عرض الدرس الثامن الجذور و الأصفار

تم تحميل هذا الملف من موقع المناهج السعودية	
موقع المناهج ⇦ المناهج السعودية ⇦ الصف الثاني الثانوي ⇦ رياضيات ⇦ الفصل الأول ⇦ ملفات متنوعة ⇦ الملف	
تاريخ إضافة الملف على موقع المناهج: 16-09-2025 04:02:49	
المزيد من مادة رياضيات:	ملفات ا كتب للمعلم ا كتب للطالب ا اختبارات الكترونية ا اختبارات ا حلول ا عروض بوربوينت ا أوراق عمل منهج انجليزي ا ملخصات وتقارير ا مذكرات وبنوك ا الامتحان النهائي ا للمدرس

التواصل الاجتماعي بحسب الصف الثاني الثانوي					
صفحة المناهج السعودية على فيسبوك					
المواد على تلغرام	التربية الاسلامية	اللغة العربية	اللغة الانجليزية	الرياضيات	

المزيد من الملفات بحسب الصف الثاني الثانوي والمادة رياضيات في الفصل الأول	
1	شرح درس نظريتا الباقي و العوامل
2	شرح درس حل معادلات كثيرات الحدود
3	شرح درس دوال كثيرات الحدود
4	شرح درس قسمة كثيرات الحدود
5	عرض بوربوينت لدرس العمليات على كثيرات الحدود

التاريخ : / /

الموضوع : الجذور و الأصفار

الجذور والأصفار

رياضيات ٢-١

المعلمة : أمل باجوده

أمل باجوده

التاريخ : / /

الموضوع : الجذور و الأصفار

أمل باجوده

التاريخ : / /

الموضوع : الجذور و الأصفار

بسم الله الرحمن الرحيم

الحمد لله رب العالمين والصلاة والسلام على أشرف الأنبياء والمرسلين نبينا محمد صلى الله عليه وسلم

اللهم يا معلم آدم الأسماء علمنا و يا مفهم سليمان فهمنا ،

اللهم علمنا ما ينفعنا و أنفعنا بما علمتنا وزدنا علما يا رب العالمين

أمل باجوده

التاريخ : / /

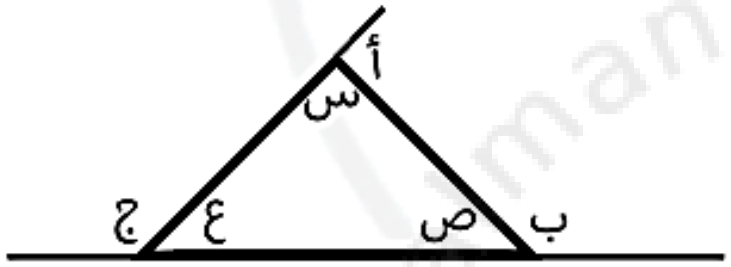
الموضوع : الجذور و الأصفار

قدرات

٩ قارن بين :

القيمة الأولى : ٢ (س + ص + ع)

القيمة الثانية : أ + ب + ج



أ القيمة الأولى أكبر	**ب** القيمة الثانية أكبر	**ج** القيمتان متساويتان	**د** المعطيات غير كافية

أمل باجوده

التاريخ : / /

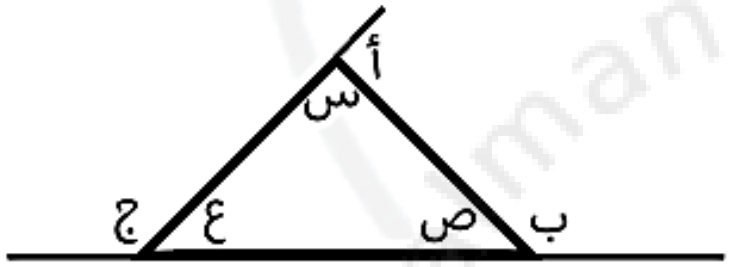
الموضوع : الجذور و الأصفار

قدرات

٩ قارن بين :

القيمة الأولى : ٢ (س + ص + ع)

القيمة الثانية : أ + ب + ج



أ القيمة الأولى أكبر	**ب** القيمة الثانية أكبر	**ج** القيمتان متساويتان	**د** المعطيات غير كافية

أمل باجوده

التاريخ : / /

الأعداد المركبة

الوحدة التخيلية

$$i = \sqrt{-1},\ i^2 = -1$$

عدد تخيلي بحت

$6i,\ -2i\ ,\ i\sqrt{3}$

الجذور التربيعية للأعداد السالبة

$$\sqrt{-27} = \sqrt{-1 \cdot 3^2 \cdot 3}$$
$$= \sqrt{-1} \cdot \sqrt{3^2} \cdot \sqrt{3}$$
$$= i \cdot 3 \cdot \sqrt{3}$$
$$= 3i\sqrt{3}$$

ضرب الأعداد التخيلية البحتة

$$-5i \cdot 3i = -15i^2$$
$$= -15(-1)$$
$$= 15$$

معادلة حلولها أعداد تخيلية بحته

$$4x^2 + 256 = 0$$
$$4x^2 = -256$$
$$x = \pm 8i$$

العدد المركب C

$a + bi$

$5 + 2i$

تساوي عددين مركبين

$$a + bi = 5 + 2i$$
$$a = 5, b = 2$$

قسمة الأعداد المركبة

$$\frac{2i}{3+6i} = \frac{2i}{3+6i} \cdot \frac{3-6i}{3-6i}$$
$$= \frac{4}{15} + \frac{2}{15}i$$

العددين المركبين المترافقين

$a + bi\ ,\ a - bi$

عددين مركبين مترافقين

$3 + 7i\ ,\ 3 - 7i$

ضرب الأعداد المركبة

$$(2 + 4i) \cdot (9 - 3i) =$$
$$= 2(9) + 2(-3i) + 4i(9) + 4i(-3i)$$
$$= 18 - 6i + 36i - 12i^2$$
$$= 18 + 30i - 12(-1) = 30 + 30i$$

جمع الأعداد المركبة وطرحها

$$(5 - 7i) + (2 + 4i) =$$
$$= (5 + 2) + (-7 + 4)i$$
$$= 7 - 3i$$

آمل باجوده

التاريخ : / /

الموضوع : الجذور و الأصفار

$ax^2+bx+c=0$ معادلة تربيعية على الصورة القياسية

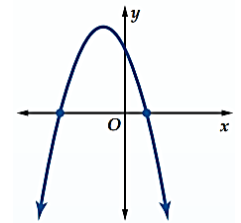
- حل المعادلة $ax^2+bx+c=0$ هو ..

$$x=\frac{-b\pm\sqrt{\text{المميز}}}{2a}$$

المميز b^2-4ac

$b^2-4ac>0$

للمعادلة جذران حقيقان مختلفان



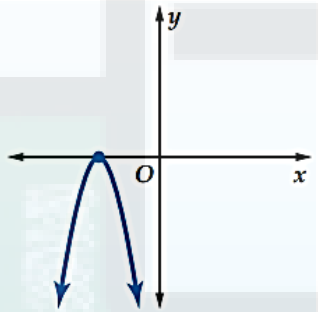
المميز مربع كامل — نسبي

المميز ليس مربع كامل — غير نسبي

حل المعادلة هو $x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$

$b^2-4ac=0$

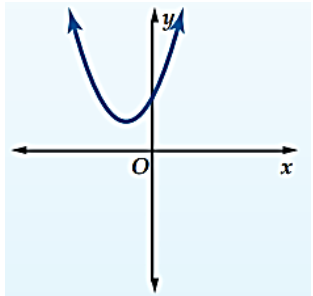
للمعادلة جذر حقيقي واحد مكرر مرتين



حل المعادلة هو $x=\frac{-b}{2a}$

$b^2-4ac<0$

للمعادلة جذران مركبان مترافقان



حل المعادلة هو $x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$

أمل باجوده

التاريخ : / /

العمليات على كثيرات الحدود

تكون وحيدة الحد في أبسط صورة عندما:

- لا تتضمن قوى قوة.
- يظهر كل أساس مرة واحدة.
- تكون جميع الكسور المتضمنة في أبسط صورة.
- لا تتضمن أقواسًا أو أسسًا سالبة.

تبسيط العبارات

كثيرة الحدود

كثيرة الحدود

هي وحيدة حد أو مجموع وحيدات حد، وتُسمى كل وحيدة حد منها حدًّا في كثيرة الحدود.

درجة وحيدة الحد

درجة وحيدة الحد هي مجموع أسس كل متغيراتها.

$$\frac{1}{4}x^4y^3 - 8x^5$$

درجة الحد الأول 7
درجة الحد الثاني 5
درجة كثيرة الحدود 7
وهي الدرجة الأكبر

جمع كثيرات الحدود

جمّع الحدود المتشابهة.

رتّب الحدود المتشابهة

$$\begin{array}{r} 6x^2 - 7x + 8 \\ (+)\ -4x^2 + 9x - 5 \\ \hline 2x^2 + 2x + 3 \end{array}$$

ضرب وحيدة حد في كثيرة حدود

استعمال خاصية التوزيع لضرب كثيرات الحدود.

$$3x(2x^2 - 4x + 6)$$
$$= 6x^3 - 12x^2 + 18x$$

ضرب كثيرات الحدود

توزيع الضرب على الجمع بضرب وحيدات الحد المكونة لها ثم جمع الحدود المتشابهة

$$(n^2 + 4n - 6)(n + 2)$$
$$= n^3 + 6n^2 + 2n - 12$$

أمل باجوده

التاريخ : / /

قسمة كثيرات الحدود

$$\frac{6x^4y^3 + 12x^3y^2 - 18x^2y}{3xy} = 2x^3y^2 + 4x^2y - 6x$$

اقسم كل حد في البسط على المقام

$(x^2 + 3x - 40) \div (x - 5)$:

$(a^2 + 7a - 11)(3 - a)^{-1}$

قسمة كثيرة حدود على كثيرة حدود

خوارزمية القسمة

$(x^2 + 3x - 40) \div (x - 5)$:

$$x - 5 \overline{)\, x^2 + 3x - 40}$$

$x + 8$

$(-)\ x^2 - 5x$

$8x - 40$

$(-)\ 8x - 40$

0

ناتج القسمة هو $x + 8$، والباقي 0

القسمة التركيبية

$(2x^3 - 13x^2 + 26x - 24) \div (x - 4)$

4	2	−13	26	−24
	↓			
	2			|

4	2	−13	26	−24
		8		
	2↗			|

4	2	−13	26	−24
		8	−20	24
	2	−5↗	6↗	| 0

إذن ناتج القسمة هو $2x^2 - 5x + 6$، والباقي 0.

