

## مراجعة النهايات والاشتقاق



### تم تحميل هذا الملف من موقع المناهج السعودية

موقع المناهج ← المناهج السعودية ← الصف الثاني الثانوي ← رياضيات ← الفصل الثالث ← ملفات متنوعة ← الملف

تاريخ إضافة الملف على موقع المناهج: 09:21:35 2025-05-12

ملفات اكتب للمعلم اكتب للطالب | اختبارات الكترونية | اختبارات | حلول | عروض بوربوينت | أوراق عمل  
منهج انجليزي | ملخصات وتقارير | مذكرات وبنوك | الامتحان النهائي | للمدرس

المزيد من مادة  
رياضيات:

### التواصل الاجتماعي بحسب الصف الثاني الثانوي



صفحة المناهج  
السعودية على  
فيسبوك

الرياضيات

اللغة الانجليزية

اللغة العربية

التربية الاسلامية

المواد على تلغرام

### المزيد من الملفات بحسب الصف الثاني الثانوي والمادة رياضيات في الفصل الثالث

عرض بوربوينت لدرس الدوال المثلثية العكسية

1

أوراق عمل الباب السابع الاحتمالات

2

عرض بوربوينت لدرس تمثيل الدوال المثلثية بيانياً

3

عرض بوربوينت لدرس احتمالات الحوادث المتنافية

4

اختبار فكري مسارات و عام

5

# النظرية الأساسية في التفاضل والتكامل

## إيجاد الدوال الأصلية

$$F(x) = \frac{k x^{n+1}}{n+1} + C$$

أوجد دالتين أصليتين مختلفتين لكل دالة مما يأتي:

$$\int f(x) dx = F(x) + C$$

$$-3x^{-4} \quad (1B)$$

$$2x \quad (1A)$$

$$\frac{-3x^{-4+1}}{-3} + C$$

$$\frac{2x^2}{2} + C$$

$$-x^3 + 1, -x^3 + 12$$

$$x^2 + 5, x^2 + 7, x^2 + 10$$

## قواعد الدوال الأصلية

أوجد جميع الدوال الأصلية لكل دالة مما يأتي:

$$f(x) = 8x^7 + 6x + 2 \quad (2C)$$

$$f(x) = 6x^4 \quad (2A)$$

$$\begin{aligned} &= 8 \frac{x^8}{8} + 6 \frac{x^2}{2} + 2x \\ &= x^8 + 3x^2 + 2x \end{aligned}$$

$$F(x) = \frac{6x^5}{5} + C$$

$$q(r) = \frac{3}{4} r^{\frac{2}{5}} + \frac{5}{8} r^{\frac{1}{3}} + r^{\frac{1}{2}} \quad (3)$$

$$= \frac{3}{4} \frac{r^{\frac{2}{5}+1}}{\frac{2}{5}+1} + \frac{5}{8} \frac{r^{\frac{1}{3}+1}}{\frac{1}{3}+1} + \frac{r^{\frac{1}{2}+1}}{\frac{1}{2}+1}$$

$$= \frac{3}{4} \frac{r^{\frac{7}{5}}}{\frac{7}{5}} + \frac{5}{8} \frac{r^{\frac{4}{3}}}{\frac{4}{3}} + \frac{r^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}}$$

$$= \frac{3 \times 5}{4 \times 7} r^{\frac{7}{5}} + \frac{5 \times 3}{8 \times 4} r^{\frac{4}{3}} + \frac{2}{3} r^{\frac{3}{2}}$$

$$= \frac{15}{28} r^{\frac{7}{5}} + \frac{15}{32} r^{\frac{4}{3}} + \frac{2}{3} r^{\frac{3}{2}}$$

$$f(x) = \frac{10}{x^3} \quad (2B)$$

$$f(x) = 10x^{-3}$$

$$F(x) = \frac{10x^{-3+1}}{-3+1} + C$$

$$= \frac{10x^{-2}}{-2} + C = -\frac{5}{x^2} + C$$

$$f(x) = x^5 \quad (1)$$

$$= \frac{x^6}{6} + C$$

$$f(z) = \sqrt[3]{z} \quad (2)$$

$$f(z) = (z)^{\frac{1}{3}}$$

$$F(z) = \frac{z^{\frac{1}{3}+1}}{\frac{1}{3}+1} + C$$

$$m(t) = 16t^3 - 12t^2 + 20t - 11 \quad (6)$$

$$= 16 \frac{t^4}{4} - 12 \frac{t^3}{3} + 20 \frac{t^2}{2} - 11t$$

$$= 4t^4 - 4t^3 + 10t^2 - 11t$$

(3) سقوط حر: عند قيام فني بإصلاح نافذة برج على ارتفاع 120 ft سقطت محفظته نحو الأرض، وتمثل  $v(t) = -32t$  سرعة المحفظة المتجهة اللحظية بالأقدام بعد  $t$  ثانية من سقوطها.

