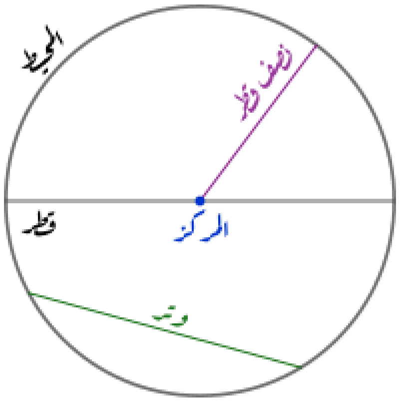
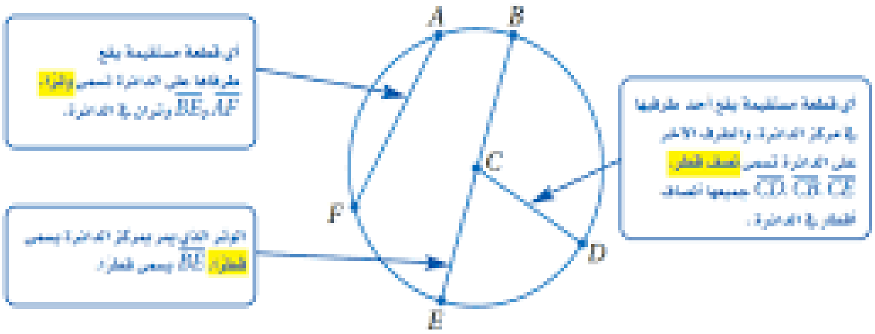
الدائرة ومحيطها



الدائرة : جميع النقاط التي تبعد ابعاداً متساوية عن نقطة معطاة تسمى مركز الدائرة



العلاقة بين القطر d ونصف القطر r حيث أن $\pi = 3.14$

$r = \frac{d}{2}$, $d = 2r$ إذا كان $r = 8$ فإن $d = 16$

محيط الدائرة C	
بدلالة نصف القطر r	بدلالة القطر d
$c = 2\pi r$	$c = \pi d$
⇕	⇕
$r = \frac{c}{2\pi}$	$d = \frac{c}{\pi}$

أوجد محيط كل من الدائرتين الآتيتين مقرّبًا الناتج إلى أقرب جزء من مئة.

(4A نصف القطر يساوي 2.5cm

$C = 2\pi . r$

$C = 2\pi(2.5)$

$C = 5\pi = 15.71cm$

(4B القطر يساوي 16ft

$C = d . \pi$

$C = 16\pi$

$C \approx 50.27\, ft$

إذا كان محيط دائرة يساوي 77.8cm ، فأوجد قطر الدائرة ونصف قطرها مقرّبين إلى أقرب جزء من مئة.

$r = \frac{77.8}{2\pi} = 12.38cm$

$d = \frac{77.8}{\pi} = 24.76cm$

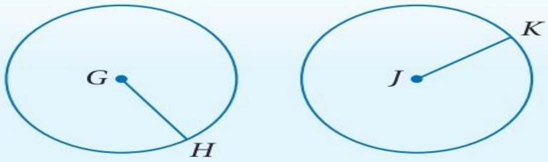
إذا تقاطعت دائرتان فإنه يمكن أن تتقاطعا بطريقتين مختلفتين، والجدول التالي يوضح الأوضاع المختلفة بين دائرتين.

تتقاطع في نقطتين	تتقاطع في نقطة واحدة	لا يوجد تقاطع
		

مفهوم أساسي — أزواج الدوائر

مطويتك

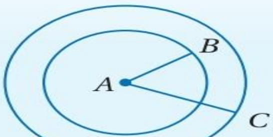
تكون **الدائرتان متطابقتين** إذا وفقط إذا كان نصفا قطريهما متطابقين.



