المضلعات المتشابهة

المضلعات المتطابقة	المضلعات المتشابهة
لها نفس الشكل والقياسات رمز التطابق $\cong$	لها نفس الشكل ولكن ليس بالضرورة أن يكون لها نفس القياس رمز التشابه $\sim$
تكون المضلعات متطابقة إذا وإذا فقط كان : 1- تطابقت زواياهما المتناظرة 2- تطابقت أضلاعهما المتناظرة	تكون المضلعات متشابهة إذا وإذا فقط كان : 1- تطابقت زواياهما المتناظرة 2- تناسبت أضلاعهما المتناظرة

الأضلاع المتناظرة متطابقة

الزوايا المتناظرة متطابقة

الأضلاع المتناظرة متناسبة

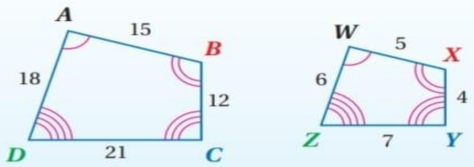
نقصد أن الأضلاع متناسبة أي أن النسبة بينهما تكون متساوية بمعنى أن حاصل قسمة كل ضلع من المضلع مع ما يناظره من المضلع الآخر مقدار ثابت أي نفس النسبة

مفهوم أساسي — المضلعات المتشابهة

أضف إلى مطويتك

يتشابه مضلعان إذا وفقط إذا كانت زواياهما المتناظرة متطابقة، وأطوال أضلاعهما المتناظرة متناسبة.

مثال: في الشكل أدناه، $ABCD$ يشابه $WXYZ$.



الزوايا المتطابقة:

$\angle A \cong \angle W, \angle B \cong \angle X, \angle C \cong \angle Y, \angle D \cong \angle Z$

التناسب:

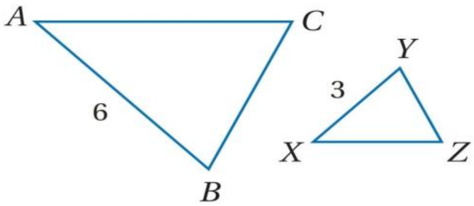
$$\frac{AB}{WX} = \frac{BC}{XY} = \frac{CD}{YZ} = \frac{DA}{ZW} = \frac{3}{1}$$

الرموز: $ABCD \sim WXYZ$

وكما هو الحال في عبارة التطابق، فإن ترتيب الرؤوس في عبارة التشابه مثل $ABCD \sim WXYZ$ مهمٌّ جدًّا؛ لأنّه يحدّد الزوايا المتناظرة والأضلاع المتناظرة.

معامل التشابه أو نسبة التشابه أو عامل المقياس هي النسبة بين طولي ضلعين متناظرين لمضلعين متشابهين

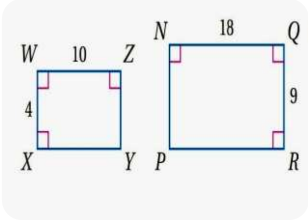
ويعتمد معامل التشابه على ترتيب المقارنة

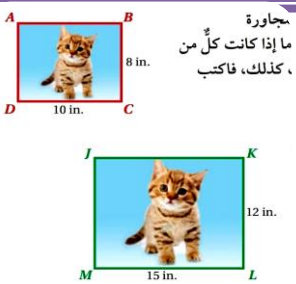


ففي الشكل المجاور $\Delta ABC \sim \Delta XYZ$

معامل تشابه ΔABC إلى ΔXYZ يكون $\frac{6}{3}$ أو 2

بينما معامل تشابه ΔXYZ إلى ΔABC يكون $\frac{3}{6}$ يساوي $\frac{1}{2}$





لاختبار تناسب أضلاع مستطيلين يكفي اختبار ضلعين متتاليين لأن كل ضلعين متقابلين متطابقين

