

ملخص وتجميع وشرح بخط اليد للوحدة الرابعة: تدفق الموائع



تم تحميل هذا الملف من موقع المناهج القطرية

موقع المناهج ⇨ المناهج القطرية ⇨ الصف الثاني عشر العلمي ⇨ فيزياء ⇨ الفصل الثاني ⇨ ملخصات وتقارير ⇨ الملف

تاريخ إضافة الملف على موقع المناهج: 14:33:10 2026-10-17

ملفات اكتب للمعلم اكتب للطالب | اختبارات الكترونية | اختبارات | حلول | عروض بوربوينت | أوراق عمل
منهج انجليزي | ملخصات وتقارير | مذكرات وبنوك | الامتحان النهائي | للمدرس

المزيد من مادة
فيزياء:

التواصل الاجتماعي بحسب الصف الثاني عشر العلمي



صفحة المناهج
القطرية على
فيسبوك

الرياضيات

اللغة الانجليزية

اللغة العربية

التربية الاسلامية

المواد على تلغرام

المزيد من الملفات بحسب الصف الثاني عشر العلمي والمادة فيزياء في الفصل الثاني

حلول أسئلة إثرائية في الحركية والاتزان والأحماس والقواعد والثرموديناميكا

1

حلول أسئلة إثرائية وواجبات

2

تدريبات إثرائية وواجبات غير محلول

3

الخطة الفصلية المعدلة للفصل الثاني اخر تحديث 9 أبريل

4

سلسلة الممتاز: كراسة أسئلة وأمثلة

5

تحميل تطبيق المناهج للهواتف الذكية

تطبيق المناهج على Play Google (أندرويد)

تطبيق المناهج على Store App (آبل)

أسئلة الوحدة الرابعة

التكامل

الفصل الدراسي الثاني
2025 – 2024

رياضيات علمي و تكنولوجي

M.R. Ayman

التكامل غير المحدود

الأسئلة الموضوعية

أجب عن الأسئلة من 1 إلى 29 ، بوضع إشارة x في مربع الإجابة الصحيحة :

أوجد دالة أصلية للدالة التالية : $f(x) = 6x^2$

1

- ☐ $F(x) = 12x$
☐ $F(x) = x^3$
☐ $F(x) = 2x^3$
☐ $F(x) = 6x^3$

أي المقادير الجبرية التالية تمثل التكامل غير المحدود التالي ؟

$$\int \pi dx$$

2

- ☐ C
☐ $\pi + C$
☐ $x + C$
☐ $\pi x + C$

أوجد التكامل غير المحدود

3

$$\int dx$$

- ☐ C
☐ x
☐ $x + C$
☐ $2x + C$

أي المقادير الجبرية التالية تمثل التكامل غير المحدود التالي ؟

$$\int 12x dx$$

4

- ☐ $12x^2 + C$
☐ $6x^2 + C$
☐ $6x + C$
☐ $12 + C$

أوجد التكامل غير المحدود

5

$$\int (3x^2 + 4x + 1) dx$$

- ☐ $6x + 4 + C$
☐ $x^3 + 2x^2 + x + C$
☐ $x^3 + 4x^2 + x + C$
☐ $3x^3 + 4x^2 + x + C$

$$\int (6x - 3) dx$$

- ☐ $3x^2 - 3x + C$
- ☐ $x^2 - 3x + C$
- ☐ $6x^2 - 3x + C$
- ☐ $6 + C$

$$\int (4z^3 + \sqrt{3}) dz$$

- ☐ $z^4 - \sqrt{3} z + C$
- ☐ $z^4 + \sqrt{3} z + C$
- ☐ $z^3 - \sqrt{3} z + C$
- ☐ $8z^2 - \sqrt{3} z + C$

$$\int \left(\frac{1}{5} x^3 - 2x + 7 \right) dx$$

- ☐ $\frac{3}{5} x^2 - 4$
- ☐ $\frac{1}{15} x^4 - 2x^2 + 7x + C$
- ☐ $\frac{1}{20} x^4 - x^2 + 7x + C$
- ☐ $\frac{1}{20} x^4 - 2x^2 + 7x + C$

$$\int 2t(t + 3) dt$$

- ☐ $2t^2 + 6t + C$
- ☐ $\frac{2}{3} t^3 - 3t^2 + C$
- ☐ $\frac{2}{3} t^3 + 3t^2 + C$
- ☐ $t^2 \left(\frac{1}{2} t^2 + 3t \right) + C$

$$\int \frac{2}{3} x^2 dx$$

- ☐ $2x^3 + C$
- ☐ $\frac{2}{9} x^3 + C$
- ☐ $\frac{1}{3} x^3 + C$
- ☐ $\frac{1}{2} x^3 + C$

$$\int \frac{x^2 - 4}{x - 2} dx$$

- ☐ $x + 2$
- ☐ $x + 2 + C$
- ☐ $\frac{1}{2} x^2 + 2x$
- ☐ $\frac{1}{2} x^2 + 2x + C$

إذا كان $y' = 4x^3 - 2x$ فأَي مما يلي يساوي $\int y' dx$ ؟

- ☐ $y = x^4 - 2x^2$
- ☐ $y = x^4 - x^2 + 5$
- ☐ $y = x^4 - 2x^2 + C$
- ☐ $y = 3x^4 - 2x^2 + C$

$$\int (3x + 1)^2 dx$$

- ☐ $9x^2 + 6x + C$
- ☐ $3x^3 + 3x^2 + x$
- ☐ $2x^3 + 3x^2 + x + C$
- ☐ $3x^3 + 3x^2 + x + C$

أوجد التكامل غير المحدود

14

$$\int \frac{1}{t^2} dt$$

☐ $\frac{-1}{t} + C$

☐ $\frac{1}{t} + C$

☐ $\frac{1}{t^2} + C$

☐ $\frac{-1}{t^2} + C$

أوجد التكامل غير المحدود

15

$$\int \frac{8}{z^3} dz$$

☐ $\frac{4}{z^4} + C$

☐ $\frac{-4}{z^4} + C$

☐ $\frac{-4}{z^2} + C$

☐ $\frac{-8}{z^2} + C$

أوجد التكامل غير المحدود

16

$$\int \left(\frac{1}{2x^4} \right) dx$$

☐ $\frac{1}{6x^3} + C$

☐ $\frac{1}{10x^5} + C$

☐ $-\frac{1}{6x^3} + C$

☐ $-\frac{1}{10x^5} + C$

أوجد التكامل غير المحدود

17

$$\int \left(x^2 + \frac{1}{x^2} \right) dx$$

☐ $\frac{x^3}{3} - \frac{1}{x} + C$

☐ $\frac{x^3}{3} + \frac{1}{3x^3} + C$

☐ $\frac{x^3}{3} - \frac{1}{3x^3} + C$

☐ $2x + \frac{1}{3x^3} + C$

$$\int \sqrt{t} \, dt$$

- ☐ $\frac{2}{3} t\sqrt{t} + C$
- ☐ $\frac{3}{2} t\sqrt{t} + C$
- ☐ $\frac{2}{3} \sqrt{t} + C$
- ☐ $\frac{3}{2} \sqrt{t} + C$

$$\int (3\sqrt{x} + 1) \, dx$$

- ☐ $\frac{2}{3} x^{\frac{3}{2}} + 1 + C$
- ☐ $2x^{\frac{3}{2}} + x + C$
- ☐ $2\sqrt{x} + x + C$
- ☐ $\frac{3}{2} \sqrt{x} + x + C$

$$\int (5\sqrt{z} + \sqrt{2}) \, dz$$

- ☐ $\frac{2}{3} z^{\frac{3}{2}} + \sqrt{2} z + C$
- ☐ $\frac{3}{10} z^{\frac{3}{2}} + \sqrt{2} z + C$
- ☐ $\frac{10}{3} z^{\frac{3}{2}} + \sqrt{2} z + C$
- ☐ $\frac{10}{3} z^{\frac{3}{2}} + \sqrt{2} z + C$

$$\int (x + \sqrt{x}) \, dx$$

- ☐ $\frac{1}{2} x^2 + \frac{1}{2} x^{\frac{1}{2}} + C$
- ☐ $\frac{1}{2} x^2 + \frac{3}{2} x^{\frac{3}{2}} + C$
- ☐ $\frac{1}{2} x^2 + \frac{2}{3} x^{\frac{3}{2}} + C$
- ☐ $2x^2 + \frac{3}{2} x^{\frac{3}{2}} + C$

أوجد التكامل غير المحدود

22

$$\int (4\sqrt{v} + 5v^{\frac{3}{2}}) dv$$

☐ $\frac{8}{3}v^{\frac{3}{2}} - 2v^{\frac{5}{2}} + C$

☐ $\frac{8}{3}v^{\frac{3}{2}} + 2v^{\frac{5}{2}} + C$

☐ $\frac{3}{8}v^{\frac{3}{2}} + 2v^{\frac{5}{2}} + C$

☐ $\frac{3}{8}v^{\frac{3}{2}} + v^{\frac{5}{2}} + C$

أوجد التكامل غير المحدود

23

$$\int \sqrt[3]{x^2} dx$$

☐ $\frac{3}{5}x^2 \sqrt[3]{x} + C$

☐ $\frac{3}{5}x \sqrt[3]{x^2} + C$

☐ $\frac{5}{3}x^2 \sqrt[3]{x} + C$

☐ $\frac{5}{3}x \sqrt[3]{x^2} + C$

أوجد التكامل غير المحدود

24

$$\int x \sqrt{x} dx$$

☐ $\frac{2}{5}x^{\frac{5}{2}} + C$

☐ $\frac{2}{5}x^{\frac{2}{5}} + C$

☐ $\frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}} + C$

☐ $\frac{1}{2}x^{\frac{1}{2}} + C$

أوجد التكامل غير المحدود

25

$$\int \frac{1}{\sqrt{x}} dx$$

☐ $\frac{1}{\sqrt{x}} + C$

☐ $\sqrt{x} + C$

☐ $\frac{1}{2}\sqrt{x} + C$

☐ $2\sqrt{x} + C$

$$\int (3x^2 + \frac{1}{2\sqrt{x}}) dx$$

- ☐ $x^3 + \sqrt{x} + C$
- ☐ $x^3 + x + C$
- ☐ $x^3 + 2\sqrt{x} + C$
- ☐ $6x + \sqrt{x} + C$

إذا علمت أن : $f'(x) = 3x^2 + 1$ و منحنى الدالة يمر بالنقطة (5, 1) فأأي مما يلي يمثل قيمة ثابت التكامل ؟

- ☐ $C = 1$
- ☐ $C = 2$
- ☐ $C = 3$
- ☐ $C = 4$

أوجد الدالة F التي ميل مماسها في كل نقطة إحداثيها هو $2x + 1$ و يمر منحناها في النقطة (2, 1)

- ☐ $F(x) = x^2 + x$
- ☐ $F(x) = x^2 + x - 1$
- ☐ $F(x) = x^2 + x + 1$
- ☐ $F(x) = x^2 + x + 2$