مثال: $\overline{GH} \cong \overline{JK}$ ؛ إذن $\odot G \cong \odot J$

الدائرتان المتحدتان في المركز

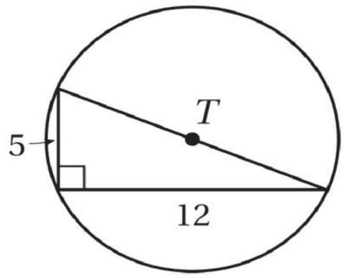
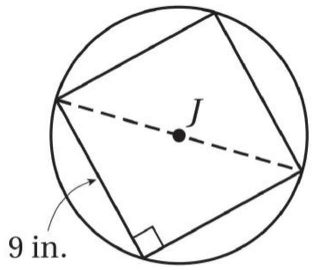
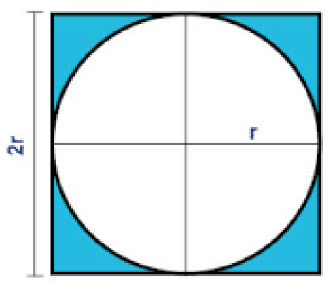
هما الدائرتان اللتان تقعان في المستوى نفسه، ولهما المركز نفسه.



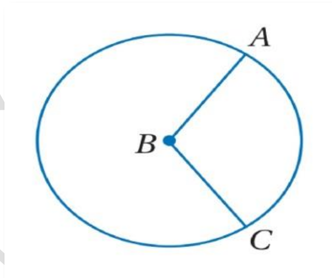
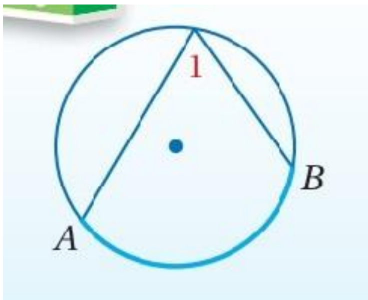
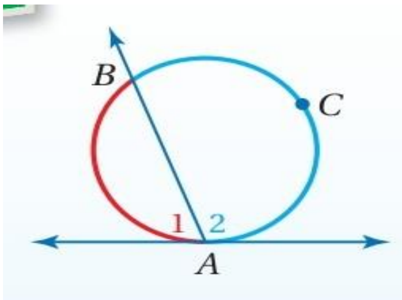
مثال: $\odot A$ التي نصف قطرها $\overline{AB}$
و $\odot A$ التي نصف قطرها $\overline{AC}$
دائرتان متحدتان في المركز.

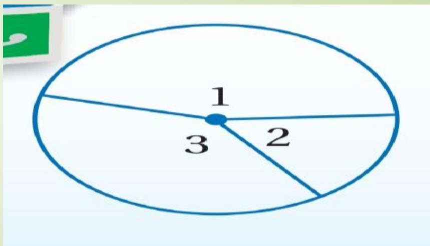
الدائرة الخارجية : هي الدائرة التي تحيط بالمضلع في هذه الحالة تكون رؤوس المضلع جميعها على الدائرة

الدائرة الداخلية : هي الدائرة المحاطة بمضلع وفي هذه الحالة تمس الدائرة جميع أضلاع المضلع

		
دائرة محيطة بمثلث قائم الزاوية	دائرة محيطة بمربع	**دائرة محاطة بمربع**
قطر الدائرة = وتر المثلث القائم الزاوية $d = 13$	قطر الدائرة = قطر المربع $d = 9\sqrt{2}$	**قطر الدائرة = طول ضلع المربع** $\boldsymbol{d = 2\,r}$

الزوايا في الدائرة

	الزوايا المركزية	الزوايا المحيطية	الزوايا المماسية
التعريف	رأسها مركز الدائرة وضلعيها أنصاف أقطار في الدائرة	رأسها على الدائرة وضلعيها أوتار(قاطعان) في الدائرة	رأسها على الدائرة وأحد ضلعيها مماس للدائرة والآخر قاطع أو وتر
الشكل			
القياس	قياسها يساوي نفس قياس القوس المقابل لها	قياسها يساوي نصف قياس القوس المقابل لها	قياسها يساوي نصف قياس القوس المقابل لها



مجموع قياسات الزوايا المركزية يساوي 360

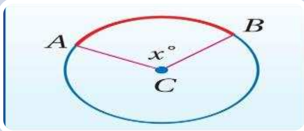
حالات الزاوية المحيطية

الحالة الأولى	الحالة الثانية	الحالة الثالثة
يقع مركز الدائرة P على أحد ضلعَي الزاوية المحيطية.	يقع مركز الدائرة P داخل الزاوية المحيطية.	يقع مركز الدائرة P خارج الزاوية المحيطية.