معامل $x \neq 1$ في المقسوم عليه

$(3x^4 - 5x^3 + x^2 + 7x) \div (3x + 1)$

$$= \frac{(3x^4 - 5x^3 + x^2 + 7x) \div 3}{(3x + 1) \div 3}$$

$$= \frac{x^4 - \frac{5}{3}x^3 + \frac{1}{3}x^2 + \frac{7}{3}x}{x + \frac{1}{3}}$$

ثم القسمة التركيبية

أمل باجوده

دوال كثيرات الحدود

$a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \ldots + a_2 x^2 + a_1 x + a_0$

$a_n \neq 0$ ، $a_0, a_1, a_2, \ldots, a_{n-1}, a_n$ أعداد حقيقية

n عدد صحيح غير سالب.

درجة كثيرة الحدود ومعاملها الرئيس

درجة كثيرة الحدود هو أس المتغير ذي أكبر أس فيها

المعامل الرئيس هو معامل الحد ذو الأس الأكبر

$8x^3 + 12x^2 - 3x + 1$

الدرجة 3 المعامل الرئيس 8

دوال القوة

$f(x) = ax^b$ ، حيث a عدد حقيقي، b عدد صحيح غير سالب

$f(x) = 5x^4$

قيمة دالة كثيرة الحدود

$f(x) = x^2 + 1$

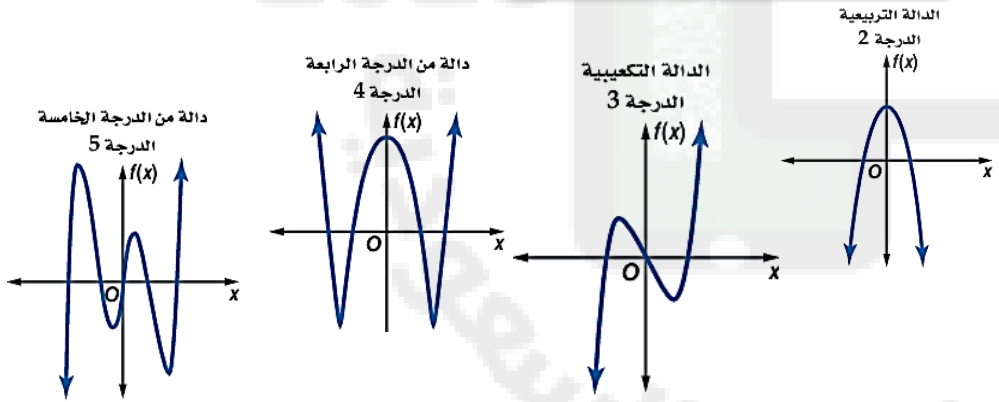
$f(3) = 3^2 + 1 = 10$

قيمة دالة كثيرة الحدود عند متغير

$f(x) = x^2 + 2x - 3$

$5f(c) = 5(c^2 + 2c - 3)$

التمثيل البياني لها



صفر كثيرة الحدود

مقاطع الدالة مع محور x

وصف دالة كثيرة الحدود

السلوك

الدرجة

عدد الأصفار

أمل باجوده

التاريخ : / /

حل معادلات كثيرات الحدود

كثيرة حدود أولية

هي كثيرة حدود لا يمكن تحليلها إلى كثيرتي حدود درجة كل منها أقل من درجتها .

تحليل كثيرات الحدود

كتابة كثيرة الحدود في صورة حاصل ضرب عواملها

طرائق التحليل

مجموع مكعبين والفرق بينهما

$$a^3+b^3=(a+b)(a^2-ab+b^2)$$
$$a^3-b^3=(a-b)(a^2+ab+b^2)$$

اخراج العامل المشترك الأكبر

$$4a^3b^2-8ab=4ab(a^2b-2)$$

المتطابقات

$$a^2-b^2=(a+b)(a-b)$$
$$a^3+b^3=(a+b)(a^2-ab+b^2)$$
$$a^3-b^3=(a-b)(a^2+ab+b^2)$$

ثلاثية الحدود

$$a^2+2ab+b^2=(a+b)^2$$
$$a^2-2ab+b^2=(a-b)^2$$

$$acx^2+(ad+bc)x+bd=(ax+b)(cx+d)$$

تجميع الحدود

$$ax+bx+ay+by=x(a+b)+y(a+b)$$
$$=(a+b)(x+y)$$

حل معادلات كثيرات الحدود

الصورة التربيعية

au^2+bu+c ، $a\neq0$ ، a,b,c أعداد حقيقية،

$$12x^6+8x^3+1=3(2x^3)^2+4(2x^3)+1$$

التحليل

أمل باجوده

نظريتا الباقي والعوامل

إيجاد باقي قسمة دالة كثيرة حدود

$f(x) = -3x^2 + 5x + 4$

على الدالة $x - 3$ بطريقتين:

الطريقة 1: القسمة الطويلة

$$\begin{array}{r} -3x - 4 \\ x-3 \overline{)\,-3x^2 + 5x + 4} \\ (-)\quad -3x^2 + 9x \\ \hline -4x + 4 \\ (-)\quad -4x + 12 \\ \hline -8 \end{array}$$

الطريقة 2: القسمة التركيبية

3	−3	5	4
		−9	−12
	−3	−4	−8

باقي القسمة

نظرية الباقي

إذا قسمت كثيرة حدود $P(x)$ على $x - r$، فإن الباقي ثابت ويساوي $P(r)$

باقي قسمة الدالة أعلاه على $x - 3$ هو $f(3)$

$$f(3) = -3(3)^2 + 5(3) + 4$$
$$= -27 + 15 + 4$$
$$= -8$$

التعويض التركيبي

إيجاد قيمة دالة عند عدد بتطبيق نظرية الباقي واستعمال القسمة التركيبية

إيجاد قيمة دالة عند عدد

- نظرية الباقي
- القسمة التركيبية

نظرية العوامل

تكون ثنائية الحد $x - r$ عاملًا من عوامل كثيرة الحدود $P(x)$ إذا وفقط إذا كان $P(r) = 0$.

أي إذا كان باقي القسمة = 0

استعمال نظرية العوامل

كثيرة الحدود $P(x) = x^3 - 7x^2 + 7x + 15$

5	1	−7	7	15
		5	−10	−15
	1	−2	−3	0

$P(5) = 0$ ، فإن $x - 5$ عامل لكثيرة الحدود.

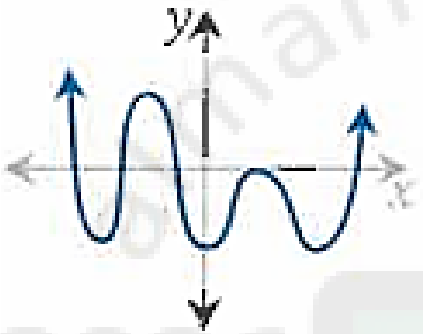
أمل باجوده

التاريخ : / /

الموضوع : الجذور و الأصفار

تحصيلي

في التمثيل البياني أوجد عدد الأصـفار الحقيقية للدالة.



المنحنى يمس محور x في نقطة (صفر مكرر)

Ⓐ 3 Ⓑ 4

Ⓒ 6 Ⓓ 7

أمل باجوده

التاريخ : / /

الموضوع : الجذور و الأصفار

تحصيلي

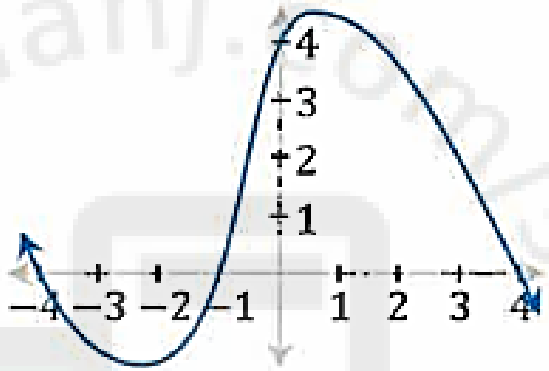
أي التالي ليس من عوامل كثيرة الحدود $f(x)$ ؟

Ⓐ $x+4$

Ⓑ $x+1$

Ⓒ $x-4$

Ⓓ $x-1$



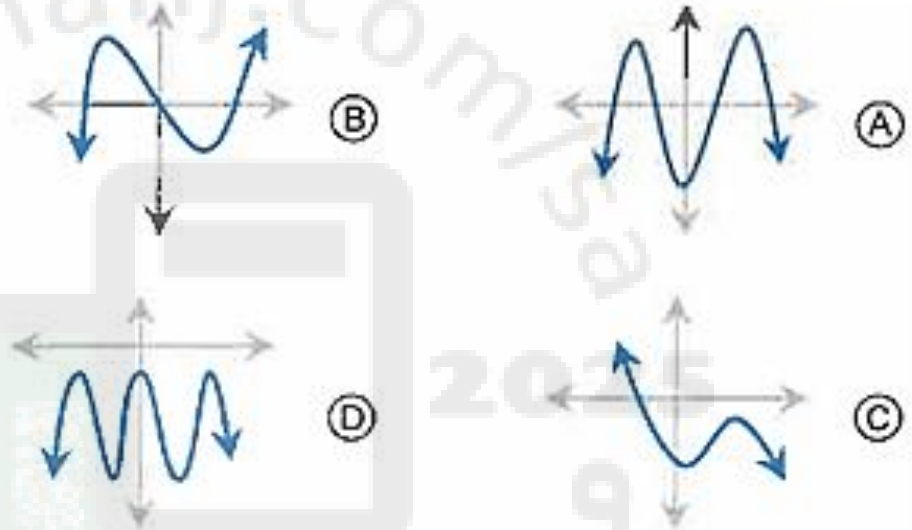
أمل باجوده

التاريخ : / /

الموضوع : الجذور و الأصفار

تحصيلي

: التمثيل البياني للدالة التي لها 3 أصفار حقيقية هو ..