تعطي الصيغة التالية الربح الحدي بالريالات لمعرض سيارات من بيع نوع معين من السيارات $P'(x) = x(3x + 2)$ حيث x عدد السيارات المباعة من هذا النوع

إذا علمت أن مقدار ربح المعرض عندما لا يبيع أي سيارة من هذا النوع هو $3000 - QR$ أي مما يلي يمثل دالة الربح ؟

- ☐ $P(x) = 3x^2 + 2x - 3000$
- ☐ $P(x) = x^3 + x^2 + 3000$
- ☐ $P(x) = x^3 + x^2 - 3000$
- ☐ $P(x) = 6x + 2998$

الأسئلة المقالية

أجب عن الأسئلة من 30 إلى 39 ، مع توضيح خطوات الحل

أوجد التكامل غير المحدود

30

$$\int \left(\frac{1}{x^2} + \sqrt{x} \right) dx$$

وضح خطوات الحل

أوجد التكامل غير المحدود

31

$$\int 2x(x^2 + 1) dx$$

وضح خطوات الحل

أوجد التكامل غير المحدود

32

$$\int (x^2 + 1)^2 dx$$

وضح خطوات الحل

$$\int \left(\frac{1}{5x^7} \right) dx$$

وضح خطوات الحل

$$\int \frac{2x^3 - 1}{x^2} dx$$

وضح خطوات الحل

$$\int \frac{x + 3}{\sqrt{x}} dx$$

وضح خطوات الحل

إذا كان منحنى الدالة $f(x)$ يمر بالنقطة $(0, -2)$ و دالة الميل هي $4x^3$
فأوجد معادلة المنحنى $f(x)$

وضح خطوات الحل



أوجد معادلة المنحنى الذي ميل مماسه هو $F'(x) = 3x^{\frac{1}{2}} + 4$ و يمر بالنقطة $(1, -2)$

وضح خطوات الحل



أوجد معادلة المنحنى الذي ميل مماسه هو $g'(x) = x^{\frac{2}{3}}$ و $g(0) = 2$

وضح خطوات الحل

تعطي الصيغة التالية الربح الحدي بالريالات لمحل لبيع الأجبان

$$P'(x) = x(4x^2 + 3x)$$

حيث x كمية الأجبان المباعة بمئات الكيلوجرامات

إذا علمت أن مقدار ربح المحل عندما لا يبيع أي كمية من هذه الأجبان هي $QR - 50$
1- أوجد دالة الربح

وضح خطوات الحل

2- أوجد الربح عند بيع 500 كيلو جرام من الأجبان

الإجابة :

كل إناء يضيق بما جُعِل فيه، إلا وعاء العلم فإنه يتسع.

تکامل الدوال الأسية الطبيعية

الأسئلة الموضوعية

أجب عن الأسئلة من 1 إلى 13 ، بوضع إشارة x في مربع الإجابة الصحيحة :

أوجد التكامل غير المحدود

1

$$\int 2e^x dx$$

- ☐ $e^x + C$
☐ $e^{2x} + C$
☐ $2e^x + C$
☐ $2e^{2x} + C$

أوجد التكامل غير المحدود

2

$$\int 6e^{2x} dx$$

- ☐ $3e^x + C$
☐ $3e^{2x} + C$
☐ $12e^{2x} + C$
☐ $3e^{x^2} + C$

أوجد التكامل غير المحدود

3

$$\int e^{-5t} dt$$

- ☐ $e^{-5t} + C$
☐ $-e^{-5t} + C$
☐ $-5e^{-5t} + C$
☐ $-\frac{1}{5}e^{-5t} + C$

أوجد التكامل غير المحدود

4

$$\int 3e^{\left(\frac{5}{4}\right)t} dt$$

- ☐ $\frac{5}{12}e^{\left(\frac{5}{4}\right)t} + C$
☐ $\frac{12}{5}e^{\left(\frac{5}{4}\right)t} + C$
☐ $\frac{15}{4}e^{\left(\frac{5}{4}\right)t} + C$
☐ $\frac{4}{15}e^{\left(\frac{5}{4}\right)t} + C$

أي الإجابات التالية تساوي $\int (6x^5 + e^{3x}) dx$ ؟

5

☐ $5x^6 + 3e^{3x} + C$

☐ $5x^6 + \frac{1}{3}e^{3x} + C$

☐ $x^6 + \frac{1}{3}e^{3x} + C$

☐ $x^6 - \frac{1}{3}e^{3x} + C$

أوجد التكامل غير المحدود

6

$$\int \frac{e^{2x} - 4}{e^x + 2} dx$$

☐ $e^x - 2 + C$

☐ $e^x + 2 + C$

☐ $e^x + 2x + C$

☐ $e^x - 2x + C$

أوجد التكامل غير المحدود

7

$$\int e^{\frac{1}{3}x} dx$$

☐ $3e^{\frac{1}{3}x} + C$

☐ $\frac{1}{3}e^{\frac{1}{3}x} + C$

☐ $e^{\frac{1}{3}x} + C$

☐ $-3e^{\frac{1}{3}x} + C$

أي الإجابات التالية تساوي $\int \sqrt{e^x} dx$ ؟

8

☐ $\sqrt{e^x} + C$

☐ $2\sqrt{e^x} + C$

☐ $\frac{1}{2}\sqrt{e^x} + C$

☐ $\frac{1}{2\sqrt{e^x}} + C$

أوجد التكامل غير المحدود $\int \frac{2}{e^x} dx$

9

☐ $\frac{2}{e^x} + C$

☐ $\frac{-2}{e^x} + C$

☐ $\frac{2}{e^{-x}} + C$

☐ $\frac{-2}{e^{-x}} + C$

$$\int (e^x + \frac{1}{e^x}) dx$$

☐ $e^x + \frac{1}{e^x} + C$

☐ $e^x - \frac{1}{e^x} + C$

☐ $e^x - e^x + C$

☐ $e^x + e^x + C$

$$\int \frac{e^x - 1}{e^x} dx$$

☐ $x + \frac{1}{e^x} + C$

☐ $x - \frac{1}{e^x} + C$

☐ $x - e^x + C$

☐ $1 + e^x + C$

12 يقاس معدل تكاثر الخلايا السرطانية $N(t)$ خلال الزمن t في شروط معينة باستعمال الصيغة $N'(t) = 100 e^{0.25t}$

أي مما يلي يمثل الصيغة المستخدمة لحساب عدد الخلايا السرطانية بعد t أيام ؟

☐ $N(t) = 40 e^{0.25t} + C$

☐ $N(t) = 50 e^{0.25t} + C$

☐ $N(t) = 200 e^{0.25t} + C$

☐ $N(t) = 400 e^{0.25t} + C$

13 أوجد معادلة المنحنى الذي ميل مماسه هو الدالة $g'(x) = e^x + 2$

و يمر بالنقطة $(0, 2)$

☐ $g(x) = e^x + 2x$

☐ $g(x) = e^x + 2x + 1$

☐ $g(x) = e^x + 2x + 2$

☐ $g(x) = e^x + 2x + 3$

الأسئلة المقالية

أجب عن الأسئلة من 14 إلى 22 ، مع توضيح خطوات الحل

أوجد التكامل غير المحدود

14

$$\int (e^{8u} + 4u) du$$

الإجابة :

أوجد التكامل غير المحدود

15

$$\int (t^2 - 3e^{3t}) dt$$

الإجابة :

أوجد معادلة المنحنى الذي ميل مماسه هو الدالة $f'(x) = e^{2x} - 4x$ و يمر بالنقطة $(0, 3)$

16

وضح خطوات الحل

أوجد معادلة المنحنى الذي ميل مماسه هو الدالة $f'(x) = e^x + 3x^2$ و يمر بالنقطة $(1, e)$

17

وضح خطوات الحل

$$\int (e^{4x} - \sqrt{x}) dx$$

وضح خطوات الحل

أوجد التكامل غير المحدود

$$\int \left(4x^3 - \frac{1}{e^{2x}} \right) dx$$

وضح خطوات الحل

أوجد التكامل الآتي :

$$\int 2 e^{\frac{x}{2}} dx$$

وضح خطوات الحل

لنفرض أن الإيرادات الحدية لإحدى الشركات من أحد منتجاتها هو $100 e^{0.2x}$ حيث x عدد الوحدات المنتجة من هذا المنتج . أوجد دالة إيرادات الشركة من هذا المنتج علماً بأن الشركة لا تحصل على أي إيرادات قبل بدء الإنتاج
وضح خطوات الحل

إذا كان معدل الوحدات الراشحة الناتجة عن مركب بيوكيميائي يعطى بالصيغة :
 $f'(t) = 0.01 e^{-0.01t}$

فإن الكمية الكلية من الوحدات الراشحة خلال الزمن t (بالدقائق) هو $f(t)$
1- أوجد صيغة $f(t)$
وضح خطوات الحل

2- إذا كان عدد الوحدات الراشحة عند الزمن $t = 0$ هو 0 وحدة .

أوجد عدد الوحدات الراشحة بعد 10 دقائق.
وضح خطوات الحل

أول العلم الصمت، والثاني حسن الاستماع، والثالث حفظه، والرابع العمل به، والخامس نشره.

تكامـل دالة المقلوب

الأسئلة الموضوعية

أجب عن الأسئلة من 1 إلى 12 ، بوضع إشارة x في مربع الإجابة الصحيحة :

أوجد التكامل غير المحدود

1

$$\int \frac{4}{x} dx$$

☐ $4 \ln |x| + C$

☐ $\frac{-4}{x^2} + C$

☐ $\frac{-2}{x^2} + C$

☐ $\frac{2}{x^2} + C$

أوجد التكامل غير المحدود

2

$$\int \frac{dx}{x}$$

☐ $\frac{1}{x} + C$

☐ $\frac{-2}{x^2} + C$

☐ $\frac{-1}{2x^2} + C$

☐ $\ln|x| + C$

أوجد التكامل غير المحدود

3

$$\int 3x^{-1} dx$$

☐ $\ln |3x| + C$

☐ $3 \ln |x| + C$

☐ $\frac{3}{x} + C$

☐ $\frac{3}{2x^2} + C$

أوجد معادلة المنحنى الذي ميل مماسه هو الدالة $f'(x) = \frac{1}{x}$ و يمر بالنقطة (3, 1)

4

☐ $f(x) = \ln |x|$

☐ $f(x) = \ln |x| + 3$

☐ $f(x) = -\frac{1}{x^2}$

☐ $f(x) = -\frac{1}{x^2} + 4$

أوجد معادلة المنحنى الذي ميل مماسه هو الدالة $f'(x) = e^x + \frac{1}{x}$ و يمر بالنقطة (1, 0)

