الحركة الاهتزازية – الدرس الأول من الوحدة الثانية (شرح وحلول (محلول)



تم تحميل هذا الملف من موقع المناهج القطرية	
موقع المناهج ⇦ المناهج القطرية ⇦ الصف الثاني عشر ⇦ فيزياء ⇦ الفصل الأول ⇦ حلول ⇦ الملف	
تاريخ إضافة الملف على موقع المناهج: 16-11-2026 17:08:42	
ملفات ا كتب للمعلم ا كتب للطالب ا اختبارات الكترونية ا اختبارات ا حلول ا عروض بوربوينت ا أوراق عمل منهج انجليزي ا ملخصات وتقارير ا مذكرات وبنوك ا الامتحان النهائي ا للمدرس	المزيد من مادة فيزياء:
إعداد: عبدالهادي البرادعي	

التواصل الاجتماعي بحسب الصف الثاني عشر					
صفحة المناهج القطرية على فيسبوك					
المواد على تلغرام	التربية الاسلامية	اللغة العربية	اللغة الانجليزية	الرياضيات	

المزيد من الملفات بحسب الصف الثاني عشر والمادة فيزياء في الفصل الأول	
1	الحركة الاهتزازية – الدرس الأول من الوحدة الثانية (شرح وحلول (محلول)
2	اختبارات سابقة في الاهتزازات والخصائص المتقدمة للموجات – الوحدة الثانية
3	تحميل كتاب الطالب من المعهد الديني مدارس خاصة
4	تحميل كتاب الطالب طبعة 1447 - 2025 وفق منهاج دولة قطر
5	مراجعة شاملة الوحدة الأولى الحركة الدائرية والجاذبية الاستاذ محمد جمال

تحميل تطبيق المناهج للهواتف الذكية	
تطبيق المناهج على Store App (آبل)	تطبيق المناهج على Play Google (أندرويد)

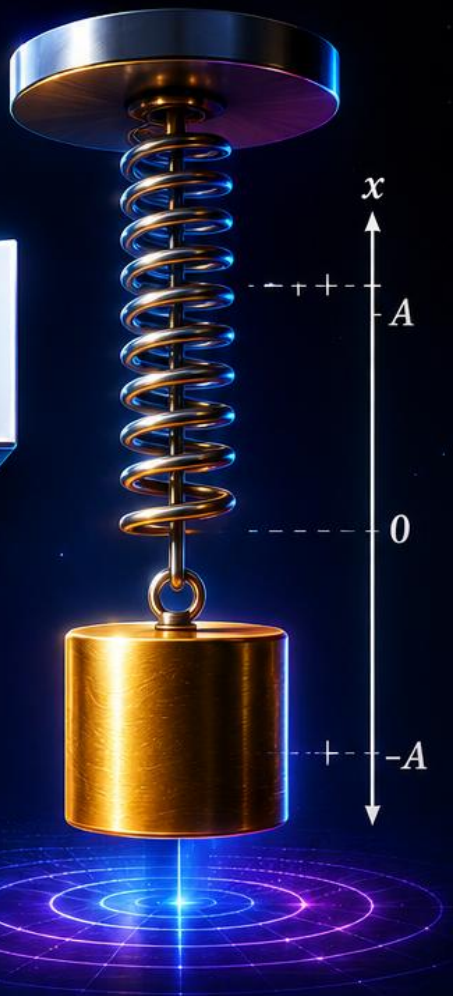
سلسلة المعلم الجديدة

الفيزياء

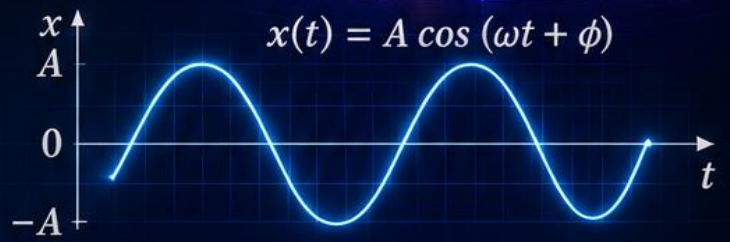
الفصل الدراسي الأول

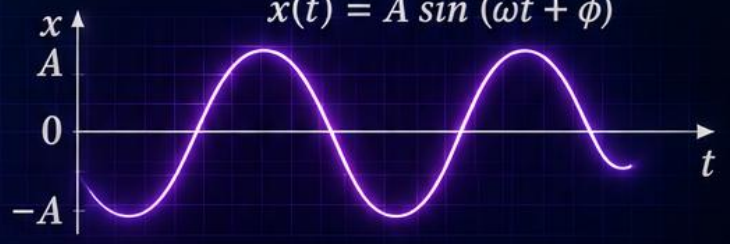
الصف الثاني عشر العلمي - التكنولوجي

الوحدة الثانية | الاهتزازات والخصائص المتقدمة للموجات









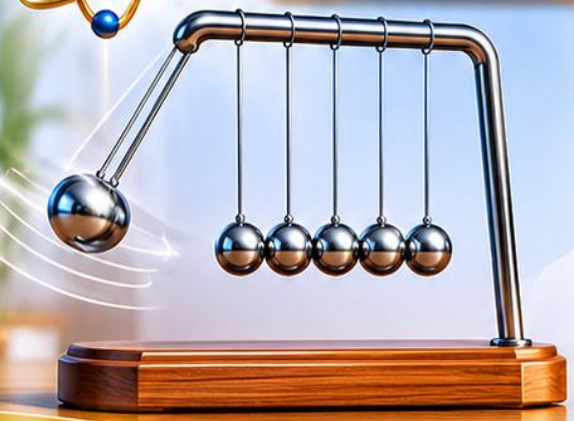


بندول بسيط | كتلة-نابض | دوال جيب | دوال جيب تمام

عبدالهادي البرادعي

30444108

الدرس الأول: الحركة الاهتزازية



الحركة الاهتزازية:

هي حركة دورية يتحرك فيها الجسم المهتز على جانبي موضع سكونه أو اتزانه.

