$$= 225^\circ$$

$$Z = 2\sqrt{2}(\cos 225 + i \sin 225)$$

بالدرجات

$$Z = 2\sqrt{2}(\cos 3.93 + i \sin 3.93)$$

$(-2, -2)$ $-2 - 2i$ (2B)
 $r = \sqrt{(-2)^2 + (-2)^2} = \sqrt{8}$
 $= 2\sqrt{2}$

الصورة القطبية للعدد $-2 - 2i$ هي: $2\sqrt{2}$ براديان

بالنسبة التعبير بالصورة القطبية اجعلها مع الطلاب حيث θ بالدرجات

تدرب: ص 292



$x > 0$
بدرجات 45

$$\theta = \tan^{-1}(\frac{4}{4}) = 45^\circ$$

$$Z = 4\sqrt{2}(\cos 45 + i \sin 45)$$

$4 + 4i$ (8)
 $r = \sqrt{4^2 + 4^2} = 4\sqrt{2}$

الصورة القطبية للعدد $4 + 4i$ هي:

تمثيل الصورة القطبية لعدد مركب وتحويلها إلى الصورة الديكارتية

3

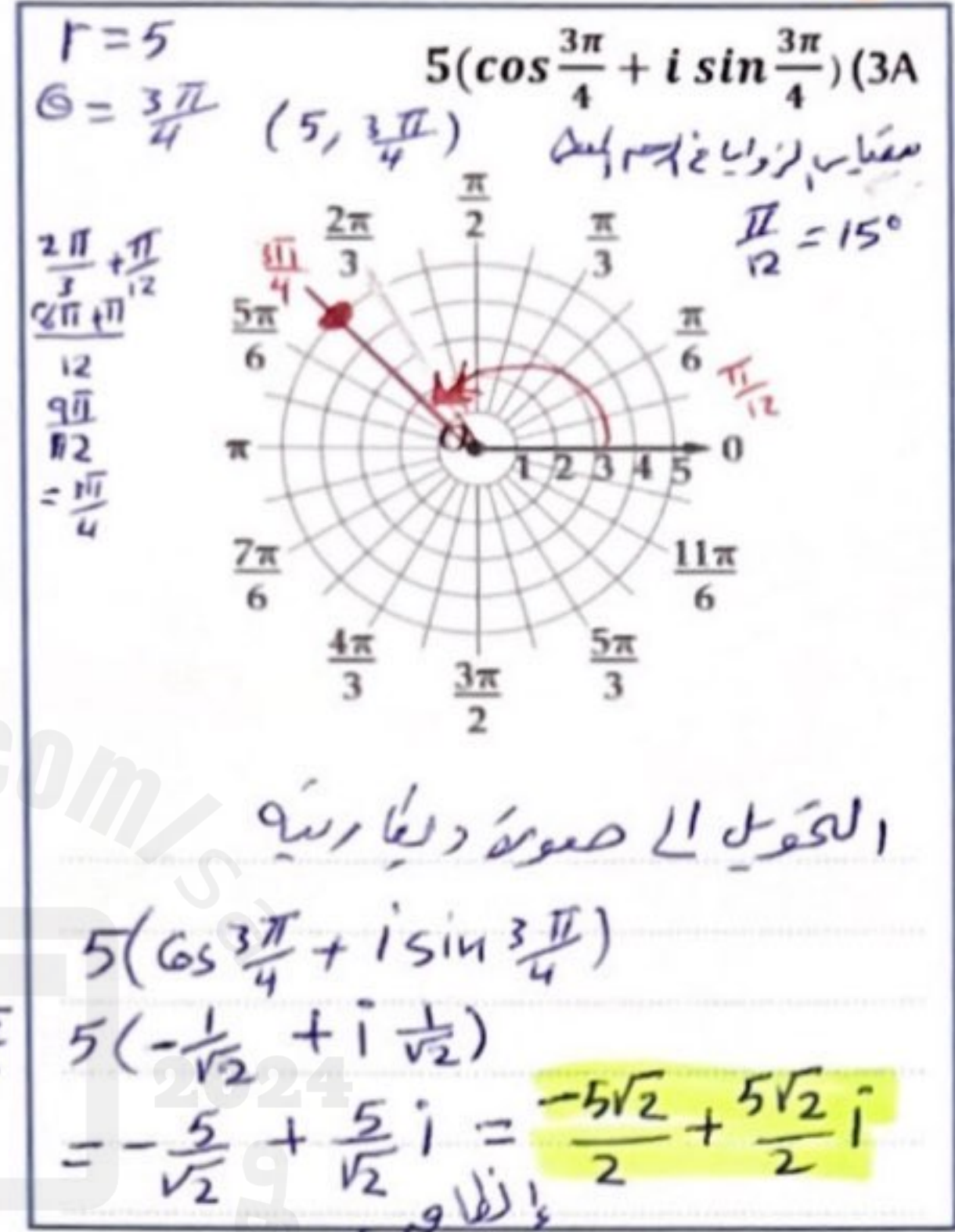
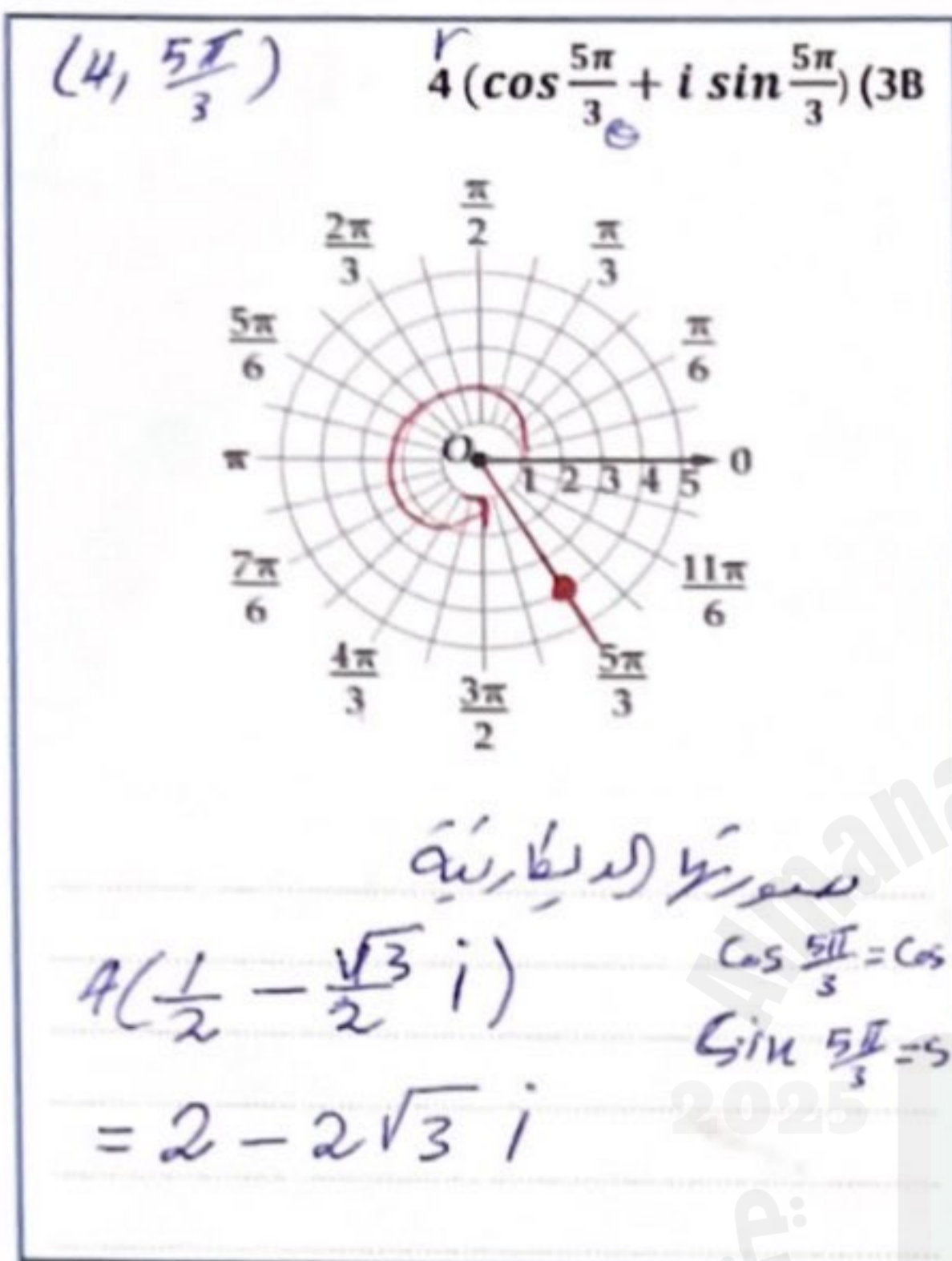