5

☐ $f(x) = e^x + \ln|x| - e$

☐ $f(x) = e^x + \ln|x| + e$

☐ $f(x) = e^x - \frac{1}{x^2}$

☐ $f(x) = e^x + \frac{1}{x^2} + e$

أوجد التكامل غير المحدود

6

$$\int \left(\frac{2}{x} - 3e^{-3x} \right) dx$$

☐ $2 \ln|x| - e^{-3x} + C$

☐ $2 \ln|x| + e^{-3x} + C$

☐ $\ln \left| \frac{2}{x} \right| + e^{-3x} + C$

☐ $\ln|2x| + e^{-3x} + C$

أوجد التكامل غير المحدود

7

$$\int \left(\frac{9}{x} - 3e^{2x} + e^{0.5} \right) dx$$

☐ $9 \ln|x| + \frac{3}{2}e^{2x} + e^{0.5}x + C$

☐ $9 \ln|x| - \frac{3}{2}e^{2x} + \frac{1}{2}e^{0.5} + C$

☐ $\ln|9x| - \frac{3}{2}e^{2x} + e^{0.5}x + C$

☐ $9 \ln|x| - \frac{3}{2}e^{2x} + e^{0.5}x + C$

أوجد التكامل غير المحدود

8

$$\int \frac{x-3}{x^2-3x} dx$$

☐ $\ln|x| + C$

☐ $\frac{1}{3} \ln|x| + C$

☐ $\ln|x-3| + C$

☐ $\ln|x^2-3x| + C$

أوجد التكامل غير المحدود

9

$$\int \frac{x-2}{x} dx$$

- ☐ $1 - 2 \ln |x| + C$
- ☐ $x + 2 \ln |x| + C$
- ☐ $x - 2 \ln |x| + C$
- ☐ $x + \ln |x - 2| + C$

أوجد التكامل غير المحدود

10

$$\int \frac{1-3t}{t} dt$$

- ☐ $\frac{1}{t} - 3 + C$
- ☐ $\ln |t| + 3t + C$
- ☐ $\ln |t| - 3 + C$
- ☐ $\ln |t| - 3t + C$

أوجد التكامل غير المحدود

11

$$\int \frac{1+5t^3}{2t} dt$$

- ☐ $\frac{1}{2} \ln |t| + \frac{5t^3}{6} + C$
- ☐ $\frac{1}{2} \ln |t| - \frac{5t^3}{6} + C$
- ☐ $\ln |2t| + \frac{5t^3}{6} + C$
- ☐ $\ln |2t| + 5t^2 + C$

أوجد التكامل غير المحدود

12

$$\int \frac{2}{3x} dx$$

- ☐ $\ln \left| \frac{2}{3x} \right| + C$
- ☐ $2 \ln |3x| + C$
- ☐ $\frac{2}{3} \ln |x| + C$
- ☐ $\frac{2}{3} \ln \left| \frac{1}{x} \right| + C$

الأسئلة المقالية

أجب عن الأسئلة من 13 إلى 18 ، مع توضيح خطوات الحل

أوجد التكامل غير المحدود

13

$$\int \left(e^{4x} + \frac{1}{x} - \sqrt{x} \right) dx$$

وضح خطوات الحل

أوجد التكامل غير المحدود

14

$$\int \left(6x^{-\frac{3}{4}} + 9x^{-1} \right) dx$$

وضح خطوات الحل

أوجد معادلة المنحنى الذي ميل مماسه هو الدالة $f'(x) = 3x^2 + \frac{1}{x}$

15

و يمر بالنقطة (1, 2)

وضح خطوات الحل

$$\int \left(\frac{x}{2} + \frac{2}{x} \right) dx$$

وضح خطوات الحل



أوجد التكامل غير المحدود

$$\int \frac{2x - 1}{x} dx$$

وضح خطوات الحل



أوجد التكامل غير المحدود

$$\int \frac{4x^2 + 1}{2x} dx$$

وضح خطوات الحل



النجاح يجذب النجاح، لذلك، إذا رغبت في جذب النجاح فاحرص على تحقيق جزء منه .

تكمّل الدوال المثلثية

الأسئلة الموضوعية

أجب عن الأسئلة من 1 إلى 45 ، بوضع إشارة x في مربع الإجابة الصحيحة :

أوجد التكامل غير المحدود

1

$$\int 2 \sin x \, dx$$

- ☐ $2 \cos x + C$
☐ $-2 \cos x + C$
☐ $\cos x + C$
☐ $-\cos 2x + C$

أوجد التكامل الآتي :

2

$$\int 2 \cos 2x \, dx$$

- ☐ $\sin 2x + C$
☐ $-\sin 2x + C$
☐ $2 \sin 2x + C$
☐ $-2 \sin 2x + C$

أوجد التكامل غير المحدود

3

$$\int 3 \sec^2 x \, dx$$

- ☐ $3 \tan x + C$
☐ $-3 \tan x + C$
☐ $3 \tan^2 x + C$
☐ $-3 \tan^2 x + C$

أوجد التكامل غير المحدود

4

$$\int \sin 2\theta \, d\theta$$

- ☐ $-2 \cos 2\theta + C$
☐ $-\frac{1}{2} \cos \theta + C$
☐ $\frac{1}{2} \cos 2\theta + C$
☐ $-\frac{1}{2} \cos 2\theta + C$

$$\int 6 \sin(3x + 1) dx$$

- ☐ $2 \cos(3x + 1) + C$
- ☐ $-2 \cos(3x + 1) + C$
- ☐ $6 \cos(3x + 1) + C$
- ☐ $-6 \cos(3x + 1) + C$

$$\int (2x - \cos 4x) dx$$

- ☐ $x^2 - \sin 4x + C$
- ☐ $2 + \frac{1}{4} \sin 4x + C$
- ☐ $x^2 - \frac{1}{4} \sin 4x + C$
- ☐ $x^2 + \frac{1}{4} \sin 4x + C$

$$\int \cos \frac{2}{3} x dx$$

- ☐ $\frac{2}{3} \sin \frac{2}{3} x + C$
- ☐ $\frac{3}{2} \sin \frac{2}{3} x + C$
- ☐ $\frac{1}{2} \sin \frac{2}{3} x + C$
- ☐ $\frac{1}{3} \sin \frac{2}{3} x + C$

$$\int \sin \frac{x}{2} dx$$

- ☐ $-\cos \frac{x}{2} + C$
- ☐ $2 \cos \frac{x}{2} + C$
- ☐ $-2 \cos \frac{x}{2} + C$
- ☐ $-\frac{1}{2} \cos \frac{x}{2} + C$

$$\int \frac{1}{\sec x} dx$$

- ☐ $\sin x + C$
- ☐ $\cos x + C$
- ☐ $\csc x + C$
- ☐ $-\cos x + C$

أوجد التكامل غير المحدود

10

$$\int \frac{1}{\csc x} dx$$

- ☐ $\sin x + C$
- ☐ $\cos x + C$
- ☐ $\sec x + C$
- ☐ $-\cos x + C$

أوجد التكامل غير المحدود

11

$$\int (\sin(\sqrt{2}x) + e^x) dx$$

- ☐ $\sqrt{2} \cos(\sqrt{2}x) + e^x + C$
- ☐ $\frac{1}{\sqrt{2}} \cos(\sqrt{2}x) + e^x + C$
- ☐ $-\frac{1}{\sqrt{2}} \cos(\sqrt{2}x) - e^x + C$
- ☐ $-\frac{1}{\sqrt{2}} \cos(\sqrt{2}x) + e^x + C$

أوجد التكامل الآتي :

12

$$\int \left(1 - \sin \frac{1}{4}x\right) dx$$

- ☐ $x + 4 \cos \frac{1}{4}x + C$
- ☐ $x - 4 \cos \frac{1}{4}x + C$
- ☐ $x + \frac{1}{4} \cos \frac{1}{4}x + C$
- ☐ $x - \frac{1}{4} \cos \frac{1}{4}x + C$

أوجد التكامل غير المحدود

13

$$\int \left(\frac{2}{u} - \sin u \right) du$$

- ☐ $2 \ln|u| - \cos u + C$
☐ $\ln|2u| - \cos u + C$
☐ $2 \ln|u| + \cos u + C$
☐ $\ln|2u| + \cos u + C$

أوجد التكامل الآتي :

14

$$\int \cos \theta \tan \theta d\theta$$

- ☐ $\sin \theta + C$
☐ $\cos \theta + C$
☐ $-\sin \theta + C$
☐ $-\cos \theta + C$

أوجد التكامل الآتي :

15

$$\int \frac{\cos^2 x - 4}{\cos x - 2} dx$$

- ☐ $\cos x + 2 + C$
☐ $\sin x + 2x + C$
☐ $-\sin x + 2x + C$
☐ $-\sin x - 2x + C$

أوجد التكامل الآتي :

16

$$\int 2 \cos \frac{x}{2} dx$$

- ☐ $\frac{1}{2} \sin \frac{x}{2} + C$
☐ $\sin \frac{x}{2} + C$
☐ $2 \sin \frac{x}{2} + C$
☐ $4 \sin \frac{x}{2} + C$

أوجد التكامل الآتي :

17

$$\int \left(\cos x + \frac{2}{x} \right) dx$$

- ☐ $\sin x + 2 \ln|x| + C$
☐ $\sin x + \ln|2x| + C$
☐ $\sin x + \ln|x| + C$
☐ $-\sin x + 2 \ln|x| + C$

أوجد التكامل غير المحدود

18

$$\int (\cos x - \sin x) dx$$

- ☐ $\sin x - \cos x + C$
☐ $\sin x + \cos x + C$
☐ $-\sin x + \cos x + C$
☐ $-\sin x - \cos x + C$

أوجد التكامل غير المحدود

19

$$\int (3 \sec^2 x - \sin 2x) dx$$

- ☐ $3 \tan x + \frac{1}{2} \cos 2x + C$
☐ $3 \tan x - \frac{1}{2} \cos 2x + C$
☐ $3 \tan x - 2 \cos 2x + C$
☐ $3 \tan x + 2 \cos 2x + C$

إذا علمت أن $f'(x) = \sec^2 x + \frac{1}{x}$ فأوجد الدالة $f(x)$

20

- ☐ $f(x) = \tan x - \frac{1}{x^2} + C$
☐ $f(x) = 2 \tan x + \frac{1}{x^2} + C$
☐ $f(x) = -\tan x + \ln |x| + C$
☐ $f(x) = \tan x + \ln |x| + C$

أوجد التكامل غير المحدود

21

$$\int (3t^2 + \cos(5t)) dt$$

- ☐ $t^3 - \frac{1}{5} \sin(5t) + C$
☐ $t^3 - 5 \sin(5t) + C$
☐ $t^3 + \frac{1}{5} \sin(5t) + C$
☐ $t^2 + \frac{1}{5} \sin(5t) + C$

