

أسئلة إثرائية وواجبات غير محلول



تم تحميل هذا الملف من موقع المناهج القطرية

موقع المناهج ⇨ المناهج القطرية ⇨ الصف الثاني عشر العلمي ⇨ رياضيات ⇨ الفصل الثاني ⇨ ملفات متنوعة ⇨ الملف

تاريخ إضافة الملف على موقع المناهج: 02:20:55 2026-05-23

ملفات اكتب للمعلم اكتب للطالب ا اختبارات الكترونية ا اختبارات ا حلول ا عروض بوربوينت ا أوراق عمل
منهج انجليزي ا ملخصات وتقارير ا مذكرات وبنوك ا الامتحان النهائي ا للمدرس

المزيد من مادة
رياضيات:

التواصل الاجتماعي بحسب الصف الثاني عشر العلمي



صفحة المناهج
القطرية على
فيسبوك

الرياضيات

اللغة الانجليزية

اللغة العربية

التربية الاسلامية

المواد على تلغرام

المزيد من الملفات بحسب الصف الثاني عشر العلمي والمادة رياضيات في الفصل الثاني

الخطة الفصلية المعدلة للفصل الثاني اخر تحديث 9 أبريل

1

أوراق عمل ومراجعات في المتجهات والعمليات عليها

2

مجموعة من الاختبارات التجريبية السابقة من 2020 إلى 2026

3

اختبار في الوحدة الرابعة (التكامل)

4

أوراق عمل في الوحدة الخامسة: التكامل المحدود وتطبيقاته

5

العام الدراسي
2026-2025

الصف
الثاني عشر
علمي



تدريبات إثرائية وواجبات

الوحدة الرابعة: التكامل

اسم الطالب:

الصف 12:

ملحوظة هامة: هذه الأسئلة إثرائية ولا تغني عن الكتاب المدرسي وهو
المصدر الرئيس للتعلم

الرؤية: مُتعلم ريادي لتنمية مستدامة.

الرسالة: نُرسي بيئة تعليمية شاملة ومبتكرة نُعزز القيم والأخلاق وتؤهل المتعلم بمهارات عالية، لإعداد جيل واع قادر على بناء مجتمع متقدم واقتصاد مزدهر.



ملخص قوانين الوحدة الرابعة (التكامل) - 12 علمي

الدالة الأصلية:

إذا كانت $F'(x) = f(x)$ فإن F هي دالة أصلية للدالة $f(x)$

الفرق بين دالتين أصليتين لنفس الدالة $f(x)$ هو قيمة ثابتة

$$F(x) - G(x) = C$$

التكامل غير المحدود: عائلة كل الدوال الأصلية للدالة $f(x)$

$$\int f(x) \cdot dx = F(x) + c$$

نتيجة:

$$F'(x) = f(x) \quad \leftrightarrow \quad F(x) = \int f(x) \cdot dx$$

ملاحظة: لإيجاد معادلة منحنى الدالة نكامل دالة الميل (المشتقة) عند أي نقطة واقعة عليه.

$a(t)$ التسارع $v(t)$ السرعة $s(t)$ الموقع

تذكير: في الاشتقاق نجد أن:

$s(t)$ الموقع $v(t)$ السرعة $a(t)$ التسارع

ملاحظة: في التكامل نجد أن:



قواعد التكامل غير المحدود

$$1) \int k \cdot dx = kx + c$$

تكامل الثابت

$$2) \int k \cdot f(x) \cdot dx = k \cdot F(x) + c$$

$$3) \int [f(x) \pm g(x)] \cdot dx = \int f(x) \cdot dx \pm \int g(x) \cdot dx$$

$$4) \int x^n \cdot dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + c, \quad n \neq -1$$

تكامل القوة

$$5) \int (ax + b)^n \cdot dx = \frac{1}{a} \cdot \frac{(ax+b)^{n+1}}{n+1} + c, \quad n \neq -1, \quad a \neq 0$$

$$6) \int x^{-1} \cdot dx = \int \frac{1}{x} \cdot dx = \ln|x| + c, \quad x \neq 0$$

$$7) \int \frac{1}{ax+b} \cdot dx = \frac{1}{a} \cdot \ln|ax+b| + c, \quad x \neq \frac{-b}{a}$$

$$8) \int e^x \cdot dx = e^x + c$$

$$9) \int e^{ax+b} \cdot dx = \frac{1}{a} \cdot e^{ax+b} + c$$

$$10) \int \sin(ax+b) \cdot dx = -\frac{1}{a} \cos(ax+b) + c$$

$$11) \int \cos(ax+b) \cdot dx = \frac{1}{a} \sin(ax+b) + c$$

$$12) \int \sec^2(ax+b) \cdot dx = \frac{1}{a} \tan(ax+b) + c$$

$$13) \int \csc^2(ax+b) \cdot dx = -\frac{1}{a} \cot(ax+b) + c$$

$$14) \int \cot x \cdot dx = \ln|\sin x| + c, \quad \int \tan x \cdot dx = -\ln|\cos x| + c$$

$$15) \int \sec x \cdot dx = \ln|\sec x + \tan x| + c$$

$$16) \int \csc x \cdot dx = -\ln|\csc x + \cot x| + c$$

المتطابقات المثلثية الأساسية

تذكير

$$\tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$$

$$\csc x = \frac{1}{\sin x}$$

$$\sec x = \frac{1}{\cos x}$$

$$\cot x = \frac{1}{\tan x} = \frac{\cos x}{\sin x}$$

$$\cos^2 x + \sin^2 x = 1$$

$$\tan^2 x + 1 = \sec^2 x$$

$$\cot^2 x + 1 = \csc^2 x$$

متطابقات ضعف الزاوية

$$\sin 2x = 2 \sin x \cdot \cos x$$

$$\tan 2x = \frac{2 \tan x}{1 - \tan^2 x}$$

$$\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x$$

$$\cos 2x = 2 \cos^2 x - 1$$

$$\cos 2x = 1 - 2 \sin^2 x$$

التكامل بالتعويض

قاعدة

إذا كانت $u = g(x)$ ، $du = g'(x) dx$ فإن :

$$\int f(g(x)) g'(x) dx = \int f(u) du = F(u) + c$$

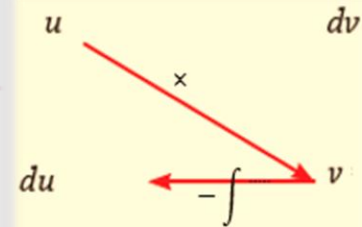
التكامل بالأجزاء

قاعدة

$$\int u dv = u \cdot v - \int v du$$

الجدول

المخطط





الأسبوع	الدرس	التاريخ
1	التكامل غير المحدود	05 - 08 / 01 / 2026 م

تعليمات
اختر الإجابة الصحيحة لكل من الأسئلة من 1 إلى 9 وذلك بوضع علامة X داخل المربع المجاور للإجابة الصحيحة.

إذا كان $g(x) = \int \cos x \cdot dx$ ، فأني مما يلي قيمة $g'(\frac{\pi}{2})$ ؟

1 ☐

$\frac{\pi}{2}$ ☐

1 ☐

0 ☐

-1 ☐

إذا كان $\int f(x)dx = x^3 + 2x - 3$ ، فما قيمة $f(2)$ ؟

2 ☐

2 ☐

10 ☐

14 ☐

28 ☐

إذا كانت $f'(x) = 6x^2 - 2x$ ، $f(2) = 7$ ، فأني مما يلي يعبر عن $f(x)$ ؟

3 ☐

$2x^3 - x^2 + 5$ ☐

$2x^3 - x^2 - 5$ ☐

$2x^3 - x^2 + 19$ ☐

$2x^3 - x^2 - 19$ ☐



أي مما يلي دالة أصلية للدالة $4x^3 + e$ ؟

4

$x^4 + ex$ ☐

$4x^4 + e^2$ ☐

$x^4 + \frac{e^2}{2}$ ☐

$x^4 + e^x$ ☐

أي مما يلي يعبر عن التكامل غير المحدود $\int \frac{1}{x^3} . dx$ ؟

5

$\frac{1}{4x^4} + c$ ☐

$-\frac{1}{2x^2} + c$ ☐

$-\frac{1}{4x^4} + c$ ☐

$\frac{1}{2x^2} + c$ ☐

إذا كانت دالة التسارع لجسيم يتحرك من السكون هي $a(t) = 2t + 1 \text{ m/s}^2$

6

ما سرعة الجسم بعد مرور 3 ثوان؟

12 m/s ☐

9 m/s ☐

6 m/s ☐

3 m/s ☐



إذا كان منحنى دالة أصلية للدالة $f(x) = 8x^3 + 3$ يمر بالنقطة $(0, 1)$.
ما قيمة ثابت التكامل؟

7

$c = -5$ ☐

$c = 0$ ☐

$c = 5$ ☐

$c = 1$ ☐

أي شرط من الشروط يجب أن يتحقق عند استعمال القاعدة $\int x^n . dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + c$ ؟

8

$n \neq -1$ ☐

$n \neq 0$ ☐

$n \neq 1$ ☐

$x \neq -1$ ☐

أي مما يلي يعبر عن التكامل غير المحدود $\int \sqrt{x} . dx$ ؟

9

$\frac{2}{3} \sqrt{x^3} + c$ ☐

$\frac{3}{2} \sqrt{x^3} + c$ ☐

$\frac{-2}{\sqrt{x}} + c$ ☐

$\frac{1}{2\sqrt{x}} + c$ ☐



عند الإجابة على الأسئلة من 10 إلى 17، اكتب إجابتك في الفراغ المخصص للإجابة:

تعليمات

10

إذا كان $\int f(x) \cdot dx = x^4 + 2x^3 + 5x$ ، فأوجد:

A. $f(2)$

وضّح خطوات الحل في المستطيل أدناه.

B. $f'(3)$

وضّح خطوات الحل في المستطيل أدناه.



11

إذا كان منحنى الدالة $g(x)$ يمر بالنقطة $(5, 1)$ ودالة ميله عند أي نقطة عليه تعطى بالعلاقة
 $g'(x) = 4x^3 - 3x^2 + 1$ ، فأوجد معادلة المنحنى $g(x)$.

وضّح خطوات الحل في المستطيل أدناه.

12

إذا كانت تسارع جسم معين يعطى بالعلاقة $a(t) = 5t^2 + 4$ و $v(0) = 6$ ، أوجد $v(t)$
وضّح خطوات الحل في المستطيل أدناه.



13

إذا كان $f(1) = 5$, $f'(1) = 8$, $f''(x) = 12x^2 - 6x$, أوجد الدالة $f(x)$.

وضّح خطوات الحل في المستطيل أدناه.



14

أوجد المشتقة المطلوبة لكل دالة مما يلي:

A. $f'(x)$; $f(x) = \int (3x^2 + 2x + 1) \cdot dx$

وضّح خطوات الحل في المستطيل أدناه.

B. $f'(5)$; $f(x) = \int (x^2 - 3x - 1) \cdot dx$

وضّح خطوات الحل في المستطيل أدناه.



15

أوجد التكاملات غير المحدودة التالية:

A. $\int (3z^2 - 4z + 5). dz$

وضّح خطوات الحل في المستطيل أدناه.

B. $\int (-9t^{-2.5} + 2t^{-1}). dt$

وضّح خطوات الحل في المستطيل أدناه.

C. $\int (x^2 - 1)^2. dx$

وضّح خطوات الحل في المستطيل أدناه.

أوجد التكاملات غير المحدودة التالية:

$$A. \int \frac{3x^5 - 2x^3 + 11}{x^2} \cdot dx$$

وضّح خطوات الحل في المستطيل أدناه.

$$B. \int \frac{x^2 + 1}{\sqrt{x}} \cdot dx$$

وضّح خطوات الحل في المستطيل أدناه.



17

أوجد الدالة $f(x)$ إذا علمت أن منحناها يقطع محور الاحداثيات الأفقي عند $x = \frac{4}{5}$ ودالة ميله
عند أي نقطة عليه تعطى بالعلاقة $f'(x) = (1 - x^2)^2$.

وضّح خطوات الحل في المستطيل أدناه.



الأسبوع	الدرس	التاريخ
02	قواعد تكامل الدوال	11 - 15 / 01 / 2026 م

تعليمات
اختر الإجابة الصحيحة لكل من الأسئلة من 01 إلى 06 وذلك بوضع علامة X داخل المربع المجاور للإجابة الصحيحة.

1 أي مما يلي يعبر عن التكامل الآتي $\int (x^3 - 4 + \frac{2}{\sqrt{x}}) \cdot dx$ ؟

$\frac{x^4}{4} - 4x + 4\sqrt{x} + c$ ☐

$\frac{x^3}{3} - 4x + 2\sqrt{x} + c$ ☐

$\frac{x^4}{4} + 4x - 4\sqrt{x} + c$ ☐

$\frac{x^3}{3} + 4x - 2\sqrt{x} + c$ ☐

2 أي مما يلي يعبر عن عائلة الدوال الأصلية للدالة $f(x) = \frac{3+2x^2}{x}$ ؟

$3x + \ln x + c$ ☐

B. $3x + x^2 + c$ ☐

$\ln(3 + 2x^2) + c$ ☐

$3 \ln x + x^2 + c$ ☐

3 أي مما يلي يمثل دالة أصلية للدالة $f(x) = x(x^2 + 1)$ ؟

$F(x) = \frac{1}{4} (x^2 + 1)^2 + c$ ☐

$F(x) = \frac{1}{2} (x^2 + 1)^2 + c$ ☐

$F(x) = \frac{1}{4} (x^2 + 1)^2$ ☐

$F(x) = \frac{1}{2} (x^2 + 1)^2$ ☐



4 أي مما يلي يعبر عن التكامل غير المحدود $\int (6x^5 + e^{2x}) . dx$ ؟

4

$\frac{1}{6}x^6 + \frac{1}{2}e^{2x} + c$ ☐

$x^6 + \frac{1}{2}e^{2x} + c$ ☐

$x^6 + \frac{1}{4}e^{2x} + c$ ☐

$x^6 + 2e^{2x} + c$ ☐

5 أي مما يلي يعبر عن عائلة الدوال الأصلية للدالة $f(x) = 2e^x$ ؟

5

$e^{2x} + c$ ☐

$2x^e + c$ ☐

$2e^x + c$ ☐

$2e^x$ ☐

6 أي مما يلي ناتج $\int \frac{3}{x} + e^{-2x} + \cos(4x) . dx$ ؟

6

$3 \ln|x| - \frac{1}{2}e^{-2x} + \frac{1}{4}\sin(4x) + c$ ☐

$3 \ln|x| - 2e^{-2x} + 4 \sin(4x) + c$ ☐

$3 \ln|x| + \frac{1}{2}e^{-2x} - \frac{1}{4}\sin(4x) + c$ ☐

$\frac{3}{x^2} + \frac{1}{2}e^{-2x} + \frac{1}{4}\sin(4x) + c$ ☐

7 أي مما يلي يعبر عن التكامل $\int \sqrt{e^{-x}} . dx$ ؟

$\frac{-1}{2} e^{-2x} + c$ ☐

$\frac{2}{3} e^{\frac{3x}{2}} + c$ ☐

$-2e^{\frac{-x}{2}} + c$ ☐

$\frac{3}{2} e^{\frac{3x}{2}} + c$ ☐

8 أي مما يلي يعبر عن التكامل $\int (\frac{2}{x} + \frac{3}{x^2} + \sec^2 x) . dx$ ؟

$\ln|x| + \frac{3}{x} + \tan x + c$ ☐

$2 \ln|x| - \frac{3}{x} + \tan x + c$ ☐

$\ln|x| - \frac{3}{x} + \tan x + c$ ☐

$2 \ln|x| + \frac{3}{x} + \tan x + c$ ☐

9 أي مما يلي يعبر عن $\int (\frac{x}{a} + \frac{a}{x}) . dx$ ، حيث a عدد ثابت ؟

$\frac{x^2}{2a} + a \ln |x| + C$ ☐

$\frac{x^2}{2a} + \frac{a^2}{x} + C$ ☐

$\frac{2x}{a} + 2 \ln |x| + C$ ☐

$\frac{2a^2}{x} + a^2 x + C$ ☐



10 أي مما يلي يعبر عن التكامل غير المحدود $\int (6 \cos^2 x + 6 \sin^2 x) \cdot dx$ ؟

$2 \cos^3 x + 2 \sin^3 x + C$ ☐

$3 \cos(2x) + C$ ☐

$3 \sin(2x) + C$ ☐

$6x + C$ ☐

تعليمات عند الإجابة على الأسئلة من 11 إلى 14، اكتب إجابتك في الفراغ المخصص للإجابة:

تعليمات

11

أوجد التكاملات غير المحدودة التالية:

A. $\int (4e^{3x+2} + 5\sin(2x) - \sqrt[5]{x^2}) \cdot dx$

وضّح خطوات الحل في المستطيل أدناه.