أمل باجوده

التاريخ : / /

الفصل 3

كثيرات الحدود ودوالها

التهيئة للفصل 3 109

3-1 الأعداد المركبة 110

3-2 القانون العام والمميز 117

توسع 3-2 معمل الجبر: مجموع الجذرين وحاصل ضربهما 125

3-3 العمليات على كثيرات الحدود 127

3-4 قسمة كثيرات الحدود 133

اختبار منتصف الفصل 139

3-5 دوال كثيرات الحدود 140

3-6 حل معادلات كثيرات الحدود 147

توسع 3-6 معمل الحاسبة البيانية: حل متباينات كثيرات الحدود 155

3-7 نظريتا الباقي والعوامل 156

3-8 الجذور والأصفار 162

أمل باجوده

التاريخ : / /

الموضوع : الجذور و الأصفار

ماذا أعرف	ماذا أريد أن أعرف	ماذا تعلمت	الربط بالواقع

أمل باجوده

almanahj.com/sa 2026 2025 موقع المناهج

التاريخ : / /

الموضوع : الجذور و الأصفار

فيما سبق:

درستُ استعمال الأعداد المركبة لوصف حلول المعادلات التربيعية.
(الدرس 2 - 3)

والآن:

- أحدد عدد جذور معادلة كثيرة حدود وأنواعها.
- أجد عدد الأصفار الحقيقية الموجبة والسالبة والأصفار التخيلية للدالة.
- أكتب دالة كثيرة حدود بأقل درجة ممكنة بمعرفة أصفارها.

أمل باجوده

التاريخ : / /

الموضوع : الجذور و الأصفار

المفردات:

النظرية الأساسية في الجبر

Fundamental Theorm of Algebra

almanahj.com/sa 2026 2025 موقع المناهج

أمل باجوده

التاريخ : / /

الموضوع : الجذور و الأصفار

لماذا؟

يستعمل مدير الإنتاج في مصنع الدالةَ:

$g(x) = 1.384x^4 - 0.003x^3 + 0.28x^2 - 0.078x + 1.365$،

لتقدير معدل تكلفة إنتاج القطعة الواحدة على مدى عدة سنوات، حيث x عدد السنوات منذ 1410هـ.

ولكي تجد العام الذي يبلغ فيه معدل تكلفة إنتاج قطعة واحدة قيمة معينة، يمكنك استعمال جذور معادلة كثيرة الحدود المرتبطة بالدالة.

أمل باجوده

أنواع الجذور تعلمت سابقًا أن صفر دالة مثل $f(x)$ يمكن أن يكون أية قيمة مثل c، حيث $f(c) = 0$. وعند تمثيل الدالة بيانيًّا تكون أصفارها الحقيقية هي مقاطع المحور x.

أمل باجوده

التاريخ : / /

الموضوع : الجذور و الأصفار

ملخص المفهوم

أضف إلى مطويتك

الأصفار، والعوامل، والجذور، والمقاطع

التعبير اللفظي: إذا كانت $P(x) = a_n x^n + \ldots + a_1 x + a_0$ دالة كثيرة حدود، فإن العبارات الآتية متكافئة:

- c صفر للدالة $P(x)$.
- c جذر أو حل للمعادلة $P(x) = 0$.
- $x - c$ عامل من عوامل كثيرة الحدود $P(x)$.
- إذا كان c عددًا حقيقيًّا، فإن $(c, 0)$ هي نقطة تقاطع تمثيل الدالة $P(x)$ مع المحور x.

أمل باجوده

التاريخ : / /

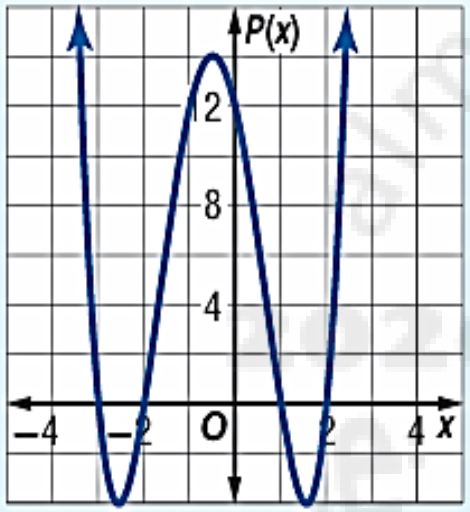
الموضوع : الجذور و الأصفار

ملخص المفهوم

أضف إلى مطويتك

الأصفار، والعوامل، والجذور، والمقاطع

مثال: افترض أن دالة كثيرة الحدود هي: $P(x) = x^4 + 2x^3 - 7x^2 - 8x + 12$.



فإن أصفار هذه الدالة هي: $2\ ,\ 1\ ,\ -2\ ,\ -3$

وجذور المعادلة $x^4 + 2x^3 - 7x^2 - 8x + 12 = 0$

هي: $2\ ,\ 1\ ,\ -2\ ,\ -3$

وعوامل كثيرة الحدود $x^4 + 2x^3 - 7x^2 - 8x + 12$

هي: $(x - 2),\ (x - 1),\ (x + 2),\ (x + 3)$

ونقاط تقاطع التمثيل البياني للدالة $P(x)$ مع المحور x

هي: $(2, 0),\ (1, 0),\ (-2, 0),\ (-3, 0)$.

أمل باجوده

التاريخ : / /

الموضوع : الجذور و الأصفار

عند حل معادلة كثيرة حدود درجتها أكبر من صفر من الممكن أن يكون لها جذر حقيقي واحد أو أكثر، وقد لا يوجد جذور حقيقية (أيْ أن الجذور أعداد تخيلية). وبما أن الأعداد الحقيقية والتخيلية جميعها تنتمي إلى مجموعة الأعداد المركبة، يمكن القول إن أية معادلة كثيرة حدود درجتها أكبر من الصفر لها جذر واحد مركب على الأقل، وهذه هي **النظرية الأساسية في الجبر**.

مفهوم أساسي

أضف إلى مطويتك

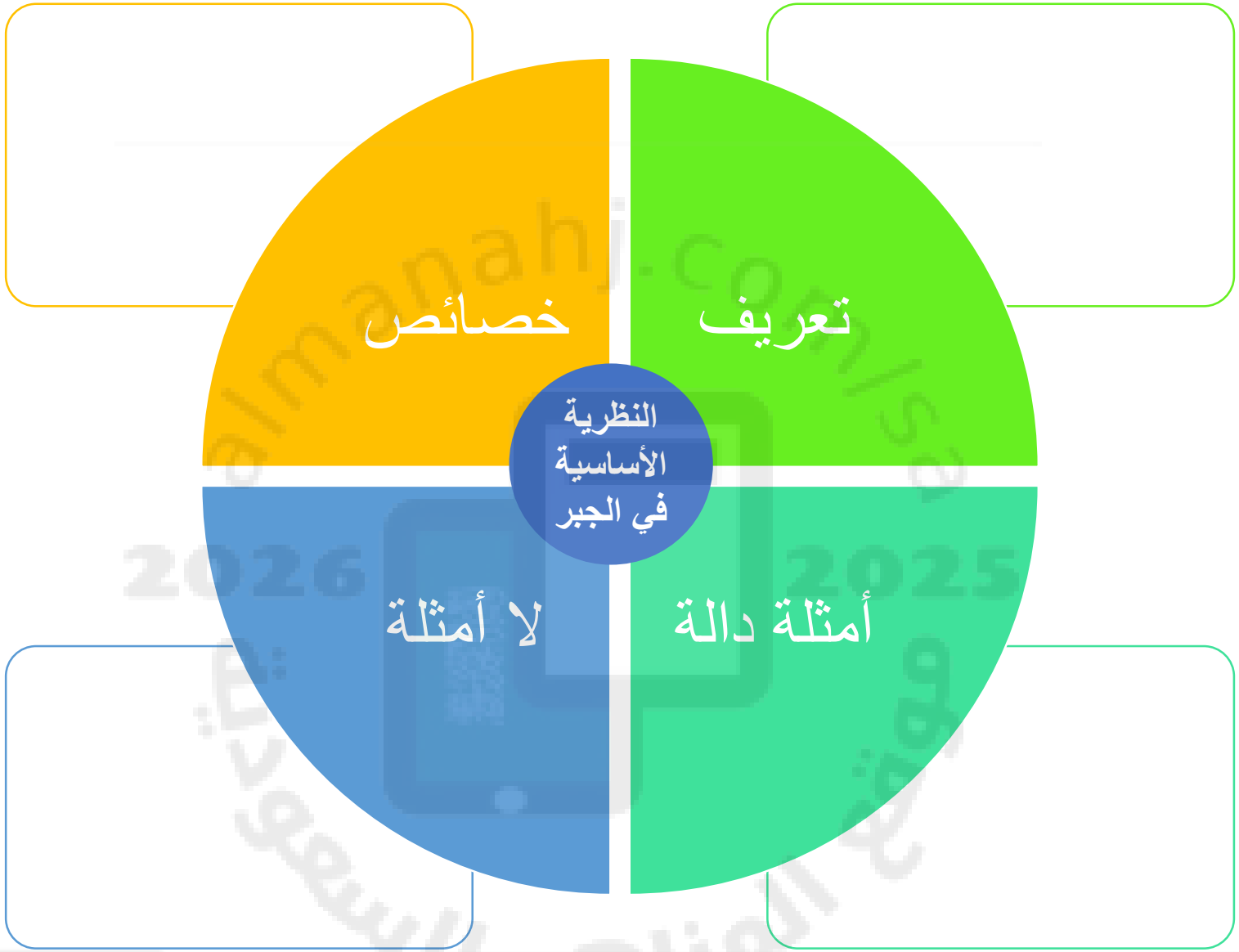
النظرية الأساسية في الجبر

كل معادلة كثيرة حدود درجتها أكبر من صفر لها جذر واحد على الأقل ينتمي إلى مجموعة الأعداد المركبة.

