

تم تحميل هذا الملف من موقع المناهج السعودية



مراجعة درس البرهان غير المباشر

موقع المناهج ← المناهج السعودية ← الصف الأول الثانوي ← رياضيات ← الفصل الثاني ← ملفات متنوعة ← الملف

تاريخ إضافة الملف على موقع المناهج: 09:11:30 2025-02-05

ملفات اكتب للمعلم اكتب للطالب الاختبارات الكترونية | اختبارات | حلول | عروض بوربوينت | أوراق عمل
منهج انجليزي | ملخصات وتقارير | مذكرات وبنوك | الامتحان النهائي للمدرس

المزيد من مادة
رياضيات:

التواصل الاجتماعي بحسب الصف الأول الثانوي



صفحة المناهج
السعودية على
فيسبوك

الرياضيات

اللغة الانجليزية

اللغة العربية

التربية الاسلامية

المواد على تلغرام

المزيد من الملفات بحسب الصف الأول الثانوي والمادة رياضيات في الفصل الثاني

مراجعة درس القطع المتوسطة والارتفاعات في المثلث

1

مراجعة درس المنصفات في المثلث

2

مراجعة درس المثلثات والبرهان الإحداثي

3

مراجعة الدرس السادس المثلثات المتطابقة الضلعين و المثلثات المتطابقة الأضلاع

4

مراجعة الدرس الخامس إثبات تطابق المثلثات

5



رياضيات 1-2

السنة الأولى المشتركة

4-4 البرهان غير المباشر

Indirect Proof

البرهان بالتناقض

يقدمه الأستاذ/

عبد الوهاب نوفيتو لعوهلي

التبرير الاستنتاجي (1-4)

قانون إحصائيات

قانون إحصائيات

$P \rightarrow Q$
 $Q \rightarrow R$
 $R \rightarrow S$
 $S \rightarrow P$
 $\Rightarrow P \rightarrow n$