التحويل من الصورة القطبية إلى الصورة الديكارتية حيث:

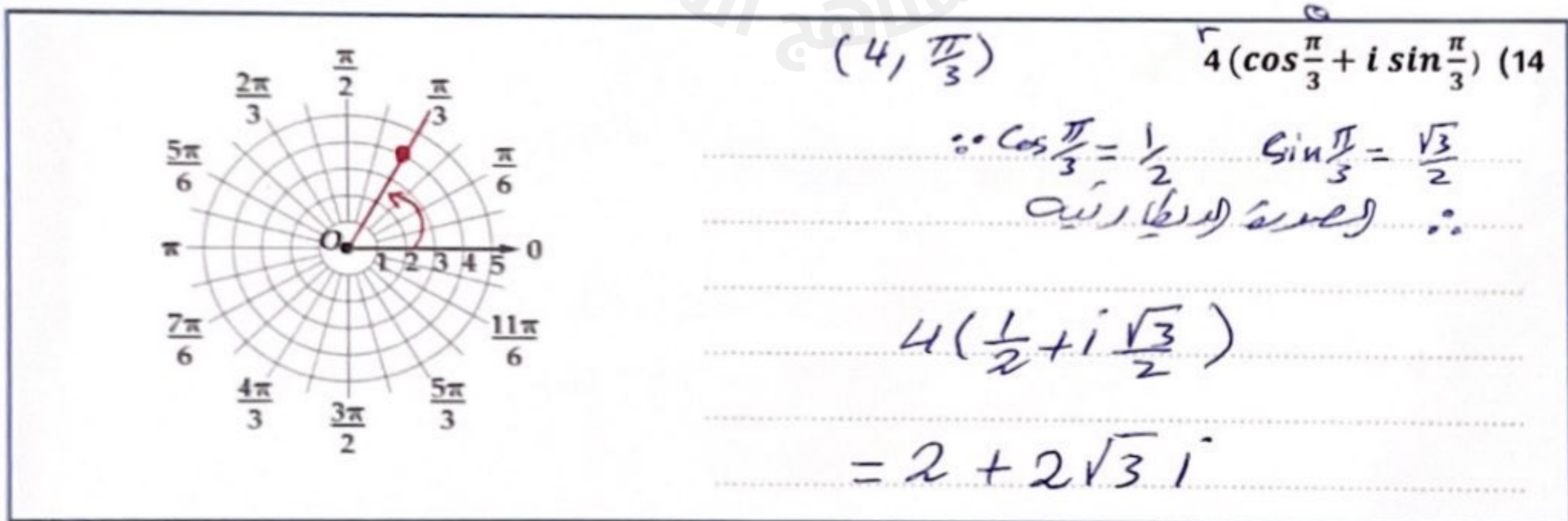
$$z = a + bi = r (\cos \theta + i \sin \theta)$$

مثل كل عدد مركب مما يأتي في المستوى القطبي ، ثم عبر عنه بالصورة الديكارتية:

تحقق من فهمك : ص 286



تدرب: ص 292



ع. عبيدالله طهني

للعدين المركبين: $z_2 = r_2 (\cos \theta_2 + i \sin \theta_2)$, $z_1 = r_1 (\cos \theta_1 + i \sin \theta_1)$

صيغة الضرب: $z_1 z_2 = r_1 r_2 [\cos (\theta_1 + \theta_2) + i \sin (\theta_1 + \theta_2)]$



صيغة الضرب: $\frac{z_1}{z_2} = \frac{r_1}{r_2} [\cos (\theta_1 - \theta_2) + i \sin (\theta_1 - \theta_2)]$

حيث: $z_2 \neq 0$, $r_2 \neq 0$

أوجد الناتج على الصورة القطبية، ثم عبر عنه بالصورة الديكارتية لكل مما يأتي:

تحقق من فهمك: ص 287



$$3(\cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3}) \cdot 5(\cos \frac{\pi}{4} + i \sin \frac{\pi}{4}) \quad (4A)$$

$$\frac{7\pi}{12} = 105^\circ$$

$$\begin{aligned} & 3(5) (\cos(\frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{4}) + i \sin(\frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{4})) \\ &= 15 (\cos \frac{7\pi}{12} + i \sin \frac{7\pi}{12}) = 15(-0.259 + i(0.966)) \\ &= -3.88 + 14.49i \end{aligned}$$

في كتاب 6 - لذلك عدلنا

$$-6(\cos \frac{3\pi}{4} + i \sin \frac{3\pi}{4}) \cdot 2(\cos \frac{2\pi}{3} + i \sin \frac{2\pi}{3}) \quad (4B)$$

$$\frac{17\pi}{12} = 255^\circ$$

$$\begin{aligned} & -6(2) (\cos(\frac{3\pi}{4} + \frac{2\pi}{3}) + i \sin(\frac{3\pi}{4} + \frac{2\pi}{3})) \\ &= -12 (\cos \frac{17\pi}{12} + i \sin \frac{17\pi}{12}) = -12(-0.259 + i(-0.966)) \\ &= 3.11 + 11.59i \end{aligned}$$

تدرب: ص 292



$$5(\cos 135^\circ + i \sin 135^\circ) \cdot 2(\cos 45^\circ + i \sin 45^\circ) \quad (19)$$

$$\begin{aligned} &= 5(2) (\cos(135 + 45) + i \sin(135 + 45)) \\ &= 10 (\cos 180 + i \sin 180) = 10(-1 + i(0)) = 10(-1 + 0) \\ &= -10 \end{aligned}$$



5) كهرباء إذا كان فرق جهد دائرة كهربائية 120 V ، وكانت شدة التيار (8 + 6j) أمبير ، فأوجد معاوقتها على الصورة الديكارتية

حيث $E = I \cdot Z$ E فرق الجهد I شدة التيار Z معاوقة

$\therefore E = 120(\cos 0 + i \sin 0) = 120$ $\therefore r = \sqrt{120^2 + 0^2} = 120$ $E = 120 + i0$

$I = (8 + 6i) \Rightarrow r = \sqrt{8^2 + 6^2} = 10$

$\theta = \tan^{-1}(\frac{6}{8}) = 36.87^\circ$

$\theta = \tan^{-1}(\frac{6}{8}) = 36.87^\circ$

$I = 10(\cos 36.87 + i \sin 36.87)$

$\therefore E = I \cdot Z = Z = \frac{E}{I} = \frac{120(\cos 0 + i \sin 0)}{10(\cos 36.87 + i \sin 36.87)}$

$= \frac{120}{10} (\cos(-36.87) + i \sin(-36.87))$

$= 12(0.8 + i(-0.6)) = (9.6 - 7.2i) \Omega$

تدرب: ص 292



$4(\cos \frac{9\pi}{4} + i \sin \frac{9\pi}{4}) \div 2(\cos \frac{3\pi}{2} + i \sin \frac{3\pi}{2})$ (23)

$= \frac{4}{2} (\cos(\frac{9\pi}{4} - \frac{3\pi}{2}) + i \sin(\frac{9\pi}{4} - \frac{3\pi}{2}))$

$= 2(\cos \frac{3\pi}{4} + i \sin \frac{3\pi}{4}) = 2(-\frac{\sqrt{2}}{2} + i \frac{\sqrt{2}}{2})$

$= -\sqrt{2} + \sqrt{2}i$

إذا كان: $Z = r(\cos \theta + i \sin \theta)$ عددا مركبا على الصورة القطبية ، وكان عددا صحيحا موجبا فإن:

$z^n = [r(\cos \theta + i \sin \theta)]^n = r^n (\cos n\theta + i \sin n\theta)$



أوجد الناتج في كل مما يأتي ، وعبر عنه بالصورة الديكارتية:

تحقق من فهمك: ص 289



$(1, \sqrt{3})$

$(1 + \sqrt{3}i)^4$ (A6)

$r = \sqrt{1^2 + (\sqrt{3})^2} = \sqrt{4} = 2$

$\theta = \tan^{-1} \sqrt{3} = 60^\circ$

$\therefore z^4 = 2^4 (\cos 4(60) + i \sin 4(60))$

$= 16(\cos 240 + i \sin 240) = 16(-\frac{1}{2} + i(-\frac{\sqrt{3}}{2}))$

$= -8 - 8\sqrt{3}i$