أوجد التكامل غير المحدود

22

$$\int \sin x \cot x dx$$

- ☐ $\cos x + C$
☐ $\sin x + C$
☐ $-\sin x + C$
☐ $-\cos x + C$

أي المقادير الجبرية التالية تمثل التكامل غير المحدود ؟

23

$$\int \frac{4}{\cos^2 x} dx$$

- ☐ $2 \tan x + C$
☐ $4 \sec^2 x + C$
☐ $4 \tan x + C$
☐ $4 \tan^2 x + C$

أوجد التكامل غير المحدود

24

$$\int \left(3 \cos x - \frac{1}{\cos^2 x} \right) dx$$

- ☐ $3 \sin x - \sec^2 x + C$
☐ $-3 \sin x - \sec^2 x + C$
☐ $3 \sin x - \sin^2 x + C$
☐ $3 \sin x - \tan x + C$

أي المقادير الجبرية التالية تمثل التكامل غير المحدود ؟

25

$$\int \frac{7}{1 - \sin^2 x} dx$$

- ☐ $7 \cos x + C$
☐ $7 \sec^2 x + C$
☐ $7 \tan x + C$
☐ $7 \tan^2 x + C$

أي المقادير الجبرية التالية تمثل التكامل غير المحدود ؟

26

$$\int \tan^2 x dx$$

- ☐ $\tan x - x + C$
☐ $\tan x + x + C$
☐ $\sec^2 x + C$
☐ $\tan x + C$

أوجد التكامل الآتي :

27

$$\int (\sec x - 1)(\sec x + 1) dx$$

- ☐ $\tan x - x + C$
☐ $\tan x + x + C$
☐ $\tan^2 x - x + C$
☐ $\tan^2 x + x + C$

$$\int \left(\sec^2 x + \frac{3}{x} \right) dx$$

- ☐ $\tan x + \ln|3x| + C$
- ☐ $\tan x + 3 \ln|x| + C$
- ☐ $\tan x + \ln|x| + C$
- ☐ $\tan^2 x + 3 \ln|x| + C$

$$\int \left(2 \cos x + \frac{1}{x^3} \right) dx$$

- ☐ $2 \sin x - \frac{1}{2x^2} + C$
- ☐ $2 \sin x + \frac{1}{2x^2} + C$
- ☐ $2 \sin x + \frac{1}{x^4} + C$
- ☐ $\sin x + \frac{1}{x^4} + C$

$$\int (\sec^2 x + 2x^{-2}) dx$$

- ☐ $\tan x - \frac{2}{x} + C$
- ☐ $\tan x + \frac{2}{x^3} + C$
- ☐ $\tan x + \frac{1}{x^3} + C$
- ☐ $\tan^2 x + \frac{2}{x} + C$

$$\int (4e^{4x} - \cos \pi) dx$$

- ☐ $e^{4x} - \sin \pi + C$
- ☐ $e^{4x} + \sin \pi + C$
- ☐ $e^{4x} - x \cos \pi + C$
- ☐ $4e^{4x} - x \cos \pi + C$

أوجد معادلة المنحنى الذي ميل مماسه هو الدالة $f'(x) = 2x - \sin x$ و يمر بالنقطة (2, 0)

32

- ☐ $f(x) = x^2 + \cos x$
☐ $f(x) = x^2 - \cos x + 1$
☐ $f(x) = x^2 + \cos x + 1$
☐ $f(x) = x^2 - \cos x + 3$

أوجد معادلة المنحنى الذي ميل مماسه هو الدالة $f'(x) = \cos x + \sin x$ و يمر بالنقطة (1, π)

33

- ☐ $f(x) = \sin x + \cos x$
☐ $f(x) = \sin x - \cos x$
☐ $f(x) = \sin x + \cos x + 1$
☐ $f(x) = \sin x - \cos x + 1$

أوجد التكامل الآتي :

34

$$\int \cos 2\theta \sec 2\theta d\theta$$

- ☐ $\theta + C$
☐ $2\theta + C$
☐ $\cos 2\theta + C$
☐ $\sin 2\theta + C$

أوجد التكامل الآتي :

35

$$\int 3 \tan x \cot x dx$$

- ☐ $3 \tan x + C$
☐ $3 \cot x + C$
☐ $3x + C$
☐ $x + C$

أوجد التكامل الآتي :

36

$$\int (\cos^2 x + \sin^2 x) dx$$

- ☐ 1
☐ $x + C$
☐ $\cos 2x + C$
☐ $\frac{1}{2} \sin 2x + C$

أوجد التكامل الآتي :

37

$$\int (2\cos^2 x - 2\sin^2 x) dx$$

- ☐ $2 + C$
☐ $2x + C$
☐ $\sin 2x + C$
☐ $\cos 2x + C$

أوجد التكامل الآتي :

38

$$\int (2\cos^2 x - 1) dx$$

- ☐ $\sin^2 x - x + C$
☐ $2\sin^2 x - x + C$
☐ $\cos 2x + C$
☐ $\frac{1}{2}\sin 2x + C$

أوجد التكامل الآتي :

39

$$\int (2 - 4\sin^2 x) dx$$

- ☐ $2x - 4\cos^2 x + C$
☐ $2x + 4\cos^2 x + C$
☐ $\sin 2x + C$
☐ $\cos 2x + C$

أوجد التكامل غير المحدود

40

$$\int 2\sin x \cos x dx$$

- ☐ $\sin 2x + C$
☐ $2\cos 2x + C$
☐ $\frac{1}{2}\cos 2x + C$
☐ $-\frac{1}{2}\cos 2x + C$

أوجد التكامل غير المحدود

41

$$\int 2\sin 3x \cos 3x dx$$

- ☐ $\sin 6x + C$
☐ $\frac{1}{6}\cos 6x + C$
☐ $-\frac{1}{6}\cos 6x + C$
☐ $-\frac{1}{2}\cos 6x + C$

أوجد التكامل غير المحدود

42

$$\int \cot x \, dx$$

- ☐ $\ln |\sin x| + C$
- ☐ $\ln |\cos x| + C$
- ☐ $-\ln |\sin x| + C$
- ☐ $-\ln |\cos x| + C$

أوجد التكامل غير المحدود

43

$$\int \sec x \, dx$$

- ☐ $\cos x + C$
- ☐ $\ln |\sin x + \cos x| + C$
- ☐ $\ln |\sec x + \tan x| + C$
- ☐ $\ln |\cos x + \tan x| + C$

أوجد التكامل غير المحدود

44

$$\int \csc x \, dx$$

- ☐ $\sin x + C$
- ☐ $\ln |\csc x + \cot x| + C$
- ☐ $\ln |\csc x - \cot x| + C$
- ☐ $-\ln |\csc x + \cot x| + C$

أوجد التكامل غير المحدود

45

$$\int \csc^2 x \, dx$$

- ☐ $\cot x + C$
- ☐ $\tan x + C$
- ☐ $-\cot x + C$
- ☐ $-\ln |\cot x| + C$

أجب عن الأسئلة من 46 إلى 58 ، مع توضيح خطوات الحل

أوجد التكامل غير المحدود

46

$$\int (\cos x - 3x^2) dx$$

الإجابة :

أوجد التكامل غير المحدود

47

$$\int (4 \sin 3x + \sec^2 x) dx$$

الإجابة :

أوجد التكامل غير المحدود

48

$$\int (t^{-3} - 2 \sin t + \cos 3t) dt$$

وضح خطوات الحل

أوجد معادلة المنحنى الذي ميل مماسه هو الدالة $f'(x) = 3x^2 + \cos x$

49

و يمر بالنقطة $(0, 4)$

وضح خطوات الحل

أوجد معادلة المنحنى الذي ميل مماسه هو الدالة $f'(x) = 2 \cos x + \sin x$ و يمر بالنقطة $(\pi, 1)$

وضح خطوات الحل



أوجد معادلة المنحنى الذي ميل مماسه هو الدالة $f'(x) = \sec^2 x - 2x$ و يمر بالنقطة $(0, 1)$

وضح خطوات الحل



أوجد معادلة المنحنى الذي ميل مماسه هو الدالة $f'(x) = 3e^x - \sin x$ و يمر بالنقطة $(0, 3)$

وضح خطوات الحل



$$\int \frac{\sec^4 x - 9}{\sec^2 x - 3} dx$$

وضح خطوات الحل

أوجد التكامل غير المحدود

$$\int \frac{1 - \sin^2 x}{1 + \sin x} dx$$

وضح خطوات الحل

أوجد التكامل غير المحدود

$$\int (1 - 2 \sin x) \cos x dx$$

وضح خطوات الحل

$$\int (1 + \tan^2 x) dx$$

وضح خطوات الحل

أوجد التكامل الآتي :

$$\int (\cos^3 x + \cos x \sin^2 x) dx$$

وضح خطوات الحل

أوجد التكامل الآتي :

$$\int (\cos^4 x - \sin^4 x) dx$$

وضح خطوات الحل

نفسك نفسك؛ فلا تذاكر حتى تصبح الأول فقط بين أقرانك، ولكن ذاكر لتصبح الأول أمام نفسك.

الأسئلة الموضوعية

أجب عن الأسئلة من 1 إلى 31 ، بوضع إشارة x في مربع الإجابة الصحيحة :

أوجد التكامل غير المحدود

1

$$\int (2x - 1)^3 dx$$

- ☐ $\frac{1}{4}(2x - 1)^4 + C$
- ☐ $\frac{1}{8}(2x - 1)^4 + C$
- ☐ $\frac{1}{8}(x^2 - x)^4 + C$
- ☐ $6(x^2 - x)^2 + C$

أوجد التكامل غير المحدود

2

$$\int \frac{1}{\sqrt{x+1}} dx$$

- ☐ $2\sqrt{x+1} + C$
- ☐ $\frac{1}{2\sqrt{x+1}} + C$
- ☐ $\frac{2}{3}(x+1)^{\frac{3}{2}} + C$
- ☐ $\frac{3}{2}(x+1)^{\frac{3}{2}} + C$

أوجد التكامل الآتي :

3

$$\int \frac{6}{2x+1} dx$$

- ☐ $3 \ln|x+1| + C$
- ☐ $6 \ln|2x+1| + C$
- ☐ $3 \ln|2x+1| + C$
- ☐ $\frac{3}{(2x+1)^2} + C$

أوجد التكامل الآتي :