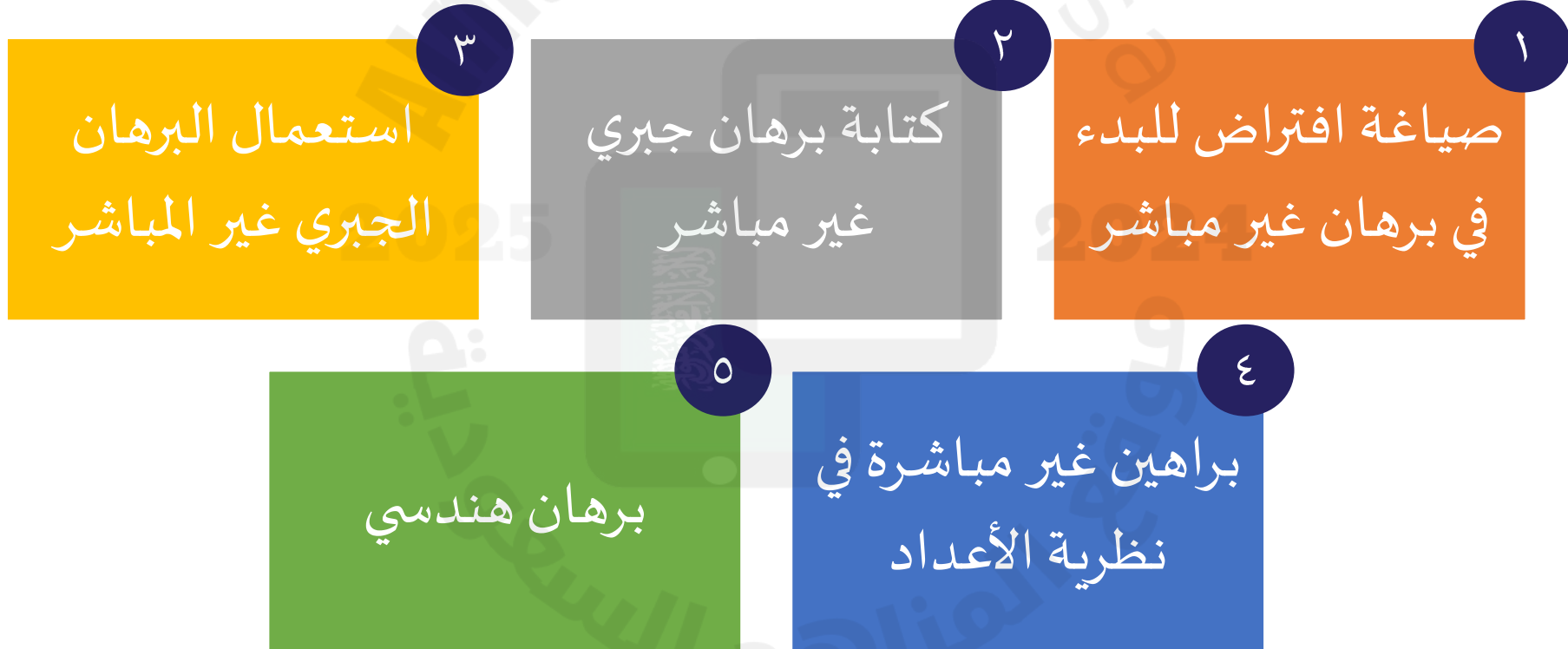
رياضيات 2-1

4-4 البرهان غير المباشر



وزارة التعليم
Ministry of Education

سنتعرف في هذا الدرس على ..



رياضيات 1-2 4-4 البرهان غير المباشر



وزارة التعليم
Ministry of Education



لماذا؟

أعلن محل أحذية عن تخفيض مقداره 25% على جميع القطع الموجودة في المحل، فسألت هند أختها مها خلال تسوقهما في المحل قائلة: إذا كان ثمن القطعة 80 ريالاً بعد التخفيض، فهل كان ثمن القطعة أكثر من 100 ريال قبل التخفيض؟

فأجابت مها: نعم؛ لأنه لو كان ثمن القطعة قبل التخفيض 100 ريال أو أقل، فإن ثمنها بعد التخفيض سيكون 75 ريالاً أو أقل.

رياضيات 1-2

4-4 البرهان غير المباشر



وزارة التعليم
Ministry of Education

البرهان الجبري غير المباشر: البراهين التي كتبها حتى الآن استعملت فيها **التبرير المباشر**، حيث كنت تبدأ بمعطيات صحيحة وتثبت أن النتيجة صحيحة هذه الطريقة من البرهان تعتبر **برهاناً مباشراً**، وعندما تستعمل **التبرير غير المباشر** فإنك **تفترض أن النتيجة خطأ**، ثم تبين أن هذا الافتراض يؤدي إلى **تناقض** مع **المعطيات** أو مع أي حقيقة سابقة كتعريف، أو مسلمة، أو نظرية. وحيث إن جميع خطوات البرهان تكون صحيحة منطقياً، فإن هذا يكون إثباتاً لخطأ الافتراض، وعلى ذلك يجب أن تكون النتيجة الأصلية صحيحة، ويسمى هذا النوع من البرهان **برهاناً غير مباشر** أو **برهاناً بالتناقض**. والخطوات التالية تلخص عملية البرهان غير المباشر.

