

شرح مفصل لدرس العمليات على المصفوفات



تم تحميل هذا الملف من موقع المناهج السعودية

موقع المناهج ← المناهج السعودية ← الصف الثاني الثانوي ← رياضيات ← الفصل الأول ← ملفات متنوعة ← الملف

تاريخ إضافة الملف على موقع المناهج: 2025-09-27 20:51:13

ملفات اكتب للمعلم اكتب للطالب | اختبارات الكترونية | اختبارات | حلول | عروض بوربوينت | أوراق عمل
منهج انجليزي | ملخصات وتقارير | مذكرات وبنوك | الامتحان النهائي | للمدرس

المزيد من مادة
رياضيات:

التواصل الاجتماعي بحسب الصف الثاني الثانوي



صفحة المناهج
السعودية على
فيسبوك

الرياضيات

اللغة الانجليزية

اللغة العربية

التربية الاسلامية

المواد على تلغرام

المزيد من الملفات بحسب الصف الثاني الثانوي والمادة رياضيات في الفصل الأول

مراجعة الفصل الأول الدوال والمتباينات من دون حل	1
عرض و شرح درس صيغ معادلة المستقيم	2
عرض بوربوينت درس ضرب المصفوفات	3
عرض بوربوينت لدرس العمليات على المصفوفات	4
مراجعة الفصل الأول الدوال و المتباينات محلولة	5

رياضات 1-2
الفصل الثاني : المصفوفات
الدرس الثاني: العمليات على المصفوفات

مدة إعطاء الدرس
بإذن الله
هي حصتين

إعداد الأستاذ :
عبد العزيز السهيمي

المفردات

جمع مصفوفتين

adding matrices

طرح مصفوفتين

subtracting matrices

ضرب المصفوفة في

عدد ثابت

scalar multiplication

أهداف الدرس



■ أجمع المصفوفات
وأطرحها.

■ أضرب مصفوفة في عدد
ثابت.

فيما سبق



درستُ تنظيم البيانات في
مصفوفات. (الدرس 1-2)

سنتعرف في هذه الدرس...

خصائص جمع
المصفوفات

ضرب مصفوفة
في عدد ثابت

جمع المصفوفات
وطرحها

استعمال العمليات
على المصفوفات

العمليات على
المصفوفات

لماذا؟

لدى مؤسسة تجارية للمعدات الثقيلة فروع في كل من: الرياض، والشرقية، وجدة، يتبع كلاً منها ثلاثة معارض. وتبين المصفوفات الآتية معدل النفقات والمبيعات الأسبوعية في معارض المناطق الثلاث:

	الرياض		الشرقية		جدة	
	المبيعات	النفقات	المبيعات	النفقات	المبيعات	النفقات
المعرض (1)	145000	1900	122000	1700	109500	1050
المعرض (2)	225000	2400	145500	1800	135000	1800
المعرض (3)	290000	2700	160000	1800	150500	1800

➤ ما معدل النفقات اليومي للمعرض 2 في المنطقة الشرقية؟

➤ ما موقع معدل النفقات اليومية للمعرض الأول في كل مصفوفة؟

➤ كيف يمكن أن تجد إجمالي المبيعات الأسبوعية للمعرض 2 في الشركة لجميع المناطق؟



جمع مصفوفتين: إذا كانت $\underline{A}, \underline{B}$ مصفوفتين من الرتبة $m \times n$ فإن $\underline{A} + \underline{B}$ هي مصفوفة أيضًا من الرتبة $m \times n$ ويكون كل عنصر فيها هو مجموع العنصرين المتناظرين في $\underline{A}$ و $\underline{B}$.

تعريف
المفردة

مثال

$$\begin{bmatrix} 3 & 8 \\ 4 & 6 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 1 & -9 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 & 8 \\ 5 & -3 \end{bmatrix}$$

$3 + 4 = 7$

هل العبارة التالية صحيحة أم خاطئة؟ برّر إجابتك.
عند جمع أيّ مصفوفتين لا يشترط تساوي رتبتهما.

سؤال



طرح مصفوفتين: إذا كانت $\underline{A}, \underline{B}$ مصفوفتين من الرتبة $m \times n$ فإن $\underline{A} - \underline{B}$ هي مصفوفة أيضاً من الرتبة $m \times n$ ويكون كل عنصر فيها هو طرح العنصرين المتناظرين في $\underline{A}$ و $\underline{B}$.

