اليوم: الموضوع: قانون الجيوب . التاريخ: / /1439هـ

تحقق من فهمك

1) أوجدي مساحة ABC Δ الذي فيه: A = 31° , b = 18 m , c = 22 m مقربةً إلى أقرب جزءٍ من عشرةٍ .

الحل:

المساحة = $\frac{1}{2}$ bc sin A صيغة مساحة المثلث

المساحة = $\frac{1}{2}$ (18) (22) sin 31°

المساحة = 198 sin 31°

المساحة ≈ 102.0

إذن المساحة تساوي $102.0\ m^2$ تقريباً.

تحقق من فهمك

2) حُلّي NPQ Δ الذي فيه: P = 42° , Q = 65° , n = 5 قرّبي إلى أقرب جزء من عشرة إذا لزم.

الحل:

الخطوة 1 : نوجد قياس الزاوية الثالثة.

$$m\angle N = 180^\circ - (42^\circ + 65^\circ) = 180^\circ - 107^\circ = 73^\circ$$

الخطوة 2 : نستعمل قانون الجيوب لإيجاد كل من الطولين : p , q .

نكتب معادلة لإيجاد قيمة كل منهما.

$\frac{\sin N}{n} = \frac{\sin P}{p}$ قانون الجيوب

$\frac{\sin 73^\circ}{5} = \frac{\sin 42^\circ}{p}$ بالتعويض

$p = \frac{5 \sin 42^\circ}{\sin 73^\circ}$ الحل بالنسبة للمتغير p

$p \approx 3.5$ باستعمال الآلة الحاسبة

$\frac{\sin N}{n} = \frac{\sin Q}{q}$ قانون الجيوب

$\frac{\sin 73^\circ}{5} = \frac{\sin 65^\circ}{q}$ بالتعويض

$q = \frac{5 \sin 65^\circ}{\sin 73^\circ}$ الحل بالنسبة للمتغير q

$q \approx 4.7$ باستعمال الآلة الحاسبة

تحقق من فهمك

حددي إن كان لكل مثلث مما يأتي حل واحد، أم حلاَّن، أم ليس له حل. أوجدي الحلول، مقربةً أطوال الأضلاع إلى أقرب جزء من عشرة، وقياسات الزوايا إلى أقرب درجة.

3A) Δ RST الذي فيه: $R = 95^\circ$, $r = 10$, $s = 12$

الحل:

بما أن $\angle R$ منفرجة، و $10 < 12$ ، إذن لا يوجد حل للمثلث.

3B) Δ MNP الذي فيه: $N = 32^\circ$, $n = 7$, $p = 4$

الحل:

بما أن $\angle N$ حادة، و $4 < 7$ ، إذن يوجد حل واحد للمثلث.

الخطوة 1 : نوجد $m\angle P$

$$\frac{\sin N}{n} = \frac{\sin P}{p}$$ قانون الجيوب

$$\frac{\sin 32^\circ}{7} = \frac{\sin P}{4}$$ بالتعويض

$$\sin P = \frac{4\sin 32^\circ}{7}$$ الحل بالنسبة للمتغير p

$$p = \sin^{-1}\frac{4\sin 32^\circ}{7}$$ الحل بالنسبة للمتغير p

$$p \approx 18^\circ$$ باستعمال الآلة الحاسبة

الخطوة 2 : نوجد $m\angle M$

$$m\angle M \approx 180^\circ - (32^\circ + 18^\circ) \approx 180^\circ - 50^\circ \approx 130^\circ$$

الخطوة 3 : نوجد m

$$\frac{\sin N}{n} \approx \frac{\sin M}{m}$$ قانون الجيوب

$$\frac{\sin 32^\circ}{7} \approx \frac{\sin 130^\circ}{m}$$ بالتعويض

$$m \approx \frac{7\sin 130^\circ}{\sin 32^\circ}$$ الحل بالنسبة للمتغير m

$$m \approx 10.1$$ باستعمال الآلة الحاسبة

3C) Δ ABC الذي فيه: $A = 47^\circ$, $a = 15$, $b = 18$

الحل:

بما أن $\angle A$ حادة، و $15 < 18$ ، نوجد قيمة h ونقارنها مع قيمة a.

$$h = b\sin A$$

$$h = 18\sin 47^\circ$$

$$h \approx 13.2$$

بما أن: $13.2 < 15 < 18$ أو $h < a < b$.

