

تدريبات إثرائية في التفاضل



تم تحميل هذا الملف من موقع المناهج القطرية

موقع المناهج ⇨ المناهج القطرية ⇨ الصف الثاني عشر العلمي ⇨ رياضيات ⇨ ملفات متنوعة ⇨ الملف

تاريخ إضافة الملف على موقع المناهج: 2026-10-08 14:36:59

ملفات اكتب للمعلم اكتب للطالب ا اختبارات الكترونية ا اختبارات ا حلول ا عروض بوربوينت ا أوراق عمل
منهج انجليزي ا ملخصات وتقارير ا مذكرات وبنوك ا الامتحان النهائي ا للمدرس

المزيد من مادة
رياضيات:

إعداد: مدرسة مسيعة الابتدائية الإعدادية الثانوية للبنين

التواصل الاجتماعي بحسب الصف الثاني عشر العلمي



صفحة المناهج
القطرية على
فيسبوك

الرياضيات

اللغة الانجليزية

اللغة العربية

التربية الاسلامية

المواد على تلغرام

المزيد من الملفات بحسب الصف الثاني عشر العلمي والمادة رياضيات في

تدريبات إثرائية في التفاضل

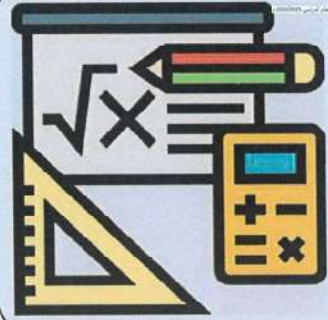
1



العام الدراسي
2027-2026

الإجابة

الصف
الثاني عشر
علمي



مادة الرياضيات

تدريبات إثرائية وواجبات

الوحدة الثانية: التفاضل

اسم الطالب: الإجابة

الصف 12:

ملحوظة هامة: هذه الأسئلة إثرائية ولا تغني عن الكتاب المدرسي وهو
المصدر الرئيس للتعلم

الرؤية: متعلم ريادي للتنمية مستدامة.

الرسالة: نرسى بيئة تعليمية شاملة ومبتكرة تُعزز القيم والأخلاق وتؤهل المتعلم بمهارات عالية، لإعداد جيل واع قادر على بناء مجتمع متقدم واقتصاد مزدهر.



الصف/الشعبة	اسم الطالب
.....	

الاشتقاق

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

المشتقة باستخدام **التعريف**:

$$\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1}$$

متوسط التغير:

قواعد الاشتقاق

$$\frac{d}{dx} [x^n] = nx^{n-1}$$

قاعدة القوة

$$\frac{d}{dx} [u(x) \cdot v(x)] = u(x) \cdot v'(x) + v(x) \cdot u'(x)$$

قاعدة الضرب

$$\frac{d}{dx} \left[\frac{u(x)}{v(x)} \right] = \frac{v(x) \cdot u'(x) - u(x) \cdot v'(x)}{[v(x)]^2}$$

قاعدة القسمة

$$y = f(u) \quad , \quad u = g(x) \quad \longrightarrow \quad \frac{dy}{dx} = \frac{dy}{du} \cdot \frac{du}{dx}$$

$$(f \circ g)'(x) = f'(g(x)) \cdot g'(x)$$

قاعدة السلسلة



$$y = [g(x)]^n \quad \longrightarrow \quad \frac{dy}{dx} = n[g(x)]^{n-1} \cdot g'(x) \quad \text{مشتقة القوس}$$

$$f(x) = \sqrt{g(x)} \quad \longrightarrow \quad f'(x) = \frac{g'(x)}{2\sqrt{g(x)}} \quad \text{مشتقة الجذر التربيعي}$$

$$\frac{d}{dx} [e^{g(x)}] = e^{g(x)} \cdot g'(x) \quad \text{مشتقة الدالة الأسية}$$

$$\frac{d}{dx} [\ln g(x)] = \frac{g'(x)}{g(x)} \quad \text{مشتقة الدالة اللوغاريتمية}$$

$$D_x[\sin(g(x))] = \cos[g(x)] \cdot g'(x) \quad \text{مشتقة الدوال المثلثية}$$

$$D_x[\cos(g(x))] = -\sin[g(x)] \cdot g'(x)$$

$$D_x[\tan(g(x))] = \sec^2[g(x)] \cdot g'(x)$$

متطابقات مثلثية:

$$\tan x = \frac{\sin x}{\cos x} \quad , \quad \cot x = \frac{1}{\tan x} = \frac{\cos x}{\sin x}$$

$$\csc x = \frac{1}{\sin x} \quad , \quad \sec x = \frac{1}{\cos x}$$

$$\cos^2 x + \sin^2 x = 1 \quad \longrightarrow \quad \begin{cases} \cos^2 x = 1 - \sin^2 x \\ \sin^2 x = 1 - \cos^2 x \end{cases}$$

$$1 + \tan^2 x = \sec^2 x$$

$$1 + \cot^2 x = \csc^2 x$$



$$\sin 2x = 2 \sin x \cdot \cos x$$

$$\cos 2x = \begin{cases} \cos^2 x - \sin^2 x \\ 1 - 2 \sin^2 x \\ 2 \cos^2 x - 1 \end{cases}$$

ميل المستقيم الأفقي = 0

ميل المستقيم الرأسي: غير معرف

ميل المماس لمنحنى الدالة $f(x)$ عند $x = a$ هو $f'(a)$

$$\text{معادلة المماس: } y - y_1 = m(x - x_1)$$

ميل العمودي: نستخدم معكوس مقلوب ميل المماس

الربط مع الفيزياء

a(t)	-	+	+	-
v(t)	-	-	+	+
	يزيد الجسم من سرعته في الاتجاه السالب	يخفف الجسم من سرعته في الاتجاه الموجب	يزيد الجسم من سرعته في الاتجاه الموجب	يخفف الجسم من سرعته في الاتجاه السالب

السرعة $v(t)$: $s'(t)$

التسارع $a(t)$: $s''(t)$

(1) عند السرعة الابتدائية $t = 0$

(2) عند السكون $v = s' = 0$





• أولاً الأسئلة الموضوعية: قم بتحديد إجابتك بوضع علامة × داخل المربع المجاور للإجابة الصحيحة