B. $\int (t^{-3} + 2\sin t - \cos 3t) dt$

وضّح خطوات الحل في المستطيل أدناه.



12

أوجد التكاملات غير المحدودة التالية:

$$A. \int \left(\frac{9}{x} - 3e^{2x} + e^{0.5} \right) dx$$

وضّح خطوات الحل في المستطيل أدناه.

$$B. \int (-8\cos x - 3x^3) dx$$

وضّح خطوات الحل في المستطيل أدناه.

$$C. \int (\sec x - 5) (\sec x + 5) dx$$

وضّح خطوات الحل في المستطيل أدناه.



13

أوجد التكاملات غير المحدودة التالية:

A. $\int \frac{\cos^2 x + \sin^2 x}{\csc(3x-2)} dx$

وضّح خطوات الحل في المستطيل أدناه.

B. $\int (3 \sin x \cdot \csc x) dx$

وضّح خطوات الحل في المستطيل أدناه.

C. $\int \frac{\sec(5-7x) \cdot \cos(5-7x)}{1 - \sin^2(5-7x)} dx$

وضّح خطوات الحل في المستطيل أدناه.



14

لنفترض أن الإيرادات الحدية لإحدى الشركات من أحد منتجاتها هو $8 + 400e^{-0.1q}$ ،
حيث q عدد الوحدات المنتجة من هذا المنتج. أوجد دالة إيرادات الشركة من هذا المنتج.

وضّح خطوات الحل في المستطيل أدناه.



الأسبوع	الدرس	التاريخ
02	التكامل بالتعويض	11 - 15 / 01 / 2026 م

تعليمات
اختر الإجابة الصحيحة لكل من الأسئلة من 01 إلى 04 وذلك بوضع علامة X داخل المربع المجاور للإجابة الصحيحة.

1 أي مما يلي يعبر عن التكامل غير المحدود $\int 12 \tan^3 x \sec^2 x \cdot dx$ ؟

$4 \tan^4 x + c$ ☐

$3 \tan^4 x + c$ ☐

$4 \sec^3 x + c$ ☐

$12 \sec^3 x + c$ ☐

2 أي مما يلي يعبر عن التكامل $\int \frac{2x}{x^2+4} \cdot dx$ ؟

$\ln|x^2 - 4| + c$ ☐

$\ln|x^2 + 4| + c$ ☐

$4\ln|x^2 + 4| + c$ ☐

$2\ln|x^2 + 4| + c$ ☐

3 أي مما يلي يساوي $\int \frac{\ln^3 x}{x} dx$ ؟

$\ln^4 x + c$ ☐

$\ln^3 x + c$ ☐

$\frac{\ln^4 x}{4} + c$ ☐

$\ln x^4 + c$ ☐



4 أي المقادير التالية تساوي $\int \frac{\tan \sqrt{x}}{\sqrt{x}}$ ؟

$2 \ln |\cos \sqrt{x}| + c$ ☐

$\ln |\cos \sqrt{x}| + c$ ☐

$-2 \ln |\cot \sqrt{x}| + c$ ☐

$-2 \ln |\cos \sqrt{x}| + c$ ☐

عند الإجابة على الأسئلة من 05 إلى 10، اكتب إجابتك في الفراغ المخصص للإجابة:

تعليمات

05

أوجد التكاملات التالية:

A. $\int (x^3 - 2x^2)^5 (3x^2 - 4x) dx$

وضّح خطوات الحل في المستطيل أدناه.

B. $\int \sin^2 x \cdot \cos x dx$

وضّح خطوات الحل في المستطيل أدناه.



06

أوجد التكاملات التالية:

A. $\int \tan x \, dx$

وضّح خطوات الحل في المستطيل أدناه.

B. $\int \sqrt{\tan x} \sec^2 x \, dx$

وضّح خطوات الحل في المستطيل أدناه.



07

استخدم التكامل بالتعويض لإيجاد التكاملات التالية:

$$A. \int 2x^2 (5 + 6x^3)^4 . dx$$

وضّح خطوات الحل في المستطيل أدناه.

$$B. \int x \sin(x^2) . dx$$

وضّح خطوات الحل في المستطيل أدناه.



08

استخدم التكامل بالتعويض لإيجاد التكاملات التالية:

$$A. \int \frac{\cot(\ln x)}{x} \cdot dx$$

وضّح خطوات الحل في المستطيل أدناه.

$$B. \int \frac{1}{\cos^2 x} \cdot e^{\tan x} \cdot dx$$

وضّح خطوات الحل في المستطيل أدناه.



09

أوجد التكاملات التالية:

A. $\int \left(\frac{1}{(7x-5)^3} + \frac{1}{\sqrt{5x-5}} \right) dx$

وضّح خطوات الحل في المستطيل أدناه.

B. $\int 8\sqrt{2x-1} \cdot dx$

وضّح خطوات الحل في المستطيل أدناه.



10

أوجد التكاملات غير المحدودة التالية:

A. $\int \frac{\sin x}{1+\cos x} dx$

وضّح خطوات الحل في المستطيل أدناه.

B. $\int (x+1) e^{4x^2+8x} dx$

وضّح خطوات الحل في المستطيل أدناه.



الأسبوع	الدرس	التاريخ
03	التكامل بالأجزاء	18 - 22 / 01 / 2026 م

اختر الإجابة الصحيحة لكل من الأسئلة من 01 إلى 03 وذلك بوضع علامة X داخل المربع المجاور للإجابة الصحيحة.

تعليمات

إذا كان $\int x^2 \cos x \cdot dx = h(x) - \int 2x \sin x \cdot dx$. فأَي مما يلي يعبر عن $h(x)$ ؟

1

$x^2 \sin x + c$ ☐

$2 \sin x + 2x \cos x + c$ ☐

$2 \cos x - x^2 \sin x + c$ ☐

$4 \cos x - 2x \sin x + c$ ☐

أَي مما يلي يعبر عن $\int 2 \ln x \cdot dx$ ؟

2

$2(x \ln x - 1) + c$ ☐

$2x (\ln x - 1) + c$ ☐

$2x (\ln x + 1) + c$ ☐

$2x \ln x - x + c$ ☐

أَي مما يلي يعبر عن $\int x \cos x \cdot dx$ ؟

3

$-x \sin x + \cos x + c$ ☐

$x \cos x - \sin x + c$ ☐

$x \sin x + \cos x + c$ ☐

$x \sin x - \cos x + c$ ☐



عند الإجابة على الأسئلة من 04 إلى 08، اكتب إجابتك في الفراغ المخصص للإجابة:

تعليمات

04

إذا علمت أن $f'(x) = (x + 2) \sin x$, $f(0) = 2$. أوجد ثابت التكامل.

وضّح خطوات الحل في المستطيل أدناه.

05

أوجد التكاملات غير المحدودة التالية:

A. $\int \ln 3x \, dx$

وضّح خطوات الحل في المستطيل أدناه.

B. $\int x \cdot \sin 2x \, dx$

وضّح خطوات الحل في المستطيل أدناه.



06

استخدم التكامل بالأجزاء لإيجاد التكاملات التالية:

A. $\int x^2 \cdot e^x \cdot dx$

وضّح خطوات الحل في المستطيل أدناه.

B. $\int x \sqrt{x-1} \cdot dx$

وضّح خطوات الحل في المستطيل أدناه.

07

استخدم التكامل بالأجزاء لإيجاد التكاملات التالية:

$$A. \int (2x - 1) \ln(3x) \cdot dx$$

وضّح خطوات الحل في المستطيل أدناه.

$$B. \int \sqrt{x} \ln x \, dx$$

وضّح خطوات الحل في المستطيل أدناه.



الأسبوع	الدرس	التاريخ
04	التكامل بالكسور الجزئية	25 - 29 / 01 / 2026 م

اختر الإجابة الصحيحة لكل من الأسئلة من 01 إلى 05 وذلك بوضع علامة X داخل المربع المجاور للإجابة الصحيحة.

تعليمات

إذا علمت أن $\frac{6x-2}{(x-2)(x+3)} = \frac{A}{x-2} + \frac{B}{x+3}$ ، فما قيمة A , B ؟

1

$A = 4$, $B = 2$ ☐

$A = 2$, $B = 4$ ☐

$A = -2$, $B = 4$ ☐

$A = 2$, $B = -4$ ☐

إذا كان $\frac{x+1}{x^2+5x+6} = \frac{-1}{x+2} + \frac{2}{x+3}$ ، فأَي مما يلي عبارة صحيحة؟

2

$\int \frac{x+1}{x^2+5x+6} dx = \ln(|x+3|^2 |x+2|) + c$ ☐

$\int \frac{x+1}{x^2+5x+6} dx = 2 \ln \frac{|x+3|}{|x+2|} + c$ ☐

$\int \frac{x+1}{x^2+5x+6} dx = \ln \frac{|x+3|^2}{|x+2|} + c$ ☐

$\int \frac{x+1}{x^2+5x+6} dx = \ln \frac{|x+3|}{|x+2|} + c$ ☐



إذا كان $\frac{x^2}{(x-1)(x-2)(x-3)} = \frac{A}{x-1} + \frac{B}{x-2} + \frac{C}{x-3}$ 3

فما قيم الثوابت A , B , C ؟

$-\frac{1}{2}, 4, \frac{9}{2}$ ☐

$-\frac{1}{2}, -4, -\frac{9}{2}$ ☐

$\frac{1}{2}, 4, -\frac{9}{2}$ ☐

$\frac{1}{2}, -4, \frac{9}{2}$ ☐

أي مما يلي يعبر عن $\int \frac{dx}{x^2-1}$ ؟ 4

$\frac{1}{2} \ln \left| \frac{x-1}{x+1} \right| + c$ ☐

$2 \ln \left| \frac{x-1}{x+1} \right| + c$ ☐

$\ln \left| \frac{x-1}{x+1} \right|^2 + c$ ☐

$\ln \left| \frac{(x-1)^{\frac{1}{2}}}{x+1} \right| + c$ ☐



5 ما الدالة الأصلية للدالة $F'(x) = \frac{2x-6}{x^2-2x}$ ؟

$\ln \frac{|x|^3}{|x-2|} + c$ ☐

$\ln \frac{|x|}{|x-2|} + c$ ☐

$\ln \frac{|x|^3}{|x+2|} + c$ ☐

$\ln \frac{|x|}{|x-2|^3} + c$ ☐

عند الإجابة على الأسئلة من 06 إلى 09، اكتب إجابتك في الفراغ المخصص للإجابة:

تعليمات

06

استخدم التكامل بالكسور الجزئية لإيجاد $\int \frac{3x+1}{(x-1)^2} \cdot dx$

وضّح خطوات الحل في المستطيل أدناه.

07

$$\text{أثبت أن } \int \frac{6x+9}{x^2+3x-4} dx = 3 \ln|x^2 + 3x - 4| + c$$

وضّح خطوات الحل في المستطيل أدناه.



08

A. اكتب الدالة $f(x) = \frac{x+2}{x^2+4x+3}$ في صيغة جمع كسور جزئية مقاماتها خطية.
وضّح خطوات الحل في المستطيل أدناه.

B. أوجد التكامل $\int \frac{x+2}{x^2+4x+3} \cdot dx$
وضّح خطوات الحل في المستطيل أدناه.



09

A. أوجد التكامل $\int \frac{3x^4+1}{x^2-1} \cdot dx$

وضّح خطوات الحل في المستطيل أدناه.

B. أوجد التكامل $\int \frac{e^x}{e^{2x}-e^x-2} \cdot dx$

وضّح خطوات الحل في المستطيل أدناه.



العام الدراسي
2026-2025

الصف
الثاني عشر
علمي



تدريبات إثرائية وواجبات

الوحدة الخامسة: التكامل المحدود وتطبيقاته

اسم الطالب:

الصف 12:

ملحوظة هامة: هذه الأسئلة إثرائية ولا تغني عن الكتاب المدرسي وهو
المصدر الرئيس للتعلم



مراجعة الوحدة الخامسة (التكامل المحدود وتطبيقاته) - 12 علمي

دالة أصلية في التكامل المحدود

$$F(x) = \int_a^x f(t) \cdot dt$$



$$\frac{dF}{dx} = \frac{d}{dx} \int_a^x f(t) \cdot dt = f(x)$$

خصائص التكامل المحدود

خاصية (1)

إذا كانت الدالة معرفة عند $x = a$ فإن $\int_a^a f(x) dx = 0$

خاصية (2)

إذا كانت الدالة $f(x)$ قابلة للتكامل على الفترة $[a, b]$ فإن :

$$\int_a^b f(x) dx = - \int_b^a f(x) dx$$

خاصية (3)

$$\int_a^b k dx = k(b - a) , k \in \mathbb{R}$$

خاصية (4)

إذا كانت الدالة $f(x)$ قابلة للتكامل على فترة مغلقة تنتمي إليها الأعداد a, b, c فإن :

$$\int_a^c f(x) dx = \int_a^b f(x) dx + \int_b^c f(x) dx$$

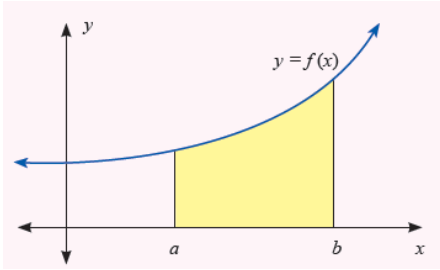
خاصية (5)

• إذا كانت الدالة $f(x)$ قابلة للتكامل على الفترة $[a, b]$ ، $f(x) \geq 0$ لكل $x \in [a, b]$ فإن :

$$\int_a^b f(x) dx \geq 0$$

• إذا كانت الدالة $f(x)$ قابلة للتكامل على الفترة $[a, b]$ ، $f(x) \leq 0$ لكل $x \in [a, b]$ فإن :

$$\int_a^b f(x) dx \leq 0$$

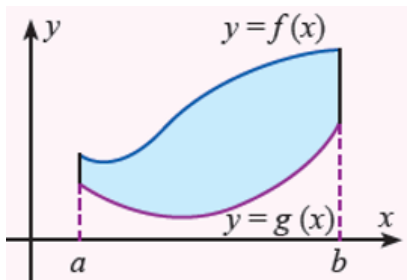


$$A = \left| \int_a^b f(x) dx \right|$$

المساحة تحت المنحنى:

خطوات الحل:

1. أوجد أصفار الدالة (التقاطع مع محور x) بحل المعادلة: $f(x) = 0$
2. جزئ الفترة إلى فترات جزئية باستعمال أصفار الدالة التي تقع ضمن الفترة.
3. أوجد كل تكامل لوحده.
4. أوجد المساحة بجمع القيمة المطلقة لكل تكامل.