قياس الزوايا والأقواس

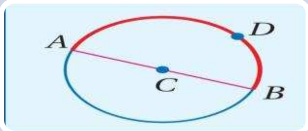
قوس أصغر يسمى بحرفين

قياسه أقل من 180



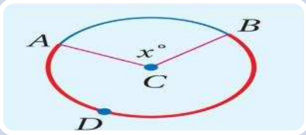
نصف دائرة

قياسه يساوي 180

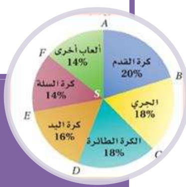


قوس أكبر يساوي 360 ناقص القوس الأصغر ويسمى بثلاثة حروف

قياسه أكبر من 180

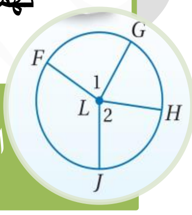


- إيجاد قياس قوس القطاعات الدائرية نضرب النسبة في 360 أي أن قياس قوس كرة القدم = 20 تقسيم 100 ثم نضربها ب360



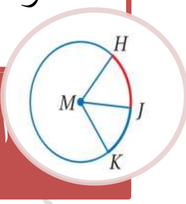
قياس الأقواس في القطاعات الدائرية

- يكون القوسان متطابقان إذا تحقق:
  - 1- يكونان في دائرتان متطابقتان أو في نفس الدائرة.
  - 2- تطابقت الزاويتان المركزيتان المقابلة لهما .
- ففي الشكل اذا كانت الزاويتان 1, 2 فإن القوسين المقابلين لهما متطابقان



الأقواس المتطابقة

- قياس القوس المتكون من قوسين متجاورين يساوي مجموع قياسي هذين القوسين أي أن
- قياس القوسMK
- يساوي مجموع قياسي القوسين HJ , KJ



الأقواس المتجاورة

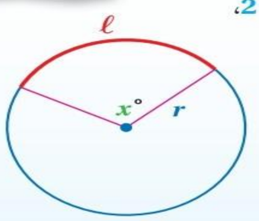
طول القوس: طول القوس هو المسافة على الدائرة بين نقطتَي طرفيه، ويُقاس بوحدات الطول، وبما أن القوس جزء من الدائرة، فإن طوله جزءٌ من محيطها.

مفهوم أساسي — **طول القوس** — أضف إلى مطويتك

التعبير اللفظي: إذا كان طول القوس يساوي ℓ ومحيط الدائرة يساوي $2\pi r$، وقياس القوس بالدرجات يساوي $x°$ فإن نسبة طول القوس إلى محيط الدائرة يساوي نسبة قياس القوس بالدرجات إلى $360°$

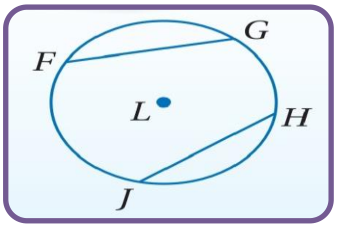
الرموز: $\frac{\ell}{2\pi r} = \frac{x°}{360°}$

أي أن: $\ell = \frac{x°}{360°} \cdot 2\pi r$

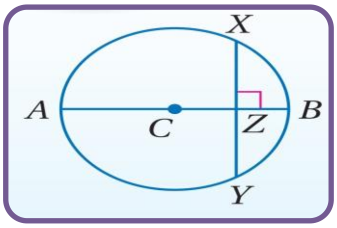


طول القوس يساوي قياس القوس بالدرجات مقسوم على 360 ثم نضربه بمحيط الدائرة حيث يتم إيجاد المحيط بناءً على معطيات السؤال