نقسم الطول على الطول والعرض على العرض

1- الزوايا المتناظرة متطابقة لأن جميع الزوايا قوائم وبالتالي فهي متطابقة

2- نقسم الطول على الطول والعرض على العرض ثم نقارن

18/10=9/5 , 9/4

النسب غير متساوية وبالتالي فإن المضلعين غير متشابهين

1- الزوايا المتناظرة متطابقة

2- 8/12=2/3

10/15=2/3

النسب متساوية فإن المستطيلان متشابهان

ABCD~JKLM

إذا كان المضلعان متطابقان فإنهما متشابهان أيضا .. وتكون نسبة التشابه 1:1

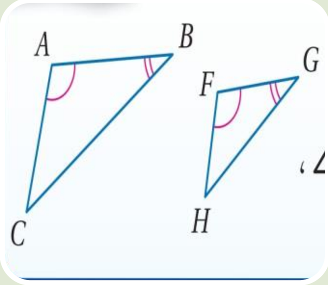
الشكل	متشابهان: دائما	متشابهان: أحيانا	متشابهان: غير متشابهين أبدا	ملاحظات
مثلثان منفرجا الزاوية		✓		إذا تناسبت أضلاعهما وتطابقت زواياهما المتناظرة
مثلثان قائما الزاوية		✓		إذا تناسبت أضلاعهما وتطابقت زواياهما المتناظرة
مثلثان مختلف الأضلاع ومتطابق الضلعين			✓	مختلفان في الشكل لذلك لا يتشابهان
مثلثان متطابقا الأضلاع	✓			لأن زواياهما 60 متطابقة وأضلاعهما متناسبة
شبه منحرف ومتوازي أضلاع			✓	مختلفان في الشكل لذلك لا يتشابهان
مثلثان متطابقا الضلعين		✓		إذا تناسبت أضلاعهما وتطابقت زواياهما المتناظرة
مربعان	✓			زواياهما قوائم متطابقة وأضلاعهما متناسبة
مستطيلان		✓		إذا تناسبت أضلاعهما المتناظرة
معينان		✓		إذا تطابقت زواياهما المتناظرة

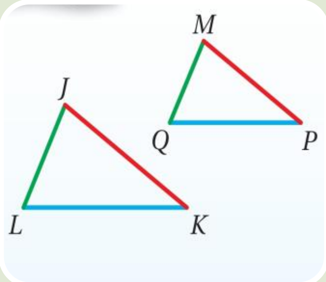
إذا تشابه مضلعان فإن النسبة بين محيطيهما تساوي معامل التشابه

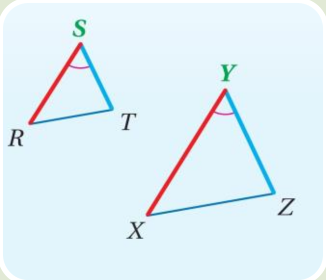
فمثلا إذا كان معامل التشابه من المضلع الكبير إلى الصغير ونعرف ذلك من مقارنة البسط بالمقام فإذا كان العدد الأكبر في البسط يكون معامل التشابه من الكبير للصغير ويكون معامل التشابه $= \frac{\text{محيط المضلع الكبير}}{\text{محيط المضلع الصغير}}$ والعكس