4

$$\int 3(3x+5)^{-1} dx$$

- ☐ $\ln|3x+5| + C$
- ☐ $3 \ln|3x+5| + C$
- ☐ $(3x+5)^2 + C$
- ☐ $\frac{3}{3x+5} + C$

$$\int 2x(x^2 + 3)^6 dx$$

☐ $\frac{1}{5}(x^2 + 3)^5 + C$

☐ $\frac{1}{6}(x^2 + 3)^6 + C$

☐ $\frac{1}{7}(x^2 + 3)^7 + C$

☐ $\frac{x^2}{7}(x^2 + 3)^7 + C$

$$\int 6x^2(2x^3 + 4)^5 dx$$

☐ $\frac{1}{6}(2x^3 + 4)^6 + C$

☐ $\frac{1}{3}(2x^3 + 4)^6 + C$

☐ $\frac{1}{2}(2x^3 + 4)^6 + C$

☐ $(2x^3 + 4)^6 + C$

$$\int \frac{3x}{(x^2 + 4)^2} dx$$

☐ $\frac{-1}{2(x^2 + 4)} + C$

☐ $\frac{-1}{2(x^2 + 4)^3} + C$

☐ $\frac{-3}{2(x^2 + 4)} + C$

☐ $\frac{1}{2(x^2 + 4)} + C$

$$\int e^x(e^x + 1)^2 dx$$

☐ $(e^x + 1)^3 + C$

☐ $2(e^x + 1)^3 + C$

☐ $\frac{1}{3}(e^x + 1)^3 + C$

☐ $\frac{2}{3}(e^x + 1)^3 + C$

أوجد التكامل غير المحدود

9

$$\int \sin^2 x \cos x \, dx$$

☐ $\sin^3 x + C$

☐ $\frac{1}{3} \sin^3 x + C$

☐ $\frac{1}{3} \cos^3 x + C$

☐ $-\frac{1}{3} \sin^3 x + C$

أوجد التكامل غير المحدود

10

$$\int \tan x \sec^2 x \, dx$$

☐ $\frac{1}{3} \sec^3 x + C$

☐ $\frac{1}{3} \tan^3 x + C$

☐ $\frac{1}{2} \sec^2 x + C$

☐ $\frac{1}{2} \tan^2 x + C$

أوجد التكامل غير المحدود

11

$$\int 3x^2 \sqrt{x^3 + 5} \, dx$$

☐ $(x^3 + 5)^{\frac{3}{2}} + C$

☐ $\frac{2}{3} (x^3 + 5)^{\frac{3}{2}} + C$

☐ $\sqrt{x^3 + 5} + C$

☐ $\frac{2}{3} \sqrt{x^3 + 5} + C$

أوجد التكامل غير المحدود

12

$$\int \frac{2x}{\sqrt{x^2 + 1}} \, dx$$

☐ $\sqrt{x^2 + 1} + C$

☐ $\frac{1}{2} \sqrt{x^2 + 1} + C$

☐ $2\sqrt{x^2 + 1} + C$

☐ $\frac{1}{3} \sqrt{x^2 + 1} + C$

أوجد التكامل غير المحدود

13

$$\int \sec^2 x \sqrt{\tan x} \, dx$$

☐ $2\sqrt{\tan x} + C$

☐ $\frac{1}{2}\sqrt{\tan x} + C$

☐ $\frac{3}{2}(\tan x)^{\frac{3}{2}} + C$

☐ $\frac{2}{3}(\tan x)^{\frac{3}{2}} + C$

أوجد التكامل غير المحدود

14

$$\int \frac{\sin \theta}{\sqrt{\cos \theta}} \, d\theta$$

☐ $2\sqrt{\cos \theta} + C$

☐ $-2\sqrt{\cos \theta} + C$

☐ $\frac{1}{2}\sqrt{\cos \theta} + C$

☐ $\frac{1}{2}\sin \theta + C$

استخدم التكامل بالتعويض لإعادة كتابة : $\int x \sqrt{x-1} \, dx$ بدلالة u حيث $u = x - 1$

15

☐ $\int (u^{\frac{1}{2}} + u) \, du$

☐ $\int (u^{\frac{1}{2}} - u) \, du$

☐ $\int (u^{\frac{3}{2}} + u^{\frac{1}{2}}) \, du$

☐ $\int (u^{\frac{3}{2}} - u^{\frac{1}{2}}) \, du$

أوجد التكامل غير المحدود

16

$$\int \sin x e^{\cos x} \, dx$$

☐ $e^{\cos x} + C$

☐ $e^{\sin x} + C$

☐ $-e^{\sin x} + C$

☐ $-e^{\cos x} + C$

أوجد التكامل غير المحدود

17

$$\int \sec^2 x e^{\tan x} \, dx$$

☐ $e^{\tan x} + C$

☐ $-e^{\tan x} + C$

☐ $e^{\sec^2 x} + C$

☐ $-e^{\sec^2 x} + C$

استخدم التكامل بالتعويض لإعادة كتابة : $\int x e^{x^2} dx$ بدلالة u حيث $u = x^2$

18

- ☐ $\int e^{u^2} du$
- ☐ $\int e^u du$
- ☐ $\int 2 e^u du$
- ☐ $\int \frac{1}{2} e^u du$

أوجد التكامل غير المحدود

19

$$\int \frac{x-3}{x^2-6x} dx$$

- ☐ $\ln|x^2-6x| + C$
- ☐ $\frac{1}{2} \ln|x^2-6x| + C$
- ☐ $\frac{x^2-3x}{x^3-3x^2} + C$
- ☐ $\frac{3}{x-6} + C$

أوجد التكامل غير المحدود

20

$$\int \frac{2x}{x^2+4} dx$$

- ☐ $\ln|x^2+4| + C$
- ☐ $2 \ln|x^2+4| + C$
- ☐ $\frac{1}{2} \ln|x^2+4| + C$
- ☐ $\frac{x^2}{\frac{1}{3}x^3+4x} + C$

أوجد التكامل غير المحدود

21

$$\int \frac{\cos x - \sin x}{\sin x + \cos x} dx$$

- ☐ $\cos x - \sin x + C$
- ☐ $\sin x + \cos x + C$
- ☐ $\ln|\sin x + \cos x| + C$
- ☐ $\ln|\cos x - \sin x| + C$

أوجد التكامل غير المحدود

22

$$\int \tan x dx$$

- ☐ $\sec^2 x + C$
- ☐ $\ln|\cos x| + C$
- ☐ $-\ln|\cos x| + C$
- ☐ $-\ln|\sin x| + C$

أوجد التكامل غير المحدود

23

$$\int \cot x \, dx$$

- ☐ $\csc^2 x + C$
☐ $\ln |\cos x| + C$
☐ $\ln |\sin x| + C$
☐ $-\ln |\sin x| + C$

أوجد التكامل الآتي :

24

$$\int (2x + 3) \cos(x^2 + 3x) \, dx$$

- ☐ $\sin(2x + 3) + C$
☐ $\sin(x^2 + 3x) + C$
☐ $-\sin(x^2 + 3x) + C$
☐ $\sin\left(\frac{1}{3}x^3 + \frac{3}{2}x^2\right) + C$

أوجد التكامل الآتي :

25

$$\int x \sin x^2 \, dx$$

- ☐ $2 \cos x^2 + C$
☐ $-2 \cos x^2 + C$
☐ $\frac{1}{2} \cos x^2 + C$
☐ $-\frac{1}{2} \cos x^2 + C$

أوجد التكامل الآتي :

26

$$\int \frac{\sec^2 \sqrt{x}}{2\sqrt{x}} \, dx$$

- ☐ $\tan \sqrt{x} + C$
☐ $2 \tan \sqrt{x} + C$
☐ $\frac{1}{2} \tan \sqrt{x} + C$
☐ $\tan^2 \sqrt{x} + C$

باستعمال المعلومات المعطاة .

27

$$f(0) = 3 \quad \text{و} \quad f'(x) = 2x \cos x^2$$

أوجد ثابت التكامل

- ☐ $C = 1$
☐ $C = 2$
☐ $C = 3$
☐ $C = 4$

استخدم التكامل بالتعويض لإعادة كتابة : $\int 3x^2 \cos(x^3 + 4) dx$

28

بدلالة u حيث $u = x^3 + 4$

- ☐ $\int \sin u du$
- ☐ $\int \cos u du$
- ☐ $\int 3 \sin u du$
- ☐ $\int 3 \cos u du$

أوجد التكامل الآتي :

29

$$\int \frac{\ln x}{x} dx$$

- ☐ $\frac{1}{2} \ln x + C$
- ☐ $\ln^2 x + C$
- ☐ $\frac{1}{2} \ln^2 x + C$
- ☐ $\frac{-1}{2} \ln^2 x + C$

أوجد التكامل الآتي :

30

$$\int \frac{1}{x \ln x} dx$$

- ☐ $\ln |\ln x| + C$
- ☐ $\ln x + C$
- ☐ $\frac{1}{\ln x} + C$
- ☐ $\frac{1}{x^2} + C$

استخدم التكامل بالتعويض لإعادة كتابة : $\int \frac{(\ln x)^3}{x} dx$ بدلالة u حيث $u = \ln x$

31

- ☐ $\int 3u^2 du$
- ☐ $\int u^3 du$
- ☐ $\int u^4 du$
- ☐ $\int \frac{1}{4} u^4 du$

أجب عن الأسئلة من 32 إلى 57 ، مع توضيح خطوات الحل

أوجد التكامل الآتي :

32

$$\int x^2(x^3 + 4)^5 dx$$

وضح خطوات الحل



أوجد التكامل غير المحدود

33

$$\int (x^3 + 7x)^9 (3x^2 + 7) dx$$

وضح خطوات الحل



$$\int \frac{2x}{(x^2 + 1)^2} dx$$

وضح خطوات الحل

أوجد التكامل غير المحدود

$$\int \cos t (1 - \sin t)^2 dt$$

وضح خطوات الحل

$$\int \sec^2 t (1 + \tan t)^2 dt$$

وضح خطوات الحل



أوجد التكامل غير المحدود

$$\int 3x \sqrt{x^2 + 5} dx$$

وضح خطوات الحل



$$\int e^{2x} \sqrt{e^{2x} + 1} dx$$

وضح خطوات الحل

$$\int \sin x \sqrt[3]{1 - \cos x} dx$$

وضح خطوات الحل

$$\int \frac{\cos x}{\sqrt{\sin x}} dx$$

وضح خطوات الحل



أوجد التكامل غير المحدود

$$\int \frac{\sin x}{1 - \cos x} dx$$

وضح خطوات الحل



$$\int \frac{2 + \cos x}{2x + \sin x} dx$$

وضح خطوات الحل



باستعمال المعلومات المعطاة .

