اليوم: الموضوع: قانون جيوب التمام. التاريخ: / / 1439هـ

تحقق من فهمك

1) حُلّي Δ FGH الذي فيه : $G = 82^\circ$, $f = 6$, $h = 4$ مقربةً طول الضلع إلى أقرب جزءٍ من عشرةٍ ، وقياسي الزاويتين إلى أقرب درجة .

الحل:

الخطوة 1 : نستعمل قانون جيوب التمام لإيجاد طول الضلع الثالث.

$g^2 = f^2 + h^2 - 2fh\cos G$ قانون جيوب التمام

$g^2 = 6^2 + 4^2 - 2(6)(4)\cos 82^\circ$ التعويض

$g^2 = 36 + 16 - 48\cos 82^\circ$

$g^2 = 52 - 48\cos 82^\circ$

$g^2 \approx 45.32$

$g \approx 6.7$

الخطوة 2 : نستعمل قانون الجيوب لإيجاد القياس المجهول لإحدى الزاويتين.

$\frac{\sin F}{f} = \frac{\sin G}{g}$ قانون الجيوب

$\frac{\sin F}{6} \approx \frac{\sin 82^\circ}{6.7}$ بالتعويض

$\sin F \approx \frac{6\sin 82^\circ}{6.7}$

$F \approx \sin^{-1}\frac{6\sin 82^\circ}{6.7}$ الحل بالنسبة للمتغير F

$F \approx 62^\circ$ باستعمال الآلة الحاسبة

الخطوة 3 : نوجد قياس الزاوية الثالثة.

$m\angle H \approx 180^\circ - (82^\circ + 62^\circ) \approx 180^\circ - 144^\circ \approx 36^\circ$

تحقق من فهمك

2) حُلّي Δ ABC الذي فيه: $a = 5$, $b = 11$, $c = 8$ مقربةً قياسات الزوايا إلى أقرب درجة.

الحل:

الخطوة 1 : نستعمل قانون جيوب التمام لإيجاد قياس الزاوية الكبرى في Δ ABC وهي $\angle B$.

$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac\cos B$ قانون جيوب التمام

$11^2 = 5^2 + 8^2 - 2(5)(8)\cos B$ التعويض

$121 = 25 + 64 - 80\cos B$

$121 = 89 - 80\cos B$

$32 = -80\cos B$

$\cos B = -\frac{32}{80}$

$$B = \cos^{-1} - \frac{32}{80}$$

$$B \approx 114^\circ$$

الخطوة **2** : نستعمل قانون الجيوب لإيجاد **A ∠**.

$$\frac{\sin A}{a} = \frac{\sin B}{b}$$ قانون الجيوب

$$\frac{\sin A}{5} \approx \frac{\sin 114^\circ}{11}$$ بالتعويض

$$\sin A \approx \frac{5 \sin 114^\circ}{11}$$

$$A \approx \sin^{-1} \frac{5 \sin 114^\circ}{11}$$ الحل بالنسبة للمتغير **A**

$$A \approx 25^\circ$$ باستعمال الآلة الحاسبة

الخطوة **3** : نوجد قياس الزاوية الثالثة.

$$m\angle C \approx 180^\circ - (114^\circ + 25^\circ) \approx 180^\circ - 139^\circ \approx 41^\circ$$

تحقق من فهمك

3) ماراثون: ركض سعيد مسافة 6 km في اتجاه معين. ثم انعطف بزاوية قياسها °79، وركض مسافة 7 km. ما المسافة بين النقطة التي بدأ منها سعيد الركض والنقطة التي وصل إليها؟

الحل:

نستعمل قانون جيوب التمام لإيجاد طول الضلع الثالث.