رياضيات 2-1

4-4 البرهان غير المباشر



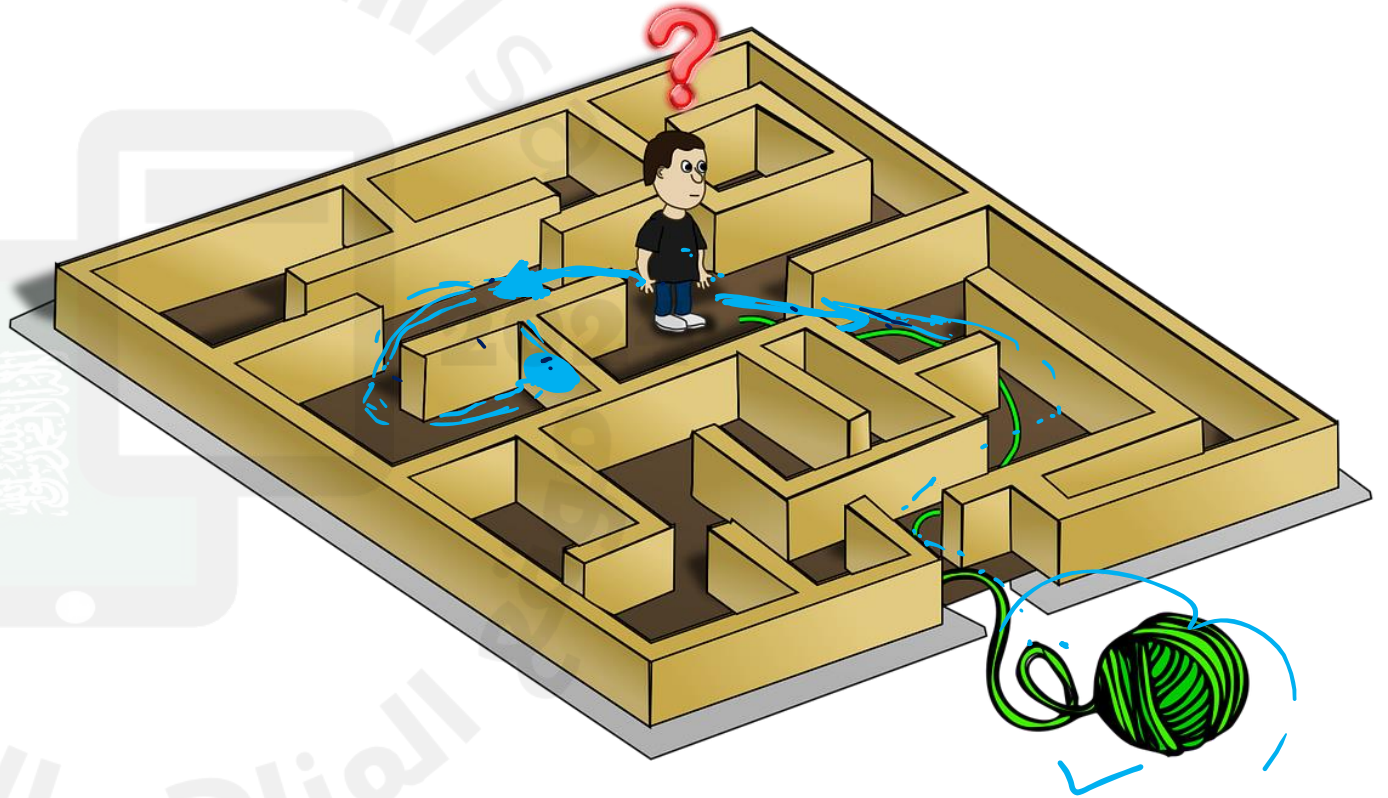
وزارة التعليم
Ministry of Education

أثبت أن العدد: $\frac{7}{0}$ غير معرف.

لتفرض عدداً أن $\frac{7}{0}$ معرفاً
وانه $\frac{7}{0} = \frac{x}{1}$

$7 = 0 \cdot x$ تناقض

لا نخرج من هذا التناقض إلا بالتليم
بان $\frac{7}{0}$ غير معرف



رياضيات 2-1

4-4 البرهان غير المباشر



وزارة التعليم
Ministry of Education

أضف إلى

مطوبتك

مفهوم أساسي



خطوات كتابة البرهان غير المباشر

- الخطوة 1:** حدّد النتيجة التي ستبرهنها. ثم افترض خطأها، وذلك بافتراض أن نفيها صحيح.
- الخطوة 2:** استعمل التبرير المنطقي لتبين أن هذا الافتراض يؤدي إلى تناقض مع المعطيات أو مع حقيقة أخرى، مثل تعريف أو مسلمة أو نظرية.
- الخطوة 3:** بما أن الافتراض الذي بدأت به أدّى إلى تناقض، فبيّن أن النتيجة الأصلية المطلوب إثباتها يجب أن تكون صحيحة.