تذكير : المحيط هو المسافة حول الشكل نقوم بجمع أطوال أضلاع الشكل لإيجاده

المثلثات المتشابهة







التشابه بزاويتين AA

إذا طابقت زاويتين في مثلث زوايتين في مثلث آخر فإن المثلثين متشابهين

< A≅<F

<B≅<G

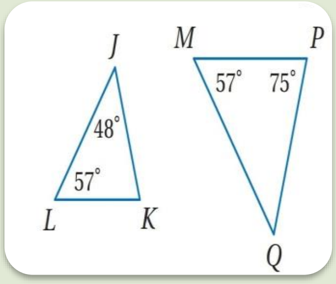
$\Delta ABC \sim \Delta FGH$

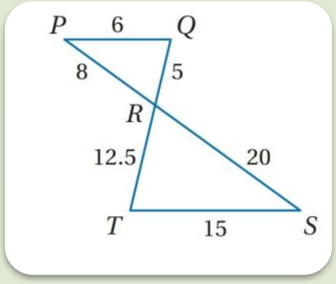
التشابه بثلاثة أضلاع SSS

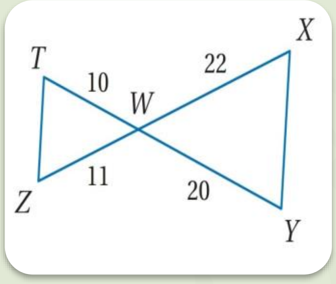
إذا كانت أطوال الأضلاع المتناظرة لمثلثين متناسبة فإن المثلثين متشابهين

التشابه بضلعين وزاوية محصورة بينهما SAS

إذا كان طولا ضلعين في مثلث ما متناسبين مع طولي الضلعين المناظرين لهما في مثلث آخر وكانت الزاويتان المحصورتان بينهما متطابقتين فإن المثلثين متشابهين







المعطيات هنا زاويتين

نوجد الزاوية الثالثة للتحقق من تطابق زاويتين من مجموع قياسات زوايا المثلث الداخلية

m<K=75=m<P

<K ≅<P

<L≅<M

$\Delta LJK \sim \Delta MQP$

وفق مسلمة AA

المعطى 3 أضلاع نبحث التناسب

نقسم الضلع الأصغر على الأصغر والأوسط على الأوسط والأكبر على الأكبر

8/20 =2/5

6/15 =2/5

5/12.5=2/5

$\Delta PRQ \sim \Delta SRT$

وفق نظرية SSS

المعطى ضلعين وزاوية محصورة بينهما

<TWZ≅<YWX

بالتقابل بالرأس

10/20=1/2

11/22=1/2

$\Delta TWZ \sim \Delta YWX$

وفق نظرية SAS

يجب مراعاة الترتيب فالمثلث الذي تبدأ منه يجب أن تبدأ منه كل مرة أيضا مراعاة الدقة في عبارة التشابه وتحديد كل زاوية وما يناظرها بدقة

نظرية 2.4

خصائص المثلثات المتشابهة

خاصيّة الانعكاس للتشابه: $\triangle ABC \sim \triangle ABC$

خاصيّة التماثل للتشابه: إذا كان $\triangle ABC \sim \triangle DEF$ ، فإنّ $\triangle DEF \sim \triangle ABC$.

خاصيّة التعدّي للتشابه: إذا كان $\triangle ABC \sim \triangle DEF, \triangle DEF \sim \triangle XYZ$ فإن $\triangle ABC \sim \triangle XYZ$.

في مسائل الظل نحتاج للتناسب

$$\frac{\text{طول ظل الشخص}}{\text{طول ظل البناية}} = \frac{\text{طول الشخص}}{\text{طول البناية مثلا}}$$

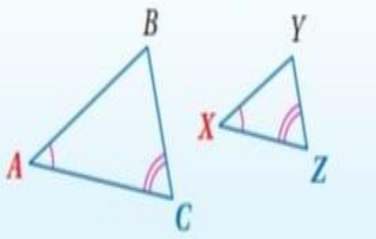
أو

$$\frac{\text{طول البناية}}{\text{طول ظلها}} = \frac{\text{طول الشخص}}{\text{طول ظله}}$$

ملخص المفهوم

تشابه المثلثات

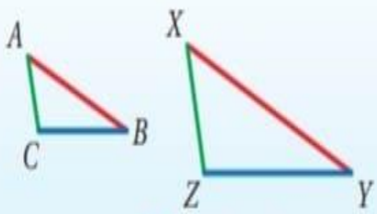
مسلمة التشابه AA



إذا كانت: $\angle A \cong \angle X, \angle C \cong \angle Z$

فإنّ: $\triangle ABC \sim \triangle XYZ$

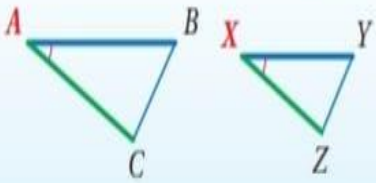
نظرية التشابه SSS



إذا كانت: $\frac{AB}{XY} = \frac{BC}{YZ} = \frac{CA}{ZX}$

فإنّ: $\triangle ABC \sim \triangle XYZ$.

