عرض درس قياس الزوايا والأقواس

التاريخ :
المادة: رياضيات ١-٣

الموضوع : قياس الزوايا و الأقواس

قياس الزوايا و الأقواس

رياضيات ١-٣
أمل باجوده

أمل باجوده

التاريخ :
المادة: رياضيات ١-٣

الموضوع : قياس الزوايا و الأقواس

بسم الله الرحمن الرحيم

أمل باجوده

التاريخ :
المادة: رياضيات ١-٣

الموضوع : قياس الزوايا و الأقواس

بسم الله الرحمن الرحيم

الحمد لله رب العالمين والصلاة والسلام على أشرف الأنبياء والمرسلين نبينا محمد صلى الله عليه وسلم

اللهم يا معلم آدم الأسماء علمنا و يا مفهم سليمان فهمنا ،

اللهم علمنا ما ينفعنا و أنفعنا بما علمتنا وزدنا علما يا رب العالمين

أمل باجوده

التاريخ :
المادة: رياضيات ١-٣

الموضوع : قياس الزوايا و الأقواس

ماذا أعرف	ماذا أريد أن أعرف	ماذا تعلمت	الربط بالواقع

أمل باجوده

التاريخ :
المادة: رياضيات ١-٣

الموضوع : قياس الزوايا و الأقواس

فيما سبق:

درستُ إيجاد قياسات الزوايا وتحديد الزوايا المتطابقة.

والآن:

- أعيّن الزوايا المركزية، والأقواس الكبرى والأقواس الصغرى، ونصف الدائرة وأجد قياسها.
- أجد طول القوس.

أمل باجوده

التاريخ :
المادة: رياضيات ١-٣

الموضوع : قياس الزوايا و الأقواس

المفردات:

الزاوية المركزية
central angle

القوس
arc

القوس الأصغر
minor arc

القوس الأكبر
major arc

نصف دائرة
semicircle

الأقواس المتطابقة
congruent arcs

الأقواس المتجاورة
adjacent arcs

طول القوس
arc length

أمل باجوده

التاريخ :

المادة: رياضيات ١-٣

الموضوع : قياس الزوايا و الأقواس

لماذا؟

معظم الساعات في الأجهزة الإلكترونية عبارة عن ساعات رقمية، وهي الساعات التي تُظهر الوقت على شكل أرقام. وتُستعمل الساعات العادية في تزيين المنازل، أو استعمالها ساعات يدوية. وهذه الساعات لها عقارب أو مؤشرات متحركة تشير إلى الساعة والدقيقة، وأحيانًا هناك مؤشر أو عقرب للثواني.

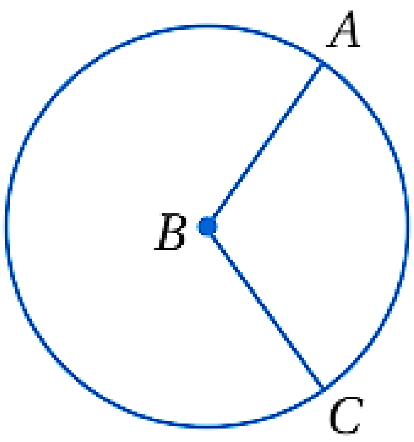
ووجه هذه الساعة عبارة عن دائرة، وتكوّن العقارب الثلاث زوايا مركزية فيها.

أمل باجوده

التاريخ :
المادة: رياضيات ١-٣

الموضوع : قياس الزوايا و الأقواس

الزوايا والأقواس **الزاوية المركزية** في الدائرة هي زاوية يقع رأسها في المركز، وضلعاها نصفا قطرين في الدائرة. في الشكل المجاور $\angle ABC$ هي زاوية مركزية في $\odot B$.



تذكّر أن مجموع قياسات الزوايا المتجمّعة حول نقطة يساوي $360°$ ؛ لذا فإن الدرجة الواحدة تساوي $\frac{1}{360}$ من الدورة الكاملة حول نقطة، ويؤدي هذا إلى المفهوم الآتي:

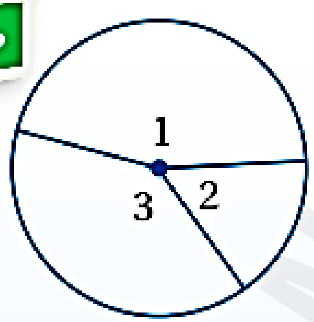
أمل باجوده

الموضوع : قياس الزوايا و الأقواس

مفهوم أساسي

أضف إلى مطويتك

مجموع قياسات الزوايا المركزية



التعبير اللفظي: مجموع قياسات الزوايا المركزية في الدائرة، والتي لا تحوي نقاطًا داخلية مشتركة يساوي $360°$.

مثال: $m\angle 1 + m\angle 2 + m\angle 3 = 360°$

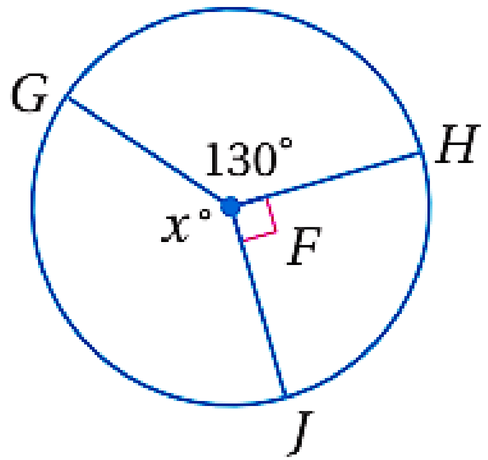
أمل باجوده

التاريخ :
المادة: رياضيات ١-٣

الموضوع : قياس الزوايا و الأقواس

مثال 1 **إيجاد قياس الزاوية المركزية**

أوجد قيمة x في الشكل المجاور.



$m\angle GFH + m\angle HFJ + m\angle GFJ = 360°$	مجموع قياسات الزوايا المركزية
$130° + 90° + x = 360°$	بالتعويض
$220° + x = 360°$	بالتبسيط
$x = 140°$	بطرح °220 من كلا الطرفين

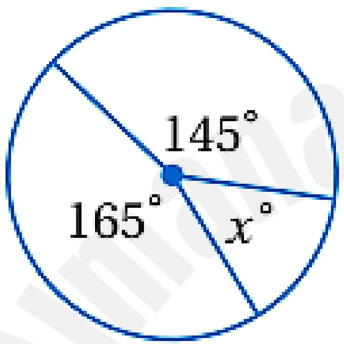
أمل باجوده

الموضوع : قياس الزوايا و الأقواس

تحقق من فهمك

أوجد قيمة x في الشكل المجاور.