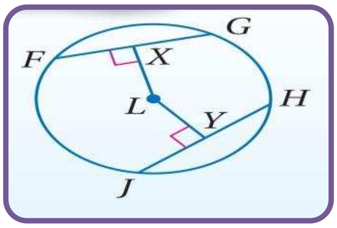
الأقواس والأوتار



إذا تطابقت الأوتار في الدائرة نفسها أو في دائرتين متطابقتين فإن الأقواس المقابلة لها **متطابقة**

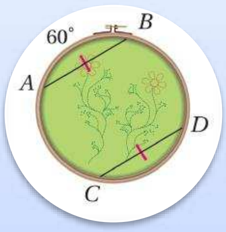


إذا كان القطر أو نصف القطر عمودي على وتر في الدائرة فإنه **ينصف** ذلك **الوتر** و**ينصف القوس** المقابل له



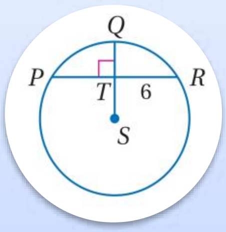
إذا كانت المسافة بين مركز الدائرة ووترين فيها متساويتان فإن **الوترين متطابقين**

توضيح



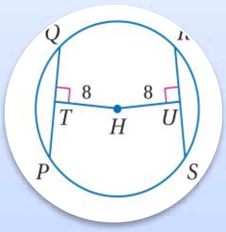
قياس القوس

CD= 60



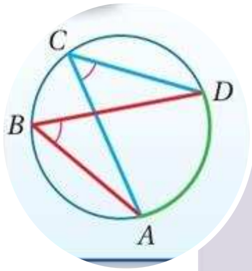
PR =12

PT=6



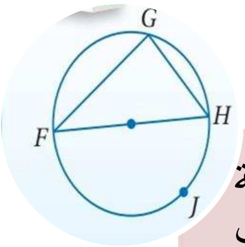
PQ=RS

الزوايا المحيطية



الزاويتان المحيطيتان اللتان تقابلان نفس القوس في الدائرة نفسها أوفي دائرتين متطابقتين تكونان متطابقتان

m < B = m< C

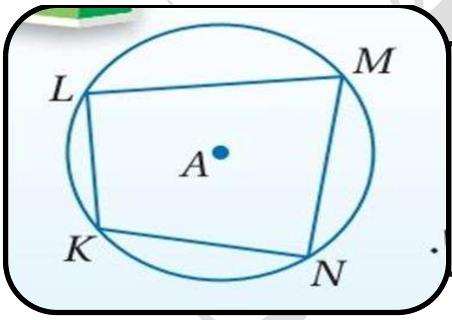


الزاوية المحيطية التي تقابل نصف دائرة تكون قائمة

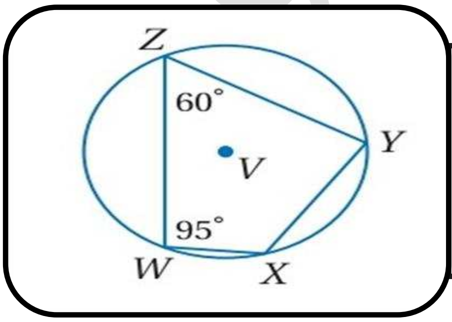
لأن قياسها نصف 180 يصبح 90

m < G = 90

المضلعات المحاطة بدائرة



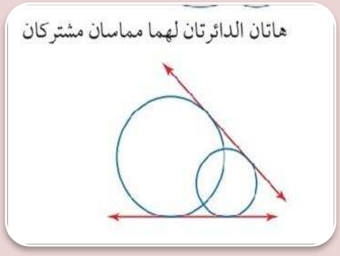
- إذا كان الشكل محاط بدائرة فان كل زاويتين متقابلتين متكاملتين
- < L , < N متكاملتان
- < K , < M متكاملتان



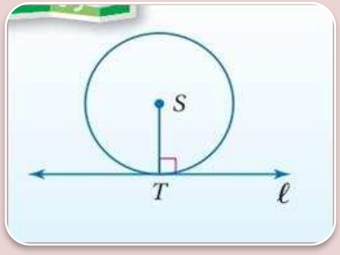
- m < X = 180 - 60 = 120
- m < W = 180 - 95 = 85