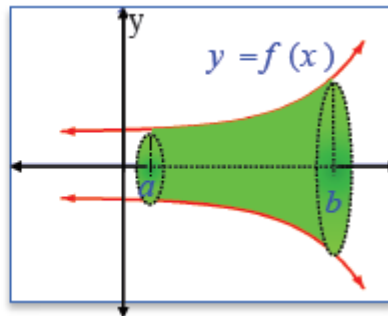
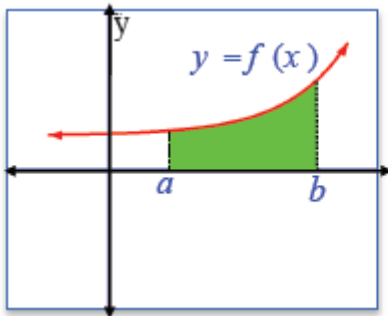
المساحة بين المخططين البيانيين لدالتين:

$$A = \left| \int_a^b [f(x) - g(x)] dx \right|$$

لإيجاد نقاط التقاطع نحل المعادلة: $f(x) = g(x)$

The Solid of Revolution

الحجوم الدورانية



$$V = \pi \int_a^b [f(x)]^2 \cdot dx$$

حجم المجسم الدوراني:



Applications of Definite Integrals

تطبيقات التكامل المحدود

التغير الكلي للدالة f

إذا كانت الدالة f تعطي معدل تغير الدالة F في الفترة $[a, b]$ ، فإن التغير الكلي للدالة F في هذه الفترة هو

$$F(b) - F(a) = \int_a^b f(x) dx$$

تطبيقات فيزيائية

إذا كانت الدالة $s(t)$ هي الدالة التي تحدد موقع جسيم يتحرك على خط مستقيم وكانت $v(t)$ هي دالة السرعة و $a(t)$ دالة التسارع، إذن:

$$s(t) = \int v(t) \cdot dt$$

$$v(t) = \int a(t) \cdot dt$$

إذا كانت السرعة غير ثابتة فإنه يلزمنا حساب **الإزاحة** في الفترة الزمنية من $t = a$ إلى $t = b$

ملاحظة

$$s(b) - s(a) = \int_a^b v(t) dt$$

موقع الجسم = الموقع الابتدائي + الإزاحة

لإيجاد **المسافة** نستخدم نفس الخطوات التي تعلمناها في إيجاد **المساحة** لأن المسافة دائماً **موجبة**

ملاحظة

ملاحظات في حركة المقذوفات الرأسية

ملاحظات

(1) عند أقصى ارتفاع $v(t) = 0$ ومنها نجد زمن الصعود ، عند السكون $v(0) = 0$

(2) زمن الصعود = زمن الهبوط ، زمن الرحلة الكلي = زمن الصعود + زمن الهبوط

(3) المسافة الكلية = $2 \times$ مسافة الصعود

(4) عند الارتطام بسطح الأرض $s(t) = 0$

(5) عند سطح الأرض $s(0) = 0$ بينما عند سطح البناية $s(0) = h$ حيث h ارتفاع البناية



Differential Equations

المعادلات التفاضلية

مفهوم

المعادلة التفاضلية القابلة للفصل

المعادلة التفاضلية القابلة للفصل هي المعادلة التي يمكن كتابتها على الصورة :

$$\frac{dy}{dx} = \frac{f(x)}{g(y)}$$

$$g(y) dy = f(x) dx$$

$$\therefore \int g(y) dy = \int f(x) dx$$

تطبيقات المعادلات التفاضلية

تظهر المعادلات التفاضلية في كثير من التطبيقات الحياتية والفيزيائية كمسائل النمو والاضمحلال، فإذا كان معدل التغير في الكمية y يتناسب طردياً مع قيمة y ، حيث أن y دالة بدلالة الزمن t فيمكن التعبير عن هذا التناسب كما يلي :

$$y = Ae^{kt}$$



$$\frac{dy}{dt} = ky$$

معدل التغير في الكمية y

ثابت التناسب الطردي مع الكمية y

وهذا التناسب يمثل معادلة تفاضلية قابلة للفصل ، والحل العام لهذه المعادلة التفاضلية يكون :

k هو ثابت النمو الأسّي

• دالة نمو أسّي إذا كانت $k > 0$

k هو ثابت الاضمحلال الأسّي

• دالة اضمحلال أسّي إذا كانت $k < 0$

$$t = \frac{\ln 2}{k}$$

عمر النصف للعنصر المشع:

نتيجة

ملاحظة إذا كان معدل النمو لتعداد ما متناسباً مع الفرق بين العدد الأقصى N والعدد في ذلك الزمن y ،

أي مع الفرق بين N و y . تقودنا هذه الافتراضات إلى المعادلة التفاضلية:

$$\frac{dy}{dt} = k(N - y)$$

الأسبوع	الدرس	التاريخ
5	التكامل المحدود	01 - 05 / 02 / 2026 م

اختر الإجابة الصحيحة لكل من الأسئلة من 1 إلى 10 وذلك بوضع علامة X داخل المربع المجاور للإجابة الصحيحة.

تعليمات

إذا كان $\int_3^7 g(x) \cdot dx = 3$ و $\int_3^7 f(x) \cdot dx = 5$ فأي الخيارات التالية غير صحيحة؟

1

$$\int_3^7 2 f(x) \cdot dx = 10 \quad \square$$

$$\int_3^7 f(x) g(x) \cdot dx = 15 \quad \square$$

$$\int_3^7 [f(x) + g(x)] \cdot dx = 8 \quad \square$$

$$\int_3^7 [f(x) - g(x)] \cdot dx = 2 \quad \square$$

لديك $\int_0^1 e^{x^2} \cdot dx = 1.46$ و $\int_0^2 e^{x^2} \cdot dx = 16.45$. ما قيمة $\int_1^2 e^{x^2} \cdot dx$ ؟

2

$$1.46 \quad \square$$

$$14.99 \quad \square$$

$$16.45 \quad \square$$

$$19.91 \quad \square$$

إذا كان $\int_0^{\sqrt{8}} \frac{x}{\sqrt{x^2+1}} \cdot dx = 2$ ، ما قيمة $\int_{\sqrt{8}}^0 \frac{x}{\sqrt{x^2+1}} \cdot dx$ ؟

3

$$-\sqrt{8} \quad \square$$

$$-2 \quad \square$$

$$2 \quad \square$$

$$\sqrt{8} \quad \square$$

4 إذا كان $\int_2^5 f(x).dx = a$ ، أي مما يلي يعبر عن $\int_5^2 3 f(x).dx$ ؟

$a - 3$ ☐

$a + 3$ ☐

$-3a$ ☐

$3a$ ☐

5 أي مما يلي يعبر عن $\int_1^3 \cos^2 x . dx + \int_1^3 \sin^2 x . dx$ صورة تكامل واحد ؟

$\int_1^3 1 . dx$ ☐

$\int_1^3 3 . dx$ ☐

$\int_1^3 x . dx$ ☐

$\int_1^3 3x . dx$ ☐

6 إذا علمت أن $y = \int_0^x \frac{3t^2}{1+t^3} dt$ ، أي مما يلي يعبر عن $\frac{dy}{dx}$ ؟

$\ln|1 + x^3| + c$ ☐

$\frac{3x^2}{1+x^3}$ ☐

$\frac{3x^2}{1+x^3}$ ☐

$\frac{6x}{3x^2}$ ☐

7 إذا كان $\int_k^{2k} x^2 \cdot dx = 63$ ، فما قيمة k ؟

$k = -3$ ☐

$k = -1$ ☐

$k = 1$ ☐

$k = 3$ ☐

8 إذا كانت $\int_1^3 f(x) \cdot dx = 5$ ، $f(3) = 6$ ، $f(1) = 3$ فما قيمة التكامل المحدود $\int_1^3 x \cdot f'(x) \cdot dx$ ؟

10 ☐

11 ☐

13 ☐

14 ☐

9 باستخدام التكامل بالأجزاء، ما قيمة $\int_0^\pi x \sin x \cdot dx$ ؟

0 ☐

1 ☐

e ☐

π ☐



إذا كان $\int_1^2 f(x)dx = 5$, $\int_2^1 g(x)dx = -3$

10

فما قيمة التكامل المحدود $\int_1^2 [2f(x) - g(x)]dx$ ؟

-13 ☐

-7 ☐

7 ☐

13 ☐

عند الإجابة على الأسئلة من 11 إلى 18، اكتب إجابتك في الفراغ المخصص للإجابة:

تعليمات

11

إذا كان $\int_2^4 dx = 2$, $\int_2^4 x \cdot dx = 6$, $\int_2^4 x^3 \cdot dx = 60$

ما قيمة $\int_2^4 (6 + 2x - x^3) \cdot dx$ ؟

وضّح خطوات الحل في المستطيل أدناه.



12

إذا كان $f(x) > 0$ ، $\int_{-6}^{a^2-5a} f(x) \cdot dx = 0$ ، ما قيمة a ؟

وضّح خطوات الحل في المستطيل أدناه.

13

إذا كان $\int_0^5 f(x) \cdot dx = 1$ و $\int_0^1 f(x) \cdot dx = -2$. ما قيمة $\int_1^5 f(x) \cdot dx$ ؟

وضّح خطوات الحل في المستطيل أدناه.



14

إذا كان منحنى الدالة $f(x)$ يمر بالنقطتين $(3, 4)$, $(1, 6)$ ، فأوجد $\int_1^3 f'(x) \cdot dx$

وضّح خطوات الحل في المستطيل أدناه.

15

إذا كان $\int_{1+b}^{2+3b} 5 \cdot dx = 40$ ، ما قيمة b ؟

وضّح خطوات الحل في المستطيل أدناه.



16

أوجد $\int_{-1}^4 f(x) \cdot dx$ ، إذا كان $f(x) = \begin{cases} 2x + 3 & , x \leq 0 \\ -\frac{x}{4} + 3 & , x > 0 \end{cases}$

وضّح خطوات الحل في المستطيل أدناه.

17

أوجد قيمة التكامل $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \cot 2x \cdot \sin 2x \cdot dx$

وضّح خطوات الحل في المستطيل أدناه.



نفرض أن u و v دالتان قابلتان للاشتقاق بدلالة x ، بحيث $\int_0^1 v \, du = 4$

ولدينا المعطيات التالية في الجدول المجاور.

استعمل هذه المعلومات لإيجاد قيمة $\int_0^1 u \, dv$.

x	$u(x)$	$v(x)$
0	2	1
1	3	-4

وضّح خطوات الحل في المستطيل أدناه.



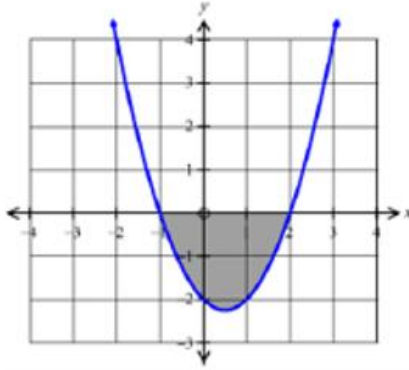
الأسبوع	الدرس	التاريخ
05	المساحة تحت المنحنى	01 – 05 / 02 / 2026 م

اختر الإجابة الصحيحة لكل من الأسئلة من 1 إلى 4 وذلك بوضع علامة X داخل المربع المجاور للإجابة الصحيحة.

تعليمات

باستخدام الشكل المرسوم أدناه، أي مما يأتي صحيحاً؟

1



$$\int_{-1}^2 f(x) \cdot dx = 0 \quad \square$$

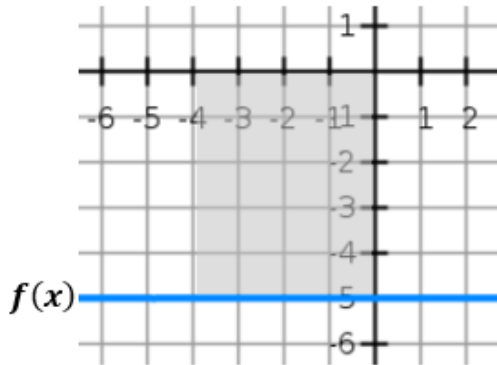
$$\int_{-1}^2 f(x) \cdot dx > 0 \quad \square$$

$$\int_{-1}^2 f(x) \cdot dx < 0 \quad \square$$

$$\int_{-1}^1 f(x) \cdot dx > 0 \quad \square$$

أي التكاملات التالية يعبر عن مساحة المنطقة المظللة؟

2



$$\int_{-4}^0 f(x) \cdot dx \quad \square$$

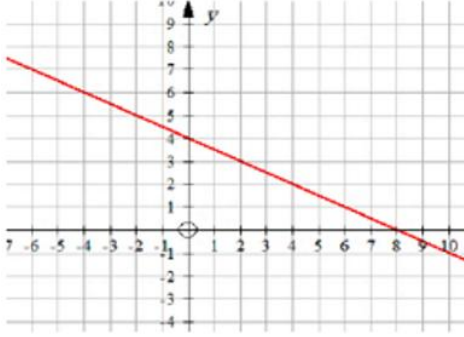
$$\int_0^{-4} f(x) \cdot dx \quad \square$$

$$\int_{-5}^0 f(x) \cdot dx \quad \square$$

$$\int_0^{-5} f(x) \cdot dx \quad \square$$

انظر إلى التمثيل البياني أدناه للدالة $f(x)$ ، ما قيمة $\int_0^8 f(x) \cdot dx$ ؟

3



4 ☐

8 ☐

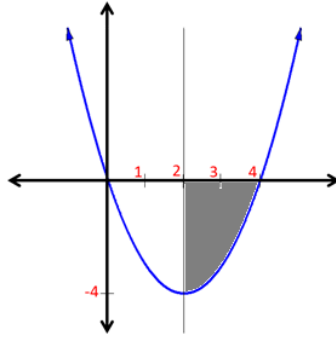
16 ☐

32 ☐

الشكل المجاور للدالة $f(x) = (x - 2)^2 - 4$

4

أي التكاملات الآتية يستخدم لحساب المنطقة المظللة في الشكل؟



$$\int_0^4 [(x - 2)^2 - 4] dx \quad \square$$

$$-\int_0^4 [(x - 2)^2 - 4] dx \quad \square$$

$$-\int_2^4 [(x - 2)^2 - 4] dx \quad \square$$

$$\int_2^4 [(x - 2)^2 - 4] dx \quad \square$$



العام الدراسي 2026/2025 م

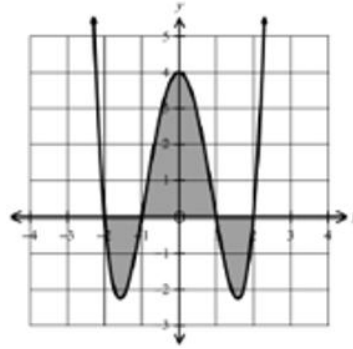
عند الإجابة على الأسئلة من 05 إلى 06، اكتب إجابتك في الفراغ المخصص للإجابة:

تعليمات

05

باستخدام التمثيل البياني الموضَّح أدناه، إذا كان:

$$\int_{-2}^{-1} f(x) dx = -3, \quad \int_{-1}^1 f(x) dx = 8, \quad \int_1^2 f(x) dx = -3$$



A. أوجد $\int_{-2}^2 f(x) dx$

وضِّح خطوات الحل في المستطيل أدناه.

B. أوجد مساحة المنطقة المظللة؟

وضِّح خطوات الحل في المستطيل أدناه.



أوجد مساحة المنطقة بين منحنى الدالة $f(x) = x^2 - 3x$ والمحور x من $x = 1$ إلى $x = 3$.

وضّح خطوات الحل في المستطيل أدناه.

الأسبوع	الدرس	التاريخ
06	المساحة بين منحنين	08 - 12 / 02 / 2026 م

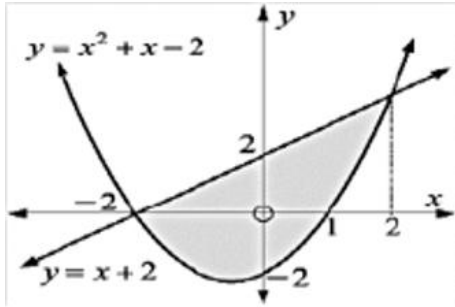
اختر الإجابة الصحيحة لكل من الأسئلة من 01 إلى 05 وذلك بوضع علامة x داخل المربع المجاور للإجابة الصحيحة.