أمل باجوده

التاريخ : / /

الموضوع : الجذور و الأصفار

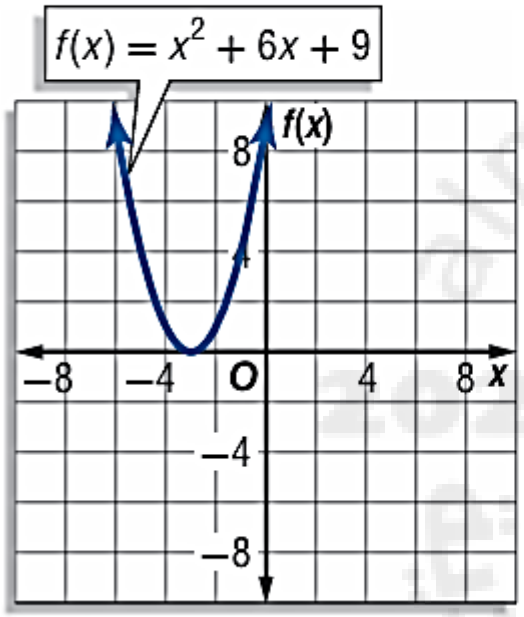


أمل باجوده

مثال 1 تحديد عدد الجذور وأنواعها

حُلَّ كلَّ معادلة مما يأتي، واذكر عدد جذورها، ونوعها :

a) $x^2 + 6x + 9 = 0$



$x^2 + 6x + 9 = 0$	المعادلة الأصلية
$(x + 3)^2 = 0$	حلّل إلى العوامل
$x + 3 = 0$	خُذ الجذر التربيعي لكلا الطرفين
$x = -3$	أوجد قيمة x

وبما أن العامل $(x + 3)$ مكرر مرتين في تحليل كثيرة الحدود، فإن -3 جذر مكرر مرتين. أي للمعادلة جذر حقيقي واحد مكرر مرتين هو -3 .

تحقق: بما أن التمثيل البياني للدالة يمس المحور x عندما $x = -3$. فإن -3 جذر مكرر مرتين. ✓

أمل باجوده

التاريخ : / /

الموضوع : الجذور و الأصفار

إرشادات للدراسة

الجذور المكررة

يمكن أن يكون لمعادلات كثيرات الحدود جذر مكرر مرتين أو ثلاث أو أربع مرات وهكذا.

أمل باجوده

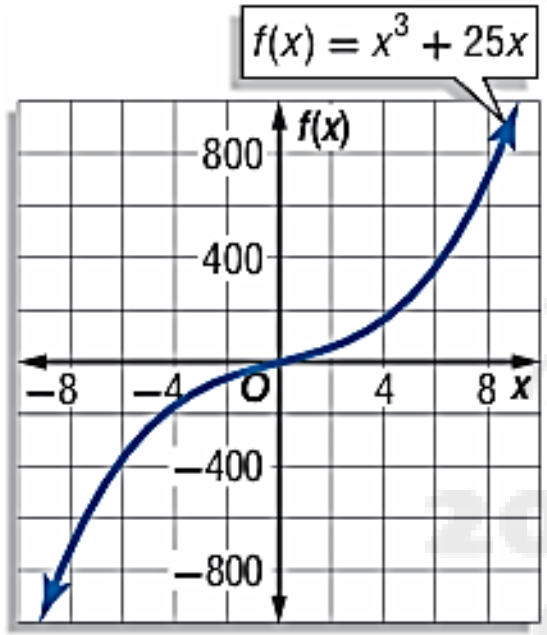
التاريخ : / /

الموضوع : الجذور و الأصفار

مثال 1 تحديد عدد الجذور وأنواعها

حُلَّ كلَّ معادلة مما يأتي، واذكر عدد جذورها، ونوعها :

(b $x^3 + 25x = 0$



المعادلة الأصلية	$x^3+25x=0$
حلّل إلى العوامل	$x\,(x^2+25)=0$
خاصيّة الضرب الصفري	$x = 0$ أو $x^2 + 25 = 0$
اطرح 25 من كلا الطرفين	$x^2 = -25$
خاصية الجذر التربيعي، ثم التبسيط	$x = \pm\sqrt{-25} = \pm 5i$

للمعادلة ثلاثة جذور: جذر حقيقي واحد هو 0، وجذران تخيليان هما $-5i$, $5i$.

تحقق: بما أن التمثيل البياني للدالة يقطع المحور x عندما $x = 0$ ،

فإن للمعادلة جذرًا حقيقيًّا واحدًا هو 0. ✓

أمل باجوده

التاريخ : / /

الموضوع : الجذور و الأصفار

مثال 1 تحديد عدد الجذور وأنواعها

حُلَّ كلَّ معادلة مما يأتي، واذكر عدد جذورها، ونوعها :

تحقق من فهمك

1A) $x^3 + 2x = 0$

almanahj.com/sa
2026 2025
موقع المناهج

أمل باجوده

التاريخ : / /

الموضوع : الجذور و الأصفار

مثال 1 تحديد عدد الجذور وأنواعها

حُلَّ كلَّ معادلة مما يأتي، واذكر عدد جذورها، ونوعها :

تحقق من فهمك

(1B $x^4 - 16 = 0$

أمل باجوده

almanahj.com/sa 2026 2025 موقع المناهج

التاريخ : / /

الموضوع : الجذور و الأصفار

مثال 1 تحديد عدد الجذور وأنواعها

حُلَّ كلَّ معادلة مما يأتي، واذكر عدد جذورها، ونوعها :

تحقق من فهمك

1C) $3x^3 - x^2 + 9x - 3 = 0$

أمل باجوده

almanahj.com/sa 2026 2025 موقع المناهج

التاريخ : / /

الموضوع : الجذور و الأصفار

اختبر حَلَّ كلِّ معادلة في المثال 1، ولاحظ أن عدد حلول كل معادلة يساوي درجة كثيرة الحدود. والنتيجة الآتية للنظرية الأساسية في الجبر تصف العلاقة بين درجة معادلة كثيرة الحدود وعدد جذورها.

مفهوم أساسي

أضف إلى مطويتك

نتيجة للنظرية الأساسية في الجبر

التعبير اللفظي: يكون لمعادلة كثيرة الحدود من الدرجة n العدد n فقط من الجذور المركبة بما في ذلك الجذور المكررة.

مثال:

$x^3 + 2x^2 + 6 = 0$ — 3 جذور

$4x^4 - 3x^3 + 5x - 6 = 0$ — 4 جذور

$-2x^5 - 3x^2 + 8 = 0$ — 5 جذور

وبالمثل دالة كثيرة الحدود من الدرجة n لها فقط العدد n من الأصفار المركبة.

وقد اكتشف العالم الفرنسي ديكارت علاقة بين إشارات معاملات دالة كثيرة الحدود وعدد الأصفار الحقيقية.

أمل باجوده

التاريخ : / /

الموضوع : الجذور و الأصفار

مفهوم أساسي

أضف إلى مطويتك

قانون ديكارت للإشارات

إذا كانت $P(x) = a_n x^n + \ldots + a_1 x + a_0$ دالة كثيرة حدود معاملات حدودها أعداد حقيقية، فإن :

- عدد الأصفار الحقيقية الموجبة للدالة $P(x)$ يساوي عدد مرات تغير إشارة معاملات حدود الدالة $P(x)$ ، أو أقل منه بعدد زوجي.
- عدد الأصفار الحقيقية السالبة للدالة $P(x)$ يساوي عدد مرات تغير إشارة معاملات حدود الدالة $P(-x)$ ، أو أقل منه بعدد زوجي.

تنبيه!

أصفار الدوال

لن تناقش الحالة التي يكون فيها الحد الثابت مساويًا للصفر في هذا الدرس.