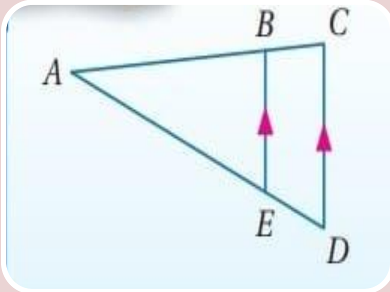
نظرية التشابه SAS

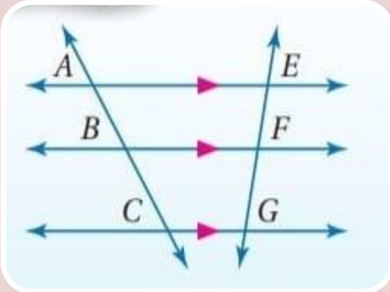


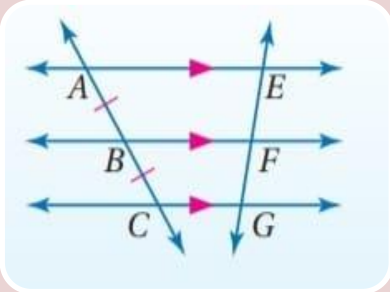
إذا كانت: $\frac{AB}{XY} = \frac{CA}{ZX}, \angle A \cong \angle X$

فإنّ: $\triangle ABC \sim \triangle XYZ$.

المستقيمات المتوازية والأجزاء المتناسبة







نظرية التناسب في المثلث

إذا وازى مستقيما ضلعا من أضلاع المثلث وقطع ضلعيه الآخرين فإنه يقسمهما إلى أجزاء متناسبة

أي أن

AB/BC =AE/ED

أو

AB/AE=BC/ED

إذا قطع قاطعان ثلاثة مستقيمات متوازية أو أكثر فإن أطوال أجزاء القاطعين تكون متناسبة

أي أن

AB/BC =EF/FG

أو

AB/EF = BC/FG

لابد أن تكون المستقيمات متوازية

إذا قطع قاطع ثلاثة مستقيمات متوازية أو أكثر وكانت أجزاؤه متطابقة فإن أجزاء أي قاطع آخر لها تكون متطابقة

نلاحظ أن

AB=BC

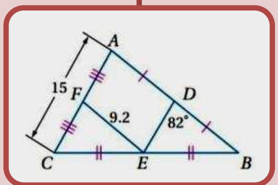
وبالتالي فإن EF=FG

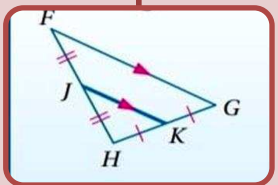
لابد أن تكون المستقيمات متوازية

عكس نظرية التناسب في المثلث : إذا قطع مستقيم ضلعين في مثلث وقسمهما إلى قطع مستقيمة متناظرة أطوالها متناسبة فإن المستقيم يوازي الضلع الثالث للمثلث

القطعة المنصفة في مثلث

تشبه القطعة المتوسطة (المنصفة)في شبه المنحرف





لا يمكن تسميتها قطعة متوسطة كما الحال في شبه المنحرف

لأن للمثلث قطعة متوسطة تختلف عن القطعة المنصفة

DE = 7.5

AB= 18.4

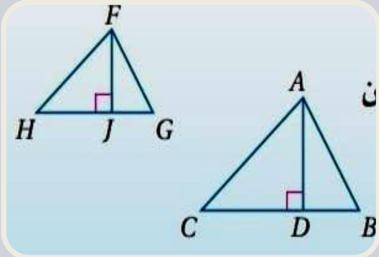
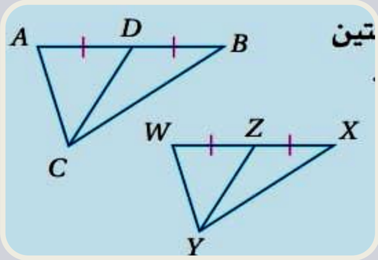
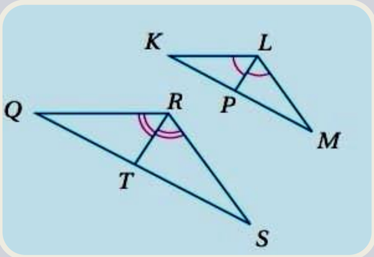
AD = 9.2