فإن للمثلث حلين وبالتالي هناك مثلثان يطلب حلهما.

الحالة 1 : $\angle B$ حادة.

الخطوة **1** : نوجد $m \angle B$

$\dfrac{\sin A}{a} = \dfrac{\sin B}{b}$ قانون الجيوب

$\dfrac{\sin 47^\circ}{15} = \dfrac{\sin B}{18}$ بالتعويض

$\sin B = \dfrac{18 \sin 47^\circ}{15}$ الحل بالنسبة للمتغير B

$B = \sin^{-1} \dfrac{18 \sin 47^\circ}{15}$ الحل بالنسبة للمتغير B

$B \approx 61^\circ$ باستعمال الآلة الحاسبة

الخطوة **2** : نوجد $m \angle C$

$$m\angle C \approx 180^\circ - (47^\circ + 61^\circ) \approx 180^\circ - 108^\circ \approx 72^\circ$$

الخطوة **3** : نوجد c

$\dfrac{\sin A}{a} = \dfrac{\sin C}{c}$ قانون الجيوب

$\dfrac{\sin 47^\circ}{15} \approx \dfrac{\sin 72^\circ}{c}$ بالتعويض

$c \approx \dfrac{15 \sin 72^\circ}{\sin 47^\circ}$ الحل بالنسبة للمتغير c

$c \approx 19.5$ باستعمال الآلة الحاسبة

الحالة 2 : $\angle B$ منفرجة.

الخطوة **2** : نوجد $m \angle B$

قيمة دالة الجيب موجبة في الربع الثاني، لذا نوجد زاوية منفرجة **B** بحيث: $\sin B \approx 0.88$

$$m\angle B \approx 180^\circ - 61^\circ \approx 119^\circ$$

الخطوة **2** : نوجد $m \angle C$

$$m\angle C \approx 180^\circ - (47^\circ + 119^\circ) \approx 180^\circ - 166^\circ \approx 14^\circ$$

الخطوة **3** : نوجد c

$\dfrac{\sin A}{a} = \dfrac{\sin C}{c}$ قانون الجيوب

$\dfrac{\sin 47^\circ}{15} \approx \dfrac{\sin 14^\circ}{c}$ بالتعويض

$c \approx \dfrac{15 \sin 14^\circ}{\sin 47^\circ}$ الحل بالنسبة للمتغير c

$c \approx 5.0$ باستعمال الآلة الحاسبة

لذا فإن أحد الحلين هو: $B \approx 61^\circ , C \approx 72^\circ , c \approx 19.5$،

والحل الثاني هو: $B \approx 119^\circ , C \approx 14^\circ , c \approx 5.0$

تحقق من فهمك

4) أوجدي المسافة بين اللاعب الأول واللاعب الثاني.

الحل:

الخطوة **1** : نوجد قياس الزاوية الثالثة.

$$m\angle B = 180^\circ - (65^\circ + 43^\circ) = 180^\circ - 108^\circ = 72^\circ$$

الخطوة **2** : نستعمل قانون الجيوب.

$\dfrac{\sin B}{b} = \dfrac{\sin C}{c}$ قانون الجيوب

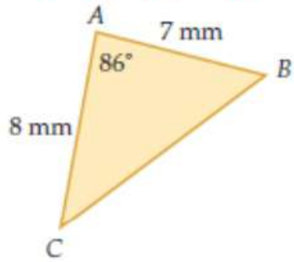
$\dfrac{\sin 72^\circ}{90} = \dfrac{\sin 65^\circ}{c}$ قانون الجيوب

$c = \dfrac{90 \sin 65^\circ}{\sin 72^\circ}$ الحل بالنسبة للمتغير **c**

$c \approx 85.8$ باستعمال الآلة الحاسبة

إذن المسافة بين اللاعب الأول واللاعب الثاني تساوي **85.8 ft** تقريباً.

في الأسئلة **(4 - 1)** ، أوجدي مساحة Δ **ABC** ، مقربةً إلى أقرب جزء من عشرة إذا لزم.