أمل باجوده

التاريخ : / /

الموضوع : الجذور و الأصفار

تاريخ الرياضيات

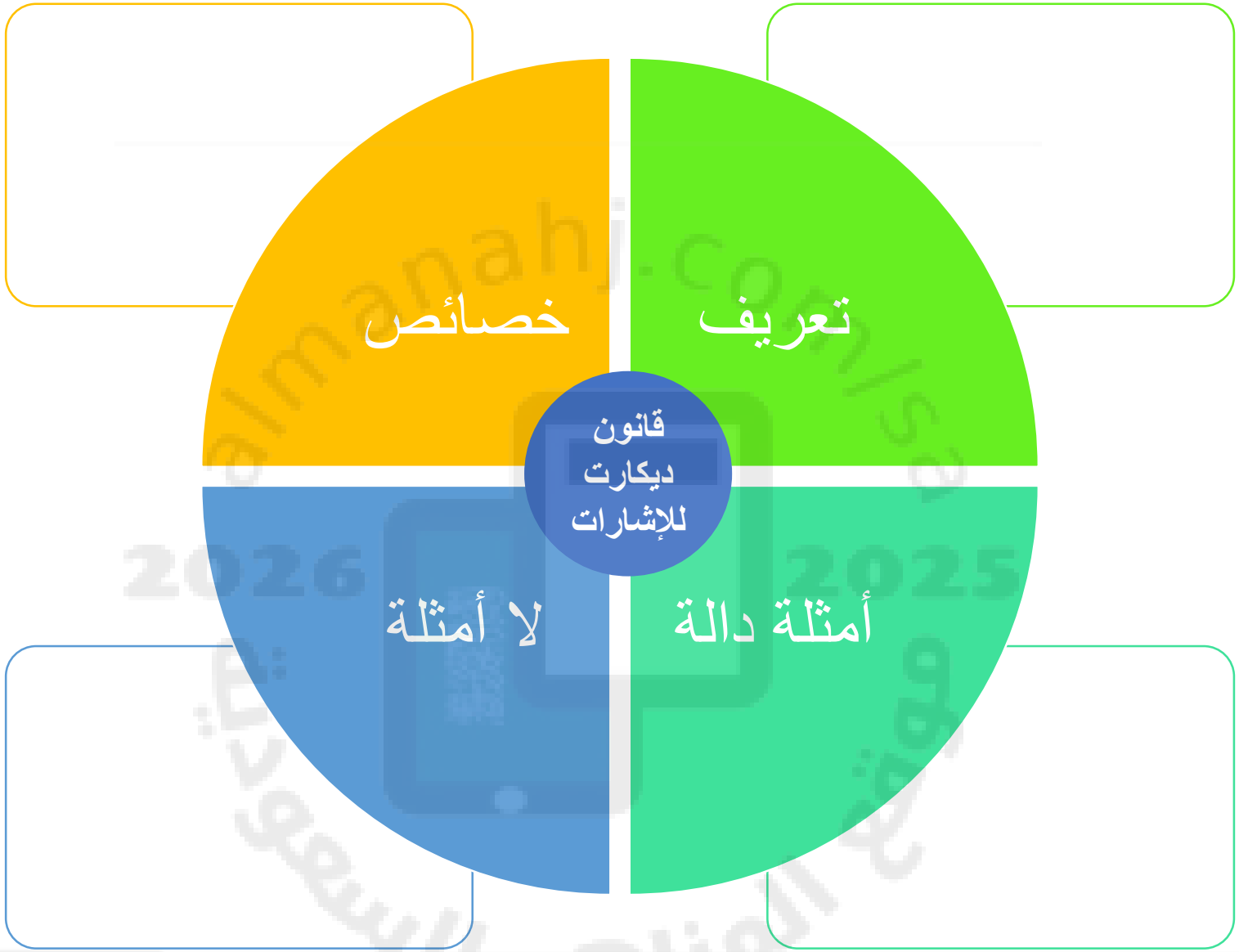
رينيه ديكارت

(1650 – 1596 م)، فيلسوف، ورياضي، وفيزيائي فرنسي، يلقب بـ "أبو الفلسفة الحديثة". له تأثير واضح في علم الرياضيات؛ فقد اخترع نظامًا رياضيًا شكّل أساس الهندسة التحليلية سمّي باسمه وهو نظام الإحداثيات الديكارتية.

أمل باجوده

التاريخ : / /

الموضوع : الجذور و الأصفار



أمل باجوده

مثال 2 إيجاد عدد الأصفار الحقيقية الموجبة والسالبة والأصفار التخيلية لدالة

اذكر العدد الممكن للأصفار الحقيقية الموجبة، والحقيقية السالبة، والتخيلية للدالة
$f(x) = x^6 + 3x^5 - 4x^4 - 6x^3 + x^2 - 8x + 5$.

بما أن درجة الدالة $f(x)$ تساوي 6، فإن لها 6 أصفار: حقيقية أو تخيلية أو كليهما. استعمل قانون ديكارت للإشارات لتحديد العدد الممكن للأصفار الحقيقية ونوعها.

احسب عدد مرات تغير إشارة معاملات الدالة $f(x)$.

$$f(x) = \underset{+}{x^6} \underset{\text{لا}}{+} \underset{+}{3x^5} \underset{\text{نعم}}{-} \underset{-}{4x^4} \underset{\text{لا}}{-} \underset{-}{6x^3} \underset{\text{نعم}}{+} \underset{+}{x^2} \underset{\text{نعم}}{-} \underset{-}{8x} \underset{\text{نعم}}{+} \underset{+}{5}$$

نجد أن هناك 4 تغيرات في إشارة المعاملات، لذا فإن عدد الأصفار الحقيقية الموجبة سيكون: 4 أو 2 أو 0.

أمل باجوده

مثال 2 إيجاد عدد الأصفار الحقيقية الموجبة والسالبة والأصفار التخيلية لدالة

اذكر العدد الممكن للأصفار الحقيقية الموجبة، والحقيقية السالبة، والتخيلية للدالة
$f(x) = x^6 + 3x^5 - 4x^4 - 6x^3 + x^2 - 8x + 5$.

احسب عدد مرات تغير إشارة معاملات الدالة $f(-x)$.

$$f(-x) = (-x)^6 + 3(-x)^5 - 4(-x)^4 - 6(-x)^3 + (-x)^2 - 8(-x) + 5$$
$$= x^6 - 3x^5 - 4x^4 + 6x^3 + x^2 + 8x + 5$$

نعم (+ −) لا (− −) نعم (− +) لا (+ +) لا (+ +) لا (+ +)

نجد أن هناك تغيرين في إشارة المعاملات، لذا فإن عدد الأصفار الحقيقية السالبة سيكون: 2 أو 0.
أنشئ جدولاً يبين عدد الجذور الحقيقية والتخيلية الممكنة.

أمل باجوده

التاريخ : / /

الموضوع : الجذور و الأصفار

مثال 2 إيجاد عدد الأصفار الحقيقية الموجبة والسالبة والأصفار التخيلية لدالة

اذكر العدد الممكن للأصفار الحقيقية الموجبة، والحقيقية السالبة، والتخيلية للدالة $f(x) = x^6 + 3x^5 - 4x^4 - 6x^3 + x^2 - 8x + 5$.

عدد الأصفار الحقيقية الموجبة	عدد الأصفار الحقيقية السالبة	عدد الأصفار التخيلية يساوي العدد 6 مطروحًا منه مجموع عدد الأصفار الحقيقية
4	2	0
	0	2
2	2	2
	0	4
0	2	4
	0	6

أمل باجوده

التاريخ : / /

الموضوع : الجذور و الأصفار

مثال 2 إيجاد عدد الأصفار الحقيقية الموجبة والسالبة والأصفار التخيلية لدالة

تحقق من فهمك

2) اذكر العدد الممكن للأصفار الحقيقية الموجبة، والحقيقية السالبة، والتخيلية للدالة.

$h(x) = 2x^5 + x^4 + 3x^3 - 4x^2 - x + 9$.

أمل باجوده

تعلمت سابقًا أن حاصل ضرب العددين المركبين المترافقين هو عدد حقيقي دائمًا، ومن الجدير بالذكر أن الجذور المركبة تكون في أزواج مترافقة. فمثلًا إذا علمت أن أحد جذري المعادلة $x^2 - 8x + 52 = 0$ هو $4 + 6i$، فإنك تستنتج أن الجذر الآخر هو $4 - 6i$.

وينطبق هذا الأمر على أصفار دوال كثيرات الحدود أيضًا. فإذا كان العدد المركب صفرًا لدالة كثيرة حدود معاملات حدودها أعداد حقيقية، فإن مرافقه أيضًا صفر لدالة كثيرة الحدود.

أمل باجوده

التاريخ : / /

الموضوع : الجذور و الأصفار

مفهوم أساسي

أضف إلى مطويتك

نظرية الأصفار المركبة المترافقة

التعبير اللفظي: إذا كان a , b عددين حقيقيين ، و كان $a+bi$ صفرًا لدالة كثيرة حدود معاملات حدودها أعداد حقيقية. فإن $a-bi$ صفر للدالة أيضًا.

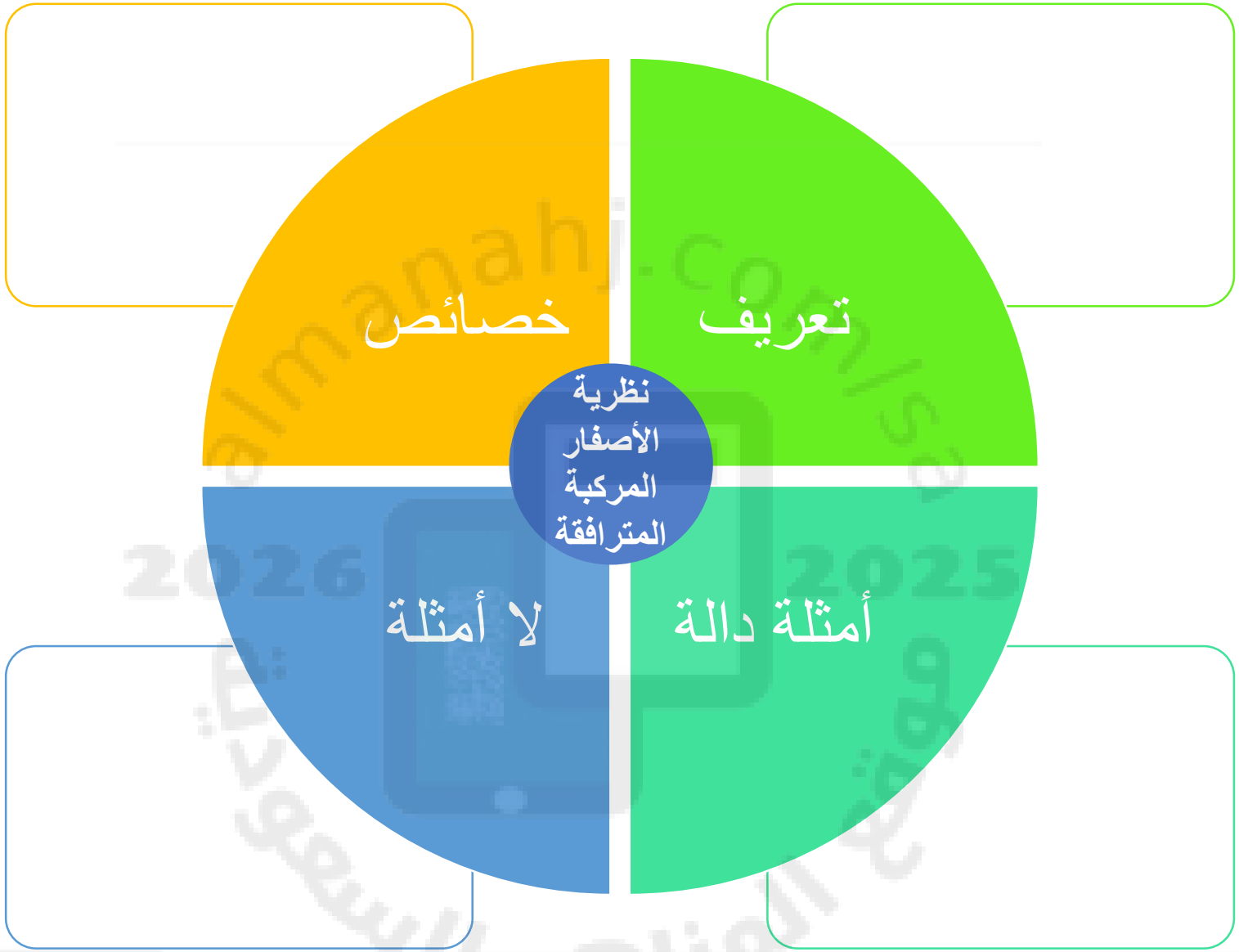
مثال: إذا كان $3+4i$ صفرًا للدالة $f(x)=x^3-4x^2+13x+50$، فإن $3-4i$ صفر للدالة أيضًا.

