## شكراً لتحميلك هذا الملف من موقع المناهج السعودية

## حل درس المتتابعات والمتسلسلات الهندسية



تاريخ نشر الملف على موقع المناهج: 2024-02-03 05:22:13

## التواصل الاجتماعي بحسب الثاني الثانوي

## المزيد من الملفات بحسب الثاني الثانوي والمادة رياضيات في الفصل الثاني

| | |
|---|---|
| 1 | نموذج اختبار للفائدة للسنة الثانية مسارات |
| 2 | أسئلة اختبار نهائي رياضيات 2-2 مسارات/ عام |
| 3 | ورقة عمل المتسلسلات الهندسية اللانهائية |
| 4 | نموذج اختبار نهائي مسارات/ عام |
| 5 | اختبار الباب الخامس العلاقات والدوال النسبية |

# المتتابعات والمتسلسلات الهندسية

## Geometric Sequences and Series

**مفهوم أساسي** — الحد النوني في المتتابعة الهندسية

أضف إلى مطويتك

تُستعمل الصيغة الآتية للتعبير عن الحدّ النوني في متتابعة هندسية حدّها الأول $a_1$ ، وأساسها $r$ ، حيث $n$ عدد طبيعي:

$$a_n = a_1 r^{n-1}$$

خلال بحثه في الإنترنت، وجد أحمد موضوعًا عن العلاج بالأعشاب، فقام بإرساله إلى خمسة من أصدقائه عن طريق البريد الإلكتروني، ومن ثم قام كل واحد منهم بإرسال الموضوع إلى خمسة أصدقاء آخرين، وهكذا قام كل من استلم البريد بإرساله إلى خمسة أصدقاء جدد. إذا استمر إرسال الموضوع بهذا النمط، فما عدد الأشخاص الذين سيصلهم هذا الموضوع في المرحلة الثامنة

الحل

$$a_n = a_1 r^{n-1} = 5 \cdot 5^{8-1} \quad \gg \quad a_n = 5 \cdot 5^7 = 390625$$

تحقق من فهمك

(١) أمطار في أثناء هطول الأمطار ونزولها من أعلى تلةٍ إلى أحد الوديان صنعت الأمطار مجرى لها الوادي طوله ٤٠ in ، إذا كان هذا المجرى يتسع كل يوم ثلاثة أمثال اليوم السابق له، فكم المجرى في اليوم الخامس في حالة استمرار هطول الأمطار بهذا المنوال؟

الحل

$$a_n = a_1 r^{n-1} = 40 \cdot 3^{5-1} \quad \gg \quad a_n = 40 \cdot 3^4 = 3240$$

اكتب صيغة الحد النوني لكل متتابعة هندسية

0.5 , 2 , 8 , 32 , .....

الحل

$$a_n = a_1 r^{n-1} = 0.5 \cdot 4^{n-1}$$

$a_4 = 5$ , $r = 6$

$$a_n = a_1 r^{n-1} \quad \gg \quad 5 = a_1 \cdot 6^{4-1} \quad \gg \quad a_1 = \frac{5}{216}$$

$$a_n = a_1 r^{n-1} = \frac{5}{216} \cdot 6^{n-1}$$

**تحقق من فهمك**

**-0.25 , 2 , -16 , , 128**

$$a_n = a_1 r^{n-1} = -0.25 \cdot (-8)^{n-1}$$

**$a_3$ = 16 , r = 4**

$$a_n = a_1 r^{n-1} \quad \gg \quad a_3 = a_1 \cdot 4^{3-1}$$

$$16 = a_1 \cdot 4^2 \quad \gg \quad a_1 = 1$$

**أوجد ثلاثة أوساط هندسية بين العددين 2 , 1250**

$$a_n = a_1 r^{n-1} \quad \gg \quad a_5 = 2 \cdot r^{5-1}$$

$$1250 = 2 \cdot r^4 \quad \gg \quad r^4 = 625 \quad \gg \quad r = 5$$

**2 , 10 , 50 , 250 , 1250**

**أوجد أربعة أوساط هندسية بين العددين 0.5 , 512**

$$a_n = a_1 r^{n-1} \quad \gg \quad a_6 = 0.5 \cdot r^{6-1}$$

$$512 = 0.5 \cdot r^5 \quad \gg \quad r^5 = 1024 \quad \gg \quad r = 4$$

**0.5 , 2 , 8 , 32 , 128 , 512**

**مفهوم أساسي** — **المجموع الجزئي في متسلسلة هندسية**

أضف إلى مطويتك

| القانون (المعادلة) | المعطيات | مجموع أول $n$ حدًا من المتسلسلة $S_n$ |
|---|---|---|
| بالصيغة العامة | $a_1, n, r$ | $S_n = \frac{a_1(1-r^n)}{1-r}, r \neq 1$ |
| بالصيغة البديلة | $a_1, a_n, r$ | $S_n = \frac{a_1 - a_n r}{1-r}, r \neq 1$ |