تعليمات

أي العبارات التالية تمثل المساحة المحصورة بين المنحنين التاليين للدالتين؟

1

$$y = x + 2, \quad y = x^2 + x - 2$$



$$\int_{-2}^2 (x^2 - 4). dx \quad \square$$

$$\int_{-2}^1 (x^2 - 4). dx \quad \square$$

$$\int_{-2}^2 (-x^2 + 4). dx \quad \square$$

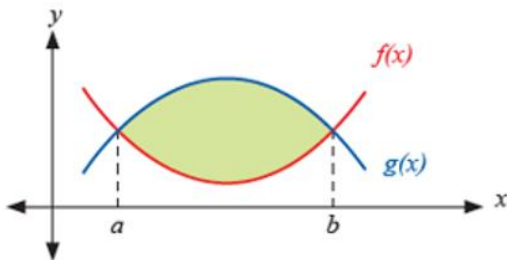
$$\int_{-2}^1 (-x^2 + 4). dx \quad \square$$

معتمداً على التمثيل البياني أدناه، إذا علمت أن مساحة المنطقة المحصورة بين منحنىي الدالتين

2

$$\int_a^b f(x). dx = 10 \quad \text{تساوي } f(x), g(x) \text{ وحدة مربعة وكان}$$

$$\int_a^b g(x). dx \text{ ما قيمة ؟}$$



$$16 \quad \square$$

$$10 \quad \square$$

$$1 \quad \square$$

$$-4 \quad \square$$

ما قيمة مساحة المنطقة المحصورة بين منحنى الدالة $y = x^2 + 1$ والمستقيم $y = 5$ ؟

3

0 ☐

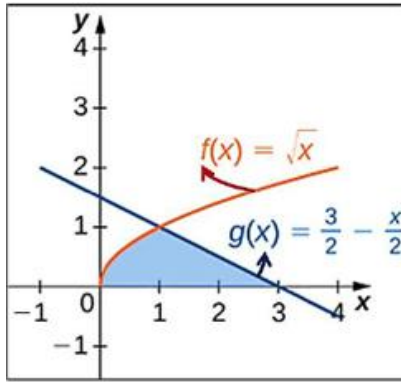
$\frac{16}{3}$ ☐

$\frac{32}{3}$ ☐

8 ☐

أي مما يلي يعبر عن مساحة المنطقة المظلة A في التمثيل البياني أدناه ؟

4



$A = \int_0^3 [f(x) - g(x)] dx$ ☐

$A = \int_0^1 \sqrt{x} dx + \int_1^3 \left[\frac{3}{2} - \frac{x}{2} \right] dx$ ☐

$A = \int_0^1 \sqrt{x} dx - \int_1^3 \left[\frac{3}{2} - \frac{x}{2} \right] dx$ ☐

$A = \int_0^1 \sqrt{x} dx + \int_1^3 \left[\frac{3}{2} + \frac{x}{2} \right] dx$ ☐

ما قيمة مساحة المنطقة المحصورة بين منحنى الدالتين $y_2 = -x + 1$, $y_1 = 3 - x^2$ والمستقيمين $x = 2$, $x = 0$ ؟

5

$3\frac{1}{3}$ ☐

$5\frac{2}{3}$ ☐

$6\frac{1}{3}$ ☐

$8\frac{2}{3}$ ☐



تعليمات

عند الإجابة على الأسئلة من 06 إلى 06، اكتب إجابتك في الفراغ المخصص للإجابة:

06

احسب قيمة المساحة الواقعة بين منحنى الدالة $f(x) = x^2 - 3x + 3$ ومنحنى الدالة $g(x) = x + 3$.

وضّح خطوات الحل في المستطيل أدناه.



العام الدراسي 2026/2025 م

الأسبوع	الدرس	التاريخ
07	الحجوم الدورانية	15 - 19 / 02 / 2025 م

اختر الإجابة الصحيحة لكل من الأسئلة من 01 إلى 03 وذلك بوضع علامة X داخل المربع المجاور للإجابة الصحيحة.

تعليمات

1 ما الحجم الدوراني الناتج عن دوران المنطقة المحصورة بين منحنى الدالة $y = e^x$ والمستقيمين $\ln 4$ و $x = \ln 2$ دورة كاملة حول محور x ؟

$\pi \text{ unit}^3$ ☐

$2\pi \text{ unit}^3$ ☐

$4\pi \text{ unit}^3$ ☐

$6\pi \text{ unit}^3$ ☐

2 أي من الخيارات التالية يمثل قيمة الحجم الدوراني الناتج عن دوران المنطقة الواقعة بين منحنى الدالة $y = \sqrt{2x}$ و $y = 0$ من $x = 0$ إلى $x = 3$ حول المحور x ؟

9 ☐

6π ☐

9π ☐

36π ☐

3 أي من الخيارات التالية يمثل قيمة الحجم الدوراني الناتج عن دوران المنطقة الواقعة بين منحنى الدالة $y = 9 - x^2$ والمستقيم $y = 0$ حول المحور x ؟

$\frac{92\pi}{3}$ ☐

$\frac{124\pi}{3}$ ☐

$\frac{1204\pi}{5}$ ☐

$\frac{1296\pi}{5}$ ☐



عند الإجابة على الأسئلة من 04 إلى 08، اكتب إجابتك في الفراغ المخصص للإجابة:

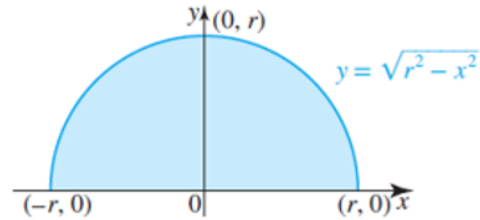
04

أوجد الحجم الدوراني الناتج عن دوران المنطقة المحصورة بين منحنى الدالة $y = x + 1$ و $y = 0$ من $x = 1$ إلى $x = 4$ حول محور x .

وضّح خطوات الحل في المستطيل أدناه.

05

أوجد الحجم الدوراني الناتج عن دوران نصف الدائرة الممثلة أدناه حول محور x .



وضّح خطوات الحل في المستطيل أدناه.



06

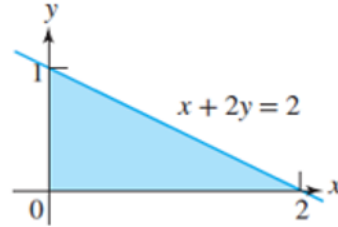
أوجد حجم الجسم الناتج عن دوران منحنى الدالة أدناه دورة كاملة حول المحور x في الفترة

$$y = 2e^{2x} - 2, \quad x = -\ln 6, \quad x = \ln 2$$

وضّح خطوات الحل في المستطيل أدناه.

07

أوجد الحجم الدوراني الناشئ عن دوران المساحة المظللة في الشكل أدناه حول المحور x .



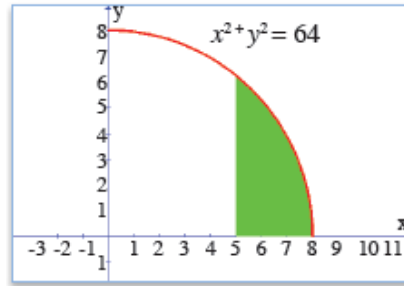
وضّح خطوات الحل في المستطيل أدناه.



08

المخطط البياني أدناه يمثل المنطقة المحصورة بين الدائرة التي معادلتها $x^2 + y^2 = 64$ والمستقيم $x = 5$ في الربع الأول. إذا دارت المنطقة المظللة حول المحور x دورة كاملة.

احسب حجم الجسم الدوراني.



وضّح خطوات الحل في المستطيل أدناه.

الأسبوع	الدرس	التاريخ
08	تطبيقات التكامل	22 – 26 / 02 / 2026 م

اختر الإجابة الصحيحة لكل من الأسئلة من 01 إلى 07 وذلك بوضع علامة X داخل المربع المجاور للإجابة الصحيحة.

تعليمات

تستهلك إحدى الدول النامية الوقود بمعدل $r(t) = 20e^{0.2t}$ مليون برميل سنوياً، حيث t الزمن بالسنوات و $0 \leq t \leq 10$. أي الخيارات التالية يعطي كمية الوقود الذي تستهلكه هذه الدولة في الفترة الزمنية $0 \leq t \leq 10$ ؟

1

$r(10)$ ☐

$r(10) - r(0)$ ☐

$\int_0^{10} r'(t).dt$ ☐

$\int_0^{10} r(t).dt$ ☐

يتحرك جسيم وفق دالة السرعة $v(t) = 6t^2 - 2t + 1$ cm/s. أي مما يلي يمثل إزاحة الجسيم خلال الفترة الزمنية $t = 0$ إلى $t = 2$ ؟

2

14 cm ☐

20 cm ☐

22 cm ☐

24 cm ☐



يتحرك جسيم وفق دالة التسارع $a(t) = 6t + 1 \text{ cm/s}^2$. فإذا كان $v(0) = 2$ ، فأوجد السرعة اللحظية عند أي لحظة؟

3

$v(t) = 6t + 1$ ☐

$v(t) = 6t^2 + t$ ☐

$v(t) = 3t^2 + t - 2$ ☐

$v(t) = 3t^2 + t + 2$ ☐

تتمذج الدالة التالية معدل كمية الملوثات (بالأطنان) المذالة من إحدى البحيرات. $y = 20e^{-0.5t}$ حيث t عدد السنوات المنقضية منذ 2005، ما تقدير كمية الملوثات المذالة من البحيرة بين العامين 2005 و 2015 ؟ "قرب الإجابة إلى أقرب طن".

4

40 ☐

47 ☐

56 ☐

61 ☐

يتحرك جسيم في خط مستقيم بتسارع مقداره $a(t) = \frac{2}{t+1} \text{ ms}^{-2}$ حيث t الزمن بالثواني. إذا كانت سرعة الجسيم الابتدائية هي $v(0) = 3 \text{ ms}^{-1}$ ، فما سرعة الجسيم عندما $t = 2$ ؟

5

$\ln 6$ ☐

$\ln 9$ ☐

$3 + \ln 6$ ☐

$3 + \ln 9$ ☐



جسيم يتحرك في خط مستقيم بحيث أن سرعته $v(t) = 4 - 2t \text{ cms}^{-1}$ حيث أن t الزمن بالثواني. ما المسافة الكلية المقطوعة في الفترة الزمنية $[0, 3]$ من الحركة؟

6

5 cm ☐

4 cm ☐

3 cm ☐

1 cm ☐

معدل التغير في المبيعات S بالنسبة إلى الإنفاق الإعلاني x معطاة بالعلاقة $\frac{dS}{dx} = 3x^2 - 2x$ بحيث $2 \leq x \leq 10$. ما التغير الكلي في المبيعات عندما يزيد الإنفاق الإعلاني S من 2 إلى 5؟

7

96 ☐

100 ☐

869 ☐

900 ☐



عند الإجابة على الأسئلة من 08 إلى 13، اكتب إجابتك في الفراغ المخصص للإجابة:

08

يتسارع جسيم من السكون وفق القاعدة $1 + 3\sqrt{t} \text{ m/sec}^2$ حيث t الزمن بالثواني.

A. أوجد سرعة الجسيم بعد 9 ثوان.

وضّح خطوات الحل في المستطيل أدناه.

B. أوجد إزاحة الجسيم خلال هذه الفترة.

وضّح خطوات الحل في المستطيل أدناه.



09

يتحرك جسيم في خط مستقيم بسرعة $v(t) = 3t^2 - 4t \text{ m/sec}$
في الفترة الزمنية $0 \leq t \leq 5$

A. أوجد إزاحة الجسيم في الفترة من $t = 0$ إلى $t = 5$

وضّح خطوات الحل في المستطيل أدناه.

B. إذا كانت $S(0) = 10$ ، حيث S موقع الجسيم فأوجد موقع الجسيم عند $t = 5$

وضّح خطوات الحل في المستطيل أدناه.



10

تم إطلاق قذيفة رأسياً من مستوى سطح الأرض بسرعة 90 ft/sec .
(تذكر أن التسارع الذي سببه جاذبية الأرض يساوي 32 ft/sec^2)

A. أوجد سرعة القذيفة بعد 3 ثوان.

وضّح خطوات الحل في المستطيل أدناه.

B. في أي لحظة ترتطم القذيفة بالأرض؟

وضّح خطوات الحل في المستطيل أدناه.

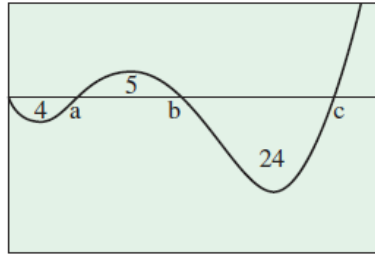
C. أوجد المسافة الكلية التي تقطعها القذيفة عند ارتطامها بالأرض.

وضّح خطوات الحل في المستطيل أدناه.

يتحرك جسيم على طول المحور x (المسافة مقيسة بالسنتيمترات). موقعه الأصلي عند $t = 0 \text{ sec}$ هو $x(0) = 15$. يبين الشكل أدناه التمثيل البياني لسرعة الجسيم $v(t)$.

الأعداد هي مساحات المناطق المغلقة علماً بأن المسافة التي يقطعها الجسيم في الفترة الزمنية

$$[a, b] \text{ تساوي } \int_a^b |v(t)| dt.$$



A. أوجد إزاحة الجسيم بين $t = 0$ و $t = c$.

وضّح خطوات الحل في المستطيل أدناه.

B. أوجد المسافة الكلية التي يقطعها الجسيم في نفس الفترة الزمنية.

وضّح خطوات الحل في المستطيل أدناه.

C. حدّد موقع الجسيم عند الزمن $t = a$ والزمن $t = b$ والزمن $t = c$.

وضّح خطوات الحل في المستطيل أدناه.



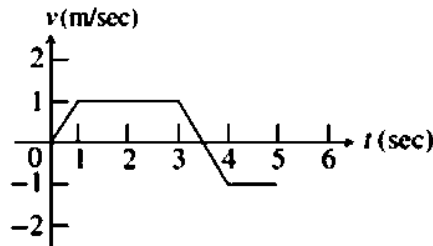
12

يعطى معدل تغير شدة التيار في دائرة كهربائية بالعلاقة: $\frac{dI}{dt} = \frac{-100}{t^2}$ حيث t الزمن بالثواني، I شدة التيار بالأمبير. فإذا علمت أن $I = 150$ عندما $t = 2$.
ما الصيغة التي تعبر عن شدة التيار؟

وضّح خطوات الحل في المستطيل أدناه.

13

يبيّن الشكل أدناه سرعة جسيم يتحرك على طول المحور x . أوجد إزاحة الجسيم.



وضّح خطوات الحل في المستطيل أدناه.



الأسبوع	الدرس	التاريخ
09	المعادلات التفاضلية	01 – 05 / 03 / 2026 م

اختر الإجابة الصحيحة لكل من الأسئلة من 01 إلى 05 وذلك بوضع علامة X داخل المربع المجاور للإجابة الصحيحة.

تعليمات

1 أي مما يأتي يمثل الحل العام للمعادلة التفاضلية: $\frac{dy}{dx} = 4 - 2x$ ؟

$y = 4x + c$ ☐

$y = 4x - x^2 + c$ ☐

$y = x^2 - 4x + c$ ☐

$y = x^2 + 4x + c$ ☐

2 ما الحل العام للمعادلة التفاضلية $\frac{dP}{dt} = -3P$ ؟

$P = e^{-3t}$ ☐

$P = e^{-t}$ ☐

$P = A e^{-t}$ ☐

$P = A e^{-3t}$ ☐

3 ما الحل الخاص للمعادلة التفاضلية $\frac{dy}{dx} = 2xy$ ، $x = 0$ ، $y = 10$ ؟

$y = e^{x^2}$ ☐

$y = e^x$ ☐

$y = 10 e^{x^2}$ ☐

$y = 10 e^x$ ☐



4 تخسر عينة من العنصر $Ce - 143$ (نظير مشع للسيريوم) 99% من كتلتها المشعة خلال 199 ساعة. إذا كانت المعادلة التفاضلية $\frac{dy}{dt} = -ky$ تمثل اضمحلال الكتلة المشعة مع مرور الزمن. ما عمر النصف للعنصر $Ce - 143$ ؟

4 ساعات ☐

6 ساعات ☐

30 ساعات ☐

100.5 ساعة ☐

5 ما حل المعادلة التفاضلية التالية $x \frac{dy}{dx} = \ln x$ ؟

$y = \frac{1}{2} \ln x + c$ ☐

$y = \ln x + c$ ☐

$y = \frac{1}{2} (\ln x)^2 + c$ ☐

$y = (\ln x)^2 + c$ ☐



عند الإجابة على الأسئلة من 06 إلى 13، اكتب إجابتك في الفراغ المخصص للإجابة:

06

أوجد الحل الخاص للمعادلة التفاضلية $\frac{dy}{dx} = e^{x-y}$ ، عندما $y = 2$ ، $x = 0$.

وضّح خطوات الحل في المستطيل أدناه.

07

أوجد الحل الخاص للمعادلة التفاضلية $\frac{dy}{dx} = \frac{1-2x}{3y^2}$ ، $y(0) = 2$.

وضّح خطوات الحل في المستطيل أدناه.



08

مستخدماً فصل المتغيرين حل المعادلة التفاضلية ذات القيمة الابتدائية

$$\frac{dy}{dx} = \frac{4x}{y^2} : y(0) = 3$$

وضّح خطوات الحل في المستطيل أدناه.

09

مستخدماً فصل المتغيرين حل المعادلة التفاضلية: $\frac{dy}{dx} = e^{(2x-y)}$

وضّح خطوات الحل في المستطيل أدناه.



10

أوجد حل المعادلة التفاضلية $\frac{dy}{dt} = ky$ ، حيث k عدد ثابت، والذي يحقق الشرط الابتدائي $y(0) = 100$ ، $k = 1.5$.

وضّح خطوات الحل في المستطيل أدناه.

11

يمكن نمذجة اضمحلال الكتلة المشعة في العنصر $Sm - 151$ (نظير مشع لعنصر السماريوم) بالمعادلة التفاضلية $\frac{dy}{dt} = -0.0077y$ ، حيث t الزمن بالسنوات. أوجد عمر النصف للعنصر $Sm - 151$.