43

$$g(0) = 1 \text{ و } g'(x) = \frac{2e^x}{2e^x - 1}$$

أوجد $g(x)$

وضح خطوات الحل



$$\int \frac{x}{x^2 + 1} dx$$

وضح خطوات الحل



استخدام طريقة التكامل بالتعويض لإيجاد التكامل غير المحدود

45

$$\int 2x \sin(x^2 + 3) dx$$

وضح خطوات الحل



$$\int \frac{\cos \sqrt{x}}{\sqrt{x}} dx$$

وضح خطوات الحل



أوجد التكامل الآتي :

47

$$\int \frac{\sin (\ln x)}{x} dx$$

وضح خطوات الحل



$$\int \frac{1}{x} \ln^2 x \, dx$$

وضح خطوات الحل

أوجد التكامل غير المحدود

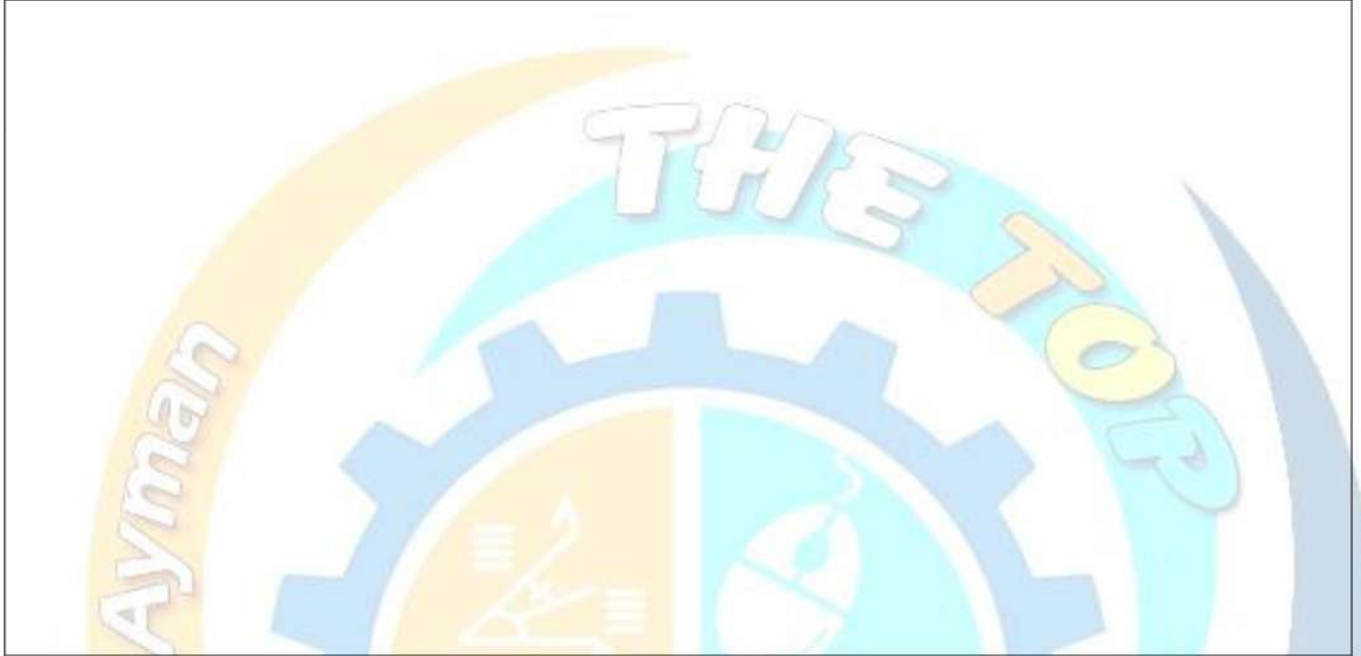
49

$$\int x e^{x^2+1} \, dx$$

وضح خطوات الحل

$$\int \frac{e^{\sqrt{x}}}{\sqrt{x}} dx$$

وضح خطوات الحل



أوجد : $\int x(x-1)^5 dx$ باستخدام التعويض $u = x - 1$

وضح خطوات الحل



$$\int x \sqrt{x+1} dx$$

وضح خطوات الحل



أوجد التكامل الآتي :

53

$$\int x (1-x)^{\frac{1}{2}} dx$$

وضح خطوات الحل



$$\int \frac{x}{x+1} dx$$

وضح خطوات الحل

أوجد التكامل الآتي :

$$\int (2x - 1)e^{x^2-x} dx$$

وضح خطوات الحل

$$\int \sin x \cos^2 x \, dx$$

وضح خطوات الحل

$$\int \sin x \cos x \, dx$$

وضح خطوات الحل

لن نستطيع أحد أن يحتكر النجاح لنفسه؛ فالنجاح ملك من يدفع ثمنه.

التكامل بالأجزاء

الأسئلة الموضوعية

أجب عن الأسئلة من 1 إلى 21 ، بوضع إشارة x في مربع الإجابة الصحيحة :

إذا كانت الدالتين u ، v دالتين قابلتين للاشتقاق فإن $\int u dv$

1

- ☐ $uv - \int u dv$
☐ $uv + \int u dv$
☐ $uv - \int v du$
☐ $uv + \int v du$

إذا كان $u \cdot v = 2x \sin x$ و $v du = 2 \sin x dx$. أوجد

2

$$\int u dv$$

- ☐ $2x \cos x - 2 \sin x + C$
☐ $2x \sin x - 2 \cos x + C$
☐ $2x \cos x + 2 \cos x + C$
☐ $2x \sin x + 2 \cos x + C$

إذا كان $u \cdot v = \frac{1}{2} x e^{2x}$ و $v du = \frac{1}{2} e^{2x} dx$. أوجد

3

$$\int u dv$$

- ☐ $\frac{1}{2} x e^{2x} - \frac{1}{4} e^{2x} + C$
☐ $\frac{1}{2} x e^{2x} + \frac{1}{4} e^{2x} + C$
☐ $\frac{1}{2} x e^{2x} - \frac{1}{2} e^{2x} + C$
☐ $\frac{1}{4} x e^{2x} - \frac{1}{4} e^{2x} + C$

أوجد التكامل الآتي :

4

$$\int x \cos x dx$$

- ☐ $x \sin x + C$
☐ $\frac{1}{2} x^2 \sin x + C$
☐ $x \sin x - \cos x + C$
☐ $x \sin x + \cos x + C$

أوجد التكامل الآتي :

5

$$\int x \sin x \, dx$$

- ☐ $x \cos x - \sin x + C$
☐ $x \cos x + \sin x + C$
☐ $-x \cos x - \sin x + C$
☐ $-x \cos x + \sin x + C$

استخدم طريقة التكامل بالأجزاء لإيجاد :

6

$$\int x e^x \, dx$$

- ☐ $x e^x + x + C$
☐ $x e^x - x + C$
☐ $x e^x - e^x + C$
☐ $x e^x + e^x + C$

أوجد التكامل الآتي :

7

$$\int 3x \cos x \, dx$$

- ☐ $3x \sin x + 3 \cos x + C$
☐ $3x \sin x - 3 \cos x + C$
☐ $3x \cos x + 3 \sin x + C$
☐ $3x \cos x - 3 \sin x + C$

أوجد التكامل الآتي :

8

$$\int (x + 2) \cos x \, dx$$

- ☐ $x \cos x + 2 \cos x + C$
☐ $(\frac{1}{2}x^2 + 2x) \sin x + C$
☐ $(x + 2) \sin x + \cos x + C$
☐ $(x + 2) \sin x - \cos x + C$

باستخدام التكامل بالأجزاء أي مما يلي يكافئ التكامل غير المحدود ؟

9

$$\int t \cos t \, dt$$

- ☐ $t \sin t + C$
☐ $\frac{1}{2}t^2 \sin t + C$
☐ $t \sin t + \int \sin t \, dt$
☐ $t \sin t - \int \sin t \, dt$

$$\int x \cos(2x) dx$$

- ☐ $\sin(x) + \frac{1}{2} \cos(x) + C$
- ☐ $\frac{x}{2} \sin(2x) + \frac{1}{4} \cos(2x) + C$
- ☐ $\frac{x}{2} \sin(2x) - \frac{1}{4} \cos(2x) + C$
- ☐ $2x \sin(2x) + 4 \cos(2x) + C$

$$\int x \sin(3x) dx$$

- ☐ $-x \cos(3x) + \sin(3x) + C$
- ☐ $\frac{x}{3} \cos(3x) - \frac{1}{3} \sin(3x) + C$
- ☐ $-\frac{x}{3} \cos(3x) - \frac{1}{9} \sin(3x) + C$
- ☐ $-\frac{x}{3} \cos(3x) + \frac{1}{9} \sin(3x) + C$

$$f(0) = 2 \text{ و } f'(x) = (x + 2) \sin x$$

- ☐ $C = 1$
- ☐ $C = 2$
- ☐ $C = 3$
- ☐ $C = 4$

$$\int x \sec^2 x dx = k(x) - \int \tan x dx$$

- ☐ $k(x) = x \tan x + C$
- ☐ $k(x) = \tan x + C$
- ☐ $k(x) = \sec^2 x + C$
- ☐ $k(x) = x \tan^2 x + C$

$$\int x^2 \cos x \, dx = h(x) - \int 2x \sin x \, dx$$

فأوجد $h(x)$

- ☐ $h(x) = x \sin x + C$
- ☐ $h(x) = 2x \sin x + C$
- ☐ $h(x) = x^2 \sin x + C$
- ☐ $h(x) = x^2 \cos x + C$

استخدم طريقة التكامل بالأجزاء لإيجاد :

$$\int x f''(x) \, dx$$

- ☐ $x f'(x) + f(x) + C$
- ☐ $x f'(x) - f(x) + C$
- ☐ $x f(x) - f(x) + C$
- ☐ $x f(x) + f(x) + C$

أوجد التكامل الآتي :

$$\int 4x e^{2x} \, dx$$

- ☐ $2x e^{2x} - e^{2x} + C$
- ☐ $2x e^{2x} + e^{2x} + C$
- ☐ $x e^{2x} - e^{2x} + C$
- ☐ $4x e^{2x} + 4e^{2x} + C$

استخدم طريقة التكامل بالأجزاء لإيجاد :

$$\int (x+2) e^x \, dx$$

- ☐ $x e^x + x + C$
- ☐ $x e^x - x + C$
- ☐ $x e^x - e^x + C$
- ☐ $x e^x + e^x + C$

استخدم طريقة التكامل بالأجزاء لإيجاد :

$$\int \frac{x}{e^x} \, dx$$

- ☐ $\frac{x}{e^x} + \frac{1}{e^x} + C$
- ☐ $\frac{x}{e^x} - \frac{1}{e^x} + C$
- ☐ $\frac{-x}{e^x} + \frac{1}{e^x} + C$
- ☐ $\frac{-x}{e^x} - \frac{1}{e^x} + C$

$$\int \ln x \, dx$$

- ☐ $\ln x + x + C$
- ☐ $\ln x - x + C$
- ☐ $x \ln x - 1 + C$
- ☐ $x \ln x - x + C$

$$\int x \ln x \, dx$$

- ☐ $x \ln x + \frac{1}{4}x + C$
- ☐ $\frac{1}{2}x^2 \ln x - \frac{1}{4}x + C$
- ☐ $\frac{x^2}{2} \ln x - \frac{x^2}{4} + C$
- ☐ $\frac{x^2}{2} \ln x + \frac{x^2}{4} + C$

$$\int x^2 \ln x \, dx$$

- ☐ $\frac{x^3}{3} \ln x - \frac{x^2}{4} + C$
- ☐ $\frac{x^2}{2} \ln x - \frac{x^2}{2} + C$
- ☐ $\frac{x^3}{3} \ln x + \frac{x^3}{9} + C$
- ☐ $\frac{x^3}{3} \ln x - \frac{x^3}{9} + C$

الأسئلة المقالية

أجب عن الأسئلة من 22 إلى 43 ، مع توضيح خطوات الحل

22 إذا كان $uv = \frac{1}{2} x \sin 2x$ و $v du = \frac{1}{2} \sin 2x dx$ أوجد $\int u dv$ وضع خطوات الحل