المماسات

المماس هو مستقيم يقع في المستوى نفسه الذي تقع فيه الدائرة ويقطعها في **نقطة واحدة** فقط تسمى **نقطة التماس**

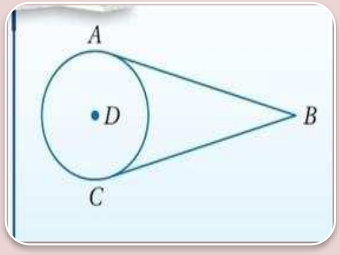


المماس المشترك لدائرتين هو مستقيم أو نصف مستقيم أو قطعة مستقيمة تمس الدائرتين في المستوى نفسه



المماس عمودي على نصف القطر أو القطر

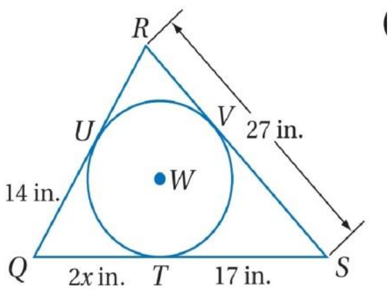
لأثبات أن قطعة مستقيمة مماس للدائرة نطبق نظرية فيثاغورس حيث يكون تربيع المماس زائدا تربيع نصف القطر يساوي تربيع الوتر



القطعتان المستقيمتان المماستان لدائرة المرسومتان من نقطة خارجها متطابقتان

المضلّعات المحيطة بدائرة: يُحيط المضلّع بالدائرة، إذا كان كل ضلع من أضلاعه مماسًّا للدائرة.

مضلعات محيطة بدائرة	مضلعات ليست محيطة بدائرة
	



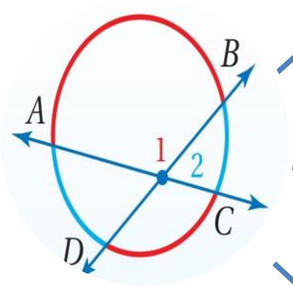
لإيجاد محيط المضلعات المحاطة بدائرة كما في الشكل المجاور نستخدم نظرية تطابق المماسان المرسومان من نقطة خارج الدائرة

$2x = 14,,,x = 7$

القاطع والمماس وقياسات الزوايا

القاطع: هو مستقيم يقطع الدائرة في نقطتين

التقاطع داخل الدائرة



$m\angle 1 =$
- نجمع القوسين AB , CD
- نقسم المجموع على 2

$m\angle 2 =$
- نجمع القوسين AD , BC
- نقسم المجموع على 2

قياس القوس AB
- نضرب الزاوية 1> في 2
- نطرح ناتج الضرب من القوس DC المقابل للزاوية 1 بالرأس

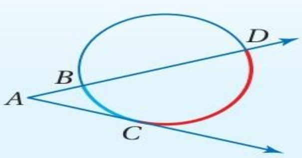
التقاطع خارج الدائرة

التعبير اللفظي: إذا تقاطع قاطعان أو قاطع ومماس أو مماسان في نقطة خارج دائرة، فإن قياس الزاوية المتكوّنة يساوي نصف الفرق الموجب بين قياسَي القوسين المقابلين لها.

أمثلة:

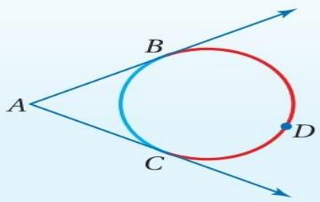
قاطعان

$m\angle A = \frac{1}{2}(m\widehat{DE} - m\widehat{BC})$



قاطع ومماس

$m\angle A = \frac{1}{2}(m\widehat{DC} - m\widehat{BC})$



مماسان

$m\angle A = \frac{1}{2}(m\widehat{BDC} - m\widehat{BC})$

قياس الزاوية المتكونة خارج الدائرة من إحدى حالات التقاطع السابقة يكون نصف حاصل طرح القوسين