رياضيات 2-1

4-4 البرهان غير المباشر



وزارة التعليم
Ministry of Education

مثال ١

صياغة افتراض للبدء في برهان غير مباشر
اكتب الافتراض الضروري الذي تبدأ به برهاناً غير مباشر لكل عبارة مما يأتي:

(a) $\angle ABC \not\cong \angle XYZ$

$\angle ABC \cong \angle XYZ$

(b) إذا كان العدد 6 عاملاً للعدد n ، فإن 2 عامل للعدد n .
البنية

2 ليس عاملاً للعدد n

(c) $\angle 3$ زاوية منفرجة.

$\angle 3$ ليس منفرجة

رياضيات 1-2 4-4 البرهان غير المباشر

تحقق من فهمك ١

اكتب الافتراض الضروري الذي تبدأ به برهاناً غير مباشر لكل عبارة مما يأتي:

$$(1A) x > 5$$

$$x \leq 5$$

(1B) النقاط J, K, L تقع على استقامة واحدة.

النقاط L, K, J لا تقع على استقامة واحدة

(1C) $\triangle XYZ$ متطابق الأضلاع.

$\triangle XYZ$ ليس متطابق الأضلاع

رياضيات 2-1

4-4 البرهان غير المباشر



وزارة التعليم
Ministry of Education

مثال ٢

كتابة برهان جبري غير مباشر

اكتب برهاناً غير مباشر لتبين أنه: إذا كان $-3x + 4 > 16$ ، فإن $x < -4$

المعطيات: $-3x + 4 > 16$

المطلوب: إثبات أن $x < -4$

نُفرض أن $x \geq -4$

$$-3x \leq -3(-4)$$

$$-3x \leq 12$$

$$-3x + 4 \leq 12 + 4$$

$$-3x + 4 \leq 16$$

نناقضنا بعقد جانب

بإضافة 4 للطرفين

تناقض مع المعطى

لا مخرج من هنا لتناقض الإباستليم بأن $x < -4$ ✓

$$-3x + 4 > 16$$

$$\frac{-3x}{-3} > \frac{12}{-3}$$

$$x < -4$$

وهذا المطلوب

رياضيات 1-2

4-4 البرهان غير المباشر



وزارة التعليم
Ministry of Education

تحقق من فهمك ٢

اكتب برهاناً غير مباشر لكل من العبارتين الآتيتين:

(2A) إذا كانت $7x > 56$ ، فإن $x > 8$

نفرض جديلاً أن $x \leq 8$

$$7x \leq 56 \quad \text{X - تناقضاً مع المعطى}$$

إذاً لفرض $x \leq 8$ خاطئ والصحيح أن

$$x > 8 \quad \checkmark \text{ وهذا المطلوب}$$

(2B) إذا كان $-c$ موجباً، فإن c سالبٌ.

نفرض جديلاً أن: c موجب

$$c > 0$$

$$-c < 0$$

c - عدد سالب - X - تناقضاً مع المعطى

إذاً لفرض أن c موجب فرض خاطئ

والصحيح أن c سالب وهذا المطلوب

رياضيات 2-1

4-4 البرهان غير المباشر



وزارة التعليم
Ministry of Education

مثال ٣

استعمال البرهان الجبري غير المباشر

تسوق: اشترى فهد قميصين بأكثر من 60 ريالاً، وبعد عدة أسابيع سأله صديقه حامد عن ثمن كل قميص، ولكن فهداً لم يتذكر ثمن كل قميص. استعمل البرهان غير المباشر لتبين أن أحد القميصين على الأقل ثمنه أكثر من 30 ريالاً.

المعطيات: ثمن القميصين معاً أكثر من 60 ريالاً.

حيث $x + y > 60$ ، حيث x ثمن القميص الأول، و y ثمن القميص الثاني.

المطلوب: إثبات أن قميصاً واحداً على الأقل ثمنه أكثر من 30 ريالاً؛ أي $x > 30$ أو $y > 30$

رياضيات 1-2

4-4 البرهان غير المباشر



وزارة التعليم
Ministry of Education

مثال ٣

استعمال البرهان الجبري غير المباشر

المعطيات: ثمن القميصين معاً أكثر من 60 ريالاً.

$x + y > 60$ ، حيث x ثمن القميص الأول، و y ثمن القميص الثاني.