(1

الحل:

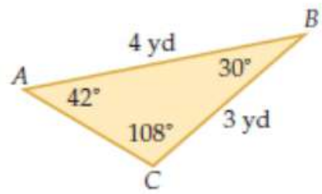
المساحة = $\frac{1}{2}\, bc \sin A$ صيغة مساحة المثلث

المساحة = $\frac{1}{2}\,(8)(7) \sin 86^\circ$

المساحة = $28 \sin 86^\circ$

المساحة ≈ 27.9

إذن المساحة تساوي $27.9\ mm^2$ تقريباً.



(2

الحل:

المساحة = $\frac{1}{2}\, ac \sin B$ صيغة مساحة المثلث

المساحة = $\frac{1}{2}\,(3)(4) \sin 30^\circ$

المساحة = $6 \sin 30^\circ$

المساحة = **3**

إذن المساحة تساوي $3\ yd^2$.

3) A = 40° , b = 11 cm , c = 6 cm

الحل:

المساحة = $\frac{1}{2}$ **bc sin A** صيغة مساحة المثلث

المساحة = $\frac{1}{2}$ (11) (6) sin 40°

المساحة = 33 sin 40°

المساحة ≈ 21.2

إذن المساحة تساوي $21.2\ cm^2$ تقريباً.

4) B = 103° , a = 20 in , c = 18 in

الحل:

المساحة = $\frac{1}{2}$ **ac sin B** صيغة مساحة المثلث

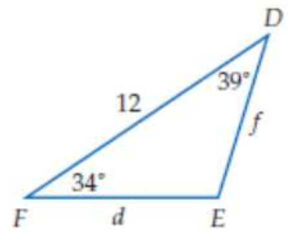
المساحة = $\frac{1}{2}$ (20) (18) sin 103°

المساحة = 180 sin 103°

المساحة ≈ 175.4

إذن المساحة تساوي $175.4\ in^2$ تقريباً.

في الأسئلة (5 - 7) ، حلي كل مثلث. قرّبي أطوال الأضلاع إلى أقرب جزء من عشرة:



(5

الحل:

الخطوة **1** : نوجد قياس الزاوية الثالثة.

$$m\angle E = 180° - (39° + 34°) = 180° - 73° = 107°$$

الخطوة **2** : نستعمل قانون الجيوب لإيجاد كل من الطولين : **d , f**.

نكتب معادلة لإيجاد قيمة كل منهما.

$$\frac{\sin D}{d} = \frac{\sin E}{e}$$ قانون الجيوب

$$\frac{\sin 39°}{d} = \frac{\sin 107°}{12}$$ بالتعويض

$$d = \frac{12 \sin 39°}{\sin 107°}$$ الحل بالنسبة للمتغير **d**

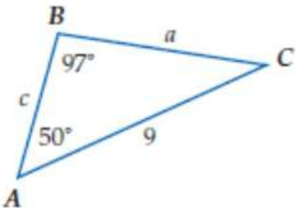
$$d \approx 7.9$$ باستعمال الآلة الحاسبة

$$\frac{\sin F}{f} = \frac{\sin E}{e}$$ قانون الجيوب

$\frac{\sin 34°}{f} = \frac{\sin 107°}{12}$ بالتعويض

$f = \frac{12 \sin 34°}{\sin 107°}$ الحل بالنسبة للمتغير f

$f \approx 7.0$ باستعمال الآلة الحاسبة



(6

الحل:

الخطوة **1** : نوجد قياس الزاوية الثالثة.

$$m\angle C = 180° - (97° + 50°) = 180° - 147° = 33°$$

الخطوة **2** : نستعمل قانون الجيوب لإيجاد كل من الطولين : **a , c**.

نكتب معادلة لإيجاد قيمة كل منهما.

$\frac{\sin A}{a} = \frac{\sin B}{b}$ قانون الجيوب

$\frac{\sin 50°}{a} = \frac{\sin 97°}{9}$ بالتعويض

$a = \frac{9 \sin 50°}{\sin 97°}$ الحل بالنسبة للمتغير a

$a \approx 6.9$ باستعمال الآلة الحاسبة

$\frac{\sin C}{c} = \frac{\sin B}{b}$ قانون الجيوب

$\frac{\sin 33°}{c} = \frac{\sin 97°}{9}$ بالتعويض

$c = \frac{9 \sin 33°}{\sin 97°}$ الحل بالنسبة للمتغير c

$c \approx 4.9$ باستعمال الآلة الحاسبة

7) Δ FGH الذي فيه : $G = 80°$, $H = 40°$, $g = 14$

الحل:

الخطوة **1** : نوجد قياس الزاوية الثالثة.

$$m\angle F = 180° - (80° + 40°) = 180° - 120° = 60°$$

الخطوة **2** : نستعمل قانون الجيوب لإيجاد كل من الطولين : **f , h**.