(1A



أمل باجوده

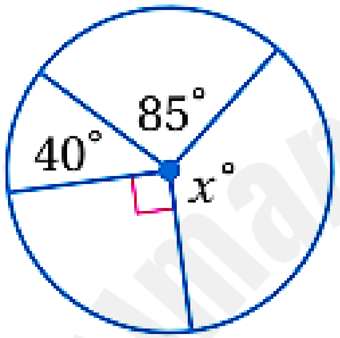
التاريخ :
المادة: رياضيات ١-٣

الموضوع : قياس الزوايا و الأقواس

تحقق من فهمك

أوجد قيمة x في الشكل المجاور.

(1B

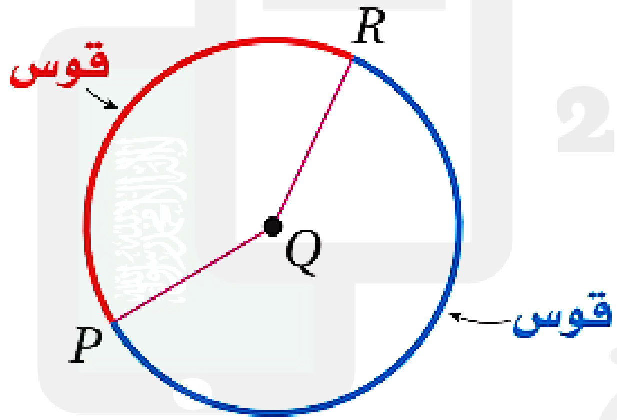


أمل باجوده

التاريخ :
المادة: رياضيات ١-٣

الموضوع : قياس الزوايا و الأقواس

القوس هو جزءٌ من دائرة يُحدَّد بنقطتَي طرفَيه، وعند رسم زاوية مركزية، تنقسم الدائرة إلى قوسين، يرتبط قياس كلٍّ منهما بقياس الزاوية المركزية المقابلة له.



أمل باجوده

التاريخ :
المادة: رياضيات ١-٣

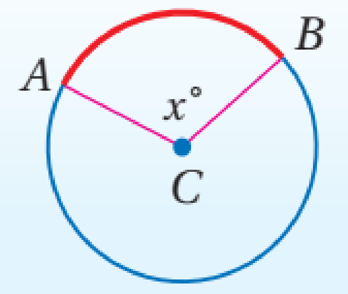
الموضوع : قياس الزوايا و الأقواس

مفاهيم أساسية الأقواس وقياسها

القوس الأصغر هو القوس الأقصر الذي يصل بين نقطتين على الدائرة.

يقل قياس القوس الأصغر عن °180 ، ويساوي قياس الزاوية المركزية المقابلة له.

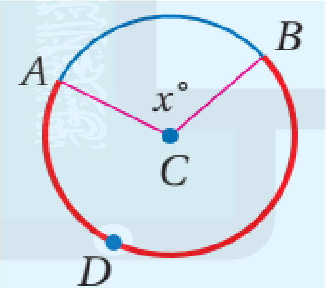
$$m\widehat{AB} = m\angle ACB = x°$$



القوس الأكبر هو القوس الأطول الذي يصل بين نقطتين على الدائرة.

يزيد قياس القوس الأكبر على °180، ويساوي °360 مطروحًا منه قياس القوس الأصغر الذي يصل بين النقطتين نفسيهما.

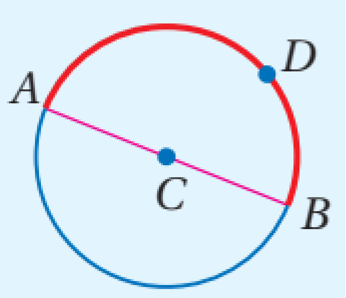
$$m\widehat{ADB} = 360° - m\widehat{AB} = 360° - x°$$



نصف الدائرة هي قوس تقع نقطتا طرفيه على قطر الدائرة.

قياس نصف الدائرة يساوي °180

$$m\widehat{ADB} = 180°$$



أمل باجوده

التاريخ :
المادة: رياضيات ١-٣

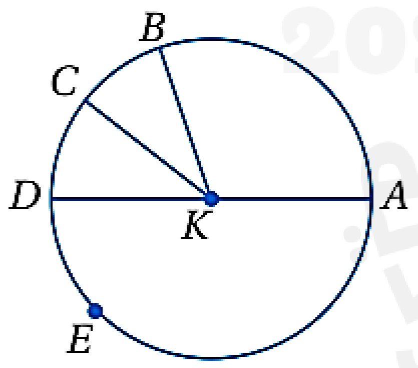
الموضوع : قياس الزوايا و الأقواس

إرشادات للدراسة

تسمية الأقواس:
يُسمَّى القوس الأصغر بنقطتَي طرفيه ، أما القوس الأكبر ونصف الدائرة فيسميان بنقطتَي الطرفين بالإضافة إلى نقطة على القوس بينهما.

قراءة الرياضيات

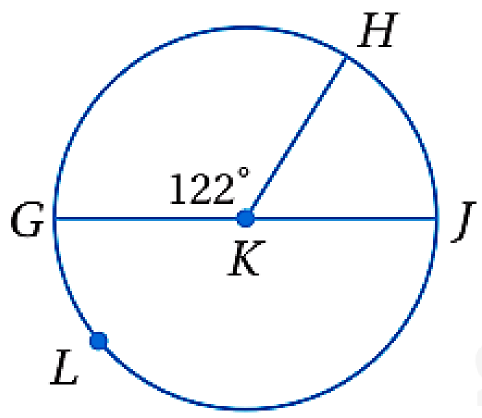
الرمز $\frown$
يقرأ الرمز $\frown$ القوس.
في الدائرة أدناه
$\widehat{AB}$ يقرأ القوس AB،
أما $\widehat{AEC}$ فيقرأ القوس AEC وكذلك $\widehat{AED}$ فيقرأ القوس AED.



أمل باجوده

مثال 2 تصنيف الأقواس وإيجاد قياساتها

$\overline{GJ}$ قطر في $\odot K$، حدّد ما إذا كان كلٌّ من الأقواس الآتية قوسًا أكبر أو أصغر أو نصف دائرةٍ، ثم أوجد قياسه.



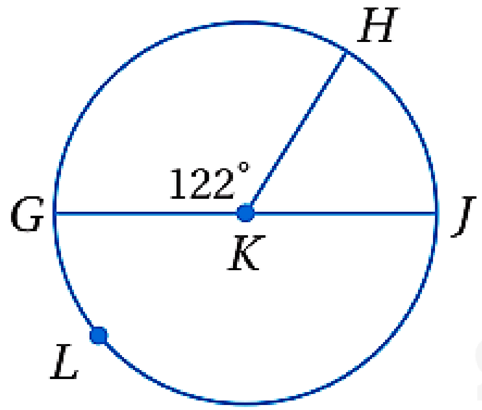
a) $\widehat{GH}$

$\widehat{GH}$ قوس أصغر، وقياسه: $m\widehat{GH} = m\angle GKH = 122°$.