المطلوب: إثبات أن قميصاً واحداً على الأقل ثمنه أكثر من 30 ريالاً؛ أي $x \geq 30$ أو $y > 30$

نرهنه جديداً أن $x \leq 30$ و $y \leq 30$

$$x + y \leq 30 + 30$$

$$x + y \leq 60$$

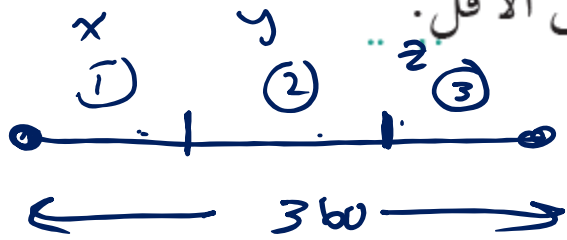
وبالتالي أحد القميصين على الأقل ثمنه أكثر من 30 ريالاً.
بما أن القميصين معاً أكثر من 60 ريالاً.

رياضيات 2-1

4-4 البرهان غير المباشر

تحقق من فهمك ٣

رحلة: قطع رياض أكثر من 360 كيلومترًا في رحلة، وتوقف في أثناء سفره مرتين فقط. استعمل البرهان غير المباشر لإثبات أن رياضًا قطع أكثر من 120 كيلومترًا في إحدى مراحل رحلته الثلاث على الأقل.



نريد أن نثبت أن جميع المراحل أقل من 120 كم

$$x \leq 120, \quad y \leq 120, \quad z \leq 120$$

$$x + y + z \leq 120 + 120 + 120$$

$$x + y + z \leq 360$$

وبالتالي فإن إحدى المراحل يتلوه يجب أن تكون أكثر من 120 كم

رياضيات 2-1

4-4 البرهان غير المباشر



وزارة التعليم
Ministry of Education

العدد الفردي

1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19, 21, 23, 25, 27, 29, 31, 33, 35, 37, 39, 41, 43, 45, 47, 49, 51, 53, 55, 57, 59, 61, 63, 65, 67, 69, 71, 73, 75, 77, 79, 81, 83, 85, 87, 89, 91, 93, 95, 97, 99, 101

$$a = 2k + 1 \text{ فردي}$$

حيث أن k عدد صحيح

العدد الزوجي

0, 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20, 22, 24, 26, 28, 30, 32, 34, 36, 38, 40, 42, 44, 46, 48, 50, 52, 54, 56, 58, 60, 62, 64, 66, 68, 70, 72, 74, 76, 78, 80, 82, 84, 86, 88, 90, 92, 94, 96, 98, 100

$$a = 2k \text{ زوجي}$$

حيث أن k عدد صحيح

رياضيات 1-2

4-4 البرهان غير المباشر



وزارة التعليم
Ministry of Education

مثال ٤

براهين غير مباشرة في نظرية الأعداد

اكتب برهاناً غير مباشر لإثبات أنه إذا كان $x + 2$ عدداً زوجياً، فإن x عدد زوجي.

المعطيات: $x + 2$ عدد زوجي.

المطلوب: x عدد زوجي.

لنفرض جدياً أن العدد x عدد فردي.

$$x = 2k + 1$$

بإضافة 2 للمعطى

$$x + 2 = (2k + 1) + 2$$

$$= (2k + 2) + 1$$

$$= 2(k + 1) + 1$$

$$x + 2 = 2m + 1$$

عدد فردي

بما أننا لا نخرج من تناقضنا إلا بالتسليم بأن x زوجي

رياضيات 2-1

4-4 البرهان غير المباشر



وزارة التعليم
Ministry of Education

تحقق من فهمك ٤

اكتب برهاناً غير مباشر لإثبات أنه "إذا كان مربع عدد صحيح فردياً، فإن العدد الصحيح فردياً".
لتفهم هذا جيداً أن:

a عدد زوجي

$$a = 2k$$

$$a^2 = (2k)^2$$

$$= 4k^2$$

$$= 2(2k^2)$$

$$a^2 = 2m$$

a^2 عدد زوجي. لا تناقضت ولا يخرج منه إلا بالسليم بأن a فردي

رياضيات 2-1

4-4 البرهان غير المباشر



وزارة التعليم
Ministry of Education

مثال ٥

برهان هندسي

أثبت أن قياس الزاوية الخارجيّة لمثلث يكون أكبر من قياس كل من الزاويتين الداخليتين البعيدتين عنها.