خلال بحثه في الإنترنت، وجد أحمد موضوعًا عن العلاج بالأعشاب، فقام بإرساله إلى خمسة من أصدقائه عن طريق البريد الإلكتروني، ومن ثم قام كل واحد منهم بإرسال الموضوع إلى خمسة أصدقاء آخرين، وهكذا قام كل من استلم البريد بإرساله إلى خمسة أصدقاء جدد. إذا استمر إرسال الموضوع بهذا النمط، فما عدد الرسائل التي سوف تصلهم حتى نهاية المرحلة الثامنة

الحل

$a_1 = 5$
$r = 5$
$n = 8$

$$S_n = \frac{a_1(1-r^n)}{1-r} \gg S_n = \frac{5(1-5^8)}{1-5} = 488280$$

بكتيريا، ينمو أحد أنواع البكتيريا في وسط غذائي، بحيث ينقسم إلى جزأين ثم إلى أربعة، ثم إلى ثمانية وهكذا. إذا بدأ مجتمع هذا النوع من البكتيريا بعدد ١٠ فما مجموع البكتيريا فيه بعد ٨ انقسامات؟

الحل

$a_1 = 10$
$r = 2$
$n = 8$

$$S_n = \frac{a_1(1-r^n)}{1-r} \gg S_n = \frac{10(1-2^8)}{1-2} = 2550$$

أوجد مجموع حدود المتسلسلة $\sum_{k=3}^{10} 4(2)^{k-1}$

الحل

$a_1 = 4(2)^2 = 16$
$r = 2$
$n = 10-3+1 = 8$

$$S_n = \frac{a_1(1-r^n)}{1-r} \gg S_8 = \frac{16(1-2^8)}{1-2} = 4080$$

5A) أوجد مجموع حدود المتسلسلة $\sum_{k=4}^{12} \frac{1}{4} \cdot 3^{k-1}$

الحل

$a_1 = \frac{1}{4} \cdot 3^3 = 6.75$
$r = 3$
$a_n = \frac{1}{4} \cdot 3^{11} = 44286.75$

$$S_n = \frac{a_1 - a_n r}{1-r}$$

$$S_9 = \frac{6.75 - 44286.75 \cdot 3}{1-3} = 66426.75$$

5A) أوجد مجموع حدود المتسلسلة $\sum_{k=2}^{9} \frac{2}{3} \cdot 4^{k-1}$

الحل

$a_1 = \frac{2}{3} \cdot 4 = 2.7$
$r = 4$
$a_n = \frac{2}{3} \cdot 4^8 = 43690.7$

$$S_n = \frac{a_1 - a_n r}{1 - r}$$

$$S_9 = \frac{2.67 - 43690.67 \cdot 4}{1 - 4} = 58253.3$$

أوجد $a_1$ في المتسلسلة الهندسية التي $S_n = 13116$ , $n = 7$ , $r = 3$

الحل

$$S_n = \frac{a_1(1 - r^n)}{1 - r} \gg 13116 = \frac{a_1(1 - (3)^7)}{1 - (3)}$$

$$13116 = \frac{a_1(-2186)}{-2} \gg 13116\ (-2) = a_1(-2186)$$

$$a_1 = 12$$

6) أوجد $a_1$ في المتسلسلة الهندسية التي $S_n = -26240$ , $n = 8$ , $r = -3$

الحل

$$S_n = \frac{a_1(1 - r^n)}{1 - r} \gg -26240 = \frac{a_1(1 - (-3)^8)}{1 - (-3)}$$

$$-26240 = \frac{a_1(6562)}{4} \gg -26240\ (4) = a_1(6562)$$

$$\frac{-26240 \times 4}{-6562} = \frac{a_1(-6562)}{-6562} \gg a_1 = 16$$

تأكد

1) فيروسات اخترق فيروس حاسوبًا، فأتلف أحد ملفاته، فإذا كانت الملفات التي يتلفها الفيروس تتضاعف كل دقيقة، فما مجموع الملفات التي ستلفها الفيروس بعد ١٥ دقيقة، إذا لم تتم السيطرة عليه ؟

الحل

$a_1 = 1$
$r = 2$
$n = 15$

$$S_n = \frac{a_1(1 - r^n)}{1 - r} \gg S_n = \frac{1(1 - 2^{15})}{1 - 2} = 32767$$