عندما تعطى جميع أصفار دالة كثيرة حدود ويطلب إليك تحديد الدالة، حوّل الأصفار إلى عوامل، ثم اضرب جميع العوامل بعضها في بعض؛ لتحصل على دالة كثيرة الحدود المطلوبة.

أمل باجوده

التاريخ : / /

الموضوع : الجذور و الأصفار



أمل باجوده

مثال3 استعمال الأصفار لكتابة دالة كثيرة حدود

اكتب دالة كثيرة حدود درجتها أقل ما يمكن، ومعاملات حدودها أعداد صحيحة، إذا كان العددان $i-5$, -1 من أصفارها .

افهم: **المعطيات:** العددان $i-5$ ، -1 من أصفار كثيرة حدود.

المطلوب: كتابة دالة كثيرة حدود درجتها أقل ما يمكن، ومعاملات حدودها أعداد صحيحة، والعددان $i-5$ ، -1 من أصفارها.

خطط: بما أن $i-5$ صفر للدالة، فإن $i+5$ أيضًا صفر للدالة بحسب نظرية الأصفار المركبة المترافقة.

لذا فإن $x-(5+i)$, $x-(5-i)$, $x+1$ عوامل لكثيرة الحدود.

أمل باجوده

التاريخ : / /

الموضوع : الجذور و الأصفار

مثال 3 استعمال الأصفار لكتابة دالة كثيرة حدود

اكتب دالة كثيرة حدود درجتها أقل ما يمكن، ومعاملات حدودها أعداد صحيحة، إذا كان العددان $-1, 5 - i$ من أصفارها .

حل: اكتب المعادلة كثيرة الحدود على صورة حاصل ضرب عواملها.

$$P(x) = (x + 1)[x - (5 - i)][x - (5 + i)]$$

اضرب العوامل لتحصل على دالة كثيرة الحدود.

اكتب الدالة	$P(x) = (x + 1)\,[x - (5 - i)][x - (5 + i)]$
أعد تجميع الحدود	$= (x + 1)\,[(x - 5) + i][(x - 5) - i]$
الفرق بين مربعين	$= (x + 1)\,[(x - 5)^2 - i^2]$
أوجد مربع الحدين	$= (x + 1)\,[(x^2 - 10x + 25 - (-1)]$
بسّط	$= (x + 1)\,(x^2 - 10x + 26)$
اضرب	$= x^3 - 10x^2 + 26x + x^2 - 10x + 26$
اجمع الحدود المتشابهة	$= x^3 - 9x^2 + 16x + 26$

أمل باجوده

مثال 3 استعمال الأصفار لكتابة دالة كثيرة حدود

اكتب دالة كثيرة حدود درجتها أقل ما يمكن، ومعاملات حدودها أعداد صحيحة، إذا كان العددان $-1, 5 - i$ من أصفارها .

اكتب الدالة $P(x) = (x + 1)\,[x - (5 - i)][x - (5 + i)]$

اجمع الحدود المتشابهة $= x^3 - 9x^2 + 16x + 26$

تحقق: بما أن هناك 3 أصفار، فإن دالة كثيرة الحدود ستكون من الدرجة الثالثة، ولذا فإن $P(x) = x^3 - 9x^2 + 16x + 26$ دالة كثيرة حدود درجتها أقل ما يمكن، ومعاملات حدودها أعداد صحيحة، وأصفارها هي: $-1 , 5 - i , 5 + i$.

أمل باجوده

التاريخ : / /

الموضوع : الجذور و الأصفار

إرشادات للدراسة

استعمال الأصفار لكتابة الدالة

إن أي دالة على الصورة $f(x)=a(x^3-9x^2+16x+26)$، (حيث a عدد صحيح لا يساوي الصفر)، تحقق المعطيات الواردة في المثال 3، ولكن اعتبر أن $a=1$ للتسهيل فقط.

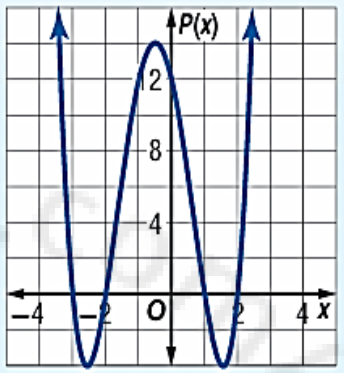
أمل باجوده

التاريخ : / /

الجذور و الأصفار

الأصفار = الجذور = مقاطع x
عوامل الدالة (X-C)

افترض أن دالة كثيرة الحدود هي: $P(x) = x^4 + 2x^3 - 7x^2 - 8x + 12$.



فإن أصفار هذه الدالة هي: $2\ ,\ 1\ ,\ -2\ ,\ -3$

وجذور المعادلة $x^4 + 2x^3 - 7x^2 - 8x + 12 = 0$

هي: $2\ ,\ 1\ ,\ -2\ ,\ -3$

وعوامل كثيرة الحدود $x^4 + 2x^3 - 7x^2 - 8x + 12$

هي: $(x-2),\ (x-1),\ (x+2),\ (x+3)$

ونقاط تقاطع التمثيل البياني للدالة $P(x)$ مع المحور x

هي: $(2, 0),\ (1, 0),\ (-2, 0),\ (-3, 0)$.

كتابة كثيرة حدود

إذا كان العددان $-1,\ 5 - i$

صفري كثيرة حدود فإن كثيرة الحدود هي

$$P(x) = (x+1)\,[x - (5-i)][x - (5+i)]$$
$$= x^3 - 9x^2 + 16x + 26$$

الاصفار المركبة المترافقة

اذا كانت معاملات كثيرة الحدود صحيحة ولها جذر مركب فإن مرافقه أيضا لكثيرة الحدود

قانون ديكارت للإشارات

إذا كانت $P(x) = a_n x^n + \ldots + a_1 x + a_0$ دالة كثيرة حدود معاملات حدودها أعداد حقيقية، فإن :

- عدد الأصفار الحقيقية الموجبة للدالة $P(x)$ يساوي عدد مرات تغير إشارة معاملات حدود الدالة $P(x)$، أو أقل منه بعدد زوجي.
- عدد الأصفار الحقيقية السالبة للدالة $P(x)$ يساوي عدد مرات تغير إشارة معاملات حدود الدالة $P(-x)$، أو أقل منه بعدد زوجي.

النظرية الأساسية في الجبر و نتيجتها

كل معادلة كثيرة حدود درجتها أكبر من صفر لها جذر واحد على الأقل ينتمي إلى مجموعة الأعداد المركبة.

يكون لمعادلة كثيرة الحدود من الدرجة n العدد n فقط من من الجذور المركبة

أمل باجوده

التاريخ : / /

الموضوع : الجذور و الأصفار

مثال 3 استعمال الأصفار لكتابة دالة كثيرة حدود

تحقق من فهمك

3) اكتب دالة كثيرة حدود درجتها أقل ما يمكن، ومعاملات حدودها أعداد صحيحة، إذا كان العددان $-1, 1+2i$ من أصفارها.