$$m\angle 4 = m\angle 1 + m\angle 2$$

لفرض جدياً بأن $m\angle 4 \leq m\angle 2$ و $m\angle 4 \leq m\angle 1$

$$m\angle 4 < m\angle 1$$

$$m\angle 4 = m\angle 1$$

$$m\angle 4 = (m\angle 1) + m\angle 2$$

$$m\angle 4 = (m\angle 1) + m\angle 2$$

$$m\angle 4 > m\angle 4 + m\angle 2$$

$$-m\angle 4 \quad -m\angle 4$$

$$m\angle 4 \leq m\angle 4 + m\angle 2$$

$$-m\angle 4 \quad -m\angle 4$$

$$0 > m\angle 2$$

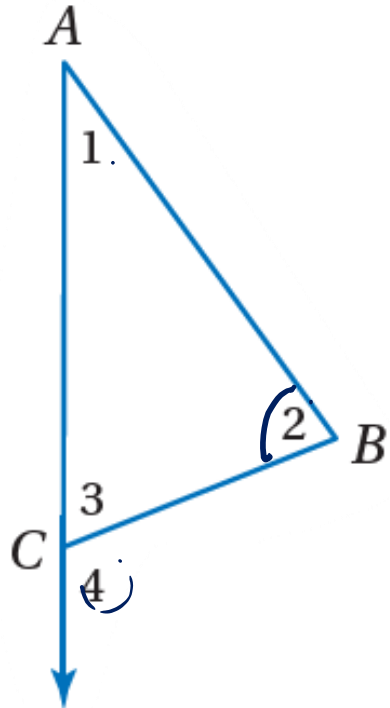
$$m\angle 2 = 0$$

وهذا مستحيل

∴ تناقض

∴ تناقض

إذن $m\angle 4 > m\angle 1$ و $m\angle 4 > m\angle 2$ وبهذا نثبت أن $m\angle 4 > m\angle 2$



رياضيات 2-1

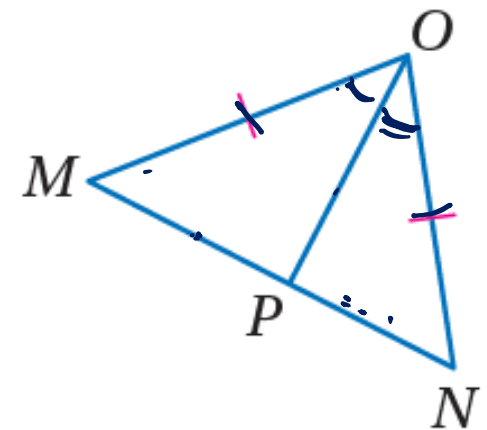
4-4 البرهان غير المباشر

تحقق من فهمك ٥

اكتب برهاناً غير مباشر.

المعطيات: $\overline{MO} \cong \overline{ON}$, $\overline{MP} \cong \overline{NP}$