1 أي مما يلي يمثل ميل المماس لمنحنى الدالة $f(x)$ عند أي نقطة واقعة عليه؟

☐ A $f(x+h) - f(x)$

☐ B $\frac{f(x+h)-f(x)}{h}$

☒ C $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h)-f(x)}{h}$

☐ D $\frac{f(x_2)-f(x_1)}{x_2-x_1}$

2 إذا كان القاطع لمنحنى الدالة $f(x)$ يمر بالنقطتين $A(2, 1)$, $B(4, 7)$

ما متوسط معدل التغير للدالة في الفترة $[2, 4]$ ؟

☐ A 2

☒ B 3

☐ C 6

☐ D 8



3 تحرك جسم فكانت المسافة التي يبعدها عن نقطة ثابتة بالأمتار تعطى بالدالة

$$s(t) = t^2 + 2t$$

ما السرعة المتوسطة للجسيم في الفترة [1, 3]

- ☐ A 3 m/s
- ☒ B 6 m/s
- ☐ C 12 m/s
- ☐ D 15 m/s

4 أي الخيارات التالية يمثل متوسط معدل تغير الدالة أدناه في الفترة [0, 5] ؟

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + x + 5 & , \quad x \leq 1 \\ 3x & , \quad x > 1 \end{cases}$$

- ☐ A $\frac{1}{2}$
- ☒ B 2
- ☐ C 5
- ☐ D 10



5 إذا كان المماس لمنحنى الدالة f عند النقطة $(1, 6)$ يمر بالنقطة $(-1, -4)$

ما قيمة $f'(1)$ ؟

☐ A -1

☐ B 1

☒ C 5

☐ D 6

6 إذا كان العمودي على منحنى الدالة f عند النقطة $(1, 2)$ يمر بالنقطة $(-1, 1)$

ما قيمة $f'(1)$ ؟

☒ A -2

☐ B $-\frac{1}{2}$

☐ C $\frac{1}{2}$

☐ D 2



7 إذا كانت الدالة $f(x) = \sqrt{2x+1}$ أي مما يأتي يعبر عن $f'(4)$ ؟

☐ A $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{\sqrt{2x+1}-3}{h}$

☐ B $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{\sqrt{2h+5}-3}{h}$

☒ C $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{\sqrt{2h+9}-3}{h}$

☐ D $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{\sqrt{2h+1}-3}{h}$

8 إذا كان متوسط معدل تغير الدالة $f(x)$ في الفترة $[2, 5]$ يساوي 4 ، وكان $f(5) = 20$ ،

ما قيمة $f(2)$ ؟

☐ A -10

☐ B -8

☒ C 8

☐ D 10



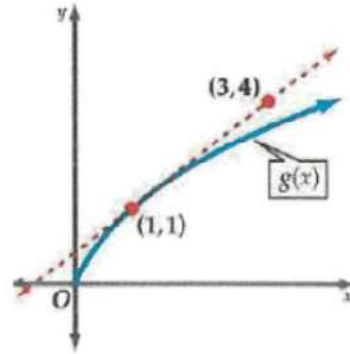
9 استعمل التمثيل البياني للدالة $g(x)$ ، والمماس لها عند النقطة $(1,1)$. إذا علمت أن المماس يمر بالنقطة $(3,4)$ ، فما قيمة $g'(1)$ ؟

A 1

☒ B $\frac{3}{2}$

C $\frac{5}{2}$

D 2



10 لنفترض أن أرباح شركة ما، بآلاف الريالات، من بيع x قطعة تنمذج بالدالة $P(x) = 2x^2 - 5x + 6$ ما متوسط معدل التغير للربح عند تتغير الكمية x من 2 إلى 4 ؟

A -5

B -7

☒ C 7

D 9



• ثانياً الأسئلة المقالية: أجب عن الآتي موضحاً خطوات الحل:

11

أوجد مشتقة الدالة $f(x) = 3x - 2$ باستعمال تعريف المشتقة.

وضح خطوات الحل في المستطيل أدناه.

$$\begin{aligned} f'(x) &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{3(x+h) - 2 - (3x - 2)}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{3x + 3h - 2 - 3x + 2}{h} = 3 \end{aligned}$$

12

أوجد مشتقة الدالة $f(x) = 2x^2 + 3$ باستعمال تعريف المشتقة.

وضح خطوات الحل في المستطيل أدناه.

$$\begin{aligned} f'(x) &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{2(x+h)^2 + 3 - (2x^2 + 3)}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{2(x^2 + 2xh + h^2) + 3 - 2x^2 - 3}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{2x^2 + 4xh + 2h^2 - 2x^2}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{h(4x + 2h)}{h} = 4x + 2(0) = 4x \end{aligned}$$



13

أوجد مشتقة الدالة $f(x) = \sqrt{x} - 1$ باستعمال تعريف المشتقة.

وضّح خطوات الحل في المستطيل أدناه.

$$\begin{aligned} \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+h} - 1 - (\sqrt{x} - 1)}{h} \\ = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+h} - \sqrt{x}}{h} \cdot \frac{\sqrt{x+h} + \sqrt{x}}{\sqrt{x+h} + \sqrt{x}} \\ = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{x+h - x}{h(\sqrt{x+h} + \sqrt{x})} \\ = \frac{1}{\sqrt{x} + \sqrt{x}} = \frac{1}{2\sqrt{x}} \end{aligned}$$

14

أوجد مشتقة الدالة $f(x) = \frac{2}{x}$ باستعمال تعريف المشتقة.

وضّح خطوات الحل في المستطيل أدناه.

$$\begin{aligned} \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\frac{2}{x+h} - \frac{2}{x}}{h} \\ = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\frac{2x - 2(x+h)}{h(x^2+xh)}}{h} \\ = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{-2h}{h(x^2+xh)} = \frac{-2}{x^2} \end{aligned}$$





• أولاً الأسئلة الموضوعية: قم بتحديد إجابتك بوضع علامة × داخل المربع المجاور للإجابة الصحيحة

1 ما معادلة المماس للدالة $f(x) = 3 + x^2$ عند النقطة $(1, 4)$ ؟

☐ A $y = 2x - 2$

☒ B $y = 2x + 2$

☐ C $y = 3x + 6$

☐ D $y = 3x - 6$

2 إذا علمت أن $f'(3) = 4$ وأن $g(x) = \frac{1}{2}x^2$. ما قيمة $(f - g)'$ عند $x = 3$ ؟

☒ A 1

☐ B $\frac{1}{2}$

☐ C $-\frac{1}{2}$

☐ D -1

3 إذا كان $f'(4) = -7$. $g'(4) = -5$. ما قيمة $(f + g)'$ (4) ؟

☐ A 19

☐ B 4

☐ C 1

☒ D -12



4 يتحرك جسيم في خط مستقيم حسب دالة الموضع $S(t) = t^3 + 3t + 1$

ما سرعة الجسيم الابتدائية؟

☐ A -2

☐ B -1

☒ C 3

☐ D 6

5 قذف جسيم رأسياً إلى الأعلى من نقطة على سطح الأرض، فكان ارتفاعه بالأمتر يعطى بالدالة

$h(t) = 18t - 3t^2$ حيث t الزمن بالثواني. ما سرعة الجسيم عند الثانية الرابعة؟

☐ A -12 m/s

☒ B -6 m/s

☐ C 6 m/s

☐ D 12 m/s

6 ما معدل التغير اللحظي لمساحة دائرة بالنسبة لنصف قطرها r عندما $r = 6$ ؟

☐ A 8π

☐ B 10π

☐ C 11π

☒ D 12π



7 إذا كانت $f(2) = 3$, $f'(2) = 5$.