تعريف
المفردة

مثال

$$\begin{bmatrix} 3 & 8 \\ 4 & 6 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 1 & -9 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 8 \\ 3 & 15 \end{bmatrix}$$

$3 - 4 = -1$

إذا كانت $\underline{A} = \begin{bmatrix} -4 \\ 5 \end{bmatrix}, \underline{B} = \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \end{bmatrix}$ أوجد $\underline{A} - \underline{B}$.

سؤال

طرح مصفوفتين

Subtracting Matrices

$$\begin{bmatrix} a_{11} & \dots & a_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & \dots & a_{mn} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} b_{11} & \dots & b_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ b_{m1} & \dots & b_{mn} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} - b_{11} & \dots & a_{1n} - b_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} - b_{m1} & \dots & a_{mn} - b_{mn} \end{bmatrix}$$

مثال 1 ◀ أولاً (جمع المصفوفات وطرحها)

إذا كانت $\underline{A} = \begin{bmatrix} 16 & 2 \\ -9 & 8 \end{bmatrix}$, $\underline{B} = \begin{bmatrix} -4 & -1 \\ -3 & -7 \end{bmatrix}$, $\underline{C} = \begin{bmatrix} 8 \\ 6 \end{bmatrix}$ فأوجد كلاً مما يأتي إن أمكن:

$$\underline{A} + \underline{B} = \begin{bmatrix} 16 + (-4) & 2 + (-1) \\ -9 + (-3) & 8 + (-7) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 12 & 1 \\ -12 & 1 \end{bmatrix}$$

$\underline{A} + \underline{B}$ (a)

$$\underline{B} - \underline{C} = \begin{bmatrix} -4 & -1 \\ -3 & -7 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 8 \\ 6 \end{bmatrix}$$

$\underline{B} - \underline{C}$ (b)

بما أن المصفوفتين $\underline{B}$, $\underline{C}$ لهما رتبتين مختلفتين، فلا يمكن إجراء عملية الطرح $\underline{B} - \underline{C}$

إرشادات للدراسة

إذا كان $\underline{A} + \underline{B} = \underline{C}$

فإن $c_{ij} = a_{ij} + b_{ij}$.

أوجد الناتج في كلِّ مما يأتي إذا كان ذلك ممكناً:

$$\begin{bmatrix} -3 & 4 \\ -9 & -5 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -4 & 12 \\ 8 & -7 \end{bmatrix} \quad (1A)$$

$$= \begin{bmatrix} -3 - (-4) & 4 - 12 \\ -9 - 8 & -5 - (-7) \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & -8 \\ -17 & 2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} -9 & 8 & 3 \\ -2 & 4 & -7 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -4 & -3 & 6 \\ -9 & -5 & 18 \end{bmatrix} \quad (1B)$$

$$= \begin{bmatrix} -9 + (-4) & 8 + (-3) & 3 + 6 \\ -2 + (-9) & 4 + (-5) & -7 + 18 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} -13 & 5 & 9 \\ -11 & -1 & 11 \end{bmatrix}$$



استراتيجية
فكر - ناقش - شارك

أ/عبد العزيز السهيمي

أوجد الناتج في كلٍّ مما يأتي إذا كان ذلك ممكناً:

$$(1) \begin{bmatrix} -8 & 2 & 6 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 11 & -7 & 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 3 & -5 & 7 \end{bmatrix}$$

$$(3) \begin{bmatrix} 7 & -12 \\ 15 & 4 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 9 & 6 \\ 4 & -9 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} -2 & -18 \\ 11 & 13 \end{bmatrix}$$

$$(2) \begin{bmatrix} 9 & -8 & 4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 12 & 2 \end{bmatrix}$$

لا يمكن الحل لأنها ليس لها نفس الرتبة

$$(4) \begin{bmatrix} 5 & 13 & -6 \\ 3 & -17 & 2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -2 & -18 & 8 \\ 2 & -11 & 0 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 7 & 31 & -14 \\ 1 & -6 & 2 \end{bmatrix}$$

حل فردي



ضرب المصفوفة في عدد ثابت: حاصل ضرب مصفوفة A من الرتبة $m \times n$ في عدد الثابت k هي مصفوفة kA من الرتبة $m \times n$ وكل عنصر فيها يساوي العنصر المناظر له في المصفوفة A مضروبًا في العدد الثابت k .