أمل باجوده

مثال 2 تصنيف الأقواس وإيجاد قياساتها

$\overline{GJ}$ قطر في $\odot K$، حدّد ما إذا كان كلٌّ من الأقواس الآتية قوسًا أكبر أو أصغر أو نصف دائرةٍ، ثم أوجد قياسه.



b) $\widehat{GLH}$

$\widehat{GLH}$ هو القوس الأكبر الذي يشترك مع القوس الأصغر $\widehat{GH}$ في نقطتَي طرفيه.

$$m\widehat{GLH} = 360° - m\widehat{GH}$$
$$= 360° - 122° = 238°$$

c) $\widehat{GLJ}$

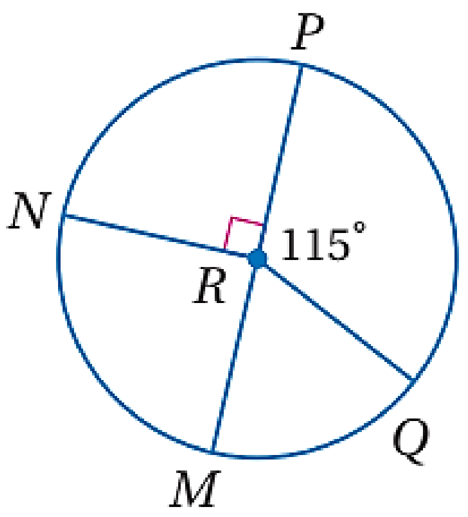
$\widehat{GLJ}$ هو نصف دائرة،

إذن: $m\widehat{GLJ} = 180°$.

أمل باجوده

تحقق من فهمك

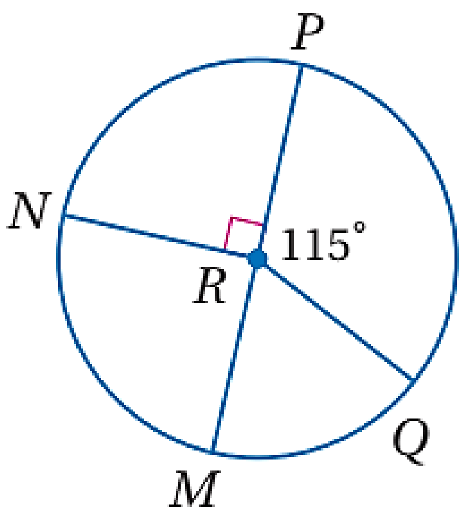
$\overline{PM}$ قطر في $\odot R$، حدّد ما إذا كان كلٌّ من الأقواس الآتية قوسًا أكبر أو أصغر أو نصف دائرة، ثم أوجد قياسه.



2A) $\overset{\frown}{MQ}$

تحقق من فهمك

$\overline{PM}$ قطر في $\odot R$، حدّد ما إذا كان كلٌّ من الأقواس الآتية قوسًا أكبر أو أصغر أو نصف دائرة، ثم أوجد قياسه.



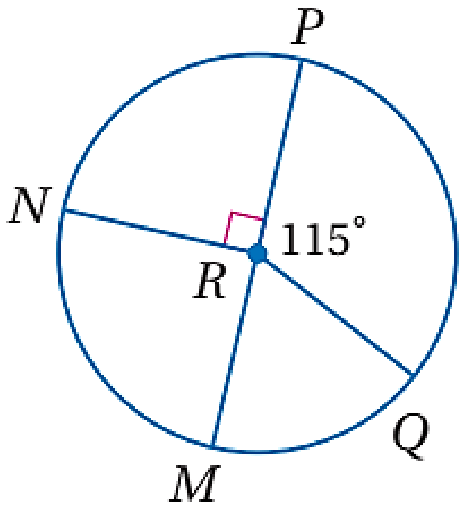
2B) $\widehat{MNP}$

التاريخ :
المادة: رياضيات ١-٣

الموضوع : قياس الزوايا و الأقواس

تحقق من فهمك

$\overline{PM}$ قطر في $\odot R$، حدّد ما إذا كان كلٌّ من الأقواس الآتية قوسًا أكبر أو أصغر أو نصف دائرة، ثم أوجد قياسه.



2C) $\overset{\frown}{MNQ}$

أمل باجوده

الموضوع : قياس الزوايا و الأقواس

الأقواس المتطابقة هي الأقواس التي تقع في الدائرة نفسها، أو في دائرتين متطابقتين، ويكون لها القياس نفسه.

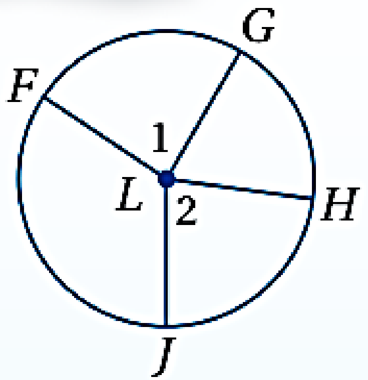
نظرية 4.1

أضف إلى مطويتك

التعبير اللفظي: في الدائرة نفسها أو في دائرتين متطابقتين، يكون القوسان متطابقين، إذا وفقط إذا كانت الزاويتان المركزيّتان المقابلتان لهما متطابقتين.

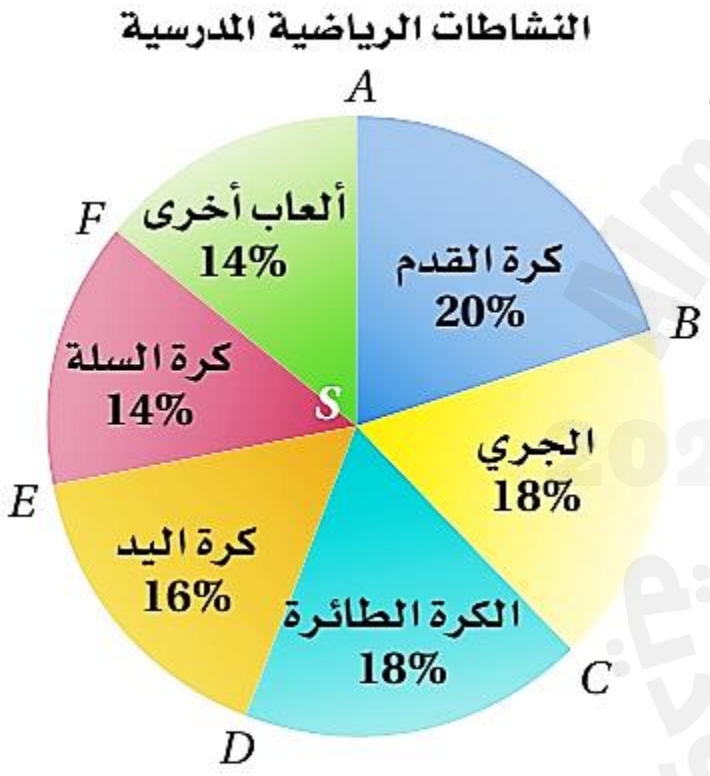
مثال: إذا كانت $\angle 2 \cong \angle 1$ ، فإن $\widehat{FG} \cong \widehat{HJ}$.