أمثلة للحركة الاهتزازية:

1- الاهتزازة معلقة في نابض

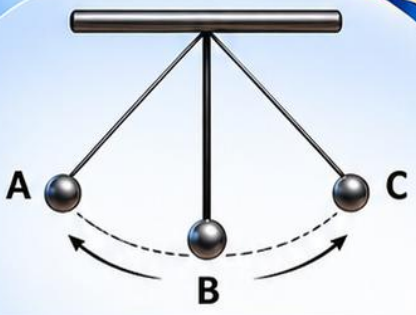


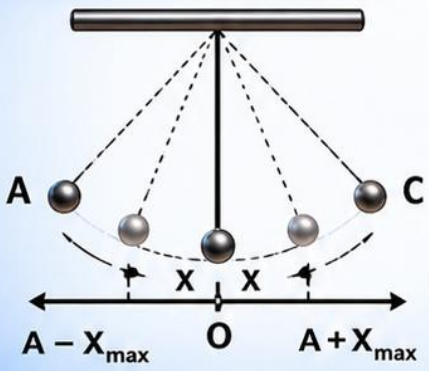
2- اهتزاز بندول الساعة



3- الاهتزازات في المواد الصلبة







مفاهيم الحركة الاهتزازية:

1 – الاهتزازة: هي حركة المهتز على جانبي موضع سكونه (اتزانه).

2 موضع الاتزان: في النقطة التي يكون عندها إزاحة الجسم المهتز = 0.

3 – الازاحة X: هي بعد الجسم عن موضع الاتزان خلال زمن معين.

4 – السعة A: هي أقصى إزاحة للجسم عن موضع الاتزان (X = max)

5 – الاهتزازة الكاملة: هي حركة الجسم المهتز عندمر بنقطة ما في مسارحركته مرتين متتاليتين.

6 – قوة الإرجاع F

هي القوة التي تؤثر على الجسم المهتز وتعمل على إعادته الى موضع الاتزان وتكون دائماً في اتجاه نقطة الاتزان.

7 – الزمن الدوري T:

$$T = \frac{t}{n}$$

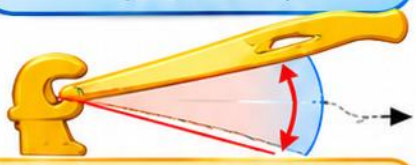
هو الزمن الذي يستغرقه الجسم المهتز لعمل اهتزازة كاملة.

8 – التردد f

$$f = \frac{n}{t}$$

هو عدد الاهتزازات الكاملة التي يحدثها الجسم المهتز خلال وحدة الزمن.

أمثلة على الأنظمة المهتزة

1- مسطرة مثبتة من إحدى طرفيها	2- عربة مربوطة بنابض من طرفيها	3- كرة تتدحرج في قناة (الصف كرة)
		
ما هو وجه الشبه بين جميع هذه الأنظمة؟	وجود موضع اتزان	الجسم يهتز على جانبي موضع الاتزان تحت تاثير قوة الارجاع

خصائص الأنظمة المهتزة:

1. للنظام المهتز **موضع اتزان** يكون فيه مستقراً وتتعدم فيه القوة المحصلة المؤثرة على الجسم
2. للنظام المهتز **قوة ارجاع** تعمل دائماً الى إعادة النظام باتجاه **موضع الاتزان**
3. يمتلك النظام المهتز خاصية **القصور الذاتي** التي تساهم في **استقرار اهتزازه**
4. تسارع الأنظمة المهتزة بسبب **تغير سرعة** مقداراً واتجاهاً
5. تكون سرعة الجسم المهتز قيمة عظمى عند مروره بموضع الاتزان اثناء حركته، وتقل سرعته كلما ابتعد عن موضع الاتزان
6. الاهتزازة الكاملة تتكون من أربع سعات A

ملاحظة هامة



عندما يكون الجسم في حالة (اتزان) مستقراً

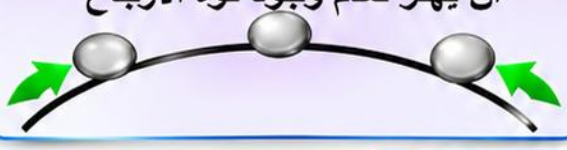
عندما يكون الجسم في حالة (الاتزان) مستقراً:

يستمر بالاهتزاز لوجود قوة ارجاع



عندما يكون الجسم في حالة (الاتزان) في مسار أن:

أن يهتز لعدم وجود قوة الارجاع

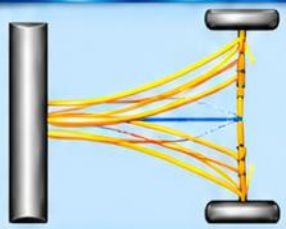


الحركة التوافقية البسيطة:

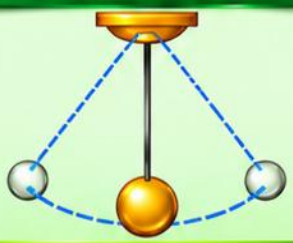
هي حركة الجسم المهتز عندما تتناسب قوة الارجاع طردياً مع الإزاحة ويتجه معاكس لها

أمثلة للحركة التوافقية البسيطة:

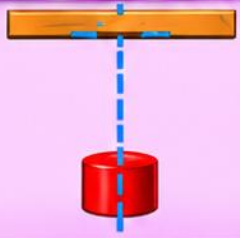
1- اهتزاز شريط مطاطي



2- اهتزاز بندول

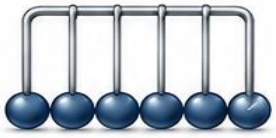


3- اهتزاز كتلة معلقة بخيط

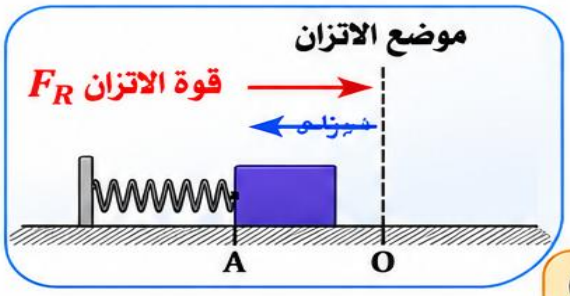




قوة الإرجاع والتسارع



أولاً : نظام الاهتزاز الكتلة – النابض:

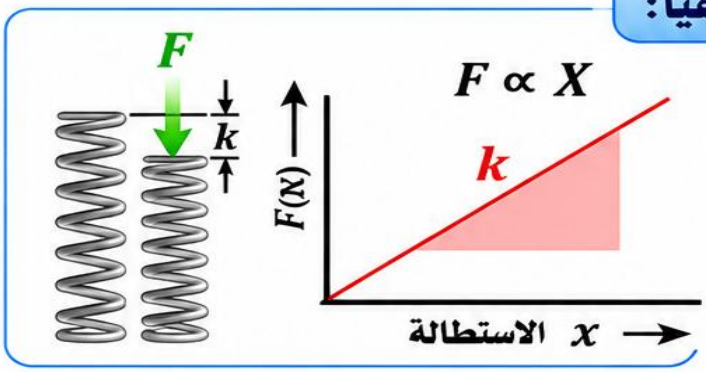


قوة الإرجاع:

قانون هوك:

القوة F التي بطبقها النابض تتناسب طرديا مع استطالته (أو انضغاطه) (X)

1- نظام الاهتزاز (الكتلة – النابض) أفقياً:

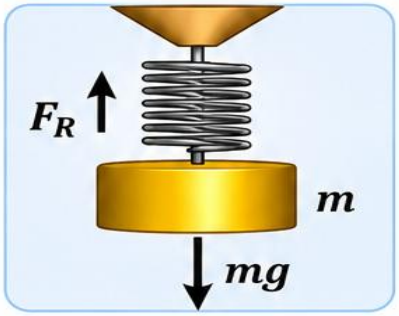


قانون هوك وقوةالإجاح	F	
$F = -kx$	F	قوة الإرجاع (N)
	k	ثابت النابض (N/m)
	x	الاستطالة (m)

✓ قوة الإرجاع تتناسب طردياً مع الإزاحة

✓ قوة الإرجاع تكون معاكسة لاتجاه الإزاحة

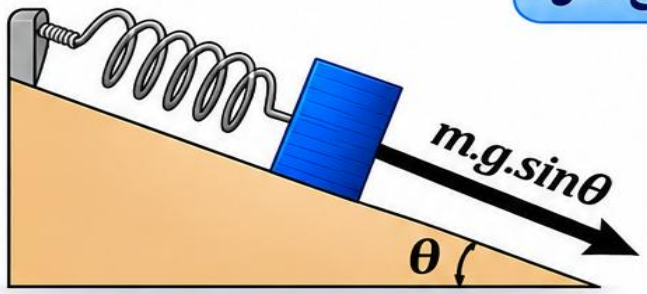
2- نظام الاهتزاز (الكتلة – النابض) أسياً:



$$F_R = -K.X$$

$$m.g = -K.X$$

3- نظام الاهتزاز (الكتلة – النابض) على سطح مائل:

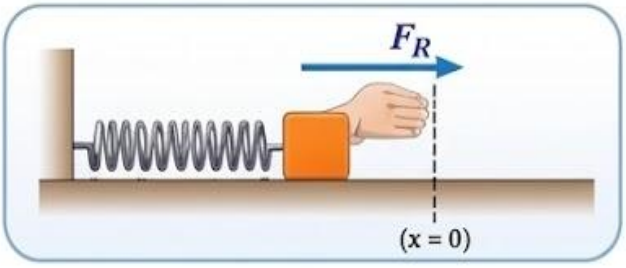


$$F_R = -K.X$$

$$m.g.\sin\theta = -K.X$$

التسارع وقوة الإرجاع / قانون هوك
نظام الاهتزاز (كتلة-نابض)

التسارع: هو معدل تغير السرعة بالنسبة للزمن.



قانون هوك: $F_R = -K.X$

قانون نيوتن الثاني: $F = m.a$

بمساواة المعادلتين

التسارع في (الكتلة-النابض) ← $a = \frac{-kx}{m}$

إذا كانت الإزاحة X تساوي سعة الاهتزازة A

أقصى تسارع في (الكتلة-النابض) ← $a_{max} = \frac{kA}{m}$

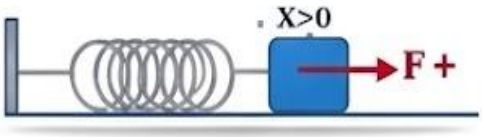
ملاحظات هامة عند حل مسائل الحركة التوافقية البسيطة S.H.M

أولاً : نظام الاهتزاز (الكتلة – النابض)



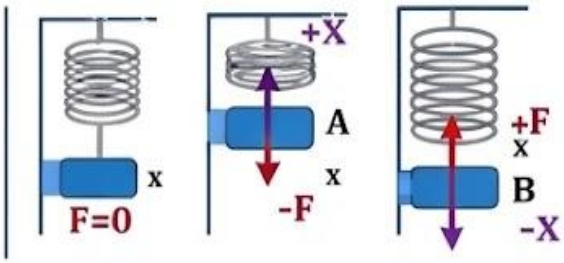
- نظام الاهتزاز (الكتلة – النابض) أفقياً:

إذا كانت إزاحة الكتلة مع النابض يسار موضع الاتزان يكون اتجاهها سالباً، ومن ثم يكون كل من قوة الإرجاع والتسارع أي بإشارات موجبة.



موجبة، إذا كانت إزاحة الكتلة مع النابض يمين موضع الاتزان تكون إشارتها تكون إشارتها موجبة، ومن ثم يكون كل من قوة الإرجاع والتسارع لليسار أي بإشارات سالبة

ب) نظام الاهتزاز (الكتلة – النابض) رأسياً:

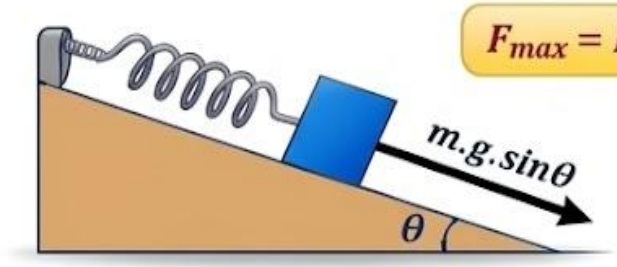


في الحركة الرأسية لنظام الكتلة - النابض، إذا كانت إزاحة الكتلة مع النابض لأسفل تكون إشارتها سالبة، ومن ثم يكون كل من قوة الإرجاع والتسارع لأعلى أي بإشارات موجبة، والعكس صحيح

$$m.g = -K.X$$

ج) نظام الاهتزاز (الكتلة – النابض) على سطح مائل:

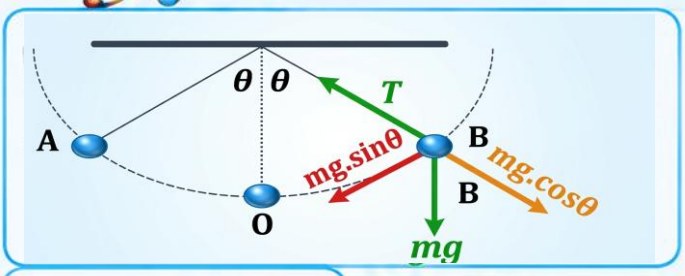
$F_{max} = K.A$



$$m.g.\sin\theta = -K.X$$

نظام اهتزاز البندول البسيط

أولاً: قوة الإرجاع في البندول



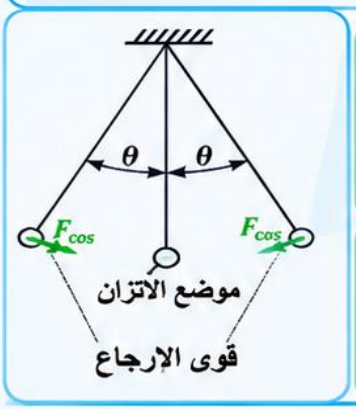
1. عند تحليل مركبة الوزن للبندول نجد أن:

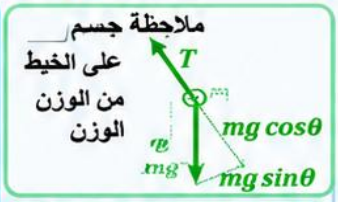
قوة الإرجاع في البندول هي المركبة المماسية للوزن في اتجاه موضع الاتزان.

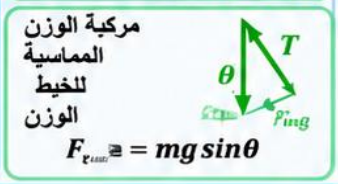
$$F = -m.g.\sin\theta$$

2. قوة الشد في الخيط هي المركبة العمودية للوزن:

$$T = m.g.\cos\theta$$

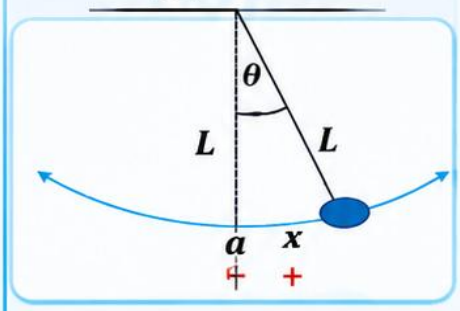


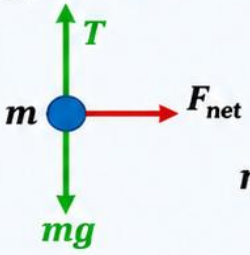




الرمز	الكمية الفيزيائية	الوحدة (SI)
F	قوة الإرجاع	N (نيوتن)
m	الكتلة	kg
g	تسارع الجاذبية الأرضية	m/s^2 / متر^2
θ	زاوية الإزاحة	rad

ثانياً: التسارع في البندول





1. قوة الإرجاع (من تحليل القوى):

$$F = -m.g.\sin\theta$$

2. قانون نيوتن الثاني : $F = m.a$

3. بمساواة المعادلتين: $m.a = -m.g.\sin\theta$

$$a = -g.\sin\theta$$

في حالة الزوايا الصغيرة، فإن $\theta \approx \theta$ حيث:

حيث x هي الإزاحة الأفقية

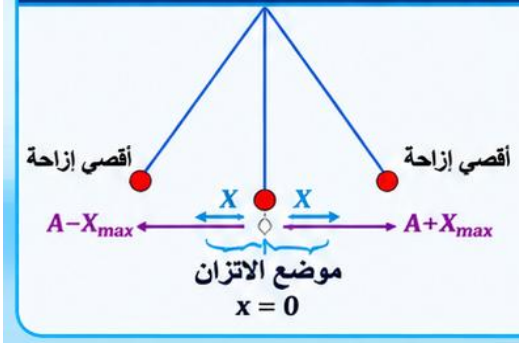
$$a = -\frac{g}{L}x$$

أقصى تسارع في البندول

يحدث عند أقصى إزاحة أي عندما $x = A$، ويكون:

$$a_{max} = \frac{g.A}{L}$$

ثالثاً: ملاحظات هامة عند حل أسئلة الحركة التوافقية البسيطة (S.H.M)



- **البندول البسيط:**

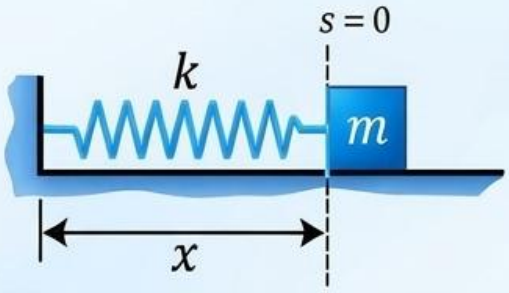
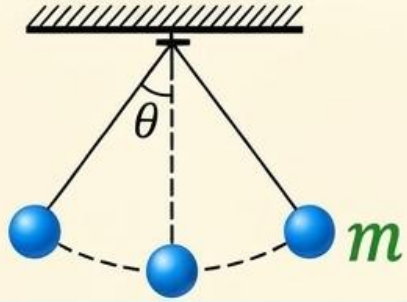
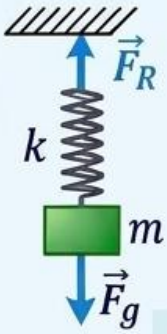
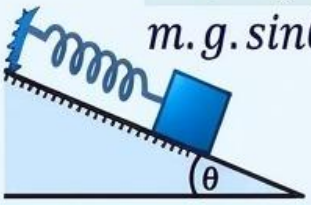
-إذا كانت إزاحة كرة البندول يسار موضع الاتزان تكون إشارتها سالبة،

ومن ثم يكون كل من قوة الإرجاع والتسارع لليمين أي بإشارات موجبة

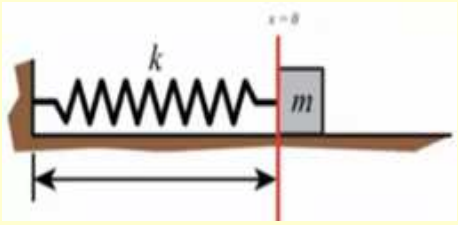
-إذا كانت إزاحة كرة البندول يمين موضع الاتزان تكون إشارتها موجبة