تعريف
المفردة

$$- (2) = -2 \quad 2(2) = 4$$

$$-\begin{bmatrix} 2 & -4 \\ 7 & 10 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 & 4 \\ -7 & -10 \end{bmatrix} \quad 2 \cdot \begin{bmatrix} 2 & -4 \\ 7 & 10 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & -8 \\ 14 & 20 \end{bmatrix}$$

مثال

هل العبارة التالية صحيحة أم خاطئة؟ برّر إجابتك.

سؤال

$$3 \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 0 & -3 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3 & 6 \\ 0 & -9 \\ 3 & 3 \end{bmatrix}$$


ضرب المصفوفة في عدد ثابت
Scalar Multiplication

$$k \cdot \begin{bmatrix} a_{11} & \dots & a_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & \dots & a_{mn} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ka_{11} & \dots & ka_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ ka_{m1} & \dots & ka_{mn} \end{bmatrix}$$

مثال 2

ثانيًا ◀ (ضرب مصفوفة في عدد ثابت)

إذا كانت $\underline{R} = \begin{bmatrix} -12 & 8 & 6 \\ -16 & 4 & 19 \end{bmatrix}$ ، فجد $5\underline{R}$.

$$\begin{aligned} 5\underline{R} &= 5 \begin{bmatrix} -12 & 8 & 6 \\ -16 & 4 & 19 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 5(-12) & 5(8) & 5(6) \\ 5(-16) & 5(4) & 5(19) \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} -60 & 40 & 30 \\ -80 & 20 & 95 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

إرشادات للدراسة

ضرب المصفوفة في
عدد ثابت

إذا كان $k\underline{A} = \underline{B}$
فإن: $ka_{ij} = b_{ij}$

(2) إذا كانت $\underline{T} = \begin{bmatrix} 8 & 0 & 3 & -2 \\ -1 & -4 & -2 & 9 \end{bmatrix}$ ، فأوجد $-4\underline{T}$

$$-4\underline{T} = -4 \begin{bmatrix} 8 & 0 & 3 & -2 \\ -1 & -4 & -2 & 9 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 8(-4) & 0(-4) & 3(-4) & -2(-4) \\ -1(-4) & -4(-4) & -2(-4) & 9(-4) \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} -32 & 0 & -12 & 8 \\ 4 & 16 & 8 & -36 \end{bmatrix}$$

استراتيجية
فكر - ناقش - شارك

أ/عبدالعزیز السعیدي



أوجد الناتج في كل مما يأتي:

$$3 \begin{bmatrix} 6 & 4 & 0 \\ -2 & 14 & -8 \\ -4 & -6 & 7 \end{bmatrix} \quad (5)$$

$$-6 \begin{bmatrix} 15 & -9 & 2 & 3 \\ 6 & -11 & 14 & -2 \\ 4 & -8 & -10 & 27 \end{bmatrix} \quad (6)$$

$$= \begin{bmatrix} 15 & (-6) & -9 & (-6) & 2 & (-6) & 3 & (-6) \\ 6 & (-6) & -11 & (-6) & 14 & (-6) & -2 & (-6) \\ 4 & (-6) & -8 & (-6) & -10 & (-6) & 27 & (-6) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 & (3) & 4 & (3) & 0 & (3) \\ -2 & (3) & 14 & (3) & -8 & (3) \\ -4 & (3) & -6 & (3) & 7 & (3) \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} -90 & 54 & -12 & -18 \\ -36 & 66 & -84 & 12 \\ -24 & 48 & 60 & -162 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 18 & 12 & 0 \\ -6 & 42 & -24 \\ -12 & -18 & 21 \end{bmatrix}$$

تنطبق كثير من خصائص العمليات التي تُجرى على الأعداد الحقيقية على المصفوفات. وفيما يأتي ملخص لهذه الخصائص:

أضف إلى
مطوبتك

مفهوم أساسي

خصائص جمع المصفوفات

الخصائص الآتية صحيحة لأي ثلاث مصفوفات $\underline{A}$, $\underline{B}$, $\underline{C}$ لها الرتبة نفسها ولأي عدد ثابت k :

$$\underline{A} + \underline{B} = \underline{B} + \underline{A} \quad \text{الخاصية الإبدالية لجمع المصفوفات}$$

$$(\underline{A} + \underline{B}) + \underline{C} = \underline{A} + (\underline{B} + \underline{C}) \quad \text{الخاصية التجميعية لجمع المصفوفات}$$

$$k(\underline{A} + \underline{B}) = k\underline{A} + k\underline{B} \quad \text{خاصية التوزيع للضرب في عدد}$$



ثالثاً ◀ (العمليات على المصفوفات)

مثال 3

إذا كانت $\underline{A} = \begin{bmatrix} -9 & 12 \\ 2 & -6 \end{bmatrix}$ ، $\underline{B} = \begin{bmatrix} -4 & -8 \\ 2 & -3 \end{bmatrix}$ ، فأوجد $-4\underline{B} - 3\underline{A}$.

$$\begin{aligned}
 -4\underline{B} - 3\underline{A} &= -4 \begin{bmatrix} -4 & -8 \\ 2 & -3 \end{bmatrix} - 3 \begin{bmatrix} -9 & 12 \\ 2 & -6 \end{bmatrix} \\
 &= \begin{bmatrix} -4(-4) & -4(-8) \\ -4(2) & -4(-3) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 3(-9) & 3(12) \\ 3(2) & 3(-6) \end{bmatrix} \\
 &= \begin{bmatrix} 16 & 32 \\ -8 & 12 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -27 & 36 \\ 6 & -18 \end{bmatrix} \\
 &= \begin{bmatrix} 43 & -4 \\ -14 & 30 \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$



(3) إذا كانت $\underline{A} = \begin{bmatrix} -5 & 3 \\ 6 & -8 \\ 2 & 9 \end{bmatrix}$ ، فأوجد $-6\underline{B} + 7\underline{A}$ ، $\underline{B} = \begin{bmatrix} 12 & 5 \\ 5 & -4 \\ 4 & -7 \end{bmatrix}$

$$-6\underline{B} + 7\underline{A} = -6 \begin{bmatrix} 12 & 5 \\ 5 & -4 \\ 4 & -7 \end{bmatrix} + 7 \begin{bmatrix} -5 & 3 \\ 6 & -8 \\ 2 & 9 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} -72 & -30 \\ -30 & 24 \\ -24 & 42 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -35 & 21 \\ 42 & -56 \\ 14 & 63 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -107 & -9 \\ 12 & -32 \\ -10 & 105 \end{bmatrix}$$



استراتيجية
فكر - ناقش - شارك

$$\underline{C} = \begin{bmatrix} -4 & -6 \\ 12 & -7 \end{bmatrix}$$

$$\underline{B} = \begin{bmatrix} 8 & -1 \\ -2 & 7 \end{bmatrix}$$

$$\underline{A} = \begin{bmatrix} 6 & -4 \\ 3 & -5 \end{bmatrix} \text{ إذا كانت}$$

فأوجد ناتج كل مما يلي:

$$-8\underline{C} + 3\underline{A} \quad (8)$$

$$= -8 \begin{bmatrix} -4 & -6 \\ 12 & -7 \end{bmatrix} + 3 \begin{bmatrix} 6 & -4 \\ 3 & -5 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 32 & 48 \\ -96 & 56 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 18 & -12 \\ 9 & -15 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 50 & 36 \\ -87 & 41 \end{bmatrix}$$

$$4\underline{B} - 2\underline{A} \quad (7)$$

$$= 4 \begin{bmatrix} 8 & -1 \\ -2 & 7 \end{bmatrix} - 2 \begin{bmatrix} 6 & -4 \\ 3 & -5 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 32 & -4 \\ -8 & 28 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -12 & 8 \\ -6 & 10 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 20 & 4 \\ -14 & 38 \end{bmatrix}$$



مثال 3

رابعاً ◀ (استعمال العمليات على المصفوفات)

أعمال: ارجع إلى فقرة "لماذا" في بداية الدرس، وعبر عن معدل المبيعات والنفقات لجميع المعارض في خمسة أسابيع.