إذا كان $\widehat{FG} \cong \widehat{HJ}$، فإن $\angle 1 \cong \angle 2$.



أمل باجوده

مثال 3 من واقع الحياة — إيجاد قياس القوس من القطاعات الدائرية



رياضة : استعمل التمثيل بالقطاعات الدائرية المجاور، لإيجاد كلٍّ من القياسات

a) $m\widehat{CD}$

$\widehat{CD}$ هو قوس أصغر.

إذن $m\widehat{CD} = m\angle CSD$

$\angle CSD$ تُمثّل 18% من الكل أو 18% من الدائرة.

$m\angle CSD = 0.18(360°)$ إيجاد 18% من 360°

$= 64.8°$ بالتبسيط

تحقق من فهمك

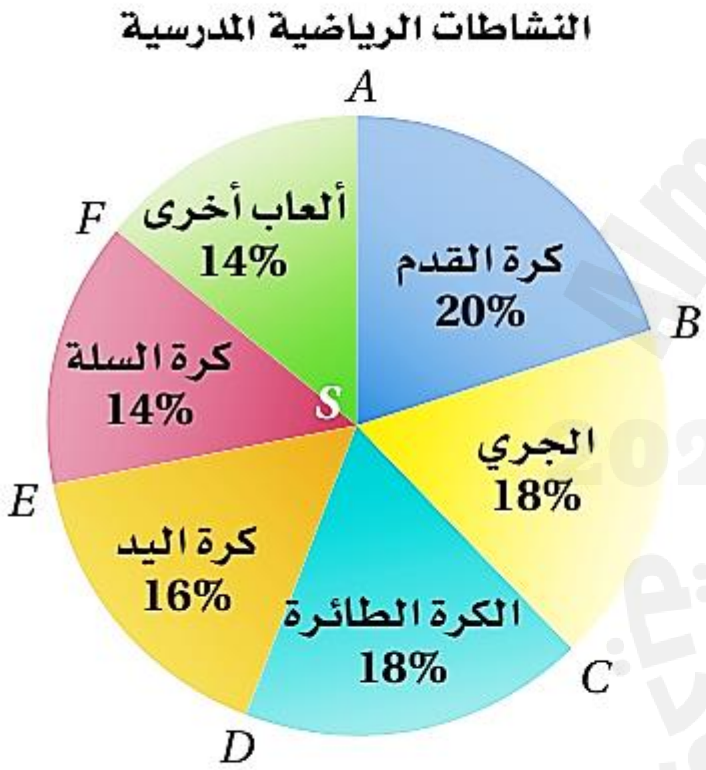
أمل باجوده

التاريخ :
المادة: رياضيات ١-٣

الموضوع : قياس الزوايا و الأقواس

تحقق من فهمك إيجاد قياس القوس من القطاعات الدائرية

رياضة : استعمل التمثيل بالقطاعات الدائرية المجاور، لإيجاد كلٍّ من القياسات



3A) $m\widehat{EF}$

3B) $m\widehat{FA}$

أمل باجوده

التاريخ :

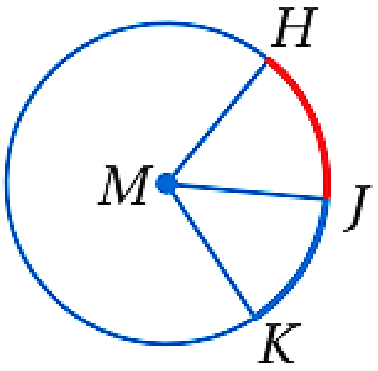
المادة: رياضيات ١-٣

الموضوع : قياس الزوايا و الأقواس

الربط مع الحياة

عُرفت لعبة كرة الطائرة لأول مرة في الولايات المتحدة الأمريكية، ثم انتقلت إلى كندا عام 1900 م، لتصبح بعد ذلك من أكثر الرياضات شعبية في العالم.

أمل باجوده



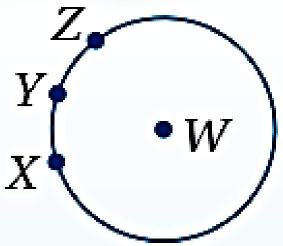
الأقواس المتجاورة هي أقواس في الدائرة تشترك مع بعضها في نقطة واحدة فقط.
$\widehat{JK}$, $\widehat{HJ}$ قوسان متجاوران في $\odot M$، وكما هي الحال في الزوايا المتجاورة، يمكنك جمع قياس الأقواس المتجاورة.

مسلّمة 4.1

أضف إلى مطويتك

مسلّمة جمع الأقواس

التعبير اللفظي: قياس القوس المتكوّن من قوسين متجاورين يساوي مجموع قياسَي هذين القوسين.



مثال: $m\widehat{XZ} = m\widehat{XY} + m\widehat{YZ}$

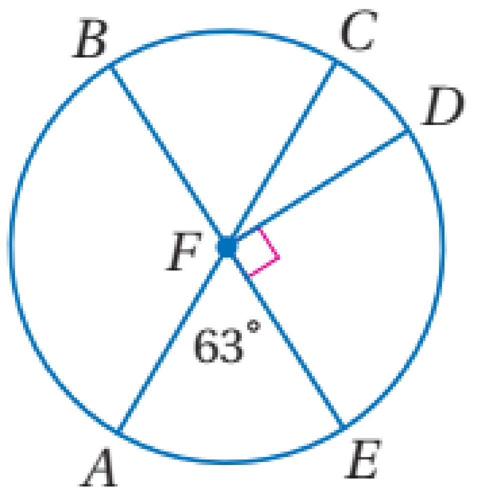
أمل باجوده

التاريخ :
المادة: رياضيات ١-٣

الموضوع : قياس الزوايا و الأقواس

مثال 4 **إيجاد قياس القوس باستعمال مسلمة جمع الأقواس**

أوجد كلاً من القياسات الآتية في $\odot F$:



a) $m\widehat{AD}$

$m\widehat{AD} = m\widehat{AE} + m\widehat{ED}$ مسلّمة جمع الأقواس

$= m\angle AFE + m\angle EFD$ $\quad m\widehat{AE} = m\angle AFE, m\widehat{ED} = m\angle EFD$