وضّح خطوات الحل في المستطيل أدناه.



لا تستوعب المحميات الطبيعية في بعض المناطق أكثر من 6000 رأس ماعز جبلي. لنفترض أن معدل نمو تعداد هذا النوع من الماعز في كل زمن يتناسب مع الفرق بين عددها الأقصى وعددها في ذلك الزمن. ثابت النمو الأسّي هو 15% ، وعدد رؤوس الماعز الابتدائي هو 1200.

$$\frac{dy}{dt} = 0.15(6000 - y)$$

أوجد عدد رؤوس الماعز المتوقع بعد مرور 5 سنوات.

وضّح خطوات الحل في المستطيل أدناه.

13

أوجد حل المعادلة التفاضلية $\frac{dy}{dt} = ky$. إذا علمت أن: $y(0) = 50$, $y(5) = 100$

وضّح خطوات الحل في المستطيل أدناه.



العام الدراسي
2026-2025

الصف
الثاني عشر
علمي



مادة الرياضيات

تدريبات إثرائية وواجبات

الوحدة السادسة: المتجهات

اسم الطالب:

الصف 12:

ملحوظة هامة: هذه الأسئلة إثرائية ولا تغني عن الكتاب المدرسي وهو
المصدر الرئيس للتعلم

الرؤية: مُتعلم ريادي لتنمية مستدامة.

الرسالة: نُرسي بيئة تعليمية شاملة ومبتكرة تُعزز القيم والأخلاق وتؤهل المتعلم بمهارات عالية، لإعداد جيل واع قادر على بناء مجتمع متقدم واقتصاد مزدهر.



مراجعة الوحدة السادسة (المتجهات) - 12 علمي

الصورة التركيبية للقطعة المستقيمة المتجهة

السهم الذي نقطة بدايته $A(x_1, y_1)$ ونقطة نهايته $B(x_2, y_2)$ يعبر عن المتجه:

$$\overrightarrow{AB} = \langle x_2 - x_1, y_2 - y_1 \rangle$$

مقدار المتجه (طول المتجه)

- إذا كان المتجه v ممثلاً بسهم من (x_1, y_1) إلى (x_2, y_2) فإن مقداره هو:

$$|v| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$|v| = \sqrt{a^2 + b^2} \quad \text{فإن } v = \langle a, b \rangle$$
- بصورة أخرى إذا كان $v = \langle a, b \rangle$ فإن

متجه الوحدة

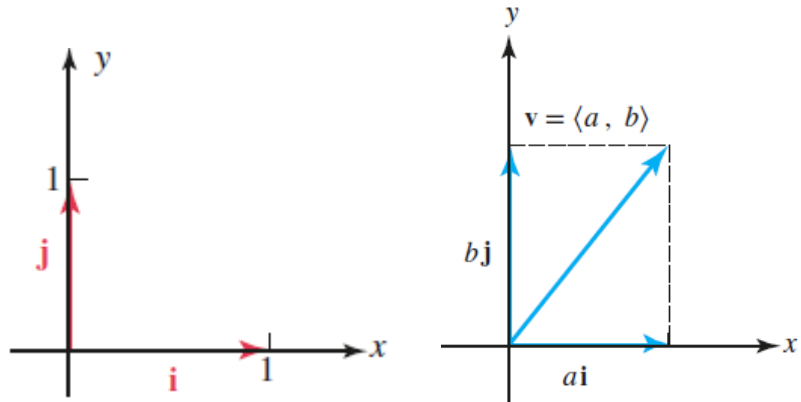
- متجه الوحدة: هو كل متجه u مقداره $|u| = 1$
- إيجاد متجه الوحدة: إذا كان v متجهاً غير صفري $v \neq \langle 0, 0 \rangle$ فإن المتجه

$$\hat{v} = \frac{v}{|v|} = \frac{1}{|v|} v$$

هو متجه وحدة في اتجاه المتجه v وقد يسمى (متجه الاتجاه)

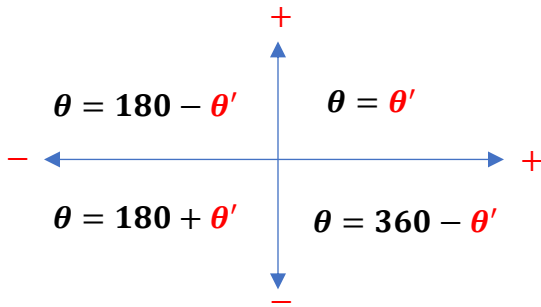
كتابة المتجه بدلالة متجهات الوحدة القياسية (الأساسية):

$$\langle x, y \rangle = x \mathbf{i} + y \mathbf{j}$$



تحليل متجه إلى مركباته الأساسية $v = \langle |v| \cos \theta, |v| \sin \theta \rangle$

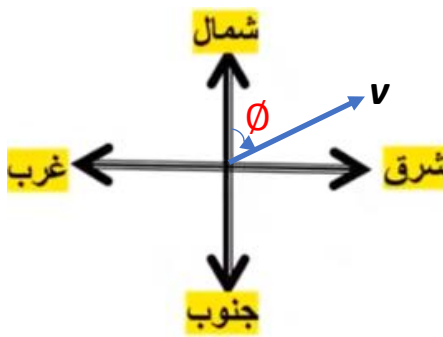
$$x = |v| \cos \theta, \quad y = |v| \sin \theta$$



ملاحظة زاوية اتجاه المتجه v

$$\theta' = \tan^{-1} \left| \frac{y}{x} \right|$$

ثم نحدد الزاوية θ اعتماداً على الربع الذي يقع فيه المتجه



ملاحظة إذا كانت ϕ الزاوية مع الشمال الجغرافي (مع عقارب الساعة)

$$\theta = 90 - \phi$$

إذا كانت ϕ في الربع الأول (حادّة):

$$\theta = 450 - \phi$$

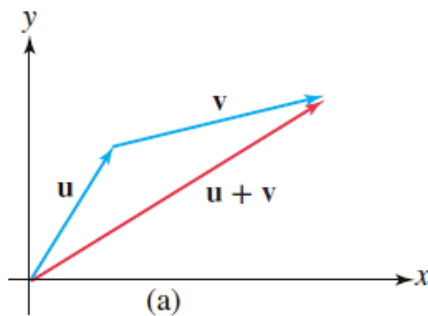
إذا كانت ϕ أكبر من 90° (بقية الأرباع):

العمليات على المتجهات جبرياً: إذا كان $u = \langle x_2, y_2 \rangle$ و $v = \langle x_1, y_1 \rangle$ ، فإن:

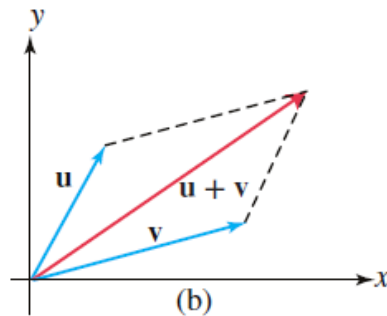
- 1) $k v = k \langle x_1, y_1 \rangle = \langle kx_1, ky_1 \rangle$
- 2) $v \pm u = \langle x_1 \pm x_2, y_1 \pm y_2 \rangle$

العمليات على المتجهات بيانياً

(1) الجمع



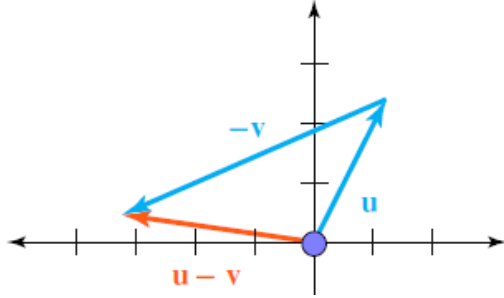
طريقة الرأس والذيل



طريقة متوازي الأضلاع



(2) **الطرح:** نحول عملية الطرح إلى جمع المعكوس



$$\begin{aligned} u - v &= u + (-1)v \\ &= u + (-v) \end{aligned}$$

(3) **الضرب بعدد ثابت**

- (1) $k > 1$: يتمدد المتجه ويحافظ على الاتجاه نفسه.
 - (2) $0 < k < 1$: يتقلص المتجه ويحافظ على الاتجاه نفسه.
 - (3) $-1 < k < 0$: يتقلص المتجه ، وينعكس اتجاهه.
 - (4) $k < -1$: يتمدد المتجه ، وينعكس اتجاهه.
- وعند ضرب المتجه بالعدد صفر (0) ، فإن الناتج هو المتجه الصفري $\vec{0}$

الضرب القياسي للمتجه $u = \langle x_2, y_2 \rangle$ في المتجه $v = \langle x_1, y_1 \rangle$ هو:

$$v \cdot u = x_1 \cdot x_2 + y_1 \cdot y_2$$

الخاصية	التمثيل الجبري
1 ضرب متجه في نفسه	$a \cdot a = a ^2$
2 الضرب القياسي عملية إبدالية	$a \cdot b = b \cdot a$
3 ضرب متجه بالمتجه الصفري	$a \cdot \vec{0} = \vec{0} \cdot a = 0$
4 خاصية التوزيع	$a \cdot (b \pm c) = a \cdot b \pm a \cdot c$ $(b \pm c) \cdot a = b \cdot a \pm c \cdot a$
5 الضرب بعدد حقيقي	$k(a \cdot b) = ka \cdot b = a \cdot kb$



نظرية الزاوية بين متجهين

إذا كانت θ هي الزاوية بين المتجهين u و v ($u \neq 0$ و $v \neq 0$) فإن:

$$\cos \theta = \frac{u \cdot v}{|u||v|}$$

$$\theta = \cos^{-1}\left(\frac{u \cdot v}{|u||v|}\right)$$

$$a \cdot b = |a||b| \cos \theta$$

الضرب القياسي لمتجهين:

نتيجة

يتعامد المتجهان غير الصفريين a و b إذا وفقط إذا كان $a \cdot b = 0$

ملاحظة: إذا كان $\frac{x_2}{x_1} = \frac{y_2}{y_1}$ فإن المتجهان u , v متوازيان

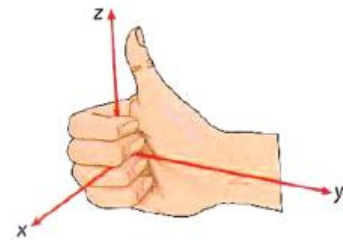
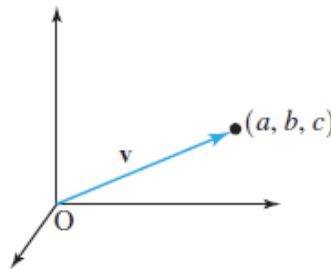
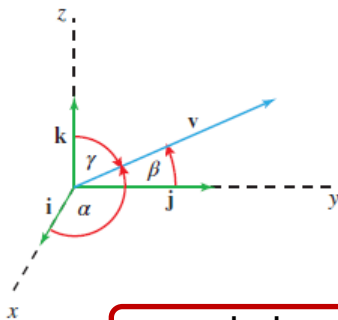
الشغل w

الشغل w : هو ناتج ضرب مقدار القوة F التي تحرك الجسم من A باتجاه B في $\overline{AB}$.

$$W = F \cdot \overline{AB} = |F| \cdot |\overline{AB}| \cdot \cos \theta$$

Vectors in Space

المتجهات في الفضاء الثلاثي الأبعاد



$$x = |v| \cos \alpha$$

,

$$y = |v| \cos \beta$$

,

$$z = |v| \cos \gamma$$

$$v = |v| \cos \alpha \cdot i + |v| \cos \beta \cdot j + |v| \cos \gamma \cdot k$$



نتيجة لأي متجه غير صفري $v = \langle x, y, z \rangle$ فإن الزوايا بين المتجه والمحاور الإحداثي x, y, z الموجبة (زوايا الاتجاه) هي α, β, γ على الترتيب تحسب كالتالي:

$$\cos \alpha = \frac{x}{|v|} \longrightarrow \alpha = \cos^{-1} \left(\frac{x}{|v|} \right)$$

$$\cos \beta = \frac{y}{|v|} \longrightarrow \beta = \cos^{-1} \left(\frac{y}{|v|} \right)$$

$$\cos \gamma = \frac{z}{|v|} \longrightarrow \gamma = \cos^{-1} \left(\frac{z}{|v|} \right)$$

ملاحظة: إذا كان $\frac{x_2}{x_1} = \frac{y_2}{y_1} = \frac{z_2}{z_1}$ فإن المتجهان u, v متوازيان



الأسبوع	الدرس	التاريخ
10	مدخل إلى المتجهات	08 - 12 / 03 / 2026 م

اختر الإجابة الصحيحة لكل من الأسئلة من 01 إلى 07 وذلك بوضع علامة X داخل المربع المجاور للإجابة الصحيحة.

تعليمات

1 أي مقدار من المقادير التالية هو مقدار المتجه $\langle 2, -1 \rangle$ ؟

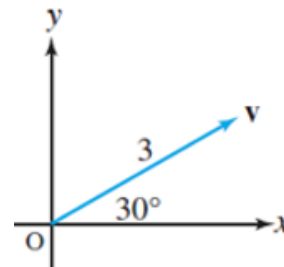
- ☐ 1
- ☐ $\sqrt{3}$
- ☐ $\frac{\sqrt{5}}{5}$
- ☐ $\sqrt{5}$

2 ما زاوية اتجاه المتجه $\langle -3, -3 \rangle$ ؟

- ☐ 45°
- ☐ 135°
- ☐ 225°
- ☐ 315°

3 أي الخيارات التالية يمثل المتجه v ؟

- ☐ $\langle 3 \cos 30^\circ, 3 \sin 30^\circ \rangle$
- ☐ $\langle 3 \sin 30^\circ, 3 \cos 30^\circ \rangle$
- ☐ $\langle 3 \cos 60^\circ, 3 \sin 60^\circ \rangle$
- ☐ $\langle \sqrt{3} \cos 30^\circ, \sqrt{3} \sin 30^\circ \rangle$



4 ليكن $r = \langle 3, -2 \rangle$ ، أي الخيارات التالية يمثل مركبتي المتجه $2r$ ؟

- ☐ $\langle 6, 0 \rangle$
- ☐ $\langle 5, 0 \rangle$
- ☐ $\langle 6, -4 \rangle$
- ☐ $\langle -6, 4 \rangle$



5 ما الصورة التركيبية للمتجه الممثل في المستوى أدناه؟



- ☐ $\langle 3, -2 \rangle$
- ☐ $\langle 3, 2 \rangle$
- ☐ $\langle -2, 3 \rangle$
- ☐ $\langle -3, 2 \rangle$

6 إذا كانت $A(2, 0)$, $B(4, -7)$, $C(3, 2y)$, $D(3x - 1, 9)$ وكان $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$ ، ما قيمة كلا من x, y ؟

- ☐ $x = 2$, $y = 8$
- ☐ $x = 1$, $y = 1$
- ☐ $x = 2$, $y = 1$
- ☐ $x = -2$, $y = -8$

7 أي مما يلي يمثل الصورة التركيبية لمتجه طوله 8 ويصنع زاوية مقدارها 300° مع الشمال الجغرافي؟

- ☐ $\langle -4\sqrt{3}, 4 \rangle$
- ☐ $\langle -4\sqrt{3}, -4 \rangle$
- ☐ $\langle 4\sqrt{3}, -4 \rangle$
- ☐ $\langle 4\sqrt{3}, 4 \rangle$



عند الإجابة على الأسئلة من 08 إلى 10، اكتب إجابتك في الفراغ المخصص للإجابة:

تعليمات

08

A. أوجد قيمة a, b إذا علمت أن: $\langle a - 1, 12 \rangle = \langle -3, 3b \rangle$

وضّح خطوات الحل في المستطيل أدناه.

B. أوجد متجه الوحدة عكس اتجاه المتجه $v = \langle 3, -4 \rangle$

وضّح خطوات الحل في المستطيل أدناه.

09

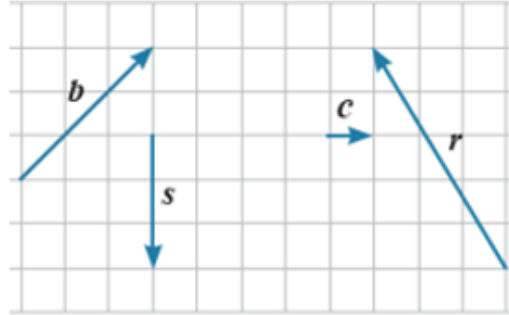
إذا علمت أن $\overrightarrow{AB} = \langle 3, -2 \rangle$ وكانت $A = (1, 4)$. أوجد إحداثيي النقطة B.