(A) أوجد دالة موقع المحفظة  $s(t)$  بعد  $t$  ثانية من سقوطها.

$$v = -32t$$

$$s(t) = -32 \frac{t^2}{2} + C = -16t^2 + 120$$

(B) أوجد الزمن الذي تستغرقه المحفظة حتى تصل إلى سطح الأرض.

$$s(t) = 0 \Rightarrow -16t^2 + 120 = 0$$

$$-16t^2 = -120$$

$$t^2 = \frac{120}{16} = 7.5$$

$$t = \sqrt{7.5} \approx 2.74 \text{ s}$$

النظرية الأساسية في التفاضل والتكامل

احسب كل تكامل محدد مما يأتي:

$$\int_a^b f(x) dx = F(x) \Big|_a^b = F(b) - F(a)$$

$$\int_1^2 (16x^3 - 6x^2) dx \quad (4B)$$

$$= 16 \frac{x^4}{4} - 6 \frac{x^3}{3} \Big|_1^2$$

$$= 4x^4 - 2x^3 \Big|_1^2$$

$$= [4(2)^4 - 2(2)^3] - [4(1)^4 - 2(1)^3]$$

$$= [64 - 16] - [4 - 2]$$

$$= 48 - 2 = 46$$

$$\int_2^5 3x^2 dx \quad (4A)$$

$$= 3 \frac{x^3}{3} \Big|_2^5 = x^3 \Big|_2^5$$

$$= [5^3 - 2^3]$$

$$= [125 - 8] = 117$$

$$\int_1^4 2x^3 dx \quad (9)$$

$$= 2 \frac{x^4}{4} \Big|_1^4$$

$$= \frac{1}{2} x^4 \Big|_1^4$$

$$= \frac{1}{2} [4^4 - 1^4]$$

$$= \frac{256 - 1}{2} = 127.5$$

$$\int (6x^2 + 8x - 3) dx \quad (5A)$$

$$= 6 \frac{x^3}{3} + 8 \frac{x^2}{2} - 3x + C$$

$$= 2x^3 + 4x^2 - 3x + C$$

$$\begin{aligned} \int (6m + 12m^3) dm & \quad (8) \\ &= 6 \frac{m^2}{2} + 12 \frac{m^4}{4} + C \\ &= 3m^2 + 3m^4 + C \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \int_x^2 (3t^2 + 8t) dt & \quad (22) \\ &= 3 \frac{t^3}{3} + 8 \frac{t^2}{2} \Big|_x^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &= t^3 + 4t^2 \Big|_x^2 \\ &= [2^3 + 4(2)^2] - [x^3 + 4x^2] \\ &= [8 + 16] - x^3 - 4x^2 \\ &= -x^3 - 4x^2 + 24 = 0 \end{aligned}$$

$$\int_{-3}^1 3 dx \quad (16)$$

$$\begin{aligned} &= 3x \Big|_{-3}^1 \\ &= 3(1) - 3(-3) \\ &= 3 + 9 = 12 \end{aligned}$$

$$\int_1^3 (-x^4 + 8x^3 - 24x^2 + 30x - 4) dx \quad (5B)$$

$$\begin{aligned} &= -\frac{x^5}{5} + 8 \frac{x^4}{4} - 24 \frac{x^3}{3} + 30 \frac{x^2}{2} - 4x \Big|_1^3 \\ &= -\frac{x^5}{5} + 2x^4 - 8x^3 + 15x^2 - 4x \Big|_1^3 \\ &= \left[ -\frac{3^5}{5} + 2(3)^4 - 8(3)^3 + 15(3)^2 - 4(3) \right] \\ &\quad - \left[ -\frac{1^5}{5} + 2(1)^4 - 8(1)^3 + 15(1)^2 - 4(1) \right] \\ &= \frac{-242}{5} + 64 = -48.4 + 64 \\ &= 15.6 \end{aligned}$$