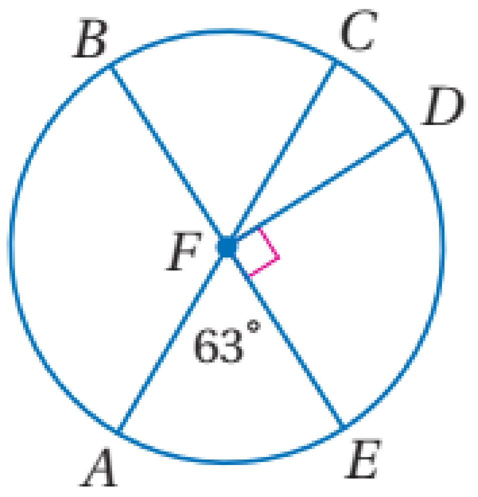
$= 63° + 90° = 153°$ بالتعويض

أمل باجوده

التاريخ :
المادة: رياضيات ١-٣

الموضوع : قياس الزوايا و الأقواس

مثال 4 إيجاد قياس القوس باستعمال مسلمة جمع الأقواس



أوجد كلاًّ من القياسات الآتية في $\odot F$:

b) $m\widehat{ADB}$

$m\widehat{ADB} = m\widehat{AE} + m\widehat{EDB}$ مسلَمة جمع الأقواس

$= 63° + 180° = 243°$ $\widehat{EDB}$ نصف دائرة؛ إذن: $m\widehat{EDB} = 180°$

أمل باجوده

التاريخ :

المادة: رياضيات ١-٣

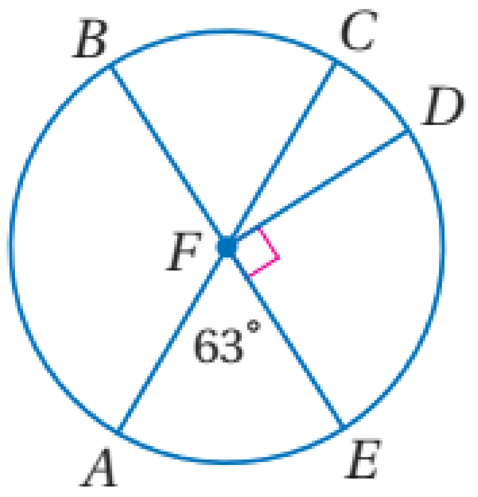
الموضوع : قياس الزوايا و الأقواس

إيجاد قياس القوس باستعمال مسلمة جمع الأقواس

تحقق من فهمك

أوجد كلاً من القياسات الآتية في $\odot F$:

4A) $m\widehat{CE}$



أمل باجوده

التاريخ :
المادة: رياضيات ١-٣

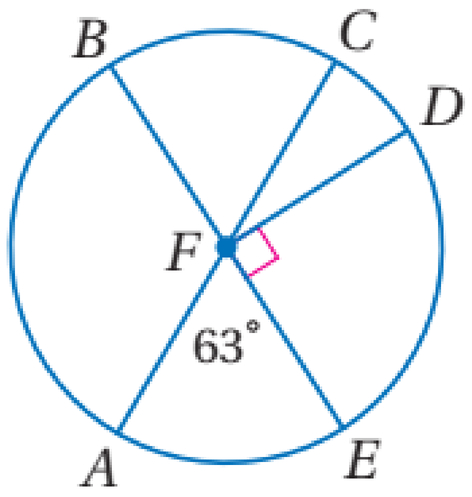
الموضوع : قياس الزوايا و الأقواس

إيجاد قياس القوس باستعمال مسلمة جمع الأقواس

تحقق من فهمك

أوجد كلاً من القياسات الآتية في $\odot F$:

4B) $m\widehat{ABD}$



أمل باجوده

التاريخ :
المادة: رياضيات ١-٣

الموضوع : قياس الزوايا و الأقواس

طول القوس: طول القوس هو المسافة على الدائرة بين نقطتَي طرفيه، ويُقاس بوحدات الطول، وبما أن القوس جزء من الدائرة، فإن طوله جزءٌ من محيطها.

مفهوم أساسي

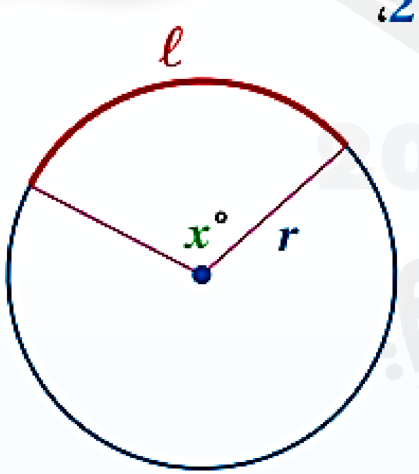
أضف إلى مطويتك

طول القوس

التعبير اللفظي: إذا كان طول القوس يساوي ℓ ومحيط الدائرة يساوي $2\pi r$، وقياس القوس بالدرجات يساوي $x°$ فإن نسبة طول القوس إلى محيط الدائرة يساوي نسبة قياس القوس بالدرجات إلى $360°$

الرموز: $\dfrac{\ell}{2\pi r} = \dfrac{x°}{360°}$

أي أن: $\ell = \dfrac{x°}{360°} \cdot 2\pi r$

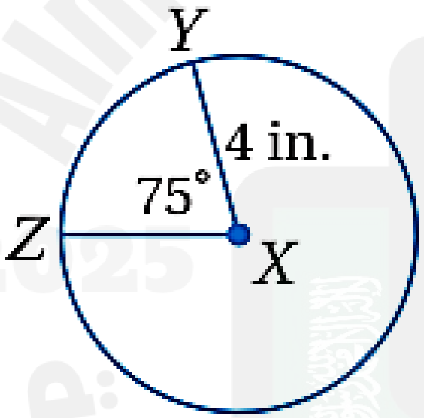


أمل باجوده

مثال 5 إيجاد طول القوس

أوجد طول $\widehat{ZY}$ في كلٍّ ممّا يأتي مقرّبًا إلى أقرب جزءٍ من مئةٍ:

(a



صيغة طول القوس $\ell = \frac{x°}{360°} \cdot 2\pi r$

بالتعويض $= \frac{75°}{360°} \cdot 2\pi(4)$

باستعمال الحاسبة ≈ 5.24 in

تنبيه !