أي مما يلي يعبر عن معادلة المماس لمنحنى الدالة عند $x = 2$ ؟

☐ A $y = 3x + 2$

☐ B $y = 5x + 3$

☐ C $y = 3x + 5$

☒ D $y = 5x - 7$

8 لنفرض أن الطلب D على سلعة ما عندما يكون سعرها p بالريالات يعطى بالعلاقة

$$D(p) = 2p^2 - 4p + 300$$

ما معدل تغير الطلب عندما يكون سعر السلعة 10 QR ؟

☐ A -36

☒ B 36

☐ C 40

☐ D 100

9 ما قيمة x التي يكون عندها المماس لمنحنى الدالة $f(x) = x^2 - 6x + 5$ أفقياً؟

☐ A $x = -3$

☐ B $x = 0$

☒ C $x = 3$

☐ D $x = 6$



10 إذا كانت $f(x) = 3h(x) - 2g(x) + 7$ وكان $g'(2) = 5$ ، $h'(2) = 4$.

ما قيمة $f'(2)$ ؟

- ☒ A 2
☐ B 5
☐ C 9
☐ D 12

11 أي مما يلي يعبر عن $\frac{d}{dx}(5x^3 - 6x^{-2})$ ؟

- ☐ A $8x^2 - \frac{12}{x}$
☐ B $8x^2 - \frac{12}{x^3}$
☐ C $15x^2 - \frac{12}{x}$
☒ D $15x^2 + \frac{12}{x^3}$

12 إذا كانت $f(x) = a^2$ ، حيث a عدد ثابت. أي مما يلي يعبر عن $f'(x)$ ؟

- ☒ A 0
☐ B 2
☐ C $2a$
☐ D a^2



13 إذا كانت $f(x) = 3x^3 + \frac{2}{x^2}$ ، أي مما يلي يعبر عن $D_x[f(x)]$ ؟

- ☐ A $3x^2 + \frac{2}{x}$
- ☐ B $9x^2 - \frac{4}{x^2}$
- ☒ C $9x^2 - \frac{4}{x^3}$
- ☐ D $9x^2 + \frac{4}{x^3}$

14 إذا كان $f'(2) = 5$ ، $f(x) = x^2 + mx + 5$. ما قيمة الثابت m ؟

- ☒ A 1
- ☐ B 2
- ☐ C 4
- ☐ D 10

15 يسير جسم على خط مستقيم، ويمكن تحديد موقعه باستعمال الدالة $s(t) = 2 + 7t - t^2$.

في أي من الأزمنة التالية يتحرك هذا الجسم إلى الخلف ؟

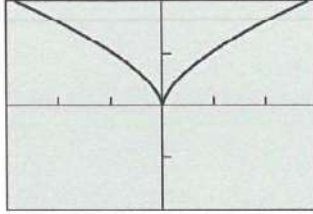
- ☐ A 1
- ☐ B 2
- ☐ C 3
- ☒ D 4



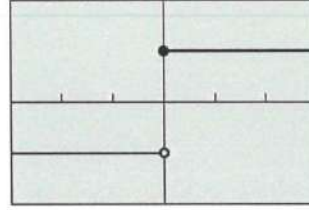
أي الدوال التالية قابلة للاشتقاق عند $x = 0$ ؟

16

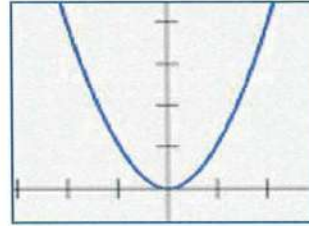
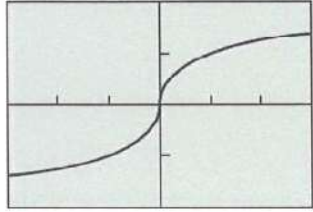
A



B



C





• ثانياً الأسئلة المقالية: أجب عن الآتي موضحاً خطوات الحل:

17

إذا كان $g'(3) = 7$, $g(x) = 4x^2 + 5f(x)$ ما قيمة $f'(3)$ ؟

وضّح خطوات الحل في المستطيل أدناه.

$$\begin{aligned} g'(x) &= 8x + 5f'(x) \\ g'(3) &= 8(3) + 5f'(3) \\ 7 &= 24 + 5f'(3) \\ -17 &= 5f'(3) \end{aligned} \quad \left\{ \begin{array}{l} f'(3) = -\frac{17}{5} \end{array} \right.$$

18

أوجد النقاط الواقعة على منحنى الدالة $f(x) = x^2 + 4x$ والتي يكون عندها المماس يساوي 2.

وضّح خطوات الحل في المستطيل أدناه.

$$\begin{aligned} f'(x) &= 2x + 4 \\ 2x + 4 &= 2 \\ 2x &= -2 \\ x &= -1 \end{aligned} \quad \left\{ \begin{array}{l} f(-1) = (-1)^2 + 4(-1) \\ = -3 \\ (-1, -3) \end{array} \right.$$



19

إذا كانت $f(x) = \frac{2}{x}$ ، فأوجد $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$

وضّح خطوات الحل في المستطيل أدناه.

$$\begin{aligned} f'(x) &\leftarrow \\ &\rightarrow 2x^{-1} \\ f'(x) &= -2x^{-2} \\ &= \frac{-2}{x^2} \end{aligned}$$

20

برهن أن للدالة $f(x)$ مشتقة عن اليمين ومشتقة عن اليسار عند $x = 0$ من غير أن يكون لها

$$f(x) = \begin{cases} x^2 & , x \leq 0 \\ 2x & , x > 0 \end{cases} \quad \text{مشتقة عند } x = 0 \text{ حيث:}$$

وضّح خطوات الحل في المستطيل أدناه.

$$\begin{aligned} f'_{-}(x) &= 2x \Rightarrow f'_{-}(0) = 2(0) = 0 \leftarrow \\ f'_{+}(x) &= 2 \Rightarrow f'_{+}(0) = 2 \leftarrow \end{aligned}$$

إذاً $f'(0)$ غير موجودة



21

أوجد مشتقة $f(x) = 3x^2 - \frac{2}{x^3} + \frac{6}{\sqrt[3]{x^2}} + \pi$

وضّح خطوات الحل في المستطيل أدناه.

$$\begin{aligned} &= 3x^2 - 2x^{-3} + 6x^{-\frac{2}{3}} + \pi \\ f'(x) &= 6x + 6x^{-4} - 4x^{-\frac{5}{3}} \\ &= 6x + \frac{6}{x^4} - \frac{4}{\sqrt[3]{x^5}} \end{aligned}$$

22

لنفترض أن السرعة النموذجية (بالسنتيمتر في الثانية) لكائن بحري طوله l سنتيمتر تعطى بالدالة

$v = 2.69 l^{1.86}$. أوجد معدل التغير اللحظي لسرعة الكائن البحري بالنسبة لطوله.