لايجاد القوس الأكبر نضرب الزاوية في 2 ثم نضيف لها القوس الأصغر

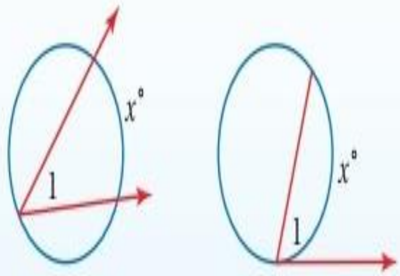
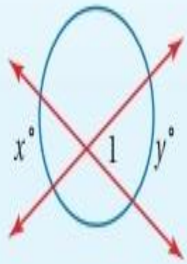
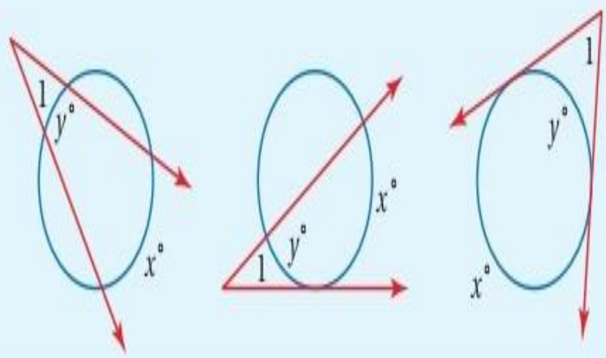
لإيجاد القوس الأصغر نضرب الزاوية في 2 ثم نطرحها من القوس الأكبر

التقاطع خارج الدائرة

ملخص المفهوم

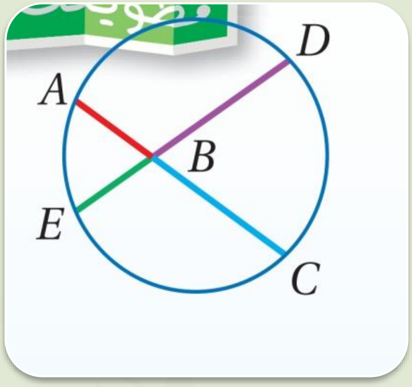
الدائرة وعلاقات الزوايا

أضف إلى مطويتك

موقع رأس الزاوية	نماذج	قياس الزاوية
على الدائرة		نصف قياس القوس المقابل $m\angle 1 = \frac{1}{2}x^\circ$
داخل الدائرة		نصف مجموع قياسَي القوس المقابل للزاوية، والقوس المقابل للزاوية التي تقابلها بالرأس. $m\angle 1 = \frac{1}{2}(x^\circ + y^\circ)$
خارج الدائرة		نصف الفرق الموجب بين قياسَي القوسين المقابلَين لها $m\angle 1 = \frac{1}{2}(x^\circ - y^\circ)$

ملاحظة : إذا كان المطلوب قياسات الأقواس نقوم بعملية الحل العكسي كما تم توضيحه في العلاقات في الأعلى

قطع مستقيمة خاصة في الدائرة

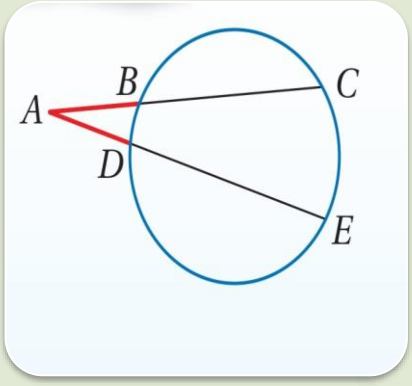


اذا تقاطع وتران داخل الدائرة فإن حاصل ضرب طولي جزأي الوتر الأول يساوي حاصل ضرب طولي جزأي الوتر الثاني