طول القوس:
يُعطى طول القوس بوحدات الطول مثل السنتمترات، أما قياس القوس فيعطى بالدرجات.

أمل باجوده

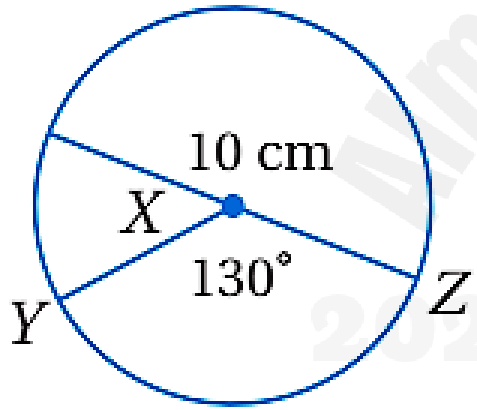
التاريخ :
المادة: رياضيات ١-٣

الموضوع : قياس الزوايا و الأقواس

مثال 5 **إيجاد طول القوس**

أوجد طول $\widehat{ZY}$ في كلٍّ ممّا يأتي مقرّبًا إلى أقرب جزءٍ من مئةٍ:

b)



صيغة طول القوس $\ell = \frac{x^\circ}{360^\circ} \cdot 2\pi r$

بالتعويض $= \frac{130^\circ}{360^\circ} \cdot 2\pi(5)$

باستعمال الحاسبة $\approx 11.34 \text{ cm}$

أمل باجوده

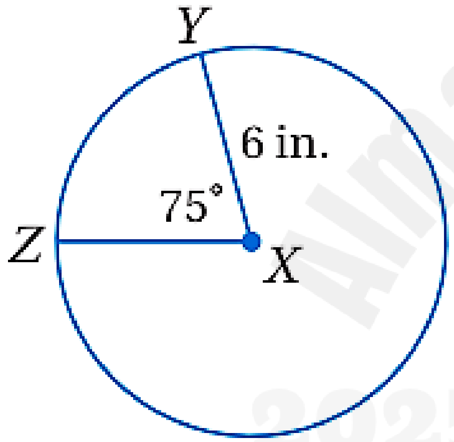
التاريخ :
المادة: رياضيات ١-٣

الموضوع : قياس الزوايا و الأقواس

مثال 5 **إيجاد طول القوس**

أوجد طول $\widehat{ZY}$ في كلٍّ ممّا يأتي مقرّبًا إلى أقرب جزءٍ من مئةٍ:

c)



صيغة طول القوس $\ell = \frac{x°}{360°} \cdot 2\pi r$

بالتعويض $= \frac{75°}{360°} \cdot 2\pi(6)$

باستعمال الحاسبة $\approx 7.85 \text{ in}$

لاحظ أن $\widehat{ZY}$ له القياس نفسه في المثالين 5a , 5c ، ويساوي 75°، إلّا أن لهما طولين مختلفين؛ بسبب وجودهما في دائرتين نصفا قطريهما مختلفان.

أمل باجوده

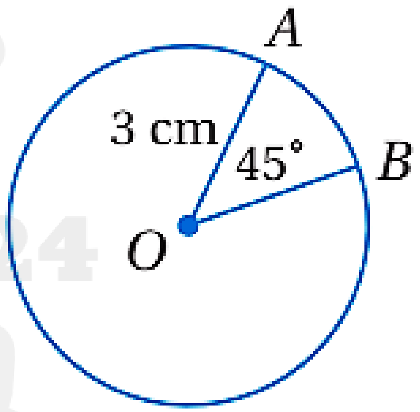
التاريخ :
المادة: رياضيات ١-٣

الموضوع : قياس الزوايا و الأقواس

تحقق من فهمك

أوجد طول $\widehat{AB}$ في كلٍّ ممّا يأتي مقرّبًا إلى أقرب جزءٍ من مئةٍ:

(5A



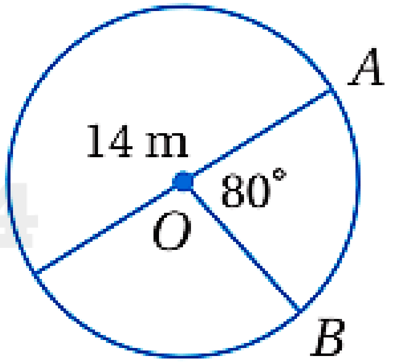
أمل باجوده

الموضوع : قياس الزوايا و الأقواس

تحقق من فهمك

أوجد طول $\widehat{AB}$ في كلٍّ ممّا يأتي مقرّبًا إلى أقرب جزءٍ من مئةٍ:

(5B



أمل باجوده

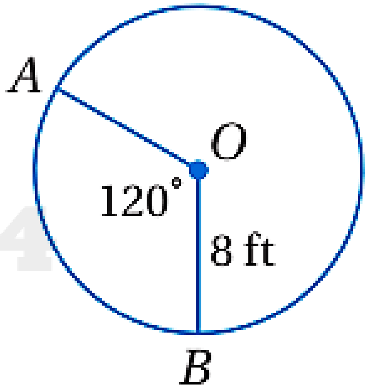
التاريخ :
المادة: رياضيات ١-٣

الموضوع : قياس الزوايا و الأقواس

تحقق من فهمك

أوجد طول $\widehat{AB}$ في كلٍّ ممّا يأتي مقرّبًا إلى أقرب جزءٍ من مئةٍ:

(5C



أمل باجوده

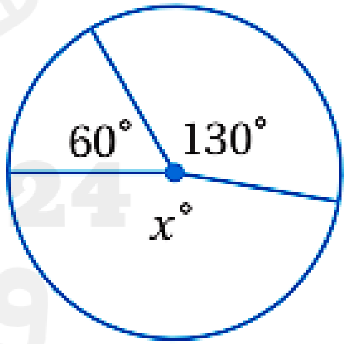
التاريخ :
المادة: رياضيات ١-٣

الموضوع : قياس الزوايا و الأقواس

تأكـــد

أوجد قيمة x في كلٍّ من الشكلين الآتيين:

(1



أمل باجوده

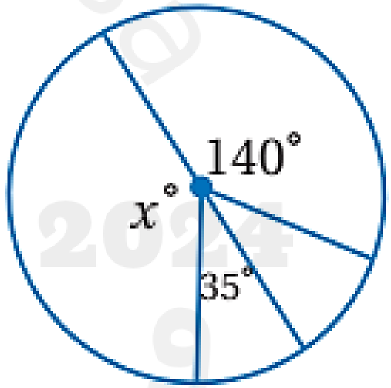
التاريخ :
المادة: رياضيات ١-٣

الموضوع : قياس الزوايا و الأقواس

تأكـد

أوجد قيمة x في كلٍّ من الشكلين الآتيين:

(2



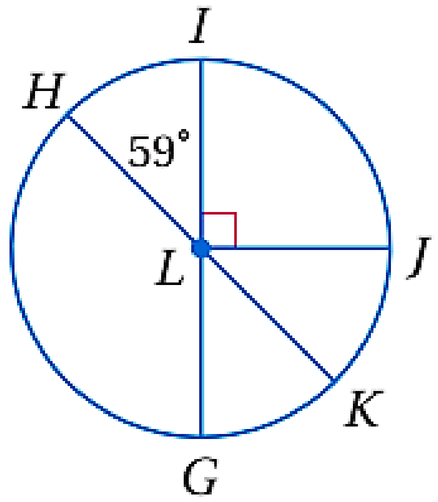
أمل باجوده

التاريخ :
المادة: رياضيات ١-٣

الموضوع : قياس الزوايا و الأقواس

تأكد

$\overline{IG}$, $\overline{HK}$ قطران في $\odot L$، حدّد ما إذا كان كلّ قوس فيما يأتي قوسًا أكبر أو أصغر أو نصف دائرة، ثم أوجد قياسه.



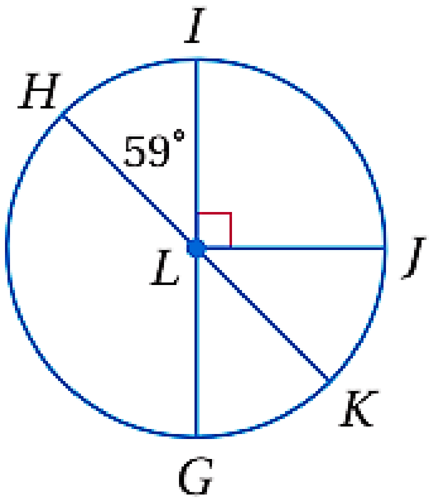
3) $\widehat{IHJ}$

أمل باجوده

الموضوع : قياس الزوايا و الأقواس

تأكد

$\overline{IG}$, $\overline{HK}$ قطران في $\odot L$، حدّد ما إذا كان كلّ قوس فيما يأتي قوسًا أكبر أو أصغر أو نصف دائرة، ثم أوجد قياسه.



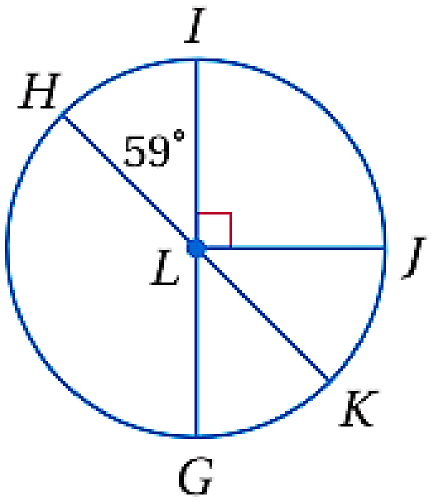
4) $\widehat{HI}$

أمل باجوده

الموضوع : قياس الزوايا و الأقواس

تأكد

$\overline{IG}$, $\overline{HK}$ قطران في $\odot L$، حدّد ما إذا كان كلّ قوس فيما يأتي قوسًا أكبر أو أصغر أو نصف دائرة، ثم أوجد قياسه.



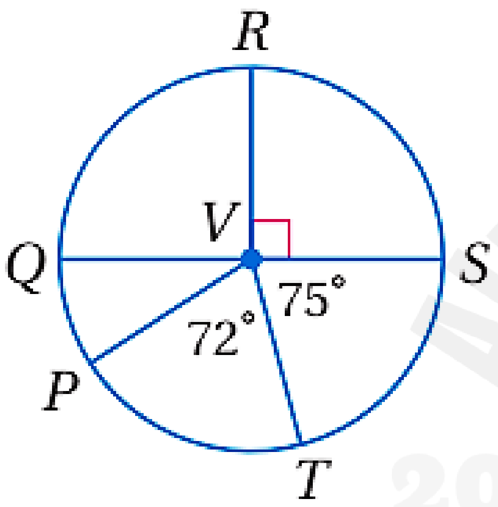
5) $\widehat{HGK}$

أمل باجوده

التاريخ :
المادة: رياضيات ١-٣

الموضوع : قياس الزوايا و الأقواس

$\overline{QS}$ قطر في $\odot V$، أوجد كلًّا من القياسات الآتية:



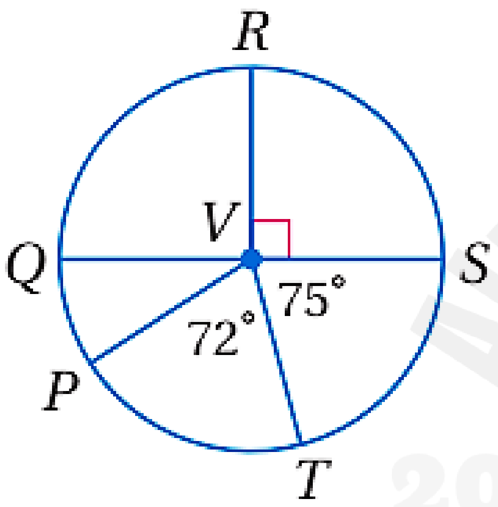
7) $m\widehat{STP}$

أمل باجوده

التاريخ :
المادة: رياضيات ١-٣

الموضوع : قياس الزوايا و الأقواس

$\overline{QS}$ قطر في $\odot V$، أوجد كلًّا من القياسات الآتية:

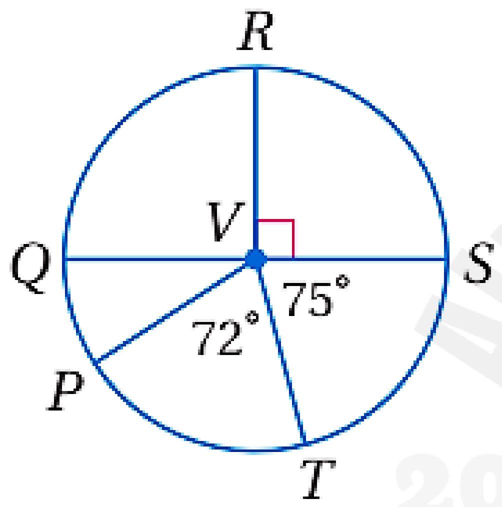


8) $m\widehat{QRT}$

أمل باجوده

الموضوع : قياس الزوايا و الأقواس

$\overline{QS}$ قطر في $\odot V$، أوجد كلًّا من القياسات الآتية:



9) $m\widehat{PQR}$

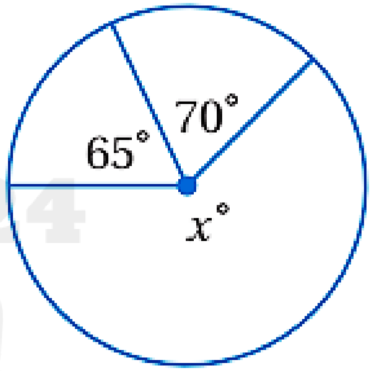
أمل باجوده

التاريخ :
المادة: رياضيات ١-٣

الموضوع : قياس الزوايا و الأقواس

أوجد قيمة x في كلٍّ من الشكلين الآتيين:

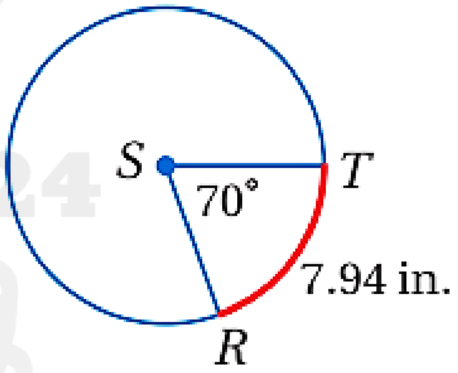
(13



أمل باجوده

أوجد قياس كلّ ممّا يأتي مقرّبًا الأطوال إلى أقرب جزء من مئة وقياسات الأقواس إلى أقرب درجة.

37) محيط $\odot S$

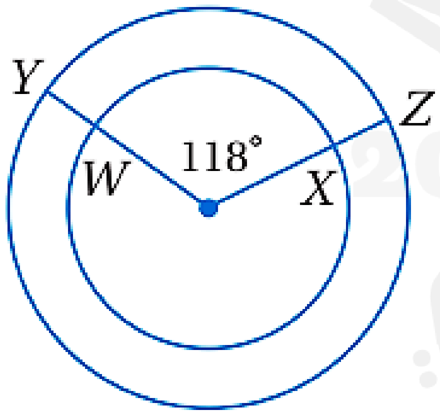


التاريخ :
المادة: رياضيات ١-٣

الموضوع : قياس الزوايا و الأقواس

مسائل مهارات التفكير العليا

47) **اكتشف الخطأ :** يقول إبراهيم: إن $\widehat{YZ}$, $\widehat{WX}$ متطابقان؛ لأن زاويتَيهما المركزيتين متطابقتان، بينما يقول سالم: إنهما غير متطابقين. هل أيٌّ منهما على صواب؟ برِّر إجابتك.



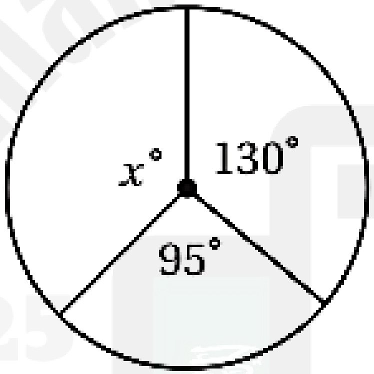
أمل باجوده

التاريخ :
المادة: رياضيات ١-٣

الموضوع : قياس الزوايا و الأقواس

تدريب على اختبار

54) أوجد قيمة x؟



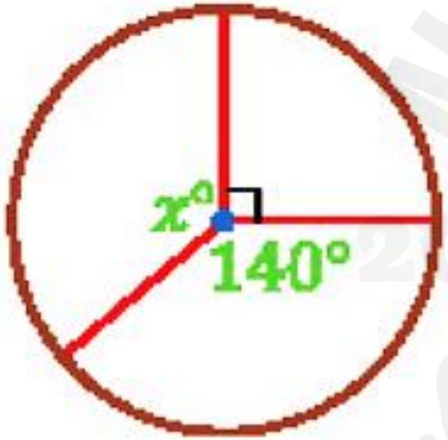
A 120
B 135
C 145
D 160

أمل باجوده

الموضوع : قياس الزوايا و الأقواس

تدريب على اختبار

$\frac{04}{4}$ قيمة x في الشكل المجاور تساوي ..



Ⓐ 360 Ⓑ 140

Ⓒ 130 Ⓓ 90

أمل باجوده

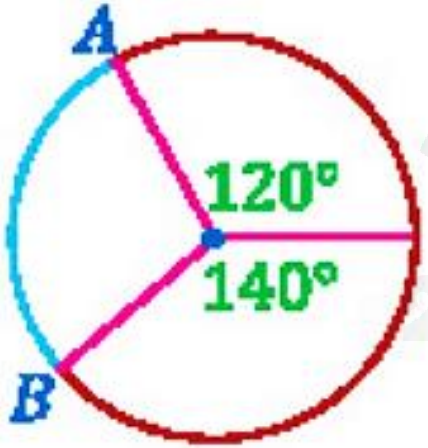
التاريخ :
المادة: رياضيات ١-٣

الموضوع : قياس الزوايا و الأقواس

تحصيلي

05
4

في الشكل المجاور: $m\widehat{AB}$ يساوي ..



Ⓐ $60°$ Ⓑ $100°$

Ⓒ $120°$ Ⓓ $140°$

أمل باجوده

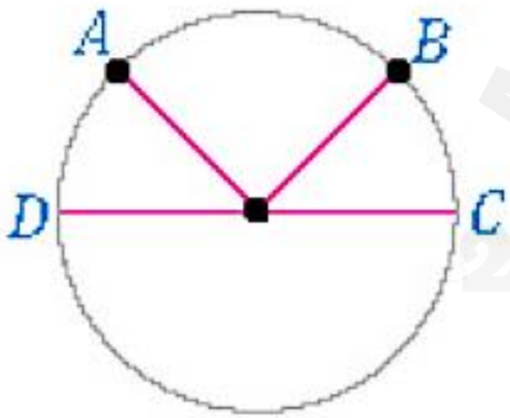
التاريخ :
المادة: رياضيات ١-٣

الموضوع : قياس الزوايا و الأقواس

تحصيلي

$\frac{06}{4}$ في الشكل المجاور: $m\widehat{AB} = 2m\widehat{BC}$

و $m\widehat{AD} = m\widehat{BC}$ ، إن $m\widehat{AD}$ يساوي ..



(A) $45°$ (B) $60°$

(C) $90°$ (D) $120°$

أمل باجوده

التاريخ :
المادة: رياضيات ١-٣

الموضوع : قياس الزوايا و الأقواس

ماذا أعرف	ماذا أريد أن أعرف	ماذا تعلمت	الربط بالواقع

أمل باجوده