$$\int_{-1}^2 (-x^2 + 10) dx \quad (17)$$

$$\begin{aligned} &= -\frac{x^3}{3} + 10x \Big|_{-1}^2 \\ &= \left[ -\frac{2^3}{3} + 10 \times 2 \right] - \left[ -\frac{(-1)^3}{3} + 10 \times -1 \right] \\ &= -\frac{8}{3} + 20 - \frac{1}{3} + 10 \\ &= \frac{-9}{3} + 10 = -3 + 10 = 27 \end{aligned}$$

$$\int_2^5 (a^2 - a + 6) da \quad (10)$$

$$\begin{aligned} &= \frac{a^3}{3} - \frac{a^2}{2} + 6a \Big|_2^5 \\ &= \left[ \frac{5^3}{3} - \frac{5^2}{2} + 6 \times 5 \right] \\ &\quad - \left[ \frac{2^3}{3} - \frac{2^2}{2} + 6 \times 2 \right] \\ &= 39 - \frac{25}{2} + 20 = 59 - 12.5 \\ &= 46.5 \end{aligned}$$

التكاملات المحددة أوجد الشغل اللازم لشد نابض مسافة ما والمعطى بالتكامل في كل مما يأتي:

$$\int_0^{1.4} 512x \, dx \quad (6B)$$

$$= 512 \frac{x^2}{2} \Big|_0^{1.4}$$

$$= 512 \frac{(1.4)^2}{2} - 0$$

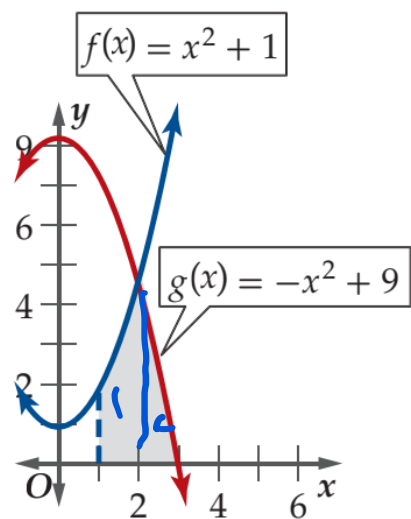
$$= 501.76 \text{ ج } \text{جول}$$

$$\int_0^{0.7} 476x \, dx \quad (6A)$$

$$= 476 \frac{x^2}{2} \Big|_0^{0.7}$$

$$= 476 \left[ \frac{0.7^2}{2} - 0 \right]$$

$$= \frac{233.4}{2} = 116.6 \text{ ج } \text{جول}$$



(29) مساحات: احسب مساحة المنطقة المحصورة بين منحنى  $f(x)$ ،  $g(x)$  والمحور  $x$ ، في الفترة  $1 \leq x \leq 3$ .

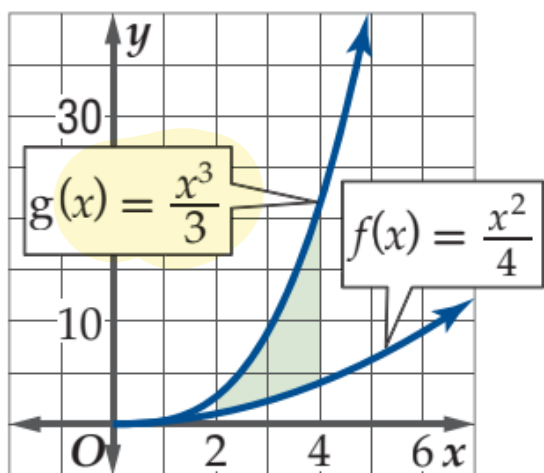
$$\int_1^3 (x^2 + 1) \, dx + \int_1^3 (-x^2 + 9) \, dx$$

$$= \frac{x^3}{3} + x \Big|_1^3 + \left[ -\frac{x^3}{3} + 9x \right] \Big|_1^3$$

$$= \left[ \frac{2^3}{3} + 2 \right] - \left[ \frac{1^3}{3} + 1 \right] + \left[ -\frac{3^3}{3} + 9 \times 3 \right] - \left[ -\frac{2^3}{3} + 9 \times 2 \right]$$

$$= \frac{15}{3} + [2 - 1 - 9 + 27 - 18] = 5 + 1 = 6$$

(33) مساحات: ما مساحة المنطقة المحصورة بين منحنى  $f(x)$ ،  $g(x)$  في الفترة  $2 \leq x \leq 4$  في الشكل أدناه؟