وضّح خطوات الحل في المستطيل أدناه.

$$v' = 2.69 \cdot 1.86 \cdot l^{0.86} = 5.0034 l^{0.86}$$



23

وجد أحد المحللين أن بالإمكان حساب تكاليف إنتاج منتج معين وعائدات الشركة المنتجة من بيع هذه المنتج (بالريالات) $C(x) = \frac{x}{2}$ و $R(x) = \frac{x^2}{40}$ على الترتيب، حيث x عدد الوحدات المنتجة.

A . أوجد دالة التكلفة الحدية. وضح خطوات الحل في المستطيل أدناه.

$$C'(x) = \frac{1}{2}$$

B . أوجد دالة العائدات الحدية. وضح خطوات الحل في المستطيل أدناه.

$$R'(x) = \frac{2x}{40} = \frac{x}{20}$$

C . أوجد دالة الربح الحدي، علماً بأن الربح هو الفرق بين العائدات والتكاليف. وضح خطوات الحل في المستطيل أدناه.

$$P' = R' - C' = \frac{x}{20} - \frac{1}{2}$$

D . أوجد قيمة x التي تجعل الربح الحدي صفرًا. وضح خطوات الحل في المستطيل أدناه.

$$\begin{aligned} \frac{x}{20} - \frac{1}{2} &= 0 \Rightarrow \frac{x}{20} = \frac{1}{2} \\ 2x &= 20 \Rightarrow x = 10 \end{aligned}$$



24

يتحرك جسيم وفق المعادلة $s(t) = \frac{1}{3}t^3 - 3t^2 + 8t + 2$ حيث t بالثواني.

وضّح خطوات الحل في المستطيل أدناه.

A . أوجد السرعة اللحظية للجسيم

$$v(t) = t^2 - 6t + 8$$

وضّح خطوات الحل في المستطيل أدناه.

B . أوجد التسارع عند أي لحظة

$$a(t) = 2t - 6$$

وضّح خطوات الحل في المستطيل أدناه.

C . متى يسكن الجسم

$$v(t) = 0 \Rightarrow t^2 - 6t + 8 = 0 \\ t = 4, t = 2$$

وضّح خطوات الحل في المستطيل أدناه.

D . أوجد سرعة الجسيم عندما ينعدم التسارع

$$a(t) = 0 \Rightarrow 2t - 6 = 0 \Rightarrow t = 3$$

$$v(3) = (3)^2 - 6(3) + 8 = -1$$

وضّح خطوات الحل في المستطيل أدناه.

E . أوجد تسارع الجسيم عندما تنعدم السرعة

$$a(2) = 2(2) - 6 = -2$$

$$a(4) = 2(4) - 6 = 2$$



25

تسير سيارة في طريق مستقيم، ويمكن تحديد موقعها بالنسبة لنقطة الأصل، بالأقدام، في أي زمن،

بالتواني، باستعمال الدالة الزمنية $s(t) = t^3 - 3t^2 - 24t + 10$

A. أوجد سرعة السيارة في أي زمن t وضح خطوات الحل في المستطيل أدناه.

$$s'(t) = 3t^2 - 6t - 24$$

B. أوجد تسارع السيارة في أي زمن t وضح خطوات الحل في المستطيل أدناه.

$$s''(t) = 6t - 6$$

C. حدد متى تسير السيارة للأمام؟ ومتى تسير للخلف؟ وضح خطوات الحل في المستطيل أدناه.

$$\begin{aligned} s' &= 0 \\ 3t^2 - 6t - 24 &= 0 \\ t &= 4 \\ t &= -2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \text{تسير للخلف} \quad]0, 4[\\ & \text{تسير للأمام} \quad]4, \infty[\end{aligned}$$

D. حدد متى تزيد السيارة سرعتها؟ ومتى تخفف من سرعتها؟ وضح خطوات الحل في المستطيل أدناه.

$$\begin{aligned} s'' &= 0 \\ 6t - 6 &= 0 \Rightarrow t = 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \text{تزيد السرعة} \quad]0, 1[\cup]4, \infty[\\ & \text{تخفف السرعة} \quad]1, 4[\end{aligned}$$

E. أوجد السرعة الابتدائية للسيارة وضح خطوات الحل في المستطيل أدناه.

$$\begin{aligned} s'(0) &= 3(0)^2 - 6(0) - 24 \\ &= -24 \end{aligned}$$





• أولاً الأسئلة الموضوعية: قم بتحديد إجابتك بوضع علامة × داخل المربع المجاور للإجابة الصحيحة

1 إذا كانت $y = u \cdot v$.

وكانت $u(1) = 4$, $u'(1) = 3$, $v(1) = 1$, $v'(1) = 2$

ما قيمة $y'(1)$ ؟

- ☐ A 6
☐ B 8
☒ C 11
☐ D 14

2 إذا كان $y = x^3 \cdot g(x)$, أي مما يلي يعبر عن y' ؟

- ☐ A $3x^2 \cdot g'(x)$
☐ B $3x^2 \cdot g(x) - x^3 \cdot g'(x)$
☒ C $3x^2 \cdot g(x) + x^3 \cdot g'(x)$
☐ D $\frac{3x^2 \cdot g(x) - x^3 \cdot g'(x)}{[g(x)]^2}$



3 ما المشتقة الأولى للدالة $f(x) = \frac{1}{x+3}$ ؟

☒ A $\frac{-1}{(x+3)^2}$

☐ B $\frac{1}{(x+3)^2}$

☐ C $\frac{-1}{x+3}$

☐ D $\frac{1}{x+3}$

4 إذا كانت $y = 6 \cdot \cos x$ ، وكانت $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(\frac{\pi}{2}+h) - f(\frac{\pi}{2})}{h} = 2k$ ، ما قيمة k ؟

☒ A -3

☐ B -2

☐ C 2

☐ D 3

5 يتحرك جسم وفق الدالة كانت الدالة $s(t) = 2 + \sin(t)$.