ومن ثم يكون كل من قوة الإرجاع والتسارع لليسار أي بإشارات سالبة

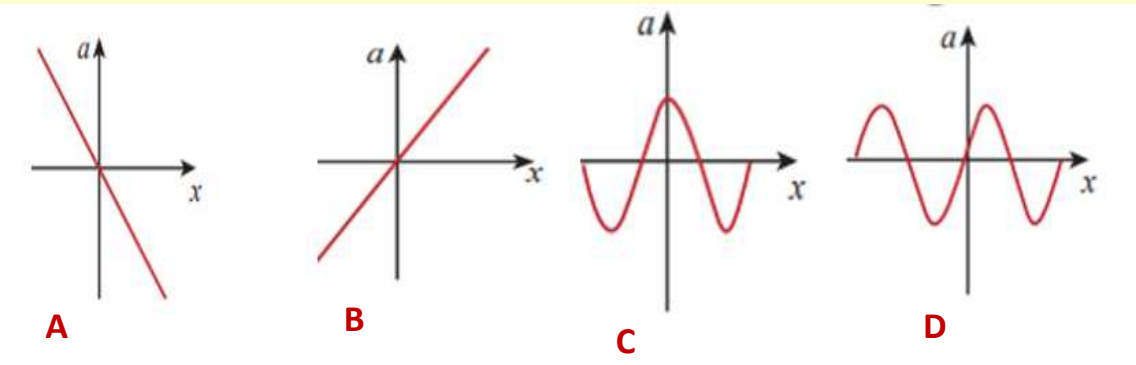
ملخص القوانين

الرسم	نظام الكتلة والنابض	نظام البندول البسيط
الرسم		
قوة الإرجاع	قانون هوك $F_R = -k.x$  نابض معلق رأسياً $F_R = -k.x$ $[F_g = m.g]$ نابض على سطح مائل $m.g.\sin\theta = -k.x$ 	$F = -m.g.\sin\theta$  $F = -\frac{mgx}{L}$
أقصى قوة إرجاع	$F_{max} = k.A$	 $F_{max} = \frac{m.g.A}{L}$
التسارع	$a = -\frac{k}{m}.x$	$a = -g.\sin(\theta) = -\frac{g.x}{L}$
أقصى تسارع	$a_{max} = \frac{k.A}{m}$	 $a_{max} = \frac{g.A}{L}$
	قوة الشد في خيط البندول	 $F_T = m.g.\cos\theta$

تدريبات

1	سقطت كرة على سطح مرن من ارتفاع معين. بإهمال مقاومة الهواء ما نوع حركة الكرة؟			
	a	حركة اهتزازية	c	حركة دائرية
	b	حركة منتظمة	d	حركة تسارعية منتظمة
2	يظهر الشكل أدناه نظام له حركة دورية. بإهمال قوى الاحتكاك، عندما تتم إزاحة الجسم عن موضع الاتزان فما القوة التي تعمل على إعادته باتجاه موضع الاتزان ؟ 			
	a	قوة الشد	c	قوة النابض
	b	قوة التوازن	d	قوة الإرجاع
3	تبلغ المسافة بين النقطتين العليا والسفلى لحركة كتلة معلقة بنابض مهتز 20 cm كم تبلغ سعة حركتها ؟ في الحركة التوافقية البسيطة، المسافة الإجمالية بين أبعد نقطتين يصل إليهما الجسم المهتز (من أقصى إزاحة على اليمين إلى أقصى إزاحة على اليسار) تساوي ضعف سعة الاهتزازة			
	a	$10\ cm$	c	$30\ cm$
	b	$20\ cm$	d	$40\ cm$
4	أي مما يأتي ليس مثالاً على الحركة التوافقية؟			
	a	تأرجح بندول	c	تدحرج كرة إلى أسفل منحدر
	b	حركة المكابس في محرك السيارة	d	حركة كتلة معلقة في نهاية نابض
5	أي كمية مما يلي تتناسب مع قوة الارجاع طرديا في نظام يخضع لحركة توافقية بسيطة ؟			
	a	طاقة الوضع.	c	تردد الاهتزازة
	b	سعة الاهتزازة	d	الازاحة عن موضع الاتزان.
6	بحسب قانون هوك ،اي العبارات التالية تصف العلاقة بين القوة المؤثرة بالنابض ومقدار الاستطالة ؟			
	a	تتناسب القوة طرديا مع الاستطالة	c	تتناسب القوة طرديا مع مربع الاستطالة
	b	تتناسب القوة عكسيا مع الاستطالة	d	تتناسب القوة عكسيا مع مربع الاستطالة
7	ما العوامل التي تؤثر في قوة الارجاع في البندول البسيط؟			
	a	كتلة الجسم فقط	c	الوزن وزاوية البندول θ
	b	زاوية البندول θ فقط	d	كتلة الجسم وطول الخيط
8	ما هي العلاقة الرياضية التي تربط بين قوة الإرجاع والإزاحة لنظام (الكتلة -النابض)؟			
	a	$F = kx$	c	$F_R = -Kx$
	b	$F = \frac{k}{x}$	d	$F = -\frac{k}{x}$

9 أي من الرسوم البيانية ادناه يمثل العلاقة الصحيحة بين التسارع (a) لجسم ما في حركة توافقية بسيطة وازاحته (x)؟



a	A	c	C	
b	B	d	D	

10 بندول بسيط طول خيطه 3m إذا بلغت أقصى إزاحة للكتلة 30 cm يسار موضع الاتزان ما مقدار أقصى تسارع له؟ (علماً بأن : g = 9.8 N/kg)

$a_{max} = \frac{gA}{L} = \frac{9.8 \times 0.3}{3} = 0.98 m/s^2$

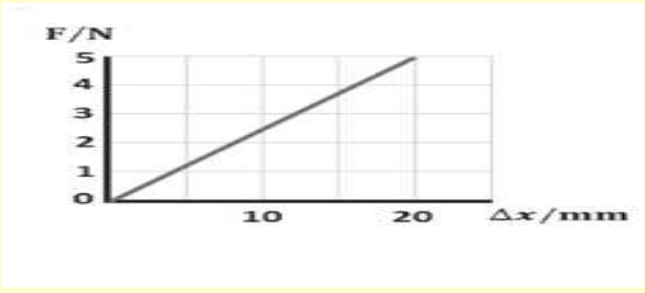
a	$0.54\,m/s^2$	c	$98.0\,m/s^2$	
b	$0.98\,m/s^2$	d	$100\,m/s^2$	