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos C$$ قانون جيوب التمام

$$c^2 = 6^2 + 7^2 - 2(6)(7)\cos 79^\circ$$ التعويض

$$c^2 = 36 + 49 - 84\cos 79^\circ$$

$$c^2 = 85 - 84\cos 79^\circ$$

$$c^2 \approx 68.97$$

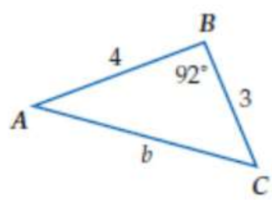
$$c \approx 8.3$$

إذن المسافة بين النقطة التي بدأ منها سعيد الركض والنقطة التي وصل إليها هي **8.3 km** تقريباً.

تأكد

في الأسئلة (4 - 1)، حلي كل مثلث. قرّبي أطوال الأضلاع إلى أقرب جزء من عشرة، وقياسات الزوايا إلى أقرب درجة:

(1



الحل:

الخطوة **1** : نستعمل قانون جيوب التمام لإيجاد طول الضلع الثالث.

$b^2 = a^2 + c^2 - 2\ a\ c\cos B$ قانون جيوب التمام

$b^2 = 3^2 + 4^2 - 2\ (3)\ (4)\cos 92^\circ$ التعويض

$b^2 = 9 + 16 - 24\cos 92^\circ$

$b^2 = 25 - 24\cos 92^\circ$

$b^2 \approx 25.84$

$b \approx 5.1$

الخطوة **2** : نستعمل قانون الجيوب لإيجاد القياس المجهول لإحدى الزاويتين.

$\frac{\sin B}{b} = \frac{\sin A}{a}$ قانون الجيوب

$\frac{\sin 92^\circ}{5.1} \approx \frac{\sin A}{3}$ بالتعويض

$\sin A \approx \frac{3\sin 92^\circ}{5.1}$

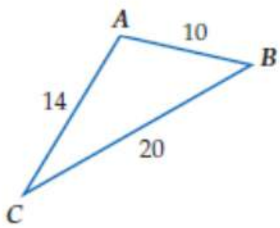
$A \approx \sin^{-1}\frac{3\sin 92^\circ}{5.1}$ الحل بالنسبة للمتغير A

$A \approx 36^\circ$ باستعمال الآلة الحاسبة

الخطوة **3** : نوجد قياس الزاوية الثالثة.

$m\angle C \approx 180^\circ - (92^\circ + 36^\circ) \approx 180^\circ - 128^\circ \approx 52^\circ$

(2



الحل:

الخطوة **1** : نستعمل قانون جيوب التمام لإيجاد قياس الزاوية الكبرى في ΔABC وهي $\angle A$.

$a^2 = b^2 + c^2 - 2\ b\ c\cos A$ قانون جيوب التمام

$20^2 = 14^2 + 10^2 - 2\ (14)\ (10)\cos A$ التعويض

$400 = 196 + 100 - 280\cos A$

$400 = 296 - 280\cos A$

$104 = -280\cos A$

$\cos A = -\frac{104}{280}$

$A = \cos^{-1} - \frac{104}{280}$

$A \approx 112^\circ$

الخطوة **2** : نستعمل قانون الجيوب لإيجاد $\angle B$.

$\frac{\sin A}{a} = \frac{\sin B}{b}$ قانون الجيوب

$\frac{\sin B}{14} \approx \frac{\sin 112^\circ}{20}$ بالتعويض

$\sin B \approx \frac{14 \sin 112^\circ}{20}$

$B \approx \sin^{-1} \frac{14 \sin 112^\circ}{20}$ الحل بالنسبة للمتغير B

$B \approx 40^\circ$ باستعمال الآلة الحاسبة

الخطوة 3 : نوجد قياس الزاوية الثالثة.

$$m\angle C \approx 180^\circ - (112^\circ + 40^\circ) \approx 180^\circ - 152^\circ \approx 28^\circ$$

3) $a = 5 , b = 8 , c = 12$

الحل:

الخطوة 1 : نستعمل قانون جيوب التمام لإيجاد قياس الزاوية الكبرى في ΔABC وهي $\angle C$.