في أي من الأزمنة التالية تنعدم سرعة الجسم ؟

☐ A $t = 0$

☐ B $t = \frac{\pi}{4}$

☐ C $t = \frac{\pi}{2}$

☒ D $t = \pi$



6 أي مما يلي يمثل معادلة المستقيم العمودي لمنحنى الدالة أدناه عند $x = \pi$ ؟

$$y = \sin x + \cos x$$

☐ A $y = -x + \pi - 1$

☒ B $y = x - \pi - 1$

☐ C $y = x - \pi + 1$

☐ D $y = x + \pi + 1$

7 إذا كانت الدالة $y = (x^{-1} + 2)e^{-2x}$ أي مما يلي يعبر عن $\frac{dy}{dx}$ ؟

☐ A $\frac{dy}{dx} = e^{-2x} \left(\frac{4x^2 + 2x + 1}{x^2} \right)$

☒ B $\frac{dy}{dx} = -e^{-2x} \left(\frac{4x^2 + 2x + 1}{x^2} \right)$

☐ C $\frac{dy}{dx} = e^{-2x} \left(\frac{4x^2 - 2x - 1}{x^2} \right)$

☐ D $\frac{dy}{dx} = -e^{-2x} \left(\frac{4x^2 - 2x - 1}{x^2} \right)$

8 إذا كانت الدالة $y = 7 \sin \pi - 5 \cos(3\theta)$ أي مما يلي يعبر عن $\frac{dy}{d\theta}$ ؟

☐ A $5 \sin(3\theta)$

☒ B $15 \sin(3\theta)$

☐ C $-15 \sin(3\theta)$

☐ D $7 \cos \pi - 5 \sin(3\theta)$



9 إذا كانت $f(x) = \tan 3x + e^{x^2}$ ، أي مما يلي يعبر عن $f'(x)$ ؟

- ☐ A $\sec^2 3x + e^{x^2}$
- ☒ B $3 \sec^2 3x + 2xe^{x^2}$
- ☐ C $3\sec^2 3x + e^{x^2}$
- ☐ D $\sec^2 3x + 2xe^{x^2}$

10 إذا كانت $f(x) = \frac{e^x}{1+x^2}$ ، أي مما يلي يعبر عن $f'(0)$ ؟

- ☐ A -1
- ☒ B 1
- ☐ C e
- ☐ D $e + 1$

11 أي مما يلي يعبر عن دالة ميل المماس للدالة $f(x) = x^2 \ln x$ ؟

- ☐ A $2x$
- ☐ B $2x \cdot \ln x$
- ☐ C $2 + x^2 \ln x$
- ☒ D $x + 2x \ln x$



12 إذا كان $y = 2 \ln x + e^{3x}$ ، أي مما يلي يعبر عن $\frac{dy}{dx}$ ؟

- ☐ A $\frac{dy}{dx} = \frac{2}{x} + e^{3x}$
- ☒ B $\frac{dy}{dx} = \frac{2}{x} + 3e^{3x}$
- ☐ C $\frac{dy}{dx} = \frac{1}{x} + 3e^{3x}$
- ☐ D $\frac{dy}{dx} = \frac{1}{x} + e^{3x}$

13 إذا كان $f(x) = \sin(3x^2 + 1)$ ، فأوجد $f'(x)$

- ☐ A $f'(x) = \cos 6x$
- ☐ B $f'(x) = -\cos 6x$
- ☒ C $f'(x) = 6x \cos(3x^2 + 1)$
- ☐ D $f'(x) = -6x \cos(3x^2 + 1)$

14 إذا كان $f(x) = e^{\frac{1}{x}}$ ، أي مما يلي يعبر عن $f'(x)$ ؟

- ☐ A $f'(x) = e^{\frac{1}{x}}$
- ☐ B $f'(x) = -x^2 e^{\frac{1}{x}}$
- ☐ C $f'(x) = e^{\frac{-1}{x^2}}$
- ☒ D $f'(x) = \frac{-1}{x^2} e^{\frac{1}{x}}$



15 ما ميل المماس لمنحنى الدالة $y = \frac{\tan x}{2+x}$ عند $x = 0$ ؟

☐ A 0

☒ B $\frac{1}{2}$

☐ C 1

☐ D 2

16 أي مما يلي يعبر عن مشتقة الدالة $f(x) = \sqrt{5-x}$ ؟

☐ A $f'(x) = \frac{1}{\sqrt{5-x}}$

☐ B $f'(x) = \frac{-1}{\sqrt{5-x}}$

☐ C $f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{5-x}}$

☐ D $f'(x) = \frac{-1}{2\sqrt{5-x}}$

17 إذا كانت $f(x) = \ln(4x-1)^{\frac{1}{2}}$ ، أي مما يلي يعبر عن $\frac{df}{dx}$ ؟

☒ A $\frac{2}{4x-1}$

☐ B $\frac{-4}{4x-1}$

☐ C $\frac{-1}{(4x-1)^{\frac{1}{2}}}$

☐ D $\frac{1}{(4x-1)^{\frac{1}{2}}}$



• ثانياً الأسئلة المقالية: أجب عن الآتي موضحاً خطوات الحل:

18

إذا كانت $y = (x^3 + 2)^7$ ، أوجد $\frac{dy}{dx}$.

وضّح خطوات الحل في المستطيل أدناه.

$$\begin{aligned} y' &= 7(x^3 + 2)^6 \cdot 3x^2 \\ &= 21x^2 (x^3 + 2)^6 \end{aligned}$$

19

أوجد ميل المماس للدالة $f(x) = (x^2 - 3)^5$ ، عند $x = 1$

وضّح خطوات الحل في المستطيل أدناه.

$$\begin{aligned} f'(x) &= 5(x^2 - 3)^4 \cdot 2x \\ &= 10x(x^2 - 3)^4 \\ f'(1) &= 160 \end{aligned}$$



20

إذا كانت $f(x)$ دالة قابلة للاشتقاق، وكانت $f'(8) = -5$.أوجد $\frac{d}{dx} [f(x^3)]$ عند $x = 2$.