قطعة مستقيمة تصل بين منتصفي ضلعين في مثلث

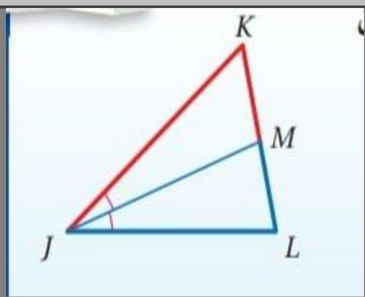
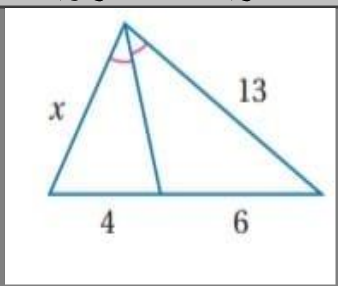
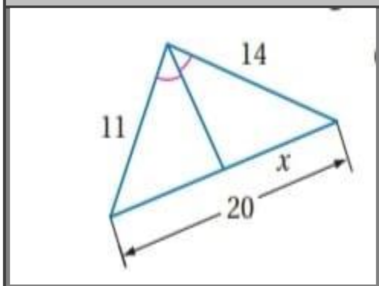
توازي أحد ضلعي المثلث وطولها يساوي نصف ذلك الضلع

فالقطعة المتوسطة في المثلث تمر بالرأس وتنصف الضلع المقابل

عناصر المثلثات المتشابهة

		
إذا تشابه مثلثان فإن النسبة بين طولي كل ارتفاعين متناظرين تساوي معامل التشابه FJ/AD=FG/AB	إذا تشابه مثلثان فإن النسبة بين طولي كل قطعتين متوسطتين متناظرتين تساوي معامل التشابه AB/WX=CD/YZ	إذا تشابه مثلثان فإن النسبة بين طولي القطعتين المنصفتين لكل زاويتين متناظرتين تساوي معامل التشابه LP/RT=LM/RS

يجب مراعاة الترتيب فالمثلث الذي تبدأ منه مثلا في الارتفاع تعود إليه عند إيجاد معامل التشابه

نظرية منصف زاوية		
		
منصف زاوية في مثلث يقسم الضلع المقابل إلى قطعتين مستقيمتين النسبة بين طوليهما تساوي النسبة بين طولي الضلعين الآخرين $\frac{KM}{LM} = \frac{KJ}{LJ}$ هنا المعادلة اكتب. أو $\frac{KM}{KJ} = \frac{LM}{LJ}$	$\frac{x}{4} = \frac{13}{6}$ $x = \frac{13 \cdot 4}{6} = \frac{26}{3} = 8\frac{2}{3}$	$\frac{11}{14} = \frac{20 - x}{x}$ $11x = 14(20 - x)$ $14x + 11x = 280$ $x = \frac{56}{5} = 11.2$

تنبيه : لا يرتبط التناسب في نظرية منصف زاوية في مثلث بتشابه مثلثين

إذ إن المثلثين الناشئين عن منصف زاوية في مثلث ليسا متشابهين في الحالة العامة بالرغم من التناسب بين زوجين من أضلاعهما ووجود زاوية في أحدهما مطابقة لزاوية في الآخر

لكن المثلثين يتشابهان في حالة قسمة المثلث إلى مثلثين متطابقين

تم بحمد الله وتوفيقه   معدة العمل أ/ مشاعل الشمراني