$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos C$ قانون جيوب التمام

$12^2 = 5^2 + 8^2 - 2(5)(8)\cos C$ التعويض

$$144 = 25 + 64 - 80\cos C$$

$$144 = 89 - 80\cos C$$

$$55 = -80\cos C$$

$$\cos C = -\frac{55}{80}$$

$$C = \cos^{-1} -\frac{55}{80}$$

$$C \approx 133^\circ$$

الخطوة 2 : نستعمل قانون الجيوب لإيجاد $\angle A$.

$\frac{\sin A}{5} = \frac{\sin C}{c}$ قانون الجيوب

$\frac{\sin A}{5} \approx \frac{\sin 133^\circ}{12}$ بالتعويض

$\sin A \approx \frac{5 \sin 133^\circ}{12}$

$A \approx \sin^{-1} \frac{5 \sin 133^\circ}{12}$ الحل بالنسبة للمتغير A

$A \approx 18^\circ$ باستعمال الآلة الحاسبة

الخطوة 3 : نوجد قياس الزاوية الثالثة.

$$m\angle B \approx 180^\circ - (133^\circ + 18^\circ) \approx 180^\circ - 151^\circ \approx 29^\circ$$

4) $B = 110^\circ , a = 6 , c = 3$

الحل:

الخطوة 1 : نستعمل قانون جيوب التمام لإيجاد طول الضلع الثالث.

$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac\cos B$ قانون جيوب التمام

$b^2 = 6^2 + 3^2 - 2(6)(3)\cos 110^\circ$ التعويض

$$b^2 = 36 + 9 - 36\cos 110^\circ$$

$$b^2 = 45 - 36\cos 110^\circ$$

$b^2 \approx 57.31$

$b \approx 7.6$

الخطوة 2 : نستعمل قانون الجيوب لإيجاد القياس المجهول لإحدى الزاويتين.

$\frac{\sin B}{b} = \frac{\sin A}{a}$ قانون الجيوب

$\frac{\sin 110°}{7.6} \approx \frac{\sin A}{6}$ بالتعويض

$\sin A \approx \frac{6 \sin 110°}{7.6}$

$A \approx \sin^{-1} \frac{6 \sin 110°}{7.6}$ الحل بالنسبة للمتغير A

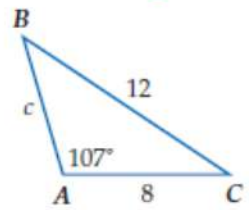
$A \approx 48°$ باستعمال الآلة الحاسبة

الخطوة 3 : نوجد قياس الزاوية الثالثة.

$m\angle C \approx 180° - (110° + 48°) \approx 180° - 158° \approx 22°$

في الأسئلة (7 - 5)، حدّدي القانون (الجيوب أم جيوب التمام) الذي يجب البدء باستعماله لحل كل مثلث مما يأتي، ثم حلي المثلث مقربةً أطوال الأضلاع إلى أقرب جزء من عشرة ، وقياسات الزوايا إلى أقرب درجة.

5)



الحل:

نستعمل قانون الجيوب أولا:

الخطوة 1 : نوجد $m\angle B$

$\frac{\sin A}{a} = \frac{\sin B}{b}$ قانون الجيوب

$\frac{\sin 107°}{12} = \frac{\sin B}{8}$ بالتعويض

$\sin B = \frac{8 \sin 107°}{12}$ الحل بالنسبة للمتغير B

$B = \sin^{-1} \frac{8 \sin 107°}{12}$ الحل بالنسبة للمتغيرB

$B \approx 40°$ باستعمال الآلة الحاسبة

الخطوة 2 : نوجد $m\angle C$

$m\angle C \approx 180° - (107° + 40°) \approx 180° - 147° \approx 33°$

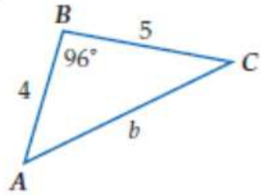
الخطوة 3 : نوجد c

$\frac{\sin A}{a} = \frac{\sin C}{c}$ قانون الجيوب

$\frac{\sin 107°}{12} \approx \frac{\sin 33°}{c}$ بالتعويض

$c \approx \frac{12 \sin 33°}{\sin 107°}$ الحل بالنسبة للمتغير c

$c \approx 6.8$ باستعمال الآلة الحاسبة



(6

الحل:

الخطوة **1** : نستعمل قانون جيوب التمام لإيجاد طول الضلع الثالث.