وضّح خطوات الحل في المستطيل أدناه.



10

بالاعتماد على المتجهات الممثلة في المستوى أدناه أجب عمل يلي:



A. اكتب الصورة التركيبية للمتجه b

وضّح خطوات الحل في المستطيل أدناه.

B. اكتب الصورة التركيبية للمتجه s

وضّح خطوات الحل في المستطيل أدناه.

C. اكتب الصورة التركيبية للمتجه r

وضّح خطوات الحل في المستطيل أدناه.



الأسبوع	الدرس	التاريخ
12-13	العمليات على المتجهات	22 - 30 / 03 / 2026 م

اختر الإجابة الصحيحة لكل من الأسئلة من 01 إلى 04 وذلك بوضع علامة $\times$ داخل المربع المجاور للإجابة الصحيحة.

تعليمات

1 ليكن $u = \langle 5, 4 \rangle$ ، $v = \langle 2, -1 \rangle$ ، أي الخيارات التالية يمثل مركبتي المتجه $u - 3v$ ؟

- ☐ $\langle -5, 3 \rangle$
- ☐ $\langle 7, 5 \rangle$
- ☐ $\langle -1, 7 \rangle$
- ☐ $\langle 2, 4 \rangle$

2 ليكن $u = \langle 2, 3 \rangle$ ، $v = \langle 4, 1 \rangle$ ، أي الخيارات التالية يعبر عن المتجه $u + v$ بدلالة

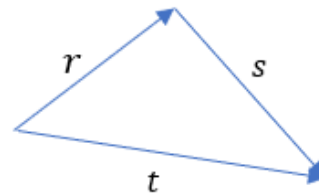
متجهي الوحدة الأساسية ؟

- ☐ $u + v = 6i - 4j$
- ☐ $u + v = 5i + 4j$
- ☐ $u + v = 6i + 4j$
- ☐ $u + v = 8i + 4j$

3 يوضح الشكل أدناه المتجهات r, s, t .

أي الخيارات التالية يعبر عن المتجه t بدلالة المتجهين r, s ؟

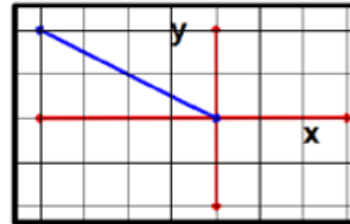
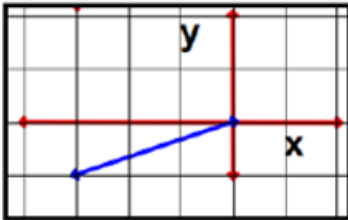
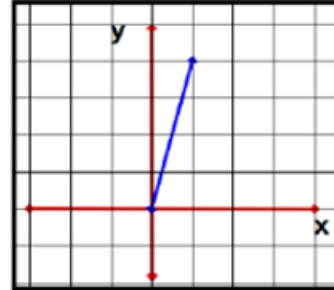
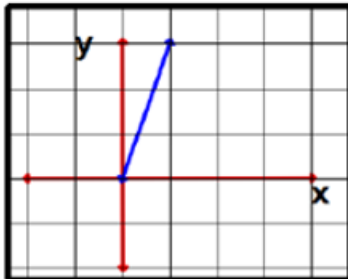
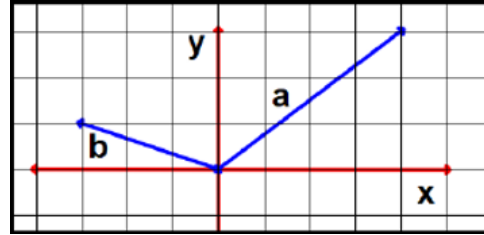
- ☐ $t = r - s$
- ☐ $t = r + s$
- ☐ $t = s - r$
- ☐ $t = -r - s$





أي مما يلي يمثل المتجه $a + b$ في التمثيل البياني أدناه؟

4





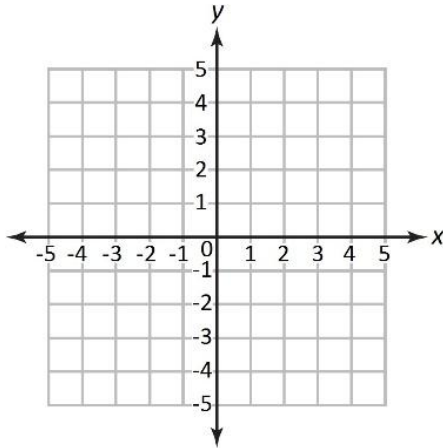
تعليمات

عند الإجابة على الأسئلة من 05 إلى 10، اكتب إجابتك في الفراغ المخصص للإجابة:

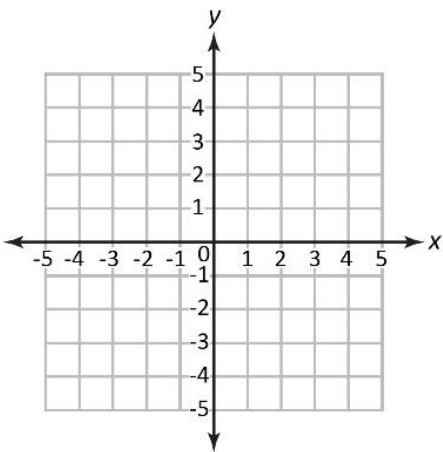
05

ليكن $u = \langle -1, 3 \rangle$, $v = \langle 3, 2 \rangle$ A. أوجد $u + v$ جبرياً وبيانياً

وضّح خطوات الحل في المستطيل أدناه.

B. أوجد $u - v$ جبرياً وبيانياً

وضّح خطوات الحل في المستطيل أدناه.



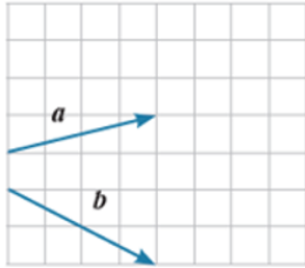


06

أوجد ناتج العمليات التالية على المتجهات الممثلة في المستوى البياني:

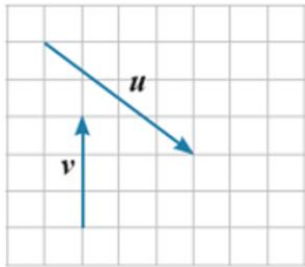
A. $a + b$

وضّح خطوات الحل في المستطيل أدناه.



B. $u - v$

وضّح خطوات الحل في المستطيل أدناه.



07

يبحر قارب شراعي في نهر يمتد شرقاً معتمداً على سرعة الرياح التي بلغت 40 km/h باتجاه الشرق، في حين أن سرعة تيار الماء في النهر تبلغ 10 km/h شرقاً.
احسب مقدار سرعة القارب في النهر واتجاه حركته.

وضّح خطوات الحل في المستطيل أدناه.





08

إذا علمت أن $u = 3i - 2j$, $v = i + 3j$, $w = 4i + 5j$ ، أوجد ناتج كل مما يلي:

A. $2(v + w)$

وضّح خطوات الحل في المستطيل أدناه.

B. $-3u - 2v$

وضّح خطوات الحل في المستطيل أدناه.

09

تتحرك طائرة في مسار يصنع زاوية مقدارها 30° من الغرب إلى الشمال بسرعة محرّك مقدارها 320 mph وسط اتجاه للرياح بسرعة 12 mph واتجاهها 60° في اتجاه الجنوب الغربي. أوجد مقدار واتجاه مسار الطائرة.

وضّح خطوات الحل في المستطيل أدناه.



10

تحلق طائرة بزاوية مسار مع الشمال قياسها 80° بسرعة 540 mph ، وتهب رياح بزاوية مسار مع الشمال قياسها 100° بسرعة 55 mph .
A. أوجد مركبتي المتجه الذي يمثل السرعة الابتدائية للطائرة.

وضّح خطوات الحل في المستطيل أدناه.

B. أوجد مركبتي المتجه الذي يمثل سرعة الرياح.

وضّح خطوات الحل في المستطيل أدناه.

C. أوجد مركبتي المتجه الذي يمثل سرعة الطائرة.

وضّح خطوات الحل في المستطيل أدناه.



الأسبوع	الدرس	التاريخ
14	الضرب القياسي للمتجهات	05 – 09 / 04 / 2026 م

اختر الإجابة الصحيحة لكل من الأسئلة من 01 إلى 09 وذلك بوضع علامة X داخل المربع المجاور للإجابة الصحيحة.

تعليمات

1 ليكن $u = \langle 4, -5 \rangle$, $v = \langle -2, -3 \rangle$. أي الخيارات التالية يساوي $u \cdot v$ ؟

- ☐ -21
- ☐ -7
- ☐ 7
- ☐ 21

2 إذا علمت أن: $v \cdot w = 4$, $w = mi - 2j$, $v = 2i + 6j$. ما قيمة m ؟

- ☐ 2
- ☐ 4
- ☐ 6
- ☐ 8

3 ليكن $u = \langle 1, 1 \rangle$, $v = \langle -1, 1 \rangle$.

أي الخيارات التالية يساوي قياس الزاوية الواقعة بين u و v ؟

- ☐ 0°
- ☐ 45°
- ☐ 90°
- ☐ 135°



4 إذا علمت أن $\theta = 60^\circ$, $|q| = 4$, $|p| = 3$, ما قيمة $p \cdot q$ ؟

4

- ☐ 1
☐ 6
☐ 9
☐ 12

5 إذا كان s متجهاً في المستوى الإحداثي بحيث أن $|s| = 3 \text{ units}$, ما قيمة $s \cdot s$ ؟

5

- ☐ 0
☐ 3
☐ 6
☐ 9

6 أي أزواج المتجهات الآتية متعامدان؟

6

- ☐ $u = \langle 3, 1 \rangle$, $v = \langle -1, -3 \rangle$
☐ $u = \langle 2, -2 \rangle$, $v = \langle 4, -4 \rangle$
☐ $u = \langle 2, 1 \rangle$, $v = \langle 3, -6 \rangle$
☐ $u = \langle 0, 1 \rangle$, $v = \langle 1, 1 \rangle$

7 ما قيمة n التي تجعل المتجهين $\langle 1, n \rangle$, $\langle 2, 8 \rangle$ متوازيين؟

7

- ☐ 1
☐ 2
☐ 4
☐ 8



أي الخيارات التالية يصف الزاوية بين المتجهين $u = 3i - 7j$, $w = 5i + 2j$ ؟

8

- ☐ حادة
☐ قائمة
☐ منفرجة
☐ مستقيمة

إذا كان w , v متجهين وكانت c كمية قياسية، أي الخيارات التالية كمية قياسية؟

9

- ☐ $w + v$
☐ $w - v$
☐ $w \cdot v$
☐ cv



عند الإجابة على الأسئلة من 10 إلى 11، اكتب إجابتك في الفراغ المخصص للإجابة:

تعليمات

10

يتسارع جسيم من السكون وفق القاعدة $1 + 3\sqrt{t} \text{ m/sec}^2$ حيث t الزمن بالثواني.

A. أوجد قيمة m إذا علمت أن $b = 5i + 7j$, $a = mi - 3j$ متعامدان.

وضّح خطوات الحل في المستطيل أدناه.

B. ليكن $u = \langle -1, 3 \rangle$, $v = \langle 3, 2 \rangle$ ، أوجد الزاوية بين المتجهين u, v

وضّح خطوات الحل في المستطيل أدناه.



11

إذا علمت أن $u = 3i - 2j$, $v = i + 3j$, $w = 4i + 5j$ ، أوجد ناتج كل مما يلي:

A. $u \cdot (v + w)$

وضّح خطوات الحل في المستطيل أدناه.

B. $u \cdot v + u \cdot w$

وضّح خطوات الحل في المستطيل أدناه.



الأسبوع	الدرس	التاريخ
15	المتجهات في الفضاء ثلاثي الأبعاد	12 - 16 / 04 / 2026 م

اختر الإجابة الصحيحة لكل من الأسئلة من 01 إلى 06 وذلك بوضع علامة X داخل المربع المجاور للإجابة الصحيحة.

تعليمات

1 ليكن $A(-2, 3, 4)$, $B(2, -3, 4)$ ، ما الصورة التركيبية للمتجه $\overrightarrow{AB}$ ؟

- ☐ $\overrightarrow{AB} = \langle 4, -4, 3 \rangle$
- ☐ $\overrightarrow{AB} = \langle 4, -6, 0 \rangle$
- ☐ $\overrightarrow{AB} = \langle -4, 6, 0 \rangle$
- ☐ $\overrightarrow{AB} = \langle 0, 0, 8 \rangle$

2 ليكن $A(-2, 3, 4)$, $B(2, -3, 4)$ ، ما قيمة $|\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB}|$ ؟

- ☐ $|\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB}| = 12$
- ☐ $|\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB}| = 10$
- ☐ $|\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB}| = 8$
- ☐ $|\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB}| = 4$

3 ما قيمة $|\langle 2, -3, 5 \rangle|$ ؟

- ☐ 13 ☐ $\sqrt{38}$
- ☐ $\sqrt{40}$ ☐ $2\sqrt{5}$

4 ما قيمة m بحيث يكون المتجهان $u = 2i - j + k$, $v = 3i - 4j + mk$ متعامدان ؟

- ☐ $m = 10$ ☐ $m = -10$
- ☐ $m = -12$ ☐ $m = -15$



5 ما قيمة t التي تجعل المتجه $v = ti - \frac{2}{3}j - 2tk$ متجه وحدة؟

- ☐ $t = \frac{1}{3}$
- ☐ $t = \frac{1}{\sqrt{3}}$
- ☐ $t = \sqrt{3}$
- ☐ $t = 3$

6 ما قياس الزاوية بين المتجه $u = \langle -3, -5, 4 \rangle$ ومحور y ؟

- ☐ 45°
- ☐ 115°
- ☐ 125°
- ☐ 135°



عند الإجابة على الأسئلة من 07 إلى 11، اكتب إجابتك في الفراغ المخصص للإجابة:

تعليمات

07

A. إذا علمت أن $\langle 11, 8, 13 \rangle = 2\langle 1, b - 2, 5 \rangle + 3\langle a + 1, 2, 1 \rangle$. ما قيمة a, b ؟

وضّح خطوات الحل في المستطيل أدناه.

B. إذا علمت أن المتجهان $u = \langle -1, 5, 6 \rangle$, $v = \langle m - 2, n + 4, 6 \rangle$ متكافئين.

ما قيمة كلاً من n, m ؟

وضّح خطوات الحل في المستطيل أدناه.

08

أوجد قيمة a بحيث يكون $|a i + (a - 1)j + (a + 1)k| = 2$ وضّح خطوات الحل في المستطيل أدناه.



09

A. أوجد قيمة m, n التي تجعل المتجهين:

$$a = mi - 3j + k, \quad b = 6i - 9j - (n - 1)k$$

لهما نفس الاتجاه.

وضّح خطوات الحل في المستطيل أدناه.

B. إذا علمت أن u, v متوازيين، وكان $u = \langle 8, 7, 2 \rangle, v = \langle 2a, 7b, 4 \rangle$.ما قيمة كلاً من a, b ؟

وضّح خطوات الحل في المستطيل أدناه.



10

إذا كان المتجه $v = i + 2j - 2k$. أوجد المتجه u الذي طوله 9 وحدات حسب الحالات التالية:

A. بنفس اتجاه v

وضّح خطوات الحل في المستطيل أدناه.

B. عكس اتجاه v

وضّح خطوات الحل في المستطيل أدناه.



11

إذا علمت أن $v = 2i - 3j + k$ ، أجب عما يلي:

A. أوجد جيوب التمام لاتجاه v .

وضّح خطوات الحل في المستطيل أدناه.

B. أثبت أنها تحقق الصيغة $\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + \cos^2 \gamma = 1$.

وضّح خطوات الحل في المستطيل أدناه.

C. قرّب قياسات زوايا الاتجاه إلى أقرب درجة.

وضّح خطوات الحل في المستطيل أدناه.



العام الدراسي
2026-2025

الصف
الثاني عشر
علمي



مادة الرياضيات

تدريبات إثرائية وواجبات

الوحدة السابعة: الأعداد المركبة

اسم الطالب:

الصف 12:

ملحوظة هامة: هذه الأسئلة إثرائية ولا تغني عن الكتاب المدرسي وهو
المصدر الرئيس للتعلم

الرؤية: مُتعلم ريادي لتنمية مستدامة.