23 أوجد التكامل الآتي :

$$\int 2x \cos x dx$$

وضع خطوات الحل

24 أوجد التكامل الآتي :

$$\int x \sin 2x dx$$

وضع خطوات الحل

$$\int 3x e^x dx$$

وضح خطوات الحل

أوجد التكامل الآتي :

26

$$\int 2x e^{3x} dx$$

وضح خطوات الحل

أوجد التكامل الآتي :

27

$$\int x e^{2x} dx$$

وضح خطوات الحل

$$\int x^2 \sin x \, dx$$

وضح خطوات الحل

أوجد التكامل الآتي :

29

$$\int (x^2 - 5x) e^x \, dx$$

وضح خطوات الحل

أوجد التكامل الآتي :

30

$$\int x^3 e^x \, dx$$

وضح خطوات الحل

باستعمال المعلومات المعطاة .

$$f(0) = 3 \text{ و } f'(x) = 2x e^{-x}$$

أوجد $f(x)$

وضح خطوات الحل

إذا كان

$$\int x^2 e^x dx = h(x) - \int 2x e^x dx$$

أوجد $h(x)$

وضح خطوات الحل

باستخدام طريقة الأجزاء أثبت أن

$$\int f(x) dx = x f(x) - \int x f'(x) dx$$

وضح خطوات الحل

$$\int 2x \ln x \, dx$$

وضح خطوات الحل

أوجد التكامل الآتي :

$$\int \ln 2x \, dx$$

وضح خطوات الحل

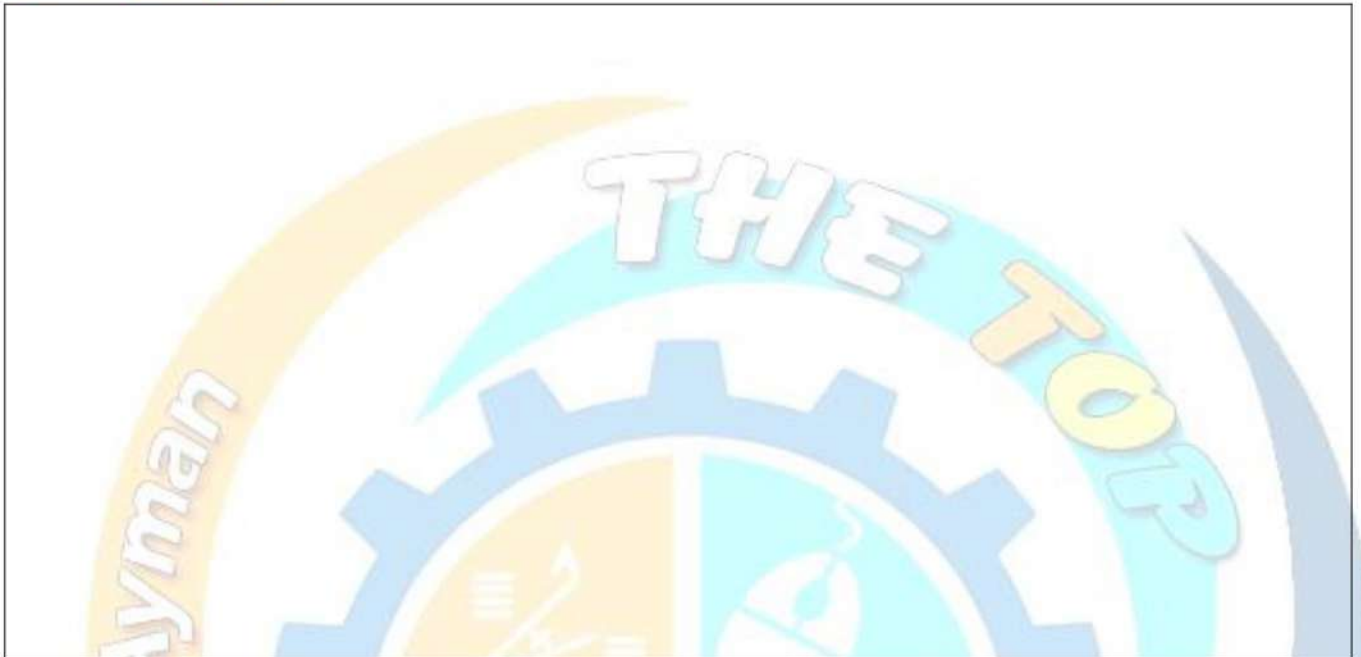
أوجد التكامل الآتي :

$$\int 4x \ln x \, dx$$

وضح خطوات الحل

$$\int (2x - 1) \ln 3x \, dx$$

وضح خطوات الحل



أوجد التكامل الآتي :

38

$$\int x \sec^2 x \, dx$$

وضح خطوات الحل



أوجد التكامل بطريقة التعويض ثم بطريقة التكامل بالأجزاء

39

$$\int e^{\sqrt{x}} dx$$

وضح خطوات الحل



أوجد التكامل بطريقة التعويض ثم بطريقة التكامل بالأجزاء

40

$$\int \cos \sqrt{x} dx$$

وضح خطوات الحل



يبلغ معدل تكاثر الميكروبات في بيئة معينة $m'(t) = 27t e^{3t}$ حيث t الزمن بالأيام
أوجد التكاثر المتراكم الكلي خلال اليومين الأولين .
وضح خطوات الحل



معدل تغير الإيرادات (بالريال لكل حاسبة) من بيع x حاسبة هو
 $R'(x) = (x + 1) \ln(x + 1)$
أوجد الإيرادات الكلية من بيع أول 12 حاسبة .
وضح خطوات الحل



تنمو مساحة سطح مغطى بالطحالب بمعدل $A'(t) = \sqrt{t} \ln t$ بوحدة cm^2 لكل $t \geq 1$ أوجد المساحة الإضافية التي تغطيها الطحالب من اليوم الرابع إلى اليوم التاسع .

وضح خطوات الحل



رأس مالك علمك، وعدوك جهلك.

التكامل بالكسور الجزئية

الأسئلة الموضوعية

أجب عن الأسئلة من 1 إلى 12 ، بوضع إشارة x في مربع الإجابة الصحيحة :

انظر إلى المعادلة التالية. افرض أن جميع المقامات ليست أصفاراً

$$\frac{2}{x(x-1)} = \frac{A}{x} + \frac{B}{x-1}$$

ما قيم A و B التي تجعل المعادلة صحيحة ؟

- ☐ A = 2 , B = 2
- ☐ A = -2 , B = 2
- ☐ A = 2 , B = -2
- ☐ A = -2 , B = -2

أي مما يلي يكافئ الدالة $f(x) = \frac{x+4}{x^2-3x+2}$ ؟

- ☐ $f(x) = \frac{5}{x-2} + \frac{6}{x-1}$
- ☐ $f(x) = \frac{5}{x-2} - \frac{6}{x-1}$
- ☐ $f(x) = \frac{6}{x-2} - \frac{5}{x-1}$
- ☐ $f(x) = \frac{6}{x-2} + \frac{5}{x-1}$

إذا علمت أن :

$$\frac{x-1}{x^2+4x+3} = \frac{2}{x+3} - \frac{1}{x+1}$$

أوجد

$$\int \frac{x-1}{x^2+4x+3} dx$$

- ☐ $2 \ln|x^2+4x+3| + C$
- ☐ $\ln|x+3| + \ln|x+1| + C$
- ☐ $\ln|x+3| - \ln|x+1| + C$
- ☐ $2 \ln|x+3| - \ln|x+1| + C$

إذا كان : $\frac{1}{(x+1)(x+2)} = \frac{1}{x+1} - \frac{1}{x+2}$ فأوجد

4

$$\int \frac{1}{(x+1)(x+2)} dx$$

☐ $\ln|x+2| - \ln|x+1| + C$

☐ $\ln|x+2| + \ln|x+1| + C$

☐ $\ln\left|\frac{x+1}{x+2}\right| + C$

☐ $\ln\left|\frac{x+2}{x+1}\right| + C$

إذا كان : $\frac{2x}{x^2-9} = \frac{1}{x-3} + \frac{1}{x+3}$ فأوجد

5

$$\int \frac{2x}{x^2-9} dx$$

☐ $\ln|x-3| - \ln|x+3| + C$

☐ $\ln|x^2-9| + C$

☐ $\ln\left|\frac{x-3}{x+3}\right| + C$

☐ $\ln\left|\frac{x+3}{x-3}\right| + C$

إذا كان : $\frac{8}{x^3-4x} = \frac{-2}{x} + \frac{1}{x-2} + \frac{1}{x+2}$ فأوجد

6

$$\int \frac{8}{x^3-4x} dx$$

☐ $2 \ln|x| + \ln|x-2| + \ln|x+2| + C$

☐ $-2 \ln|x| - \ln|x-2| + \ln|x+2| + C$

☐ $-2 \ln|x| + \ln|x-2| - \ln|x+2| + C$

☐ $-2 \ln|x| + \ln|x-2| + \ln|x+2| + C$

أوجد التكامل الآتي :

7

$$\int \frac{2x+16}{x^2-4} dx$$

☐ $3 \ln|x-2| - 5 \ln|x+2| + C$

☐ $3 \ln|x-2| + 3 \ln|x+2| + C$

☐ $5 \ln|x-2| - 3 \ln|x+2| + C$

☐ $5 \ln|x-2| + 3 \ln|x+2| + C$

أوجد التكامل الآتي :

8

$$\int \frac{8}{x^2 - 16} dx$$

- ☐ $\ln |x - 4| - \ln |x + 4| + C$
- ☐ $\ln |x - 4| + \ln |x + 4| + C$
- ☐ $\ln |x - 8| + \ln |x + 8| + C$
- ☐ $2 \ln |x - 4| - 2 \ln |x + 4| + C$

أوجد التكامل الآتي :

9

$$\int \frac{x + 4}{(x + 1)(x - 2)} dx$$

- ☐ $\ln |x - 2| - \ln |x + 1| + C$
- ☐ $2 \ln |x - 2| + \ln |x + 1| + C$
- ☐ $2 \ln |x - 2| - \ln |x + 1| + C$
- ☐ $\ln |x - 2| - 2 \ln |x + 1| + C$

أوجد التكامل الآتي :

10

$$\int \frac{4}{x^2 - 4} dx$$

- ☐ $\ln |x - 2| - \ln |x + 2| + C$
- ☐ $\ln |x - 2| + \ln |x + 2| + C$
- ☐ $\ln |x + 2| - \ln |x - 2| + C$
- ☐ $2 \ln |x - 2| - 2 \ln |x + 2| + C$

أوجد التكامل غير المحدود

11

$$\int \frac{dx}{x^2 - 1}$$

- ☐ $2 \ln \left| \frac{x-1}{x+1} \right| + C$
- ☐ $\frac{1}{2} \ln \left| \frac{x-1}{x+1} \right| + C$
- ☐ $\ln \frac{|(x-1)^2|}{|x+1|} + C$
- ☐ $\ln |x - 1| + \ln |x + 1| + C$