$$\int_2^4 \frac{x^3}{3} \, dx - \int_2^4 \frac{x^2}{4} \, dx$$

$$\frac{x^4}{3 \cdot 4} \Big|_2^4 - \frac{x^3}{4 \cdot 3} \Big|_2^4$$

$$= \frac{1}{12} [x^4 - x^3] \Big|_2^4$$

$$= \frac{1}{12} [4^4 - 4^3] - \frac{1}{12} [2^4 - 2^3]$$

$$= \frac{192 - 8}{12}$$

A  $17\frac{5}{12}$  وحدة مساحة

B  $17\frac{1}{3}$  وحدة مساحة

$$= \frac{184}{12} = 15.3$$

(45) إذا كان  $\int_0^2 kx \, dx = 6$ ، فما قيمة  $k$ ؟

1 A

2 B

3 C

4 D

$$\int_0^2 kx \, dx = 6$$

$$= k \frac{x^2}{2} \Big|_0^2 = 6$$

$$= k \frac{2^2}{2} - 0 = 6$$

$$\frac{2k}{2} = \frac{6}{2}$$

$$k = 3$$

C  $15\frac{1}{3}$  وحدة مساحة

D 16 وحدة مساحة



## المساحة تحت المنحنى والتكامل

استعمل النهايات؛ لإيجاد مساحة المنطقة المحصورة بين منحنى الدالة والمحور  $x$  والمعطاة بالتكامل المحدد في كل مما يأتي:

$$\begin{aligned} \int_0^3 x \, dx \quad (3B) \\ = \frac{x^2}{2} \Big|_0^3 \\ = \left[ \frac{3^2}{2} - 0 \right] = \frac{9}{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \int_0^1 3x^2 \, dx \quad (3A) \\ = 3 \frac{x^3}{3} \Big|_0^1 = x^3 \Big|_0^1 \\ = [1^3 - 0] = 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \int_2^4 x^3 \, dx \quad (4B) \\ = \frac{x^4}{4} \Big|_2^4 \\ = \left[ \frac{4^4}{4} - \frac{2^4}{4} \right] = 64 - 4 \\ = 60 \end{aligned}$$

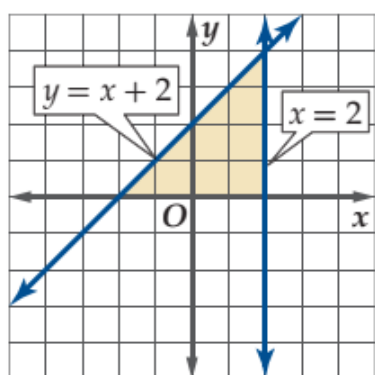
$$\begin{aligned} \int_1^3 x^2 \, dx \quad (4A) \\ = \frac{x^3}{3} \Big|_1^3 \\ = \left[ \frac{3^3}{3} - \frac{1}{3} \right] = \frac{27-1}{3} = \frac{26}{3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \int_{-2}^0 (2x + 6) \, dx \quad (24) \\ = \cancel{2} \frac{x^2}{\cancel{2}} + 6x \Big|_{-2}^0 \\ = [0] - [(-2)^2 + 6(-2)] \\ = -(4 - 12) = 8 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \int_2^4 (-3x + 15) \, dx \quad (15) \\ = -3 \frac{x^2}{2} + 15x \Big|_2^4 \\ = \left[ -\frac{3}{2}(4)^2 + 15 \times 4 \right] - \left[ -\frac{3}{2}(2)^2 + 15 \times 2 \right] \\ = [-24 + 60] - [-6 + 30] = 12 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \int_{-4}^3 2 \, dx \quad (28) \\ = 2x \Big|_{-4}^3 \\ = 2[3 - (-4)] = 14 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \int_{-2}^0 (-x^3) \, dx \quad (27) \\ = -\frac{x^4}{4} \Big|_{-2}^0 \\ = [0] - \left[ -\frac{(-2)^4}{4} \right] = 4 \end{aligned}$$



(b) أوجد مساحة المثلث بحساب

$$\int_{-2}^2 (x + 2) \, dx \text{ التكامل}$$

$$\begin{aligned} &= \frac{x^2}{2} + 2x \Big|_{-2}^2 \\ &= \left[ \frac{2^2}{2} + 2 \times 2 \right] - \left[ \frac{(-2)^2}{2} + 2(-2) \right] = 8 \\ &\quad \quad \quad 2+4 \quad \quad \quad - \left( \frac{2}{2} 2 - 4 \right) \end{aligned}$$

(19) (a) أوجد طول قاعدة وارتفاع المثلث،

ثم مساحته باستعمال قانون مساحة المثلث.

$$\begin{aligned} &\frac{1}{2} \times 4 \times 4 \\ &= 8 \end{aligned}$$