الرسالة: نُرسي بيئة تعليمية شاملة ومبتكرة تُعزز القيم والأخلاق وتؤهل المتعلم بمهارات عالية، لإعداد جيل واع قادر على بناء مجتمع متقدم واقتصاد مزدهر.



مراجعة الوحدة السابعة (الأعداد المركبة) - 12 علمي

العدد المركب هو أي عدد يكتب في الصورة $a + bi$ "الصورة القياسية للعدد المركب"

ملاحظة $i = \sqrt{-1}$, $i^2 = -1$, $i^3 = -i$, $i^4 = 1$

بشكل عام إذا كان الأس من مضاعفات العدد 4 (يقبل القسمة على 4) يكون الناتج 1

ملاحظة يكون العددين المركبان متساويين إذا تساوى الجزآن الحقيقيان والجزآن التخيليان فيهما.

مثلاً: $x + yi = 2 + 5i$ إذا وفقط إذا $x = 2$, $y = 5$.

العمليات على الأعداد المركبة

(1) لجمع (أو طرح) عددين مركبين نجمّع الجزء الحقيقي مع الحقيقي والتخيلي مع التخيلي ونبسّط الناتج

في الصورة القياسية **المحايد الجمعي** في الأعداد المركبة هو $0 = 0 + 0i$

المحايد الجمعي: $0 = 0 + 0i$

النظير الجمعي: $-z = -a - bi$ (المعكوس)

(2) لضرب عددين مركبين نفك الأقواس باستخدام خاصية التوزيع ونبسّط الناتج في الصورة القياسية،

مع مراعاة أن $i^2 = -1$

المحايد الضربي: $1 = 1 + 0i$

النظير الضربي: $z^{-1} = \frac{1}{z}$ (المقلوب)

(نضرب بمرافق المقام لكتابة الناتج بالصورة القياسية) $= \frac{1}{a+bi} \cdot \frac{a-bi}{a-bi}$

ملاحظة (1) مرافق العدد المركب $z = a + bi$ هو $\bar{z} = a - bi$

(نعكس إشارة الجزء التخيلي فقط)

(2) في القسمة على عدد مركب نضرب البسط والمقام بمرافق المقام



$$z \cdot \bar{z} = a^2 + b^2 \quad (3) \text{ حاصل ضرب العدد المركب في مرافقه}$$

$$z + \bar{z} = 2a \quad (4) \text{ حاصل جمع العدد المركب في مرافقه}$$

مميز المعادلة التربيعية (حل المعادلات التربيعية ضمن مجموعة الأعداد المركبة):

لتكن $ax^2 + bx + c = 0$ معادلة تربيعية، حيث a, b, c أعداد حقيقية و $a \neq 0$

خطوات حل المعادلة التربيعية:

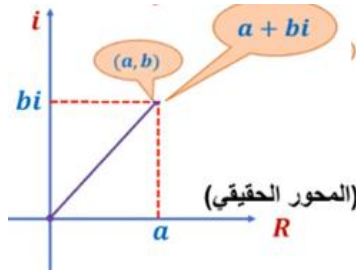
$$1) \Delta = b^2 - 4ac \quad \text{المميز}$$

$$2) x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} \quad \text{الحل}$$

ملاحظات: (1) يوجد حلان حقيقيان مختلفان إذا كان $\Delta > 0$

(2) يوجد حل حقيقي واحد (مكرر) إذا كان $\Delta = 0$

(3) يوجد حلان مركبان مختلفان (مترافقان) إذا كان $\Delta < 0$



$$|z| = r = \sqrt{a^2 + b^2} \quad \text{المقياس:}$$

خواص مقياس العدد المركب

$$z_1 \cdot \bar{z}_1 = |z_1|^2 \quad 2.$$

$$|z_1| = |\bar{z}_1| \quad 1.$$

$$z_2 \neq 0, \quad \left| \frac{z_1}{z_2} \right| = \frac{|z_1|}{|z_2|} \quad 4.$$

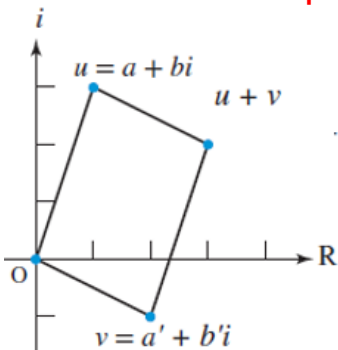
$$|z_1 \cdot z_2| = |z_1| \cdot |z_2| \quad 3.$$

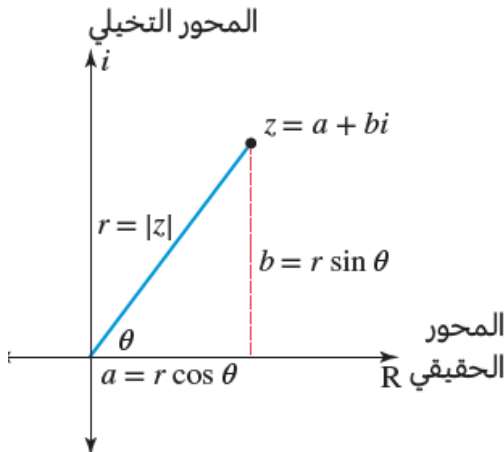
ملاحظة: المسافة بين النقطتين اللتين تمثلان العددين المركبين z, w هي $|z - w|$

ملاحظة: متوسط العددين (نقطة المنتصف) z_1, z_2 هو $\frac{z_1 + z_2}{2}$

ملاحظة: (1) لجمع عددين مركبين بيانياً نستخدم نفس طريقة متوازي الأضلاع للمتجهات

(2) لطرح عددين مركبين بيانياً نستخدم جمع المعكوس





الصورة القطبية للعدد المركب

$$z = r (\cos \theta + i \sin \theta)$$

$$z = r \operatorname{cis} \theta$$

$$r = \sqrt{a^2 + b^2} \quad \text{حساب المقياس}$$

$$\theta' = \tan^{-1} \left| \frac{b}{a} \right| \quad \text{لحساب السعة}$$

ثم نجد θ حسب الربع الذي يقع فيه العدد

$$a = r \cos \theta, \quad b = r \sin \theta \quad \text{ملاحظة:}$$

$$\theta = 0 \text{ or } 180^\circ \quad \leftarrow \quad r = |a| \quad \leftarrow \quad z = a \quad (1) \quad \text{حالات خاصة:}$$

$$\theta = 90^\circ \text{ or } 270^\circ \quad \leftarrow \quad r = |b| \quad \leftarrow \quad z = bi \quad (2)$$

ضرب وقسمة الأعداد المركبة في الصورة القطبية

$$(1) \quad z_1 \cdot z_2 = r_1 \cdot r_2 [\cos(\theta_1 + \theta_2) + i \sin(\theta_1 + \theta_2)] = r_1 \cdot r_2 \operatorname{cis} (\theta_1 + \theta_2)$$

$$(2) \quad \frac{z_1}{z_2} = \frac{r_1}{r_2} [\cos(\theta_1 - \theta_2) + i \sin(\theta_1 - \theta_2)] = \frac{r_1}{r_2} \operatorname{cis} (\theta_1 - \theta_2)$$

قوى وجذور الأعداد المركبة (نظرية دي موافر):

إذ كان $z = r(\cos \theta + i \sin \theta)$ ، $n \in \mathbb{N}$ فإن:

$$(1) \quad z^n = [r(\cos \theta + i \sin \theta)]^n = r^n (\cos n\theta + i \sin n\theta)$$

$$(2) \quad \sqrt[n]{z} = \sqrt[n]{r} \left[\cos \left(\frac{\theta + 2\pi k}{n} \right) + i \sin \left(\frac{\theta + 2\pi k}{n} \right) \right], \quad k = 0, 1, 2, \dots, n-1$$



الأسبوع	الدرس	التاريخ
16	العمليات على الأعداد المركبة	19 - 23 / 04 / 2026 م

اختر الإجابة الصحيحة لكل من الأسئلة من 01 إلى 12 وذلك بوضع علامة X داخل المربع المجاور للإجابة الصحيحة.

تعليمات

1 ما الصورة المركبة للعدد $\sqrt{-25}$ ؟

- ☐ $5 - i$
- ☐ $5 + i$
- ☐ $5i$
- ☐ $-5i$

2 ما قيمتي x, y اللذان يحققان المعادلة $4 + 3i = 2x + (x - y)i$ ؟

- ☐ $x = 4, y = 1$
- ☐ $x = 4, y = -1$
- ☐ $x = 2, y = -1$
- ☐ $x = 4, y = 3$

3 ما ناتج $(3 - i) + 3(2 - 4i)$ ؟

- ☐ $(9 - 9i)$
- ☐ $(9 - 13i)$
- ☐ $(9 + 9i)$
- ☐ $(5 - 13i)$

4 إذا كان $z = 3 + 2i$ ما ناتج z^2 ؟

- ☐ $z^2 = 9 - 4i$
- ☐ $z^2 = 9 + 4i$
- ☐ $z^2 = 13 + 6i$
- ☐ $z^2 = 5 + 12i$



5 ما مرافق العدد $z = \frac{1}{2} + \frac{2}{\sqrt{3}} i$ ؟

5

☐ $z = \frac{1}{2} - \frac{2}{\sqrt{3}} i$

☐ $z = \frac{1}{2} + \frac{2}{\sqrt{3}} i$

☐ $z = -\frac{1}{2} + \frac{2}{\sqrt{3}} i$

☐ $z = -\frac{1}{2} - \frac{2}{\sqrt{3}} i$

6 ما الصورة القياسية للعدد المركب $z = \frac{2}{3+4i}$ ؟

6

☐ $z = \frac{3}{5} - \frac{4}{5} i$

☐ $z = \frac{3}{25} - \frac{4}{25} i$

☐ $z = \frac{6}{25} + \frac{4}{25} i$

☐ $z = \frac{6}{25} - \frac{8}{25} i$

7 إذا كان $z = 1 + 2i$ ، ما ناتج $\bar{z} + z$ ؟

7

☐ $\bar{z} + z = 3 + 2i$

☐ $\bar{z} + z = 2 + 4i$

☐ $\bar{z} + z = 2i$

☐ $\bar{z} + z = 2$

8 إذا علمت أن $z_1 = -2 + 3i$ و $z_2 = 2 - 5i$ ، ما ناتج $\overline{z_1 \cdot z_2}$ ؟

8

☐ $\overline{z_1 \cdot z_2} = 16 - 11i$

☐ $\overline{z_1 \cdot z_2} = 11 + 16i$

☐ $\overline{z_1 \cdot z_2} = -16 + 11i$

☐ $\overline{z_1 \cdot z_2} = 11 - 16i$



ما ناتج ضرب العددين المركبين $(4 - 5i)(2i - 3)$ ؟

9

- ☐ $2 + 23i$
- ☐ $-2 + 23i$
- ☐ $-2 + 7i$
- ☐ $-2 - 7i$

ما أبسط صورة للمقدار $\frac{i}{2-i}$ ؟

10

- ☐ $2 + i$
- ☐ $2 - i$
- ☐ $\frac{-1}{5} + \frac{2}{5}i$
- ☐ $\frac{1}{5} - \frac{2}{5}i$

إذا كان $z = 1 + 2i$ ، ما الصورة القياسية للعدد z^{-1} ؟

11

- ☐ $1 - 2i$
- ☐ $\frac{1}{2} + i$
- ☐ $\frac{1}{5} - \frac{2}{5}i$
- ☐ $\frac{1}{5} + \frac{2}{5}i$

ما مجموعة حل المعادلة $x^2 + 9 = 0$ في مجموعة الأعداد المركبة؟

12

- ☐ $\emptyset$
- ☐ $\{-3, 3\}$
- ☐ $\{-9i, 9i\}$
- ☐ $\{-3i, 3i\}$



عند الإجابة على الأسئلة من 13 إلى 18، اكتب إجابتك في الفراغ المخصص للإجابة:

تعليمات

13

A. إذا علمت أن $(x + 6i) = (3 - i) + (4 - 2yi)$ ، أوجد قيمة كل من x, y .

وضّح خطوات الحل في المستطيل أدناه.

B. ليكن $z = a - i$. أوجد a إذا كان $(2 + 3i)z = 5 + i$.

وضّح خطوات الحل في المستطيل أدناه.

C. ما قيمة $i + i^2 + i^3 + i^4$ ؟

وضّح خطوات الحل في المستطيل أدناه.



14

أوجد ناتج ما يلي بالصورة القياسية:

$$A. (3 + 2i)^2$$

وضّح خطوات الحل في المستطيل أدناه.

$$B. (2 + i^3) - (4 - \sqrt{-16})$$

وضّح خطوات الحل في المستطيل أدناه.

15

أوجد حل المعادلة $x^2 + x = -1$.

وضّح خطوات الحل في المستطيل أدناه.



16

إذا كان $z_1 = 2 - 5i$ و $z_2 = 4 + i$ ، أوجد ما يلي:

A. $z_1 + z_2$

وضّح خطوات الحل في المستطيل أدناه.

B. $\overline{z_1 + z_2}$

وضّح خطوات الحل في المستطيل أدناه.

C. $2z_1 + 3z_2$

وضّح خطوات الحل في المستطيل أدناه.

D. z_1^2

وضّح خطوات الحل في المستطيل أدناه.



17

إذا كان $z_1 = 2 - 5i$ و $z_2 = 4 + i$ ، أوجد ما يلي:

A. $z_1 \cdot z_2$

وضّح خطوات الحل في المستطيل أدناه.

B. $\overline{z_1 \cdot z_2}$

وضّح خطوات الحل في المستطيل أدناه.

C. $\frac{z_2}{z_1}$

وضّح خطوات الحل في المستطيل أدناه.

D. $\frac{1}{\overline{z_2}}$

وضّح خطوات الحل في المستطيل أدناه.



18

إذا كان $z_1 = 2 - 5i$ و $z_2 = 4 + i$ ، أوجد ما يلي:

A. $\overline{z_1^{-1}}$

وضّح خطوات الحل في المستطيل أدناه.

B. $\overline{(-z_1)}$

وضّح خطوات الحل في المستطيل أدناه.



الأسبوع	الدرس	التاريخ
17	المستوى المركب	26 - 30 / 04 / 2026 م

اختر الإجابة الصحيحة لكل من الأسئلة من 01 إلى 08 وذلك بوضع علامة X داخل المربع المجاور للإجابة الصحيحة.