عبر عن الكسر الجبري $\frac{5x}{(x-3)^2}$ على صورة ناتج جمع كسور جزئية

12

- ☐ $\frac{5x}{(x-3)^2} = \frac{A}{x^2} + \frac{B}{9}$
- ☐ $\frac{5x}{(x-3)^2} = \frac{A}{(x-3)} + \frac{B}{(x-3)^2}$
- ☐ $\frac{5x}{(x-3)^2} = \frac{A}{(x-3)} + \frac{B}{(x+3)}$
- ☐ $\frac{5x}{(x-3)^2} = \frac{A}{(x-3)} + \frac{B}{(x-3)^2}$

الأسئلة المقالية

أجب عن الأسئلة من 13 إلى 28 ، مع توضيح خطوات الحل

إذا علمت أن :

13

$$\frac{x+1}{x^2+5x+6} = \frac{2}{x+3} - \frac{1}{x+2}$$

أثبت أن

$$\int \frac{x+1}{x^2+5x+6} dx = \ln \frac{|x+3|^2}{|x+2|} + C$$

وضح خطوات الحل

باستخدام الكسور الجزئية

14

أوجد : $\int \frac{4x}{(x-1)(x+3)} dx$ حيث $x \neq 1$, $x \neq -3$

وضح خطوات الحل

$$\int \frac{5}{x(x-1)} dx$$

وضح خطوات الحل



16 باستعمال المعلومات المعطاة .

$$f(4) = 0 \text{ و } f'(x) = \frac{6}{x^2 - 9}$$

أوجد $f(x)$

وضح خطوات الحل



$$\int \frac{x+6}{x^2-4} dx$$

وضح خطوات الحل

أوجد التكامل الآتي :

$$\int \frac{x+14}{x^2+7x+10} dx$$

وضح خطوات الحل

$$\int \frac{x+1}{x^2-5x+6} dx$$

وضح خطوات الحل

أوجد التكامل الآتي :

$$\int \frac{x}{x^2-4x-12} dx$$

وضح خطوات الحل

$$\int \frac{1}{x(2x-1)} dx$$

وضح خطوات الحل

أوجد التكامل الآتي :

$$\int \frac{1}{2x^2 - 3x + 1} dx$$

وضح خطوات الحل

$$\int \frac{2}{x(x^2 - 1)} dx$$

وضح خطوات الحل

أوجد التكامل الآتي :

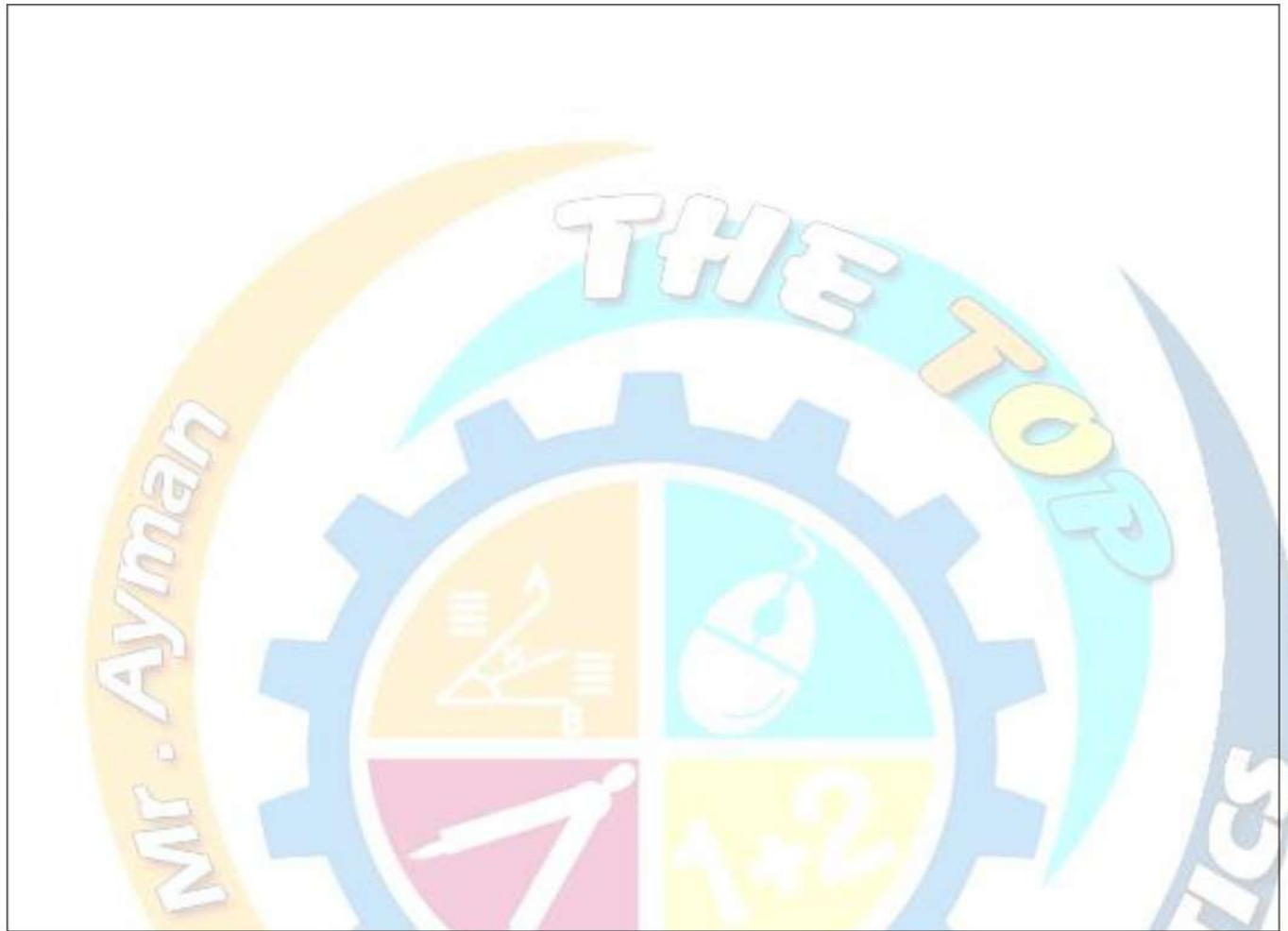
$$\int \frac{x}{(x-1)^2} dx$$

وضح خطوات الحل

لديك الدالة $g(x) = \frac{x+3}{x^2-4x+4}$

1- اكتب الدالة $g(x)$ في صيغة جمع كسور جزئية

وضح خطوات الحل



2- أوجد التكامل $\int g(x) dx$

وضح خطوات الحل



إذا علمت أن: $\frac{x^2+x+1}{x^2+x} = 1 + \frac{1}{x^2+x}$ أوجد التكامل الآتي :

26

$$\int \frac{x^2+x+1}{x^2+x} dx$$

وضح خطوات الحل

أوجد التكامل الآتي :

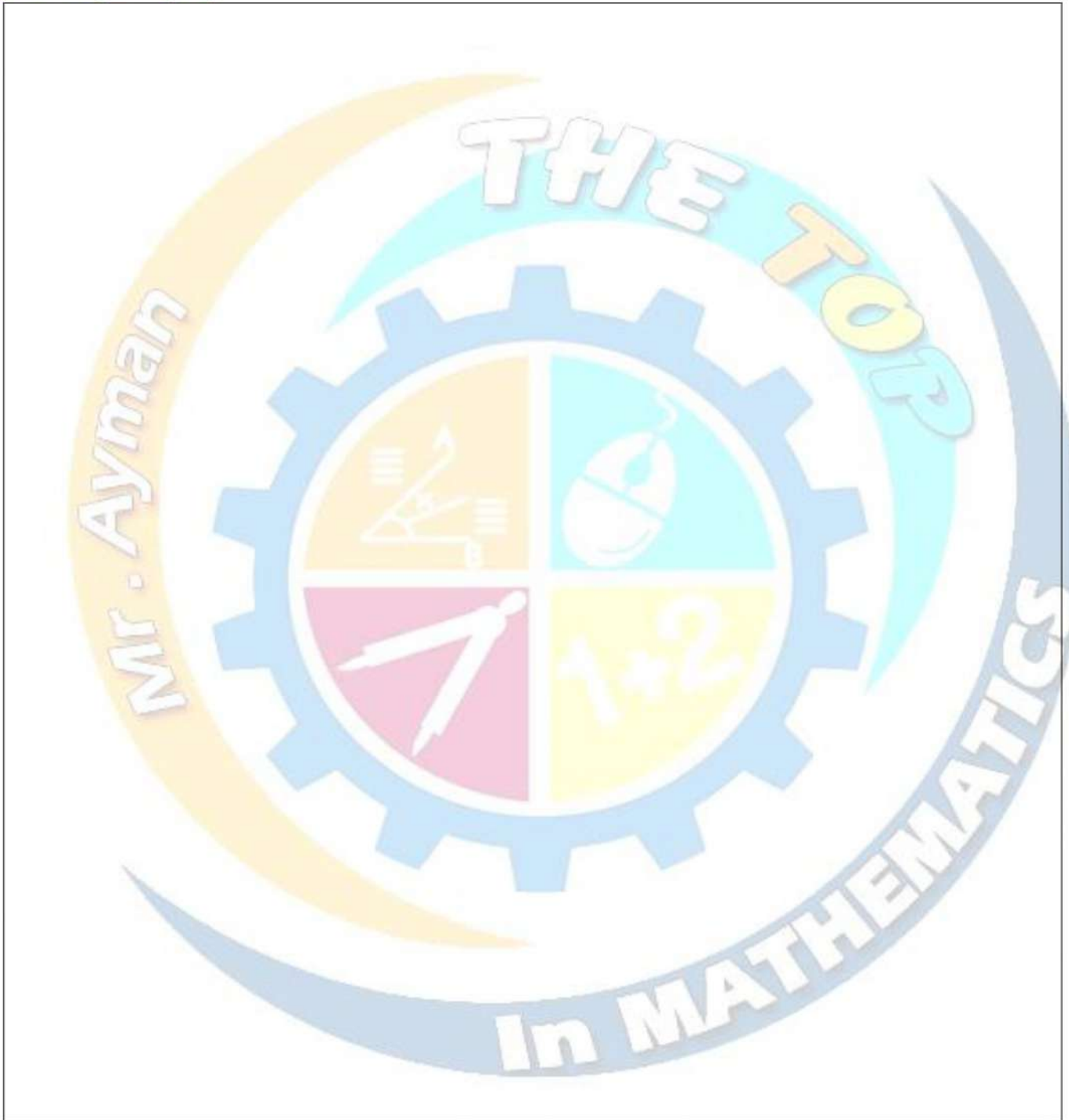
27

$$\int \frac{x^2+1}{x^2-1} dx$$

وضح خطوات الحل

$$\int \frac{x^3}{x^2 - 4} dx$$

وضح خطوات الحل



غاية العلم الخير.

مع تمنياتي لجميع الطلاب بالتوفيق والتفوق

Mr. Ayman