نكتب معادلة لإيجاد قيمة كل منهما.

$\frac{\sin F}{f} = \frac{\sin G}{g}$ قانون الجيوب

$\frac{\sin 60°}{f} = \frac{\sin 80°}{14}$ بالتعويض

$f = \frac{14 \sin 60°}{\sin 80°}$ الحل بالنسبة للمتغير f

$f \approx 12.3$ باستعمال الآلة الحاسبة

قانون الجيوب $\frac{\sin H}{h} = \frac{\sin G}{g}$

بالتعويض $\frac{\sin 40^\circ}{h} = \frac{\sin 80^\circ}{14}$

الحل بالنسبة للمتغير h $h = \frac{14 \sin 40^\circ}{\sin 80^\circ}$

باستعمال الآلة الحاسبة $h \approx 9.1$

حددي إذا كان للمثلث ABC في كل مما يأتي حل واحد، أم حلّان، أم ليس له حل. أوجدي الحلول، مقربةً أطوال الأضلاع إلى أقرب جزء من عشرة ، وقياسات الزوايا إلى أقرب درجة:

8) $A = 95^\circ$, $a = 19$, $b = 12$

الحل:

بما أن $\angle A$ منفرجة ، و $19 > 12$ ، نستنتج أن للمثلث حلاً واحداً.

الخطوة 1 : نوجد $m\angle B$

قانون الجيوب $\frac{\sin B}{b} = \frac{\sin A}{a}$

بالتعويض $\frac{\sin B}{12} = \frac{\sin 95^\circ}{19}$

الحل بالنسبة للمتغير B $\sin B = \frac{12 \sin 95^\circ}{19}$

الحل بالنسبة للمتغيرB $B = \sin^{-1} \frac{12 \sin 95^\circ}{19}$

باستعمال الآلة الحاسبة $B \approx 39^\circ$

الخطوة 2 : نوجد $m\angle C$

$$m\angle C \approx 180^\circ - (95^\circ + 39^\circ) \approx 180^\circ - 134^\circ \approx 46^\circ$$

الخطوة 3 : نوجد c

قانون الجيوب $\frac{\sin C}{c} = \frac{\sin A}{a}$

بالتعويض $\frac{\sin 46^\circ}{c} \approx \frac{\sin 95^\circ}{19}$

الحل بالنسبة للمتغير c $c \approx \frac{19 \sin 46^\circ}{\sin 95^\circ}$

باستعمال الآلة الحاسبة $c \approx 13.7$

9) $A = 60^\circ$, $a = 15$, $b = 24$

الحل:

بما أن $\angle A$ حادة، و $24 > 15$، نوجد قيمة h ونقارنها مع قيمة a.

$h = b \sin A$

$h = 24 \sin 60^\circ$

$h \approx 20.8$

بما أن : $15 < 20.8$ أو $a < h$.

فلا يوجد للمثلث حل.

10) $A = 34^\circ$, $a = 8$, $b = 13$

الحل:

بما أن $\angle A$ حادة، و $13 > 8$، نوجد قيمة h ونقارنها مع قيمة a.

$$h = b \sin A$$

$$h = 13 \sin 34^\circ$$

$$h \approx 7.27$$

بما أن: $7.3 < 8 < 13$ أو $h < a < b$.

فإن للمثلث حلين وبالتالي هناك مثلثان يطلب حلهما.

الحالة 1 : $\angle B$ حادة.