**اكتب صيغة الحد النوني في كل من المتتابعات الهندسية الآتية:**

**2) 2 , 4 , 8 , .....**

$$a_n = a_1 r^{n-1} = 2 \cdot 2^{n-1}$$

**٣) -4 , 16 , -64 , .....**

$$a_n = a_1 r^{n-1} = -4 \cdot (-4)^{n-1}$$

**٤) $a_2 = 4$ , $r = 3$**

$$a_n = a_1 r^{n-1} \quad \gg \quad 4 = a_1 \cdot 3^{2-1} \quad \gg \quad a_1 = \frac{4}{3}$$

$$a_n = a_1 r^{n-1} = \frac{4}{3} \cdot 3^{n-1}$$

**أوجد الأوساط الهندسية المطلوبة في المتتابعات الهندسية**

**٥) 0.25 , ? , ? , ? , 64**

**الحل**

$a_1 = 0.25$
$r = ?$
$n = 5$

$$a_n = a_1 r^{n-1} \quad \gg \quad 64 = 0.25 \cdot r^{5-1}$$

$$256 = r^4 \quad \gg \quad r = 4$$

**الأوساط الهندسية هي : 1 , 4 , 16**

**٦) 0.20 , ? , ? , ? , 125**

**الحل**

$a_1 = 0.20$
$r = ?$
$n = 5$

$$a_n = a_1 r^{n-1} \quad \gg \quad 125 = 0.20 \cdot r^{5-1}$$

$$625 = r^4 \quad \gg \quad r = 5$$

**الأوساط الهندسية هي : 1 , 5 , 25**

**7) تدريب قامت شركة تعمل في مجال التطوير بإرسال ٤ من خبرائها إلى بعض الدوائر التعليمية، لتدريب العاملين في هذه الدوائر على كيفية استخدام وتوظيف التكنولوجيا في تدريس المناهج، فقام كل خبير منهم بتدريب ٣ من مشرفي هذه الإدارات، وبدورهم قام كل مشرف منهم بتدريب ٣٠ آخرين وهكذا ....**

**إذا استمر هذا النمط، فما مجموع المتدربين الذين سيتم تدريبهم حتى المرحلة السادسة؟**

الحل

$a_1 = 12$
$r = 30$
$n = 6$

$$S_n = \frac{a_1(1-r^n)}{1-r} \gg S_n = \frac{12(1-30^6)}{1-30} = 301655172$$

**أوجد مجموع حدود كل من المتسلسلتين الهندسيتين الآتيتين:**

$$\sum_{k=1}^{6} 3(4)^{k-1}$$

الحل

$a_1 = 1$
$r = 4$
$a_n = 3 \cdot 4^5 = 3072$

$$S_n = \frac{a_1 - a_n r}{1-r}$$

$$S_9 = \frac{1 - 3072 \cdot 4}{1-4} = 4095$$

$$\sum_{k=1}^{8} 4\left(\frac{1}{2}\right)^{k-1}$$

الحل

$a_1 = 4$
$r = \frac{1}{2}$
$a_n = 0.03125$

$$S_n = \frac{a_1 - a_n r}{1-r}$$

$$S_9 = \frac{4 - 0.03125 \cdot \frac{1}{2}}{1-\frac{1}{2}} = 7.96875$$

10) أوجد $a_1$ في المتتابعة الهندسية $S_n = 85\frac{5}{16}$ , r = 4 , n = 6

الحل

$$S_n = \frac{a_1(1-r^n)}{1-r} \quad \gg \quad 85\frac{5}{16} = \frac{a_1(1-4^6)}{1-4} =$$

$$85\frac{5}{16} = \frac{a_1(-4095)}{3} \quad \gg \quad 85\frac{5}{16}(3) = a_1(-4095)$$

$$\frac{85\frac{5}{16} \times -3}{-4095} = \frac{a_1(-4095)}{-4095} \quad \gg \quad a_1 = \frac{1}{16}$$

11) أوجد $a_1$ في المتتابعة الهندسية $S_n = 1020$ , $a_n = 4$ , $r = \frac{1}{2}$

الحل

$$S_n = \frac{a_1 - a_n r}{1-r}$$

$$1020 = \frac{a_1 - 4\left(\frac{1}{2}\right)}{1-\frac{1}{2}} \quad \gg \quad 1020 = \frac{a_1 - 2}{\frac{1}{2}}$$

$$a_1 - 2 = 510 \quad \gg \quad a_1 = 512$$

(١٢) طقس نتيجة للأمطار الغزيرة ارتفع منسوب المياه في بركة في اليوم الأول 3 cm ، فإذا كانت الزيادة في كل يوم ضعف الزيادة في اليوم السابق لمنسوب المياه في كل من الأيام الأربعة التالية، فكم سنتمترا ارتفع منسوب المياه في البركة في اليوم الخامس ؟