وضّح خطوات الحل في المستطيل أدناه.

$$f'(x^3) \cdot 3x^2$$

$$\begin{aligned} f'(2^3) \cdot 3(2)^2 &= f'(8) \cdot 12 \\ &= -5(12) \\ &= -60 \end{aligned}$$

21

أوجد $\frac{d}{dx} [e^{\sqrt{x}} - \cot(3x) + \ln(\sin x)]$

وضّح خطوات الحل في المستطيل أدناه.

$$\begin{aligned} e^{\sqrt{x}} \cdot \frac{1}{2\sqrt{x}} + \csc^2(3x) \cdot 3 + \frac{\cos x}{\sin x} \\ = \frac{e^{\sqrt{x}}}{2\sqrt{x}} + 3 \csc^2(3x) + \cot x \end{aligned}$$



22

أوجد مشتقة الدالة $f(x) = \frac{\sin 2x}{\ln x}$

وضّح خطوات الحل في المستطيل أدناه.

$$\begin{aligned} f'(x) &= \frac{2 \cos 2x \cdot \ln x - \sin 2x \cdot \frac{1}{x}}{(\ln x)^2} \\ &= \frac{2x \cos 2x \cdot \ln x - \sin 2x}{x (\ln x)^2} \end{aligned}$$

23

أوجد مشتقة الدالة $f(x) = 5 \sin^3(2x - 1)$

وضّح خطوات الحل في المستطيل أدناه.

$$\begin{aligned} f'(x) &= 15 \sin^2(2x-1) \cdot \cos(2x-1) \cdot 2 \\ &= 30 \cos(2x-1) \cdot \sin^2(2x-1) \end{aligned}$$



24

أوجد مشتقة الدالة $f(x) = \ln(x^4 \sin^2 x)$

وضّح خطوات الحل في المستطيل أدناه.

$$f(x) = \ln x^4 + \ln(\sin^2 x)$$

$$f'(x) = \frac{4x^3}{x^4} + \frac{2 \sin x \cdot \cos x}{\sin^2 x}$$

$$= \frac{4}{x} + \frac{2 \cos x}{\sin x} = \frac{4}{x} + 2 \cot x$$

25

أوجد مشتقة الدالة $f(x) = \sqrt{1 + \cos 3x}$

وضّح خطوات الحل في المستطيل أدناه.

$$f'(x) = \frac{-3 \sin 3x}{2\sqrt{1 + \cos 3x}}$$



26

أوجد مشتقة الدالة $f(x) = \frac{e^{2x}}{\cos x}$

وضّح خطوات الحل في المستطيل أدناه.

$$\begin{aligned} f'(x) &= \frac{2e^{2x} \cdot \cos x - e^{2x} \cdot (-\sin x)}{\cos^2 x} \\ &= \frac{e^{2x} (2\cos x + \sin x)}{\cos^2 x} \end{aligned}$$

27

أوجد مشتقة الدالة $f(x) = \sqrt{1 + \cos 3x}$

وضّح خطوات الحل في المستطيل أدناه.

$$f'(x) = \frac{-3\sin 3x}{2\sqrt{1 + \cos 3x}}$$



28

أوجد معادلة المماس لمنحنى الدالة $y = \sin x - \cos x$ عند $x = \frac{\pi}{4}$.

وضّح خطوات الحل في المستطيل أدناه.

$$y' = \cos x + \sin x$$

$$m = \cos \frac{\pi}{4} + \sin \frac{\pi}{4} \\ = \sqrt{2}$$

$$y_1 = \sin \frac{\pi}{4} - \cos \frac{\pi}{4} = 0$$

$$y - 0 = \sqrt{2} \left(x - \frac{\pi}{4} \right)$$

$$y = \sqrt{2}x - \frac{\sqrt{2} \cdot \pi}{4}$$

29

أوجد مشتقة الدالة $f(x) = \left(\frac{3x+4}{2x-3} \right)^2$

وضّح خطوات الحل في المستطيل أدناه.

$$f'(x) = 2 \left(\frac{3x+4}{2x-3} \right) \cdot \frac{3(2x-3) - (3x+4) \cdot 2}{(2x-3)^2}$$

$$= \frac{6x+8}{2x-3} \cdot \frac{6x-9-6x-8}{(2x-3)^2} = \frac{6x+8}{2x-3} \cdot \frac{-17}{(2x-3)^2}$$

$$= \frac{-102x-136}{(2x-3)^3}$$



30

إذا علمت أن $g(1) = -3$, $f(1) = 5$, $g'(1) = 2$, $f'(-3) = 2$

أوجد $(fog)'(1)$

وضّح خطوات الحل في المستطيل أدناه.

$$\begin{aligned} & f'(g(1)) \cdot g'(1) \\ &= f'(-3) \cdot 2 \\ &= 2 \cdot 2 = 4 \end{aligned}$$

31

إذا علمت أن $g(x) = 5x$, $f(x) = \frac{1}{1-x^2}$ أوجد $(fog)'(x)$ عند $x = 0$

وضّح خطوات الحل في المستطيل أدناه.

$$\begin{aligned} f'(x) &= \frac{-1(-2x)}{(1-x^2)^2} = \frac{2x}{(1-x^2)^2} & (fog)'(x) &= \frac{10x}{(1-25x^2)^2} \cdot 5 \\ g'(x) &= 5 & &= \frac{50x}{(1-25x^2)^2} \\ f'(g(x)) &= \frac{2(5x)}{(1-(5x)^2)^2} = \frac{10x}{(1-25x^2)^2} & (fog)'(0) &= 0 \end{aligned}$$



32

إذا كانت $f(x) = \tan x$, $g(x) = 3x$. أوجد $(f \circ g)'(x)$

وضّح خطوات الحل في المستطيل أدناه.

$$g'(x) = 3$$

$$f'(x) = \sec^2 x$$

$$f'(g(x)) = \sec^2(3x)$$

$$\begin{aligned} (f \circ g)'(x) &= f'(g(x)) \cdot g'(x) \\ &= \sec^2(3x) \cdot 3 \end{aligned}$$

33

أوجد قيمة $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{\ln(x+h) - \ln x}{3h}$ عند $x = \frac{1}{3}$

وضّح خطوات الحل في المستطيل أدناه.

$$f(x) = \ln x \Rightarrow f'(x) = \frac{1}{x}$$

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{\ln(x+h) - \ln x}{3h} = \frac{1}{3x}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{3\left(\frac{1}{3}\right)} = 1 \Leftarrow \boxed{x = \frac{1}{3}}$$



34

يُبين الجدول أدناه قيم كل من الدالتين f , g ومشتقتيهما عند $x = -2$ و $x = 1$.

x	$f(x)$	$g(x)$	$f'(x)$	$g'(x)$
-2	4	-6	-4	12
1	-2	5	2	3

أوجد قيمة المشتقة لكل مما يلي عند قيمة x المعطاة.