$$\begin{aligned}
 & 5 \begin{bmatrix} 1900 & 145000 \\ 2400 & 225000 \\ 2700 & 290000 \end{bmatrix} + 5 \begin{bmatrix} 1700 & 122000 \\ 1800 & 145500 \\ 1800 & 160000 \end{bmatrix} + 5 \begin{bmatrix} 1050 & 109500 \\ 1800 & 135000 \\ 1800 & 150500 \end{bmatrix} \\
 &= \begin{bmatrix} 9500 & 725000 \\ 12000 & 1\,125\,000 \\ 13500 & 1\,450\,000 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 8500 & 610000 \\ 9000 & 727500 \\ 9000 & 800000 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 5250 & 547500 \\ 9000 & 675000 \\ 9000 & 752500 \end{bmatrix} \\
 & \quad \text{النفقات} \quad \text{المبيعات} \\
 &= \begin{bmatrix} 23250 & 1882500 \\ 30000 & 2527500 \\ 31500 & 3002500 \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

تدل المصفوفة النهائية على معدل المبيعات والنفقات في خمسة أسابيع.

(4) أعمال : استعمل بيانات السؤال في مثال 4 لحساب معدل المبيعات والنفقات الشهري لجميع المعارض على فرض أن الشهر 30 يوما .

$$= 30 \begin{bmatrix} 1900 & 145000 \\ 2400 & 225000 \\ 2700 & 290000 \end{bmatrix} + 30 \begin{bmatrix} 1700 & 122000 \\ 1800 & 145500 \\ 1800 & 160000 \end{bmatrix} + 30 \begin{bmatrix} 1050 & 109500 \\ 1800 & 135000 \\ 1800 & 150500 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 139500 & 7995000 \\ 180000 & 11640000 \\ 189000 & 13950000 \end{bmatrix}$$

قسم التقويم

1	إذا كان $\underline{A} = \begin{bmatrix} 6 & -7 \\ 2 & -12 \end{bmatrix}$, $\underline{B} = \begin{bmatrix} 4 & 2 \\ -5 & -6 \end{bmatrix}$ فإن $\underline{A} + \underline{B} = \dots\dots\dots$				
A	$\begin{bmatrix} 10 & 9 \\ 7 & -6 \end{bmatrix}$	B	$\begin{bmatrix} 10 & -5 \\ 3 & -6 \end{bmatrix}$	C	$\begin{bmatrix} 10 & -5 \\ -3 & -18 \end{bmatrix}$
D	$\begin{bmatrix} 10 & -5 \\ 7 & -6 \end{bmatrix}$				
2	$\dots\dots\dots = \begin{bmatrix} 6 \\ -3 \\ 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -6 & 3 & -2 \end{bmatrix}$				
A	$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$	B	$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$	C	$\begin{bmatrix} 12 & 6 & -4 \end{bmatrix}$
D	لا يمكن إيجاد ناتج				
4	إذا كانت $\underline{A}$, $\underline{B}$ مصفوفتين من الرتبة 5×3 , فإن رتبة المصفوفة $\underline{A} - \underline{B}$ هي :				
A	3×5	B	5×3	C	3×2
D	3×3				
5	$\dots\dots\dots = 3 \begin{bmatrix} 6 & 4 & 0 \\ -2 & 14 & -8 \\ -4 & -6 & 7 \end{bmatrix}$				
A	$\begin{bmatrix} 18 & 12 & 0 \\ -6 & 32 & 24 \\ 13 & 10 & 21 \end{bmatrix}$	B	$\begin{bmatrix} 18 & 12 & 0 \\ -6 & 42 & -24 \\ -12 & -18 & 21 \end{bmatrix}$	C	$\begin{bmatrix} 10 & 12 & 0 \\ -6 & 12 & 24 \\ 13 & 10 & 21 \end{bmatrix}$
D	$\begin{bmatrix} 18 & 12 & 0 \\ -6 & 32 & 24 \\ 2 & 3 & 23 \end{bmatrix}$				

تعلمنا في هذه الدرس...

خصائص جمع
المصفوفات

ضرب مصفوفة
في عدد ثابت

جمع المصفوفات
وطرحها

استعمال العمليات
على المصفوفات

العمليات على
المصفوفات



انتهى الدرس



إعداد الأستاذ :
عبدالعزیز السهیمی