أي أن

AB . BC = EB . BD

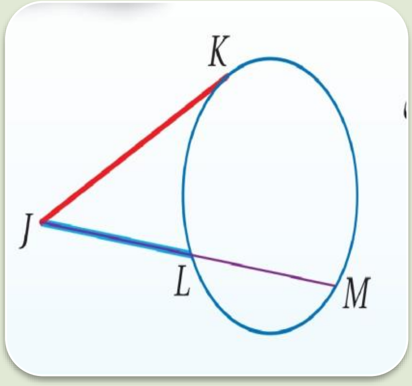
طريقة المقص



إذا رسم قاطعان لدائرة من نقطة خارجها فإن حاصل ضرب طول القاطع الأول في الجزء الخارجي منه يساوي حاصل ضرب طول القاطع الثاني في طول الجزء الخارجي منه أي ان

AC . AB =AE . AD

يجب التأكد بأنك قمت بضرب الجزء الخارجي وليس الداخلي



إذا رسم مماس وقاطع لدائرة من نقطة خارجها فإن مربع طول المماس يساوي حاصل ضرب طول القاطع في الجزء الخارجي منه

أي أن

$JK^2 = JL . JM$

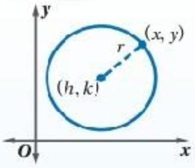
للتذكير قد تحصل على معادلة تربيعية أثناء عملية ضرب الأجزاء لذلك يمكن حلها بالتحليل إلى عوامل في حال كان سهل تحليلها

أو القانون العام وهو

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

معادلة الدائرة

مفهوم أساسي — **الصيغة القياسية لمعادلة الدائرة** — أضف إلى مطويتك



الصيغة القياسية لمعادلة الدائرة التي مركزها (h, k) ، وطول نصف قطرها r هي: $(x-h)^2+(y-k)^2=r^2$.

الصيغة القياسية لمعادلة الدائرة تُسمى أيضًا صيغة المركز ونصف القطر.

مثال 1 **كتابة معادلة الدائرة باستعمال المركز ونصف القطر**

اكتب معادلة الدائرة في كلٍّ ممَّا يأتي:

a) مركزها عند $(1, -8)$ ، وطول نصف قطرها 7

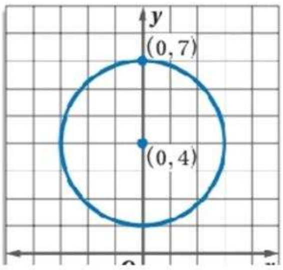
$(x-h)^2+(y-k)^2=r^2$ معادلة الدائرة

$(x-1)^2+[y-(-8)]^2=7^2$ $\quad (h, k)=(1, -8)$، $r=7$

$(x-1)^2+(y+8)^2=49$ بالتبسيط

b) الدائرة الممثلة بيانيًّا في الشكل المجاور.

مركز الدائرة عند $(0, 4)$ وطول نصف قطرها 3



$(x-h)^2+(y-k)^2=r^2$ معادلة الدائرة

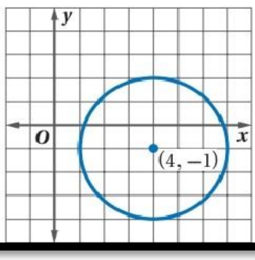
$(x-0)^2+(y-4)^2=3^2$ $\quad (h, k)=(0, 4)$، $r=3$

$x^2+(y-4)^2=9$ بالتبسيط

مثال 3 **تمثيل الدائرة بيانيًّا**

أوجد مركز ونصف قطر الدائرة التي معادلتها: $(x-4)^2+(y+1)^2=9$، ثم مثّلها بيانيًّا.

أعد كتابة المعادلة: $(x-4)^2+(y+1)^2=9$ بالصيغة القياسية لإيجاد المركز ونصف القطر بسهولة.



$$(x-4)^2+[y-(-1)]^2=3^2$$
$$\uparrow \qquad \uparrow \qquad \uparrow$$
$$(x-h)^2+(y-k)^2=r^2$$

لذا فإن: $h=4, k=-1, r=3$. أي أن المركز عند النقطة $(4, -1)$ ونصف القطر 3 وحداتٍ.

ملاحظة : المسافة بين المركز وأي نقطة على الدائرة تساوي نصف القطر

نوجد المسافة باستخدام قانون المسافة $\sqrt{(x_1-x_2)^2+(y_1-y_2)^2}$

تم بحمد الله .... إعداد المعلمة: مشاعل الشهراني