وضّح خطوات الحل في المستطيل أدناه.

A. $3x \cdot f(x)$ عند $x = -2$

$$3 \cdot f(x) + 3x \cdot f'(x)$$

$$3 f(-2) - 6 f'(-2) = 3(4) - 6(-4) = 36$$

وضّح خطوات الحل في المستطيل أدناه.

B. $g(f(x))$ عند $x = 1$

$$g'(f(x)) \cdot f'(x)$$

$$g'(f(1)) \cdot f'(1) = g'(-2) \cdot 2 = 12(2) = 24$$



35

يبين الجدول أدناه قيم كل من الدالتين f , g ومشتقتيهما عند $x = -2$ و $x = 1$.

x	$f(x)$	$g(x)$	$f'(x)$	$g'(x)$
-2	4	-6	-4	12
1	-2	5	2	3

أوجد قيمة المشتقة لكل مما يلي عند قيمة x المعطاة.

A . عند $x = 1$ $\frac{f(x)+5}{g(x)}$ وضّح خطوات الحل في المستطيل أدناه.

$$\frac{f'(x) \cdot g(x) - (f(x)+5) \cdot g'(x)}{(g(x))^2} = \frac{2(5) - (-2+5) \cdot (3)}{(5)^2} = \frac{1}{25}$$

B . عند $x = 1$ $\sqrt{g(x)}$ وضّح خطوات الحل في المستطيل أدناه.

$$\frac{g'(x)}{2\sqrt{g(x)}} \Rightarrow \frac{3}{2\sqrt{5}}$$



36

إذا كانت $g(x) = 3x - 6$, $f(x) = x^3 + 1$

وضّح خطوات الحل في المستطيل أدناه.

A . أوجد $(f \circ g)'(x)$

$$g'(x) = 3$$

$$(f \circ g)'(x) = 3(3x-6)^2 \cdot 3$$

$$f'(x) = 3x^2$$

$$= 9(3x-6)^2$$

$$f'(g(x)) = 3(3x-6)^2$$

وضّح خطوات الحل في المستطيل أدناه.

B . أوجد $(f \circ g)'(3)$

$$(f \circ g)'(3) = 81$$



37

إذا كان $y = 5u^2$, $u = 2x^2 - 3$. أوجد $\frac{dy}{dx}$

وضّح خطوات الحل في المستطيل أدناه.

$$\frac{dy}{du} = 10u$$

$$\frac{du}{dx} = 4x$$

$$\begin{aligned}\frac{dy}{dx} &= 10u \cdot 4x \\ &= 40x(2x^2 - 3) \\ &= 80x^3 - 120x\end{aligned}$$

38

إذا كان $y = \sqrt{u}$, $u = x^2 + 1$ ، أوجد $\frac{dy}{dx}$

وضّح خطوات الحل في المستطيل أدناه.

$$\frac{dy}{du} = \frac{1}{2\sqrt{u}}$$

$$\frac{du}{dx} = 2x$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{1}{2\sqrt{u}} \cdot 2x$$

$$= \frac{2x}{2\sqrt{x^2+1}} = \frac{x}{\sqrt{x^2+1}}$$



39

إذا كانت $y = \ln u$, $u = \sqrt{x-1}$. أوجد $\frac{dy}{dx}$

وضّح خطوات الحل في المستطيل أدناه.

$$\begin{array}{l} \frac{dy}{du} = \frac{1}{u} \\ \frac{du}{dx} = \frac{1}{2\sqrt{x-1}} \end{array} \quad \left| \quad \begin{array}{l} \frac{dy}{dx} = \frac{1}{u} \cdot \frac{1}{2\sqrt{x-1}} \\ = \frac{1}{\sqrt{x-1}} \cdot \frac{1}{2\sqrt{x-1}} = \frac{1}{2(x-1)} \\ = \frac{1}{2x-2} \end{array} \right.$$

40

إذا كانت $y = u^2 - u$, $u = \sin 3x$. أوجد $\frac{dy}{dx}$

وضّح خطوات الحل في المستطيل أدناه.

$$\begin{array}{l} \frac{dy}{du} = 2u - 1 \\ \frac{du}{dx} = 3\cos(3x) \end{array} \quad \begin{array}{l} \frac{dy}{dx} = (2u - 1) \cdot 3\cos(3x) \\ = (2\sin(3x) - 1) \cdot 3\cos(3x) \\ = 6\sin(3x)\cos(3x) - 3\cos(3x) \end{array}$$





• أولاً الأسئلة الموضوعية: قم بتحديد إجابتك بوضع علامة × داخل المربع المجاور للإجابة الصحيحة

1 إذا كان $y = 2x^4 - 5x^3 + 4x + 1$ ، أي مما يلي يعبر عن $\frac{d^2y}{dx^2}$ عند النقطة $(2, 1)$ ؟

☐ A -36

☐ B -8

☒ C 36

☐ D 54

2 إذا كانت الدالة $f(x) = k - 2kx^3 + k^2x^4$ ، وكانت $f'''(0) = 24$ ، ما قيمة k ؟

☐ A -3

☒ B -2

☐ C 1

☐ D 2

3 إذا كانت الدالة $f(x) = \sin(2x)$ ، أي مما يلي يعبر عن $f'''(\frac{\pi}{6})$ ؟

☐ A $-4\sqrt{3}$

☒ B -4

☐ C 4

☐ D $4\sqrt{3}$



4 أي مما يلي يعبر عن المشتقة الثانية للدالة $y = x - \frac{1}{x^2}$ ؟

☐ A $1 + \frac{1}{x^3}$

☐ B $1 - \frac{1}{x^3}$

☐ C $-\frac{3}{x^3}$

☒ D $-\frac{6}{x^4}$

5 إذا كانت الدالة $y^2 = 4 + 5x^2$. أي مما يلي يعبر عن $\frac{dy}{dx}$ ؟

☐ A $\frac{dy}{dx} = 5x$

☐ B $\frac{dy}{dx} = 10x$

☒ C $\frac{dy}{dx} = \frac{5x}{y}$

☐ D $\frac{dy}{dx} = \frac{2+5x}{y}$

6 إذا كانت $y = x \cdot \sin x$ ، أي مما يلي يعبر عن y'' ؟

☐ A $x \sin x$

☐ B $-x \sin x$

☐ C $-\cos x + \sin x$

☒ D $-x \sin x + 2 \cos x$



7 ما مجال المشتقة $\frac{dy}{dx}$ لمنحنى العلاقة $y^2 = x^3 - y$ ؟

- ☐ A معرفة عند كل النقاط في مجال الدالة
- ☐ B معرفة عند كل النقاط في مجال الدالة ما عدا عندما $x = \frac{-1}{2}$
- ☐ C معرفة عند كل النقاط في مجال الدالة ما عدا عندما $y = \frac{1}{2}$
- ☒ D معرفة عند كل النقاط في مجال الدالة ما عدا عندما $y = \frac{-1}{2}$

8 إذا كان جسم يتحرك في المستوى الاحداثي وفق المعادلة $x^2 - \frac{y^2}{2} = 1$.