أمل باجوده

التاريخ : / /

الموضوع : الجذور و الأصفار

في دقيقة واحدة

حُلَّ كلَّ معادلة مما يأتي، واذكر عدد جذورها، ونوعها:

1) $x^2 - 3x - 10 = 0$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

أمل باجوده

التاريخ : / /

الموضوع : الجذور و الأصفار

تأكد

اذكر العدد الممكن للأصفار الحقيقية الموجبة، والحقيقية السالبة، والتخيلية لكلٍّ دالة ممَّا يأتي :

5) $f(x) = x^3 - 2x^2 + 2x - 6$

أمل باجوده

التاريخ : / /

الموضوع : الجذور و الأصفار

تأكد

اكتب دالة كثيرة حدود درجتها أقل ما يمكن، ومعاملات حدودها أعداد صحيحة، إذا كانت الأعداد المعطاة في كل مما يأتي من أصفارها :

9) $4, -1, 6$

أمل باجوده

almanahj.com/sa 2026 2025 موقع المناهج

التاريخ : / /

الموضوع : الجذور و الأصفار

تدرب وحل المسائل

اكتب دالة كثيرة حدود درجتها أقل ما يمكن، ومعاملات حدودها أعداد صحيحة، إذا كانت الأعداد المعطاة في كل مما يأتي من أصفارها :

29) $-1, -1, 2i$

أمل باجوده

almanahj.com/sa 2026 2025 موقع المناهج

التاريخ : / /

الموضوع : الجذور و الأصفار

تدرب وحل المسائل

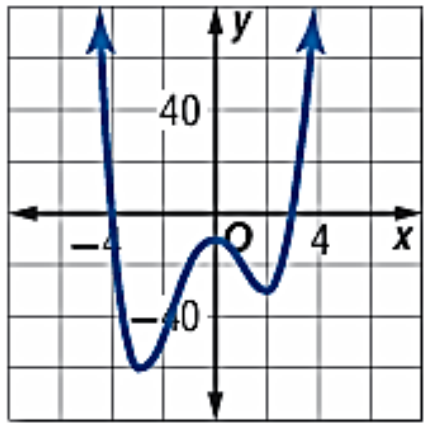
اكتب بجانب التمثيل البياني للدالة الرمز الذي يمثل أصفارها في كل مما يأتي:

(a $-3, 4, i, -i$

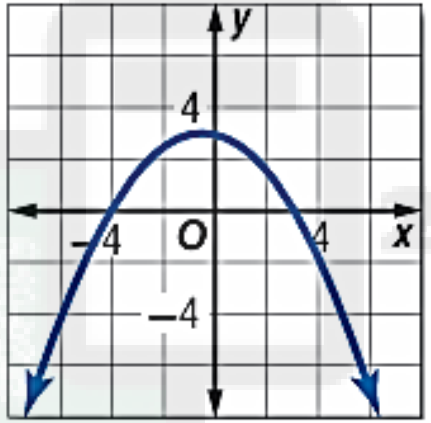
(b $-4, 3$

(c $-4, 3, i, -i$

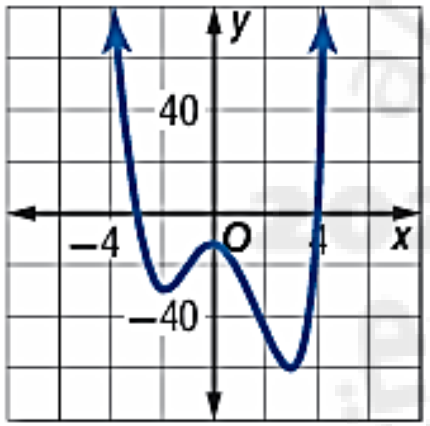
(33



(34



(35



أمل باجوده

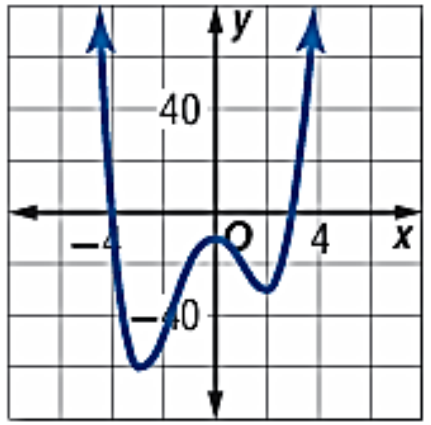
التاريخ : / /

الموضوع : الجذور و الأصفار

تدرب وحل المسائل

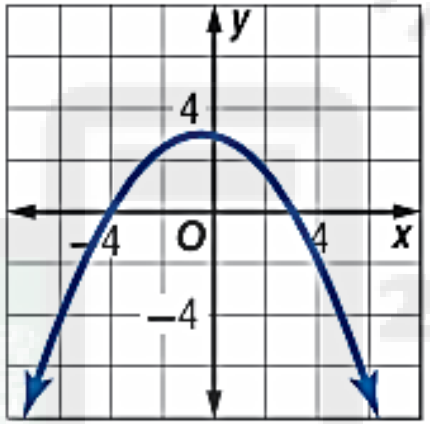
اكتب بجانب التمثيل البياني للدالة الرمز الذي يمثل أصفارها في كل مما يأتي:

(33



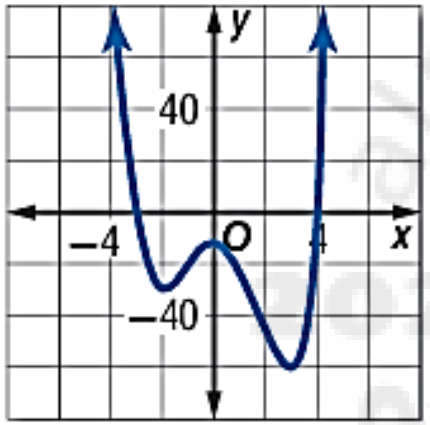
$-4, 3, i, -i$ (c

(34



$-4, 3$ (b

(35



$-3, 4, i, -i$ (a

أمل باجوده

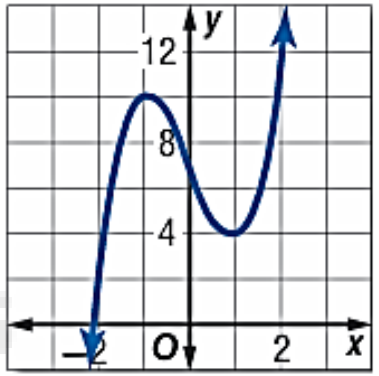
التاريخ : / /

الموضوع : الجذور و الأصفار

تدرب وحل المسائل

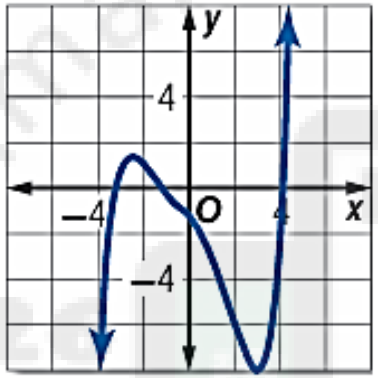
حدد عدد الأصفار الحقيقية الموجبة، والحقيقية السالبة، والتخيلية لكلٍّ من الدالتين الممثلتين بيانيًّا فيما يأتي، ووضِّح إجابتك:

(36



الدرجة : 3

(37



الدرجة : 5

أمل باجوده

التاريخ : / /

الموضوع : الجذور و الأصفار

مسائل مهارات التفكير العليا

40) حدد أي المعادلات الآتية تختلف عن الأخريات، ووضِّح إجابتك:

$r^3 - 8 = 0$

$r^2 - 1 = 0$

$r^3 + 1 = 0$

$r^4 + 1 = 0$

أمل باجوده

التاريخ : / /

الموضوع : الجذور و الأصفار

مسائل مهارات التفكير العليا

41) **تبرير:** اكتب مثالاً مضادًّا لكل عبارة فيما يأتي:

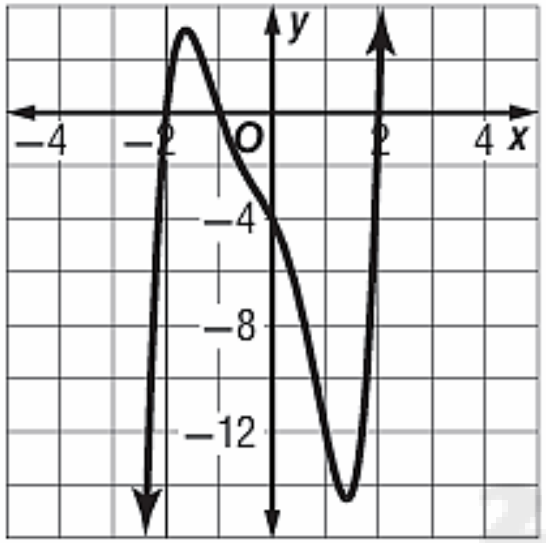
a) جميع دوال كثيرات الحدود التي تزيد درجتها على 2 لها على الأقل صفر حقيقي سالب.

أمل باجوده

التاريخ : / /

الموضوع : الجذور و الأصفار

تدريب على اختبار



43) استعمل التمثيل البياني للدالة: $f(x) = x^5 + x^4 - 3x^3 - 3x^2 - 4x - 4$،
وحدّد أيًّا مما يأتي لا يعد عاملاً لكثيرة الحدود $x^5 + x^4 - 3x^3 - 3x^2 - 4x - 4$؟

A $x - 2$

B $x - 1$

C $x + 2$

D $x + 1$

أمل باجوده

التاريخ : / /

الموضوع : الجذور و الأصفار

اختبر مفرداتك

بيّن ما إذا كانت كل عبارة فيما يأتي صحيحة أم خاطئة. وإذا كانت خاطئة فاستبدل ما تحته خط لتصبح العبارة صحيحة:

1) العدد $6i$ تخيلي بحت

2) يسمى القانون: $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a}$ بالمميز

3) يُسمّى معامل الحد الأول في كثيرة الحدود المكتوبة بالصيغة القياسية المعامل الرئيس.

4) تُسمى كثيرة الحدود التي لا يمكن تحليلها كثيرة حدود بمتغير واحد.

أمل باجوده

التاريخ : / /

الموضوع : الجذور و الأصفار

اختبر مفرداتك

بيّن ما إذا كانت كل عبارة فيما يأتي صحيحة أم خاطئة. وإذا كانت خاطئة فاستبدل ما تحته خط لتصبح العبارة صحيحة:

5) دالة كثيرة الحدود هي دالة متصلة يمكن وصفها بمعادلة كثيرة حدود بمتغير واحد.

6) تبسيط عبارات تتضمن قوى، يعني إعادة كتابتها دون أقواس أو أسس سالبة.

7) القسمة التركيبية هي طريقة مختصرة لقسمة كثيرة حدود على ثنائية حد.

8) $(x^3)^2 + 3x^3 - 8 = 0$ هي دالة قوة.