تعليمات

1 ما مقياس العدد المركب $z = 5 + 3i$ ؟

1

- ☐ $|z| = 8$
- ☐ $|z| = 16$
- ☐ $|z| = \sqrt{34}$
- ☐ $|z| = \sqrt{2}$

2 ما قيمة $|2(3 - 4i)|$ ؟

2

- ☐ 5
- ☐ 10
- ☐ 12
- ☐ 25

3 ما قيمة $|(2 + 3i)(4 - i)|$ ؟

3

- ☐ $\sqrt{15}$
- ☐ $\sqrt{73}$
- ☐ $\sqrt{195}$
- ☐ $\sqrt{221}$

4 ما المسافة بين النقطة التي تمثل العدد r والنقطة التي تمثل العدد s في المستوى المركب حيث

4

$$s = 4 - 3i, \quad r = 5 + i$$

- ☐ $\sqrt{5}$
- ☐ $\sqrt{13}$
- ☐ $\sqrt{17}$
- ☐ $\sqrt{23}$



ما الزوج المرتب الذي يمثل مرافق العدد المركب $z = 3 + 2i$ ؟

5

- ☐ (3, 2)
- ☐ (2, 2)
- ☐ (3, -2)
- ☐ (-3, -2)

ما إحداثيات نقطة منتصف القطعة المستقيمة التي تصل بين النقطتين اللتين تمثلان العددين

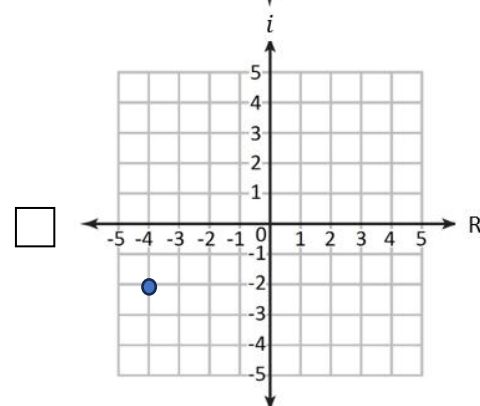
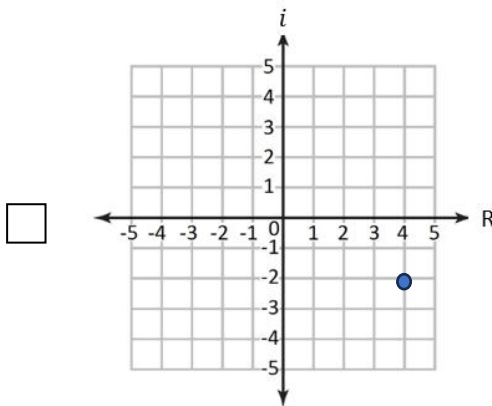
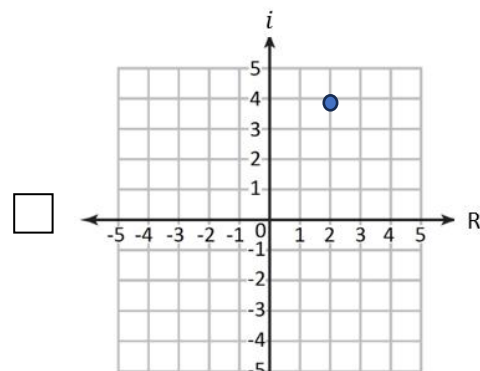
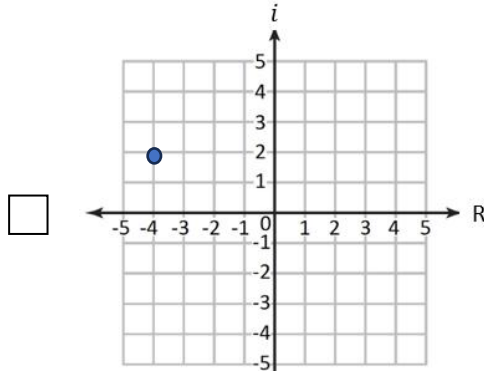
6

المركبين $3 + 2i$, $-5 - 8i$ ؟

- ☐ (2, 0)
- ☐ (-4, -4)
- ☐ (-1, 3)
- ☐ (-1, -3)

أي التمثيلات الآتية تمثل العدد المركب $z = -4 + 2i$ في المستوى المركب؟

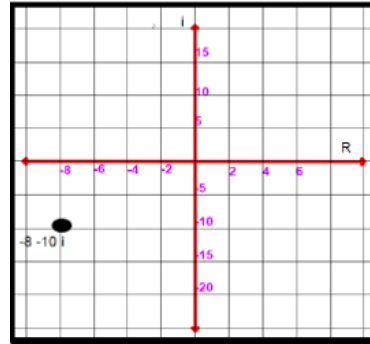
7





8

ما قيمة مقياس العدد المركب الممثل بيانياً في المستوى المركب أدناه ؟



- ☐ $\sqrt{117}$
- ☐ $\sqrt{146}$
- ☐ $\sqrt{164}$
- ☐ $\sqrt{195}$

عند الإجابة على الأسئلة من 09 إلى 13، اكتب إجابتك في الفراغ المخصص للإجابة:

تعليمات

09

أوجد قيمة $|(3 - 2i) \cdot (1 + 4i)|$.

وضّح خطوات الحل في المستطيل أدناه.

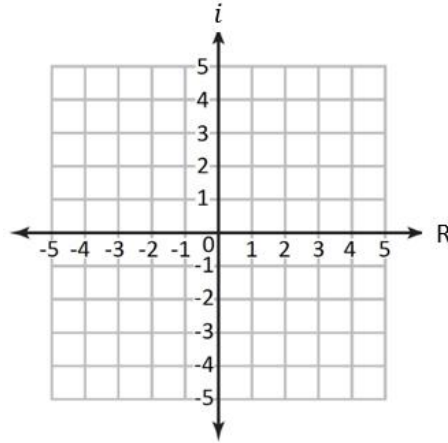


10

A. مثل العدد المركب ومرافقه بيانياً في المستوى المركب.

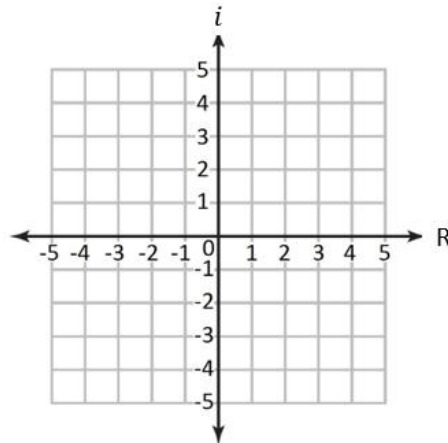
(i) $3 - 3i$

وضّح خطوات الحل في المستطيل أدناه.



(ii) $-4 - 2i$

وضّح خطوات الحل في المستطيل أدناه.



B. ما احداثيات النقطة التي تمثل العدد $-2 + 1i$ في المستوى المركب؟

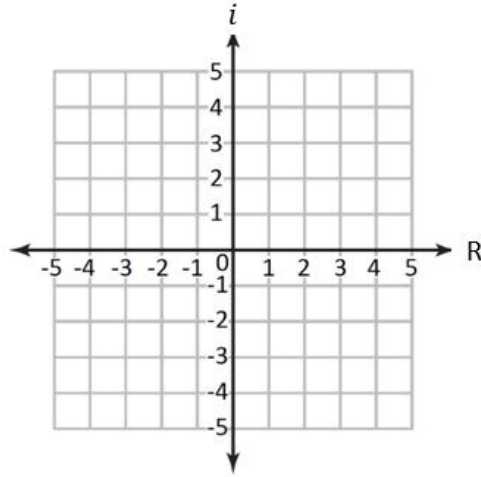
وضّح خطوات الحل في المستطيل أدناه.



11

استعمل متوازي الأضلاع لإيجاد $(3 - 3i) + (-2 + 1i)$.

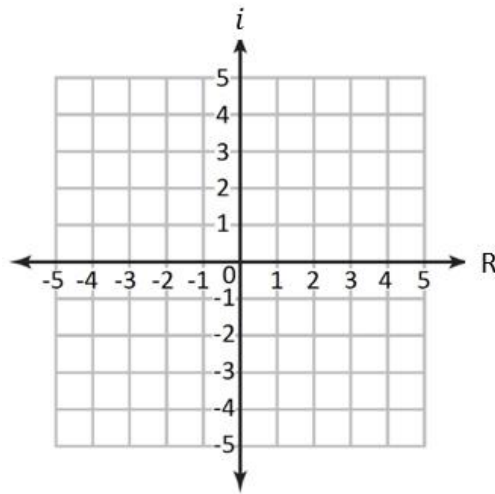
وضّح خطوات الحل في المستطيل أدناه.



12

أوجد الفرق $(2 - 3i) - (3 + 2i)$ بيانياً باستعمال المستوى المركب.

وضّح خطوات الحل في المستطيل أدناه.

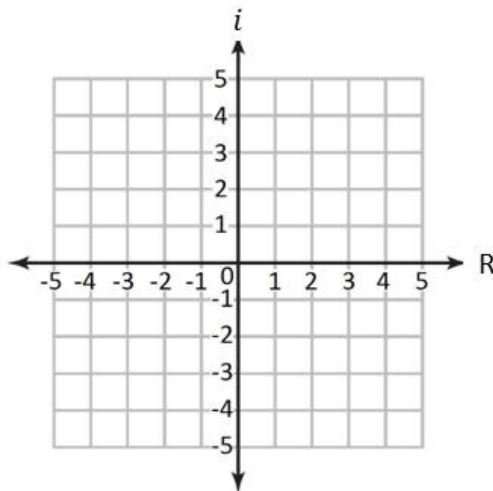




13

مثل العدد المركب $-2 + 1i$ والمرافق له بيانياً.

وضّح خطوات الحل في المستطيل أدناه.





الأسبوع	الدرس	التاريخ
18	الصورة القطبية للأعداد المركبة	03 - 07 / 05 / 2026 م

اختر الإجابة الصحيحة لكل من الأسئلة من 01 إلى 07 وذلك بوضع علامة X داخل المربع المجاور للإجابة الصحيحة.

تعليمات

1 ما الصورة القطبية للعدد المركب $z = 1 + \sqrt{3}i$ ؟

- ☐ $z = (2 \cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3})$
- ☐ $z = 2(\cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3})$
- ☐ $z = 2(\cos \frac{\pi}{6} + i \sin \frac{\pi}{6})$
- ☐ $z = (\cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3})$

2 ما الصورة القياسية للعدد $6(\cos \frac{2\pi}{3} + i \sin \frac{2\pi}{3})$ ؟

- ☐ $z = 6 - 3i$
- ☐ $z = -3 - 4\sqrt{3}i$
- ☐ $z = -3 - 3\sqrt{3}i$
- ☐ $z = -3 + 3\sqrt{3}i$

3 ما السعة للعدد $z = -2 - 2i$ ؟

- ☐ $\theta = \frac{\pi}{4}$
- ☐ $\theta = \frac{5\pi}{4}$
- ☐ $\theta = \frac{3\pi}{4}$
- ☐ $\theta = \frac{9\pi}{4}$



4 ما مقياس العدد المركب $z = 6 \left(\cos \frac{7\pi}{4} + i \sin \frac{7\pi}{4} \right)$ ؟

4

☐ $|z| = 4$

☐ $|z| = 6$

☐ $|z| = 28$

☐ $|z| = 36$

5 إذا كان $z_2 = 2 (\cos 60 + i \sin 60)$ و $z_1 = 2\sqrt{2} (\cos 120 + i \sin 120)$

5

ما ناتج $z_1 \cdot z_2$ في الصورة القطبية ؟

☐ $z_1 \cdot z_2 = 2\sqrt{2} (\cos 180 + i \sin 180)$

☐ $z_1 \cdot z_2 = \sqrt{2} (\cos 180 + i \sin 180)$

☐ $z_1 \cdot z_2 = 4\sqrt{2} (\cos 180 + i \sin 180)$

☐ $z_1 \cdot z_2 = 4\sqrt{2} (\cos 60 - i \sin 60)$

6 إذا كان $z_2 = 2 (\cos 60^\circ + i \sin 60^\circ)$ و $z_1 = 2\sqrt{2} (\cos 120^\circ + i \sin 120^\circ)$

6

ما ناتج $\frac{z_1}{z_2}$ في الصورة القطبية ؟

☐ $\frac{z_1}{z_2} = 2\sqrt{2} (\cos 180^\circ - i \sin 180^\circ)$

☐ $\frac{z_1}{z_2} = \sqrt{2} (\cos 60^\circ + i \sin 60^\circ)$

☐ $\frac{z_1}{z_2} = \sqrt{2} (\cos 180^\circ + i \sin 180^\circ)$

☐ $\frac{z_1}{z_2} = \sqrt{2} (\sin 60^\circ + i \cos 60^\circ)$

7 ما الصورة القطبية للعدد المركب في التمثيل البياني أدناه ؟

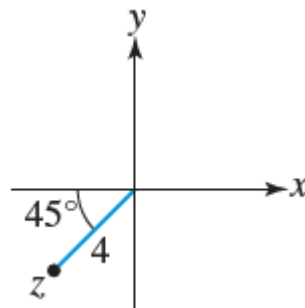
7

☐ $z = 4 (\cos 45^\circ + i \sin 45^\circ)$

☐ $z = 4 (\cos 225^\circ + i \sin 225^\circ)$

☐ $z = -4 (\cos 45^\circ + i \sin 45^\circ)$

☐ $z = -4 (\sin 225^\circ + i \cos 225^\circ)$





عند الإجابة على الأسئلة من 08 إلى 10، اكتب إجابتك في الفراغ المخصص للإجابة:

تعليمات

08

أوجد الصورة القياسية للعدد المركب فيما يلي:

$$A. \frac{1}{3(\cos 30^\circ + i \sin 30^\circ)}$$

وضّح خطوات الحل في المستطيل أدناه.

$$B. \frac{6(\cos 5\pi + i \sin 5\pi)}{3(\cos 2\pi + i \sin 2\pi)}$$

وضّح خطوات الحل في المستطيل أدناه.



09

أوجد ناتج الضرب $z_1 \cdot z_2$ في الصورة القطبية، ثم اكتب الناتج في الصورة القياسية:

$$z_1 = 5 \left(\cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3} \right) \quad \text{و} \quad z_2 = 3 \left(\cos \frac{\pi}{2} + i \sin \frac{\pi}{2} \right)$$

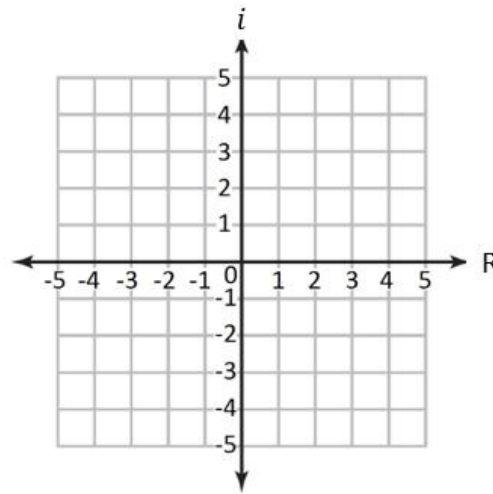
وضّح خطوات الحل في المستطيل أدناه.

10

مثل العدد المركب بيانياً في المستوى المركب.

$$A. 5 \left(\cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3} \right)$$

وضّح خطوات الحل في المستطيل أدناه.





الأسبوع	الدرس	التاريخ
19	قوى وجذور الأعداد المركبة	10 - 14 / 05 / 2026 م

اختر الإجابة الصحيحة لكل من الأسئلة من 01 إلى 06 وذلك بوضع علامة X داخل المربع المجاور للإجابة الصحيحة.

تعليمات

1 إذا كان $z = -\frac{1}{\sqrt{3}} + i$ ما ناتج z^2 في الصورة القطبية ؟

1

- ☐ $z^2 = \frac{10}{9} (\cos \frac{\pi}{3} - i \sin \frac{\pi}{3})$
- ☐ $z^2 = \frac{4}{3} (\cos \frac{2\pi}{3} + i \sin \frac{2\pi}{3})$
- ☐ $z^2 = \frac{4}{3} (\cos \frac{4\pi}{3} + i \sin \frac{4\pi}{3})$
- ☐ $z^2 = \frac{7}{9} (\cos \frac{2\pi}{3} + i \sin \frac{2\pi}{3})$

2 ما قيمة $(\sqrt{3} + 1i)^3$ ؟

2

- ☐ $6 (\cos \frac{\pi}{4} + i \sin \frac{\pi}{4})$
- ☐ $8 (\cos \frac{\pi}{6} + i \sin \frac{\pi}{6})$
- ☐ $8 (\cos \frac{\pi}{2} + i \sin \frac{\pi}{2})$
- ☐ $8 (\cos \frac{3\pi}{2} + i \sin \frac{3\pi}{2})$

3 ما قيمة $(\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2}i)^8$ ؟

3

- ☐ -8
- ☐ -1
- ☐ 1
- ☐ 8



4 ما الجذور التكعيبية للعدد -1 ؟

4

- ☐ $\frac{1}{2} \pm \frac{\sqrt{3}}{2}i$, 1
- ☐ $\frac{1}{2} \pm \frac{\sqrt{3}}{2}i$, -1
- ☐ $-\frac{1}{2} \pm \frac{\sqrt{3}}{2}i$, 1
- ☐ $\frac{\sqrt{3}}{2} \pm \frac{1}{2}i$, -1

5 أي الخيارات التالية هو عدد الحلول المركبة المختلفة للمعادلة $z^5 = 1 + i$ ؟

5

- ☐ 1
- ☐ 3
- ☐ 4
- ☐ 5

6 ما الجذور التكعيبية للعدد المركب 8 ؟

6

- ☐ 2
- ☐ $-1 \pm \sqrt{3}i$
- ☐ $-1 \pm \sqrt{3}i$, 2
- ☐ $-1 \pm \sqrt{3}i$, -2



عند الإجابة على الأسئلة من 07 إلى 07، اكتب إجابتك في الفراغ المخصص للإجابة:

تعليمات

07

A. استخدم نظرية دي موافر لإيجاد $(1 + i)^4$ ثم اكتب الناتج في الصورة القياسية $a + bi$

وضّح خطوات الحل في المستطيل أدناه.

B. أوجد الجذور التكعيبية للعدد المركب $z = 3 \operatorname{cis} \frac{\pi}{4}$

وضّح خطوات الحل في المستطيل أدناه.