الحل

$a_1 = 3$
$r = 2$
$n = 5$

$$S_n = \frac{a_1(1-r^n)}{1-r} \quad \gg \quad S_4 = \frac{3(1-2^4)}{1-2} = 45$$

$$S_5 = \frac{3(1-2^5)}{1-2} = 93$$

الارتفاع في اليوم الخامس 48 = 45 – 93

أوجد $a_n$ في كل من المتتابعتين الهندسيتين الآتيتين:

13) $a_1 = 2400$ , $r = \frac{1}{4}$, $n = 7$

$$a_n = a_1 r^{n-1} \quad \gg \quad a_n = 2400 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^{7-1} = \frac{75}{128} \approx 0.5859375$$

14) $a_1 = -4$ , $r = -2$ , $n = 8$

$$a_n = a_1 r^{n-1} \quad \gg \quad a_n = -4 \cdot (-2)^{8-1} = 512$$

اكتب صيغة الحد النوني في كل من المتتابعات الهندسية الآتية:

15) -3 , 6 , -12 , .....

$$a_n = a_1 r^{n-1} \quad \gg \quad a_n = -3 \cdot (2)^{n-1}$$

١٦) -1 , 1 , -1 , .....

$$a_n = a_1 r^{n-1} \quad \gg \quad a_n = -1 \cdot (-1)^{n-1}$$

١٧) $\frac{1}{3}$ ,$\frac{2}{9}$ ,$\frac{4}{27}$ , ... ... ...

$$a_n = a_1 r^{n-1} \quad \gg \quad a_n = \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{n-1}$$

18) $a_3 = 28$ , $r = 2$

$$a_n = a_1 r^{n-1} \quad \gg \quad 28 = a_1 \cdot (2)^{3-1}$$

$$28 = a_1 \cdot 4 \quad \gg \quad a_1 = 7$$

$$a_n = a_1 r^{n-1} \quad \gg \quad a_n = 7 \cdot (2)^{n-1}$$

١٩) $a_4 = -8$ , $r = 0.5$

$$a_n = a_1 r^{n-1} \quad \gg \quad -8 = a_1 \cdot (o.5)^{4-1}$$

$$-8 = a_1 \cdot 0.125 \quad \gg \quad a_1 = -64$$

$$a_n = a_1 r^{n-1} \quad \gg \quad a_n = -64 \cdot (0.5)^{n-1}$$

20) $a_6 = 0.5$ , r = 6

$$a_n = a_1 r^{n-1} \quad \gg \quad 0.5 = a_1 \cdot (6)^{6-1}$$

$$0.5 = a_1 \cdot 7776 \quad \gg \quad a_1 = \frac{1}{15552}$$

$$a_n = a_1 r^{n-1} \quad \gg \quad a_n = \frac{1}{15552} \cdot (6)^{n-1}$$

**أوجد الأوساط الهندسية المطلوبة في المتتابعات الهندسية**

21) 810 , ? , ? , ? , 10

الحل

$a_1 = 810$
r = ?
n = 5

$$a_n = a_1 r^{n-1} \quad \gg \quad 10 = 810 \cdot r^{5-1}$$

$$\frac{1}{81} = r^4 \quad \gg \quad r = \frac{1}{3}$$

الأوساط الهندسية هي : 270 , 90 , 30

22) $\frac{7}{2}$ , ? , ? , ? , $\frac{56}{81}$

الحل

$a_1 = \frac{7}{2}$
r = ?
n = 5

$$a_n = a_1 r^{n-1} \quad \gg \quad \frac{56}{81} = \frac{7}{2} \cdot r^{5-1}$$

$$\frac{16}{81} = r^4 \quad \gg \quad r = \frac{2}{3}$$

الأوساط الهندسية هي : $\frac{7}{3}$ , $\frac{14}{9}$ , $\frac{28}{27}$

23) أوجد وسطين هندسيين بين العددين *-2 , 16*

الحل

$a_1 = 16$
r = ?

$$a_n = a_1 r^{n-1} \quad \gg \quad -2 = 16 \cdot r^{4-1}$$

$$-\frac{1}{8} = r^3 \quad \gg \quad r = -\frac{1}{2}$$

الأوساط الهندسية هي : 4 , 8-

**(٢٤) بندول يقطع بندول مسافة ٣٠ *cm* في الاهتزازة الأولى، وبعد ذلك يقطع ٩٥% من الاهتزازة السابقة ويستمر على هذا المنوال أوجد المسافة الكلية التي يقطعها البندول في ٣٠ اهتزازة.**

الحل

$a_1 = 30$
$r = 0.95$
$n = 30$

$$S_n = \frac{a_1(1-r^n)}{1-r} \quad \gg \quad S_4 = \frac{30(1-0.95^{30})}{1-0.95} = 471$$