المطلوب: $\angle MOP \cong \angle NOP$



نقضاً إن (A) $\angle MOP \cong \angle PON$

(S) $MO \cong ON$

(S) $OP \cong OP$ ضلع مشترك

$\Delta MOP \cong \Delta NOP$ حسب كارة SAS

$MP \cong NP$ - تناقض مع المعطيات

وبالتالي فإنه

$\angle MOP \not\cong \angle PON$

وهو المطلوب

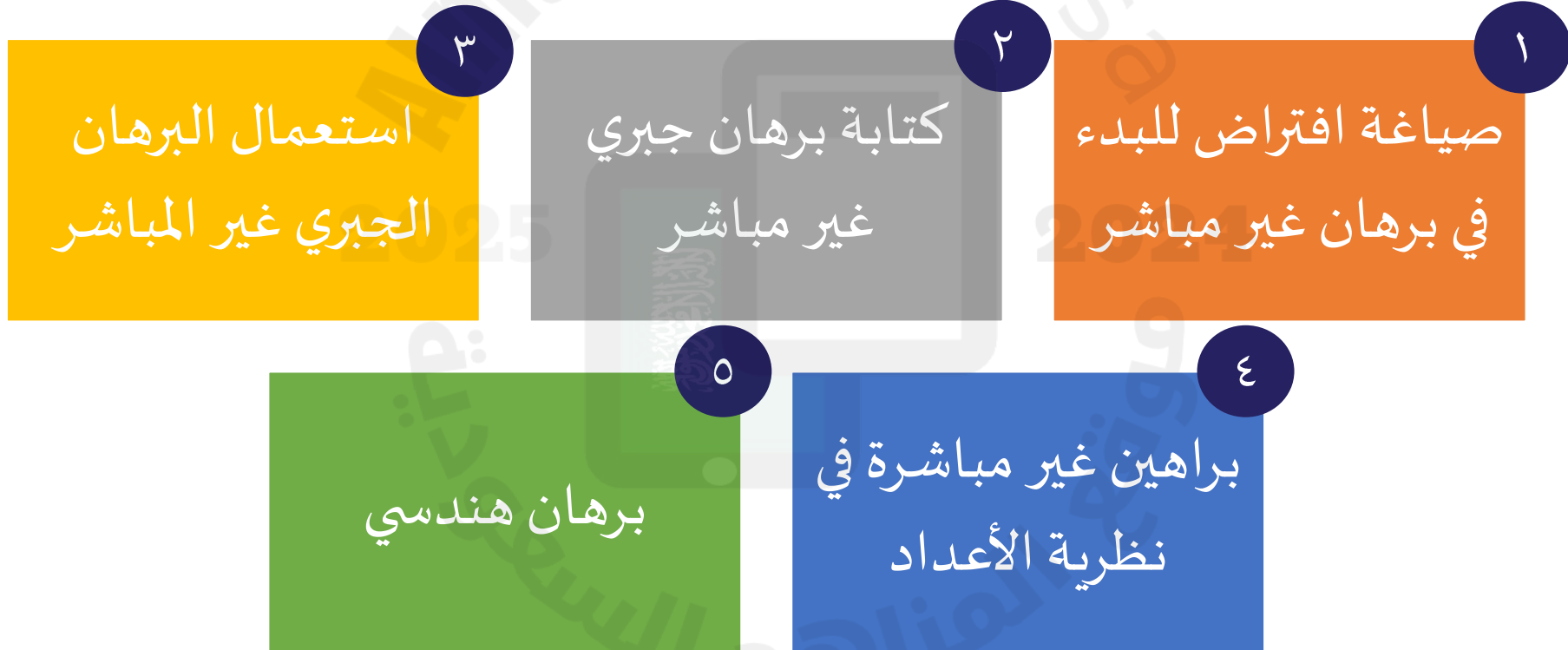
رياضيات 2-1

4-4 البرهان غير المباشر



وزارة التعليم
Ministry of Education

تعرفنا على..



رياضيات 2-1

4-4 البرهان غير المباشر



وزارة التعليم
Ministry of Education

تأكد

اكتب الافتراض الذي تبدأ به برهاناً غير مباشر لكل عبارة مما يأتي :

(2) $\triangle XYZ$ مختلف الأضلاع.

(1) $\overline{AB} \cong \overline{CD}$

$\triangle XYZ$ غير مختلف الأضلاع

$AB \neq CD$

(متطابق ضلعين أو متطابق الأضلاع)

رياضيات 2-1

4-4 البرهان غير المباشر



وزارة التعليم
Ministry of Education

تأكد

اكتب الافتراض الذي تبدأ به برهاناً غير مباشر لكل عبارة مما يأتي :

(4) $\angle A$ ليست زاوية قائمة.