$b^2 = a^2 + c^2 - 2\,a\,c\cos B$ قانون جيوب التمام

$b^2 = 5^2 + 4^2 - 2\,(5)\,(4)\cos 96^\circ$ التعويض

$b^2 = 25 + 16 - 40\cos 96^\circ$

$b^2 = 41 - 40\cos 96^\circ$

$b^2 \approx 45.18$

$b \approx 6.7$

الخطوة **2** : نستعمل قانون الجيوب لإيجاد القياس المجهول لإحدى الزاويتين.

$\frac{\sin B}{b} = \frac{\sin A}{5}$ قانون الجيوب

$\frac{\sin 96^\circ}{6.7} \approx \frac{\sin A}{5}$ بالتعويض

$\sin A \approx \frac{5\sin 96^\circ}{6.7}$

$A \approx \sin^{-1}\frac{5\sin 96^\circ}{6.7}$ الحل بالنسبة للمتغير **A**

$A \approx 48^\circ$ باستعمال الآلة الحاسبة

الخطوة **3** : نوجد قياس الزاوية الثالثة.

$m\angle C \approx 180^\circ - (96^\circ + 48^\circ) \approx 180^\circ - 144^\circ \approx 36^\circ$

(7 RST Δ الذي فيه : $R = 35^\circ,\ s = 16,\ t = 9$.

الحل:

الخطوة **1** : نستعمل قانون جيوب التمام لإيجاد طول الضلع الثالث.

$r^2 = s^2 + t^2 - 2\,s\,t\cos R$ قانون جيوب التمام

$r^2 = 16^2 + 9^2 - 2\,(16)\,(9)\cos 35^\circ$ التعويض

$r^2 = 256 + 81 - 288\cos 35^\circ$

$r^2 = 337 - 288\cos 35^\circ$

$r^2 \approx 101.08$

$r \approx 10.1$

الخطوة **2** : نستعمل قانون جيوب التمام لإيجاد قياس الزاوية الكبرى في Δ **RST** وهي $\angle S$.

$s^2 = t^2 + r^2 - 2\,t\,r\cos S$ قانون جيوب التمام

$16^2 \approx 9^2 + 10.1^2 - 2\,(9)\,(10.1)\cos S$ التعويض

$256 \approx 81 + 102.01 - 181.8\cos S$

$$256 \approx 183.01 - 181.8 \cos S$$
$$72.99 \approx -181.8 \cos S$$
$$\cos S \approx -\frac{72.99}{181.8}$$
$$S \approx \cos^{-1} -\frac{72.99}{181.8}$$
$$S \approx 114^\circ$$

الخطوة **3** : نوجد $m\angle T$

$$m\angle T \approx 180^\circ - (35^\circ + 114^\circ) \approx 180^\circ - 149^\circ \approx 31^\circ$$

8) كرة قدم: في إحدى مباريات كرة القدم كان لاعب خط الوسط على بعد 20 m من لاعب الجناح الأيمن. ودار لاعب خط الوسط بزاوية قياسها °40، فرأى لاعب الجناح الأيسر على بُعد 16 m منه. ما المسافة بين لاعبي الجناحين؟

الحل:

نستعمل قانون جيوب التمام لإيجاد طول الضلع الثالث.

$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$ قانون جيوب التمام

$c^2 = 20^2 + 16^2 - 2(20)(16) \cos 40^\circ$ التعويض

$$c^2 = 400 + 256 - 640 \cos 40^\circ$$
$$c^2 = 656 - 640 \cos 40^\circ$$
$$c^2 \approx 165.73$$
$$c \approx 12.9$$

إذن المسافة بين لاعبي الجناحين هي **12.9 m** تقريبًا.