الخطوة 1 : نوجد $m\angle B$

$$\frac{\sin A}{a} = \frac{\sin B}{b}$$ قانون الجيوب

$$\frac{\sin 34^\circ}{8} = \frac{\sin B}{13}$$ بالتعويض

$$\sin B = \frac{13 \sin 34^\circ}{8}$$ الحل بالنسبة للمتغير B

$$B = \sin^{-1} \frac{13 \sin 34^\circ}{8}$$ الحل بالنسبة للمتغير B

$$B \approx 65^\circ$$ باستعمال الآلة الحاسبة

الخطوة 2 : نوجد $m\angle C$

$$m\angle C \approx 180^\circ - (34^\circ + 65^\circ) \approx 180^\circ - 99^\circ \approx 81^\circ$$

الخطوة 3 : نوجد c

$$\frac{\sin A}{a} = \frac{\sin C}{c}$$ قانون الجيوب

$$\frac{\sin 34^\circ}{8} \approx \frac{\sin 81^\circ}{c}$$ بالتعويض

$$c \approx \frac{8 \sin 81^\circ}{\sin 34^\circ}$$ الحل بالنسبة للمتغير c

$$c \approx 14.1$$ باستعمال الآلة الحاسبة

الحالة 2 : $\angle B$ منفرجة

الحالة 2 : نوجد $m\angle B$

قيمة دالة الجيب موجبة في الربع الثاني، لذا نوجد زاوية منفرجة B بحيث: $\sin B \approx 0.90875$

$$m\angle B \approx 180^\circ - 65^\circ \approx 115^\circ$$

الخطوة 2 : نوجد $m\angle C$

$$m\angle C \approx 180^\circ - (34^\circ + 115^\circ) \approx 180^\circ - 149^\circ \approx 31^\circ$$

الخطوة 3 : نوجد c

$$\frac{\sin A}{a} = \frac{\sin C}{c}$$ قانون الجيوب

$$\frac{\sin 34^\circ}{8} \approx \frac{\sin 31^\circ}{c}$$ بالتعويض

$$c \approx \frac{8 \sin 31^\circ}{\sin 34^\circ}$$ الحل بالنسبة للمتغير c

$c \approx 7.4$ باستعمال الآلة الحاسبة

لذا فإن أحد الحلين هو: $B \approx 65^\circ , C \approx 81^\circ , c \approx 14.1$،

والحل الثاني هو: $B \approx 115^\circ , C \approx 31^\circ , c \approx 7.4$

11) $A = 30^\circ , a = 3 , b = 6$

الحل :

بما أن $\angle A$ حادة ، و $6 < 3$ ، نوجد قيمة h ونقارنها مع قيمة a.

$$h = b \sin A$$

$$h = 6 \sin 30^\circ$$

$$h = 3$$

بما أن : $3 = 3$ أو $a = h$.

فإن للمثلث حل واحد.

الخطوة 1 : نوجد $m \angle B$

$$\frac{\sin A}{a} = \frac{\sin B}{b}$$ قانون الجيوب

$$\frac{\sin 30^\circ}{3} = \frac{\sin B}{6}$$ بالتعويض

$$\sin B = \frac{6 \sin 30^\circ}{3}$$ الحل بالنسبة للمتغير B

$$B = \sin^{-1} \frac{6 \sin 30^\circ}{3}$$ الحل بالنسبة للمتغير B

$B = 90^\circ$ باستعمال الآلة الحاسبة

الخطوة 2 : نوجد $m \angle C$

$$m\angle C = 180^\circ - (30^\circ + 90^\circ) = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$$

الخطوة 3 : نوجد c

$$\frac{\sin A}{a} = \frac{\sin C}{c}$$ قانون الجيوب

$$\frac{\sin 30^\circ}{3} = \frac{\sin 60^\circ}{c}$$ بالتعويض

$$c = \frac{3 \sin 60^\circ}{\sin 30^\circ}$$ الحل بالنسبة للمتغير c

$c \approx 5.2$ باستعمال الآلة الحاسبة

12) فضاء: ارجعي إلى فقرة " لماذا ؟ " في بداية هذا الدرس. وأوجدي المسافة بين فوهة واهو وفوهة نوكان.

الحل:

$$\frac{\sin 102^\circ}{x} = \frac{\sin 23^\circ}{1.2}$$ قانون الجيوب

$$x = \frac{1.2 \sin 102^\circ}{\sin 23^\circ}$$ الحل بالنسبة للمتغير x

$x \approx 3.0$ باستعمال الآلة الحاسبة

إذن المسافة بين فوهة واهو وفوهة نوكان تساوي 3 km تقريبًا.