(3) إذا كان $4x < 24$ ، فإن $x < 6$

$\angle A < 90^\circ$

$x \geq 6$

2025

2024

موقع المناهج السعودية

رياضيات 2-1

4-4 البرهان غير المباشر



وزارة التعليم
Ministry of Education

تأكد

اكتب برهاناً غير مباشر لكل عبارة من العبارتين الآتيتين :

(5) إذا كان $2x + 3 < 7$ ، فإن $x < 2$

نفسه أن

$$x \geq 2$$

بالضد في 2 $2x \geq 2(2)$

$$2x \geq 4$$

بالجمع مع 3 $2x + 3 \geq 4 + 3$

$$2x + 3 \geq 7$$

بالتناقض مع المعطى، وبالتالي فإن

وهو المطلوب $x < 2$

رياضيات 2-1

4-4 البرهان غير المباشر



وزارة التعليم
Ministry of Education

تأكد

اكتب برهاناً غير مباشر لكل عبارة من العبارتين الآتيتين :

(6) إذا كان $3x - 4 > 8$ ، فإن $x > 4$

نفرض جديلاً أن :

$$x \leq 4$$

$$3x \leq 3(4)$$

$$3x - 4 \leq 12 - 4$$

$$3x - 4 \leq 8$$

∴ تناقض مع المعطى وبالتالي فإن $x > 4$ وهو المطلوب

رياضيات 2-1

4-4 البرهان غير المباشر



وزارة التعليم
Ministry of Education

تأكد

(7) كرة قدم: سجّل فهد 13 هدفاً لصالح فريقه المدرسي في المباريات الست الأخيرة. أثبت أن متوسط عدد الأهداف التي سجلها في كل مباراة كان أقل من 3

نعرض أن المتوسط أكثر من 3 أهداف في المباراة

$$x \geq 3$$

$$6x \geq 18$$

في ستة مباريات

∴ تناقض وبالتالي فإن المتوسط سيكون أقل من 3 أهداف

رياضيات 2-1

4-4 البرهان غير المباشر



وزارة التعليم
Ministry of Education

تأكد

(8) اكتب برهاناً غير مباشر لإثبات أنه إذا كان $5x - 2$ عدداً فردياً، فإن x عدد فردي.

نُفرض أن x زوجي

$$x = 2k$$

بالعرب في 5 و طرح 2

$$5x - 2 = 5(2k) - 2$$

$$= 10k - 2$$

$$= 2(5k - 1)$$

$$= 2m$$

$5x - 2$ عدد زوجي. \therefore تناقضاً مع وياتي فإن x عدد فردي

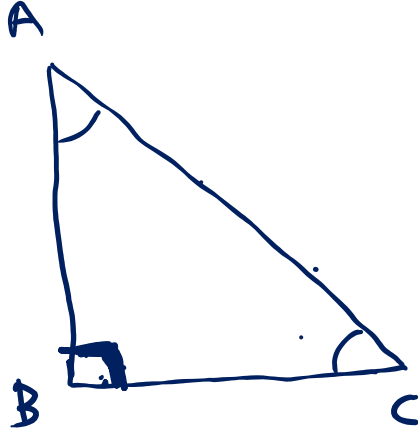
رياضيات 2-1

4-4 البرهان غير المباشر



وزارة التعليم
Ministry of Education

تأكد



اكتب برهاناً غير مباشر لكل عبارة من العبارتين الآتيتين:

(9) وتر المثلث القائم الزاوية هو أطول أضلاعه.

فترض أن لوتر AB أطول ضلع

فإن الزاوية B ليست أكبر زاوية. \therefore تناقض

وإن $\angle A$ و $\angle C$ أقل من 90°

ومن ثم نعلم أن الوتر هو أطول ضلع في المثلث

حسب معياره المثلث

رياضيات 2-1

4-4 البرهان غير المباشر



وزارة التعليم
Ministry of Education

تأكد

اكتب برهاناً غير مباشر لكل عبارة من العبارتين الآتيتين:

(10) إذا كانت الزاويتان متكاملتين، فإنه لا يمكن أن تكونا منفرجتين معاً.

نرضى جداً أن نرايكم منرجبان

$$x > 90 , y > 90$$

$$x + y > 180 \quad \text{نحتاج أن } x \text{ و } y \text{ متكاملتان}$$

وبالتالي فإنه لا يمكن أن يكونا منفرجتين معاً



وزارة التعليم
Ministry of Education

نسعد بلقائكم في الدروس القادمة

2025 بإذن الله تعالى 2024

أخوكم

عبد الوهاب نوفيتو العوهلي

FOLLOW UP!



WahabOhali