أمل باجوده

التاريخ : / /

الموضوع : الجذور و الأصفار

اختبار الفصل

18) اختيار من متعدد : إذا كان $f(x) = x^4 - 3x^3 + 5x - 3$ ،

فما قيمة $f(-2)$ ؟

A 37

B 27

C -33

D -21

أمل باجوده

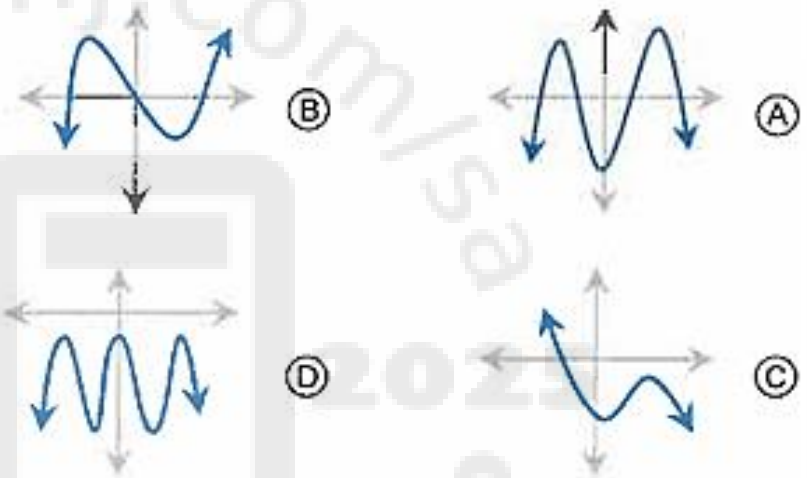
almanahj.com/sa 2026 2025 موقع المناهج

التاريخ : / /

الموضوع : الجذور و الأصفار

تحصيلي

مثال: التمثيل البياني للدالة التي لها 3 أصفار حقيقية هو ..



أمل باجوده

التاريخ : / /

الموضوع : الجذور و الأصفار

تحصيلي

كثيرة حدود من أصفارها العددان $(1 + 2i)$ و -1 ، ما أقل درجة ممكنة لها؟

Ⓐ الأولى

Ⓑ الثانية

Ⓒ الثالثة

Ⓓ الرابعة

أمل باجوده

almanahj.com 2026 2025 موقع المناهج

التاريخ : / /

الموضوع : الجذور و الأصفار

تحصيلي

عدد الجذور المركبة لكثيرة الحدود $f(x) = 3x^5 + 2x^3 - 5x + 1$ يساوي ..

Ⓐ 2

Ⓑ 3

Ⓒ 4

Ⓓ 5

أمل باجوده

almanahj.com 2026 2025 موقع المناهج

التاريخ : / /

الموضوع : الجذور و الأصفار

تحصيلي

إذا كان $x^4 - 16 = 0$ فما عدد الجذور التخيلية؟

Ⓐ 0 Ⓑ 2 Ⓒ 3 Ⓓ 4

نحلل باستخدام فرق بين مربعين

أمل باجوده

التاريخ : / /

الموضوع : الجذور و الأصفار

تحصيلي

عدد الجذور المركبة لكثيرة الحدود $f(x) = x^4 - 8$ يساوي ..

Ⓐ 0

Ⓑ 4

Ⓒ 8

Ⓓ 12

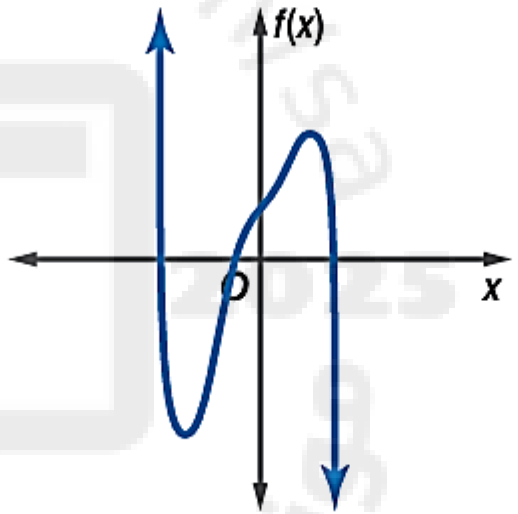
أمل باجوده

التاريخ : / /

الموضوع : الجذور و الأصفار

اختبار الفصل

25) صف سلوك طرفي التمثيل البياني الآتي، وحدد ما إذا كانت درجة دالة كثيرة الحدود فردية أم زوجية. واذكر عدد الأصفار الحقيقية للدالة.



أمل باجوده

التاريخ : / /

الموضوع : الجذور و الأصفار

أسئلة الاختيار من متعدد

اختر رمز الإجابة الصحيحة لكل مما يأتي:

1) أبسط صورة للمقدار $(5n^2 + 11n - 6) - (2n^2 - 5)$ هي:

A $3n^2 + 11n - 11$

B $3n^2 + 11n - 1$

C $7n^2 + 11n - 11$

D $7n^2 + 11n - 1$

أمل باجوده

التاريخ : / /

الموضوع : الجذور و الأصفار

أسئلة الاختيار من متعدد

اختر رمز الإجابة الصحيحة لكل مما يأتي:

2) أيٌّ مما يأتي ليس حلاًّ للمعادلة: $x^3 - 37x - 84 = 0$ ؟

A -4 **C** 6

B -3 **D** 7

أمل باجوده

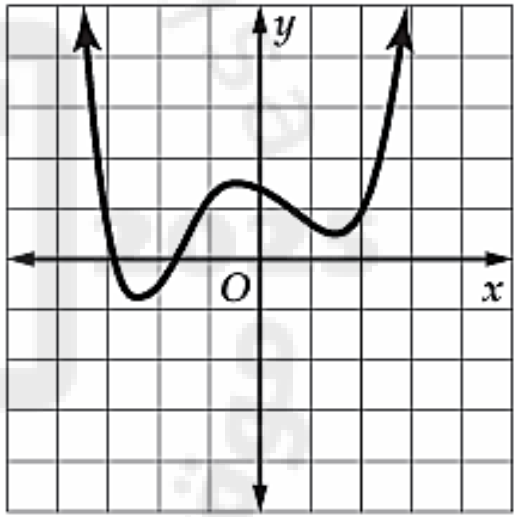
التاريخ : / /

الموضوع : الجذور و الأصفار

أسئلة الاختيار من متعدد

اختر رمز الإجابة الصحيحة لكل مما يأتي:

3) كم صفرًا حقيقيًّا لدالة كثيرة الحدود الممثلة بيانيًّا أدناه؟



2 A

3 B

4 C

5 D

أمل باجوده

التاريخ : / /

الموضوع : الجذور و الأصفار

أسئلة الاختيار من متعدد

اختر رمز الإجابة الصحيحة لكل مما يأتي:

4) إذا كانت المصفوفة $\begin{bmatrix} x+1 & x \\ -2 & 8 \end{bmatrix}$ ليس لها نظير ضربي ،

فإن قيمة x تساوي:

A $\frac{4}{3}$

B $\frac{4}{5}$

C $-\frac{4}{3}$

D $-\frac{4}{5}$

أمل باجوده

التاريخ : / /

الموضوع : الجذور و الأصفار

أسئلة الاختيار من متعدد

اختر رمز الإجابة الصحيحة لكل مما يأتي:

6) أبسط صورة للمقدار $\frac{2}{1-5i}$ هي:

A $\frac{1}{13}-\frac{5}{13}i$

B $\frac{1}{2}-\frac{5}{2}i$

C $\frac{1}{13}+\frac{5}{13}i$

D $2-\frac{2}{5}i$

أمل باجوده

التاريخ : / /

الموضوع : الجذور و الأصفار

أسئلة الاختيار من متعدد

اختر رمز الإجابة الصحيحة لكل مما يأتي:

7) ما قيمة مميِّز المعادلة: $x^2 - x - 20 = 0$ ؟

A 9

B 81

C 5

D -4

أمل باجوده

almanahj.com 2026 2025 موقع المناهج

التاريخ : / /

الموضوع : الجذور و الأصفار

أسئلة الاختيار من متعدد

اختر رمز الإجابة الصحيحة لكل مما يأتي:

8) إذا كان $\underline{A}=\begin{bmatrix}2 & -3\\ 0 & -1\end{bmatrix}$ ، $\underline{B}=\begin{bmatrix}-2 & 3\\ 0 & 1\end{bmatrix}$ وكانت $\underline{X}$ مصفوفة رتبتها 2×2 بحيث $\underline{X}=2\underline{A}-\underline{B}$ فإن:

A $\underline{X}=3\underline{B}$

B $\underline{X}=2\underline{A}$

C $\underline{X}=-2\underline{B}$

D $\underline{X}=3\underline{A}$

أمل باجوده

التاريخ : / /

الموضوع : الجذور و الأصفار

أسئلة الاختيار من متعدد

اختر رمز الإجابة الصحيحة لكل مما يأتي:

8) إذا كان $\underline{A}=\begin{bmatrix}2 & -3\\ 0 & -1\end{bmatrix}$ ، $\underline{B}=\begin{bmatrix}-2 & 3\\ 0 & 1\end{bmatrix}$ وكانت $\underline{X}$ مصفوفة رتبتها 2×2 بحيث $\underline{X}=2\underline{A}-\underline{B}$ فإن:

A $\underline{X}=3\underline{B}$

B $\underline{X}=2\underline{A}$

C $\underline{X}=-2\underline{B}$

D $\underline{X}=3\underline{A}$

أمل باجوده

التاريخ : / /

الموضوع : الجذور و الأصفار

ماذا أعرف	ماذا أريد أن أعرف	ماذا تعلمت	الربط بالواقع

أمل باجوده

almanahj.com/sa 2026 2025 موقع المناهج

التاريخ : / /

الموضوع : الجذور و الأصفار

ما هو شعورك بالنسبة لدرس اليوم ؟

أمل باجوده

التاريخ : / /

الموضوع : الجذور و الأصفار

الحمد لله الذي بنعمته تتم الصالحات

تم منهج رياضيات ٢ الترم الأول

والحمد لله في الأولى و الآخرة

أمل عمر باجوده

٢٧-١٢-١٤٤٥هـ

سبحانك اللهم وبحمدك أشهد أن لا إله إلا أنت أستغفرك و أتوب إليك.

أمل باجوده