أي مما يلي تمثل معادلة المماس لمسار هذا الجسم عند النقطة $(3, 4)$ ؟

- ☐ A $y = \frac{3}{2}x - 1$
- ☐ B $y = \frac{3}{2}x - 2$
- ☒ C $y = \frac{3}{2}x - \frac{1}{2}$
- ☐ D $y = \frac{3}{2}x + \frac{1}{2}$

9 أي مما يلي يعبر عن المشتقة الثانية للدالة $f(x) = x^2 \ln(x)$ ؟

- ☒ A $f''(x) = 2 \ln x + 3$
- ☐ B $f''(x) = 2 \ln x + 1$
- ☐ C $f''(x) = 2 \ln x - 1$
- ☐ D $f''(x) = 2 \ln x$



• ثانياً الأسئلة المقالية: أجب عن الآتي موضحاً خطوات الحل:

10

أوجد ميل المماس للمنحنى: $(2 - x)y^2 = 3x^2$ عند النقطة $(-1, 1)$

وضّح خطوات الحل في المستطيل أدناه.

$$\begin{aligned} -1 \cdot y^2 + (2-x) \cdot 2y \cdot y' &= 6x \\ -y^2 + 4yy' - 2xyy' &= 6x \\ 4yy' - 2xyy' &= 6x + y^2 \\ y' &= \frac{6x + y^2}{4y - 2xy} \end{aligned} \quad \left| \begin{array}{l} y' \\ (-1, 1) \end{array} \right. = \frac{-5}{6}$$

11

حدد مجال المشتقة $\frac{dy}{dx}$ لمنحنى العلاقة $y^2 = x^3 - y$

وضّح خطوات الحل في المستطيل أدناه.

$$\begin{aligned} 2y \cdot y' &= 3x^2 - y' \\ 2y \cdot y' + y' &= 3x^2 \\ y' &= \frac{3x^2}{2y + 1} \end{aligned} \quad \left| \begin{array}{l} 2y + 1 \neq 0 \\ y \neq -\frac{1}{2} \\ y = \frac{1}{2} : \text{جميع النقاط عدا} \end{array} \right.$$



12

أوجد $\frac{dy}{dx}$ للدالة $x^2 + xy - y^2 = 1$.

وضّح خطوات الحل في المستطيل أدناه.

$$2x + 1 \cdot y + xy' - 2yy' = 0$$

$$xy' - 2yy' = -2x - y$$

$$y' = \frac{-2x - y}{x - 2y}$$

13

أوجد معادلة المماس للدائرة كانت $x^2 + y^2 = 1$ عند النقطة $(1, 4)$.

وضّح خطوات الحل في المستطيل أدناه.

$$2x + 2yy' = 0$$

$$2y \cdot y' = -2x$$

$$y' = \frac{-2x}{2y} = -\frac{x}{y}$$

$$m = -\frac{1}{4}$$

$$y - 4 = -\frac{1}{4}(x - 1)$$

$$y = -\frac{1}{4}x + \frac{1}{4} + 4$$

$$y = -\frac{1}{4}x + \frac{17}{4}$$



14

إذا علمت أن $f(x) = 3x^3 - kx^2 + 1$ ، وكانت $f''(2) = 0$ ، ما قيمة k ؟

وضّح خطوات الحل في المستطيل أدناه.

$$\begin{array}{l|l} f'(x) = 9x^2 - 2kx & 18(2) - 2k = 0 \\ f''(x) = 18x - 2k & 36 - 2k = 0 \\ & \boxed{k = 18} \end{array}$$

15

إذا كان $f(2) = 10$ ، $f'(x) = x^2 \cdot f(x)$ لكل x ، ما قيمة $f''(2)$ ؟

وضّح خطوات الحل في المستطيل أدناه.

$$\begin{array}{l|l} f''(x) = 2x \cdot f'(x) + x^2 \cdot f''(x) & f'(2) = 2^2 \cdot f(2) \\ f''(2) = 2(2) \cdot f(2) + 2^2 \cdot f''(2) & = 4(10) \\ & = 40 \\ & = 4(10) + 4(40) \\ & = 200 \end{array}$$



16

أوجد المشتقة الثانية y'' للدالة $y^2 = x^2 + 2x$

وضّح خطوات الحل في المستطيل أدناه.

$$\begin{aligned} 2yy' &= 2x+2 \\ y' &= \frac{2x+2}{2y} \\ y' &= \frac{x+1}{y} \end{aligned} \quad \left| \quad \begin{aligned} y' &= \frac{1 \cdot y + (x+1) \cdot y'}{y^2} \\ &= \frac{y + (x+1) \cdot \frac{(x+1)}{y}}{y^2} \cdot y \\ &= \frac{y^2 + (x+1)^2}{y^3} \cdot y \end{aligned}$$

17

أوجد $\frac{dy}{dx}$ للدالة $x + \sin y = xy$

وضّح خطوات الحل في المستطيل أدناه.

$$\begin{aligned} 1 + \cos y \cdot y' &= 1y + xy' \\ \cos y \cdot y' - xy' &= y - 1 \\ y' &= \frac{y-1}{\cos y - x} \end{aligned}$$



18

تسير سيارة في طريق مستقيم ويمكن تحديد موقعها بالنسبة لنقطة الأصل، بالأقدام، في أي زمن،
بالتواني، وفق الدالة الزمنية التالية: $s(t) = t^3 - 2t^2 - 15t + 1$.

A. حدد متى تسير السيارة إلى الخلف ومتى تسير إلى الأمام.

وضّح خطوات الحل في المستطيل أدناه.

$$v(t) = 3t^2 - 4t - 15$$

$$3t^2 - 4t - 15 = 0$$

حسباً $t = -15$

$t = 3$

الخط $]0, 3[$

الأمام $]3, \infty[$

B. أوجد تسارع السيارة عندما تكون سرعتها صفر.

وضّح خطوات الحل في المستطيل أدناه.

$$3t^2 - 4t - 15 = 0$$

$t = -15$ X

$t = 3$ ✓

$$a(t) = 6t - 4$$

$$a(3) = 6(3) - 4$$

$$= 14$$