11 إذا تضاعفت الكتلة المعلقة في بندول 3 أضعاف ما كانت عليه ، ماذا يحدث للتسارع ؟

قانون التسارع لا يحتوي على كتلة الجسم وبالتالي فإن زيادة الكتلة أو إنقاصها لا يؤثر على قيمة التسارع

a	يقل للنصف	c	يتضاعف 3 مرات	
b	يبقى ثابتاً	d	يتضاعف 6 مرات	

12 الرسم البياني الموضح يمثل تأثير قوة الشد في نابض بعد إضافة كتله له مقدارها 0.51 kg .ما قيمة ثابت النابض؟



$k = \frac{F_R}{X} = \frac{5}{20 \times 10^{-3}} = 250 N/m$

a	$0.1\,N/m$	c	$100\,N/m$	
b	$0.25\,N/m$	d	$250\,N/m$	

13 تم سحب نابض لمسافة 5 cm فتولدت فيه قوة إرجاع قدرها -2 N ما قيمة ثابت النابض؟

$k = \frac{F_R}{X} = \frac{2}{5 \times 10^{-2}} = 40 N/m$

a	$0.10\,N/m$	c	$10.0\,N/m$	
b	$0.40\,N/m$	d	$40.0\,N/m$	

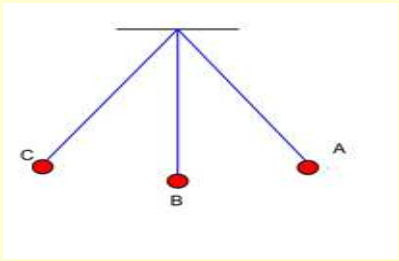
14 يهتز نظام (كتلة - نابض) في حركة توافقية بسيطة سعتها 0.06 m فإذا كان ثابت القوة للنابض 100 N/m ومقدار الكتلة 0.4kg . احسب أكبر مقدار لتسارع تلك الكتلة؟

$a_{max} = \frac{kA}{m} = \frac{100 \times 0.06}{0.4} = 15 m/s^2$

a	$15\,m/s^2$	c	$1.5\,m/s^2$	
b	$-15\,cm$	d	$-15\,m.s^2$	

15 في الشكل التالي بندول بسيط كتلته 0.1 kg ازيح الى النقطة A بزاوية مقدارها 5° ثم ترك ليهتز بحركة توافقية بسيطة، كم تكون قوة الارجاع عند النقطة B ؟

(علماً بأن : $g=9.8\ m/s^2$)

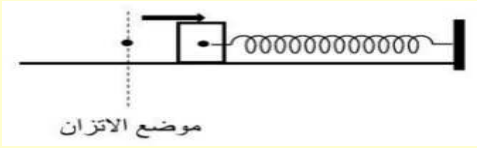


النقطة B تمثل موضع الاتزان للبندول وقوة الارجاع = صفر

a	0 N	c	-0.17 N
b	-0.07 N	d	-0.96 N

16 يتكون نظام كتلة ـنابض من نابض مثبت في أحد طرفيه جسم كتلته 0.5kg كما هو موضح بالشكل المجاور. تمت إزاحة الجسم أفقياً إلى اليمين مسافة معينة ثم تم تحريره. المسافة بين أبعد نقطتين خلال الاهتزاز 20cm بإهمال جميع قوى الاحتكاك. ما مقدار سعة الاهتزازات A؟

في الحركة التوافقية البسيطة، المسافة الإجمالية بين أبعد نقطتين يصل إليهما الجسم المهتز (من أقصى إزاحة على اليمين إلى أقصى إزاحة على اليسار) تساوي ضعف سعة الاهتزازة



$$A=\frac{20\ cm}{2}=10\ cm$$

a	5cm	c	20 cm
b	10 cm	d	30 cm

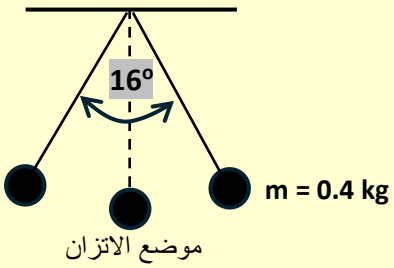
17 كرة كتلتها $(122\ g)$ علقت في خيط كما في الشكل، ما هي الزاوية التي يجب ازاحتها لكي تتولد قوة ارجاع على الكرة تساوي $(0.187\ N)$؟
$(g=9.8\ m/s^2)$

$F=-mg\sin(\theta)$ $\theta=\sin^{-1}\left(\frac{F_R}{mg}\right)$

$\theta=\sin^{-1}\left(\frac{0.187}{0.122\times 9.8}\right)\approx 8.99^\circ\approx 9^\circ$

a	7°	c	9°
b	8°	d	10°

18 ما قوة الإرجاع للبندول الموضح في الشكل؟علماً بأن تسارع الجاذبية الأرضية
$(g=9.8\ m/s^2)$



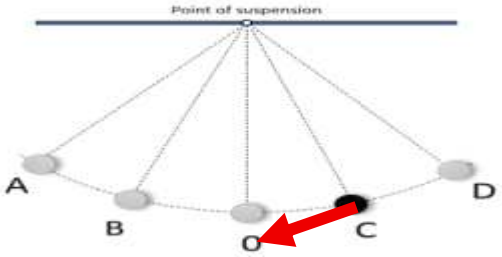
$F_R=-mg\sin(\theta)$

$F_R=-0.4\times 9.8\sin(8)=-0.54N$

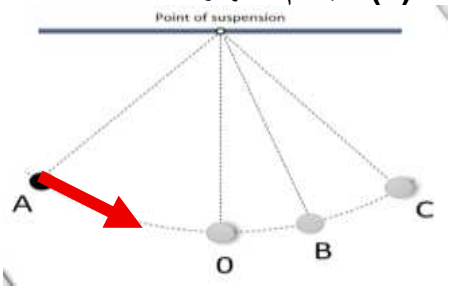
a	-0.54 N	c	-1.08 N
b	-0.96 N	d	-3.88 N

19 -حدد بالأسهم اتجاه قوة الإرجاع في كل مما يأتي:

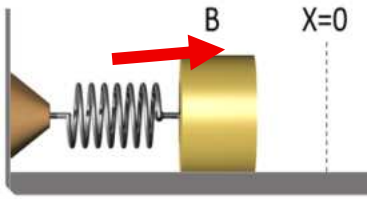
(1) الجسم المهتز عند النقطة C



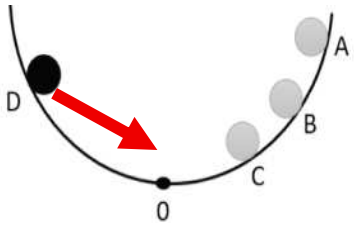
(2) الجسم المهتز عند النقطة A



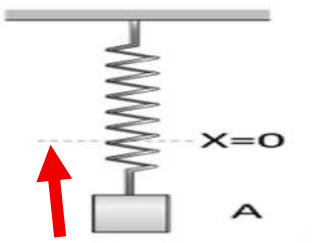
(3) الجسم المهتز عند النقطة B



(4) الجسم المهتز عند النقطة D



(5) الجسم المهتز عند النقطة A



20 تم سحب نابض مسافة 5cm فتولدت فيه قوة إرجاع قدرها -2 N ،ما قيمة ثابت النابض ؟

إجابة

$$k = \frac{F_R}{X} = \frac{2}{5 \times 10^{-2}} = 40N/m$$

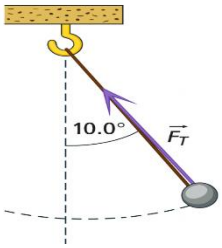
21 بندول كتلته 400 g تم سحبه بزاوية 5° عن موضع اتزانه ، ما مقدار قوة الارجاع في البندول؟

إجابة

$$F_R = -mg\sin(\theta)$$

$$F_R = -0.4 \times 9.8\sin(5) = -0.34N$$

22 -احسب قيمة قوة الارجاع لبندول كتلته 10g إذا تم سحبه بزاوية 10° من الوضع الرأسي



إجابة

$$F_R = -mg\sin(\theta)$$

$$F_R = -0.01 \times 9.8\sin(10) = -0.017N$$

23 ما مقدار الزاوية التي يجب ان يصنعها خيط بندول بعيداً عن موضع اتزانه حتى يسبب قوة ارجاع قدرها 0.8 N- ، اذا علمت ان كتلة كرة البندول 900 g ؟

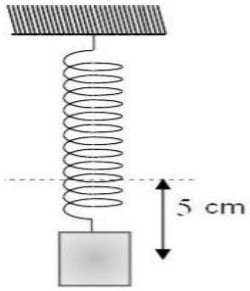
إجابة

$$F_R = -mg\sin(\theta)$$

$$\theta = \sin^{-1}\left(\frac{F_R}{mg}\right)$$

$$\theta = \sin^{-1}\left(\frac{-0.8}{-0.9 \times 9.8}\right) = 5.2^\circ$$

24 علق جسم كتلته 100 g عمودياً بأحد أطراف النابض، فاستطال النابض عند الاتزان كانت الاستطالة 5cm لاحقاً وضع هذا النابض أفقياً على سطح خشن قوة احتكاكه ثابتة F ثم تمت إزاحة الجسم مسافة عن موضع الاتزان حيث ترك ليهتز اهتزازاً راً حول موضع الاتزان. عدد الاهتزازات التي قام بها النابض خلال 10 ثواني 21 اهتزازة



a- احسب ثابت النابض K

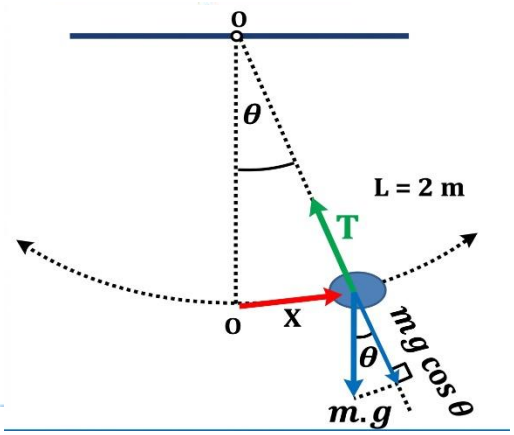
b- احسب تردد نظام الكتلة – النابض(f)

إجابة

$$a) \quad k = \frac{F_R}{X} = \frac{0.1 \times 9.8}{5 \times 10^{-2}} = 19.6N/m$$

$$b) \quad f = \frac{n}{t} = \frac{21}{10} = 2.1Hz$$

25 في الشكل بندول بسيط يتحرك حركة توافقية بسيطة، اذا كانت إزاحة البندول في الموضع المبين في الشكل 17 cm عن موضع الاتزان وكتلة البندول 60 g . احسب :



a- زاوية البندول

b. قوة الارجاع

c. قوة الشد في خيط البندول

إجابة

$$a)\quad \theta = \sin^{-1}\left(\frac{x}{L}\right)$$

$$\theta = \sin^{-1}\left(\frac{0.17}{2}\right) = 4.88^{\circ}$$

$$b)\quad F_R = -mg\sin(\theta)$$

$$F_R = -0.06 \times 9.8\sin(4.88) = -0.05N$$

$$c)\quad T = mg\cos(\theta)$$

$$F_R = 0.06 \times 9.8\cos(4.88) = 0.59N$$

26 نابض له ثابت مقداره 100 N/m ، مثبت بسقف حجرة ومعلق به كتلة قدرها 800 g ،إذا تم سحب النابض لأسفل لمسافة 40 cm بعيداً عن موضع اتزانه ثم ترك ليهتز. احسب :

a. تسارع الكتلة عندما تكون على مسافة 15 cm بعيداً عن موضع اتزانه ؟

b. اقصى قيمة لقوة الارجاع ؟

إجابة

$$a-\quad a = \frac{-kx}{m} = \frac{-100 \times (-0.15)}{0.8} = 18.8\ m/s^2$$

b-

$$F = kA = 100 \times 0.4 = 40N$$

27 تتحرك كتلة مقدارها (1.4kg) مربوطة بنابض بحركة توافقية بسيطة عند شدها مسافة (20cm) من موضع الإتزان إذا علمت أن ثابت النابض يساوي (40N/m) احسب ما يلي:

1-قوة الإرجاع

2-التسارع الأقصى

إجابة

$$1)\quad F_R = -Kx$$

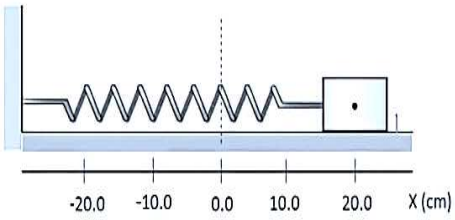
$$F_R = -40 \times 0.20 = -8N$$

$$2)\quad a_{max} = \frac{kA}{m} = \frac{40 \times (0.20)}{1.4} = 5.71\ m/s^2$$

28 في الشكل المجاور تم سحب كتلة متصلة بنابض مسافة 20 cm ثم تركت لتهتز ، إذا علمت أن ثابت النابض 90 N/m والقيمة القصوى لتسارع الكتلة $10.5\ m/s^2$ احسب :

a. مقدار قوة الارجاع عند الموضع (x=20cm) وحدد اتجاهها

b. كتلة الجسم



إجابة

$a)\quad F_R = -Kx$

$F_R = -90 \times 0.2 = -18N$

$b)\quad a_{max} = \frac{kA}{m} = \frac{90 \times (0.2)}{10.5} = 1.7\ m/s^2$

29 كتلة مقدارها 0.25 kg متصلة بنابض ثابت القوة له 25 N/m وموضوعة على طاولة أفقية ملساء، إذا سحبت الكتلة مسافة 8 cm يمين موضع الاتزان وتركت لتتحرك على السطح الأملس، احسب:

A. أقصى قيمة للتسارع.

B-القيمة القصوى لقوة الإرجاع.

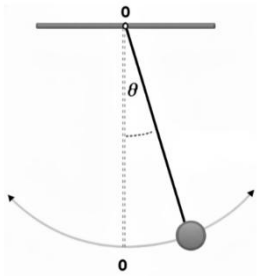
إجابة

$a)\quad a_{max} = \frac{kA}{m} = \frac{25 \times 0.08}{0.25} = 8\ m/s^2$

$b)\quad F_R = KA$ $\qquad F_R = 25 \times 0.08 = 2N$

30 ما مقدار الزاوية التي يجب أن يصنعها خيط بندول بعيداً عن موضع اتزانه حتى يسبب قوة إرجاع قدرها $-0.80N$, إذا علمت أن كتلة كرة البندول 900 g ؟(علماً بأن : $g=9.8\ m/s^2$)

إجابة



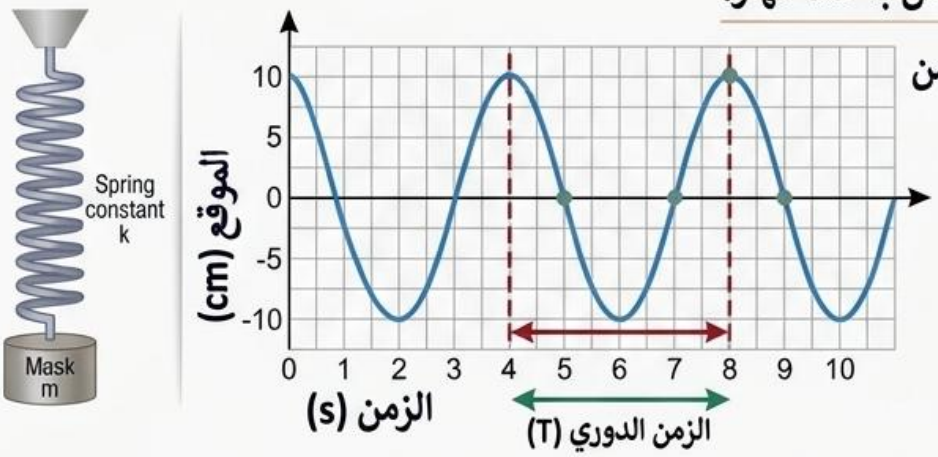
$F_R = -mg\sin(\theta)$

$\theta = \sin^{-1}\left(\frac{-F_R}{-mg}\right)$

$\theta = \sin^{-1}\left(\frac{0.80}{0.9 \times 9.8}\right) = 5.2^\circ$

التردد والتردد الزاوي والزمن الدوري

الرسم البياني للموقع والزمن لنابض به كتلة تهتز.



الموقع بدلالة الزمن

تمثل الحركة بين أي نقطتين متماثلتين متتاليتين على المنحنى (دورة كاملة أو اهتزازة كاملة).

زمن هذه الاهتزازة هو الزمن الدوري (T).

التردد الزاوي (ω) هو تردد يعبر عنه بوحدات الطور 2π بدلاً من الدورات أو الاهتزازات.

ملحوظة هامة

- تمثل الدورة أو الاهتزازة الكاملة 2π
- يقاس التردد الزاوي بوحدة rad/s
- التردد 1Hz (دورة/ ثانية) يقابله تردد زاوي (2π rad/s)
- التردد الزاوي ω
- في الحركة الاهتزازية يقابله السرعة الزاوية في الحركة الدائرية.

الزمن الدوري (T) والتردد (f)

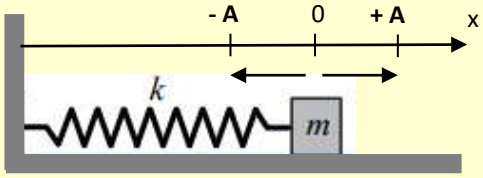
العلاقة بين الزمن الدوري والتردد	التردد بدلالة عدد الدورات (n) والزمن (t)	الزمن الدوري بدلالة عدد الدورات(n) والزمن (t)	الزمن الدوري بدلالة السرعة الزاوية (ω)
$T=\frac{1}{f},\ f=\frac{1}{T}$	$f=\frac{n}{t}$	$T=\frac{t}{n}$	$T=\frac{2\pi}{\omega}$

التردد الزاوي (ω)

بدلالة التردد (f)	بدلالة الزمن الدوري (T)
$\omega = 2\pi . f$	$\omega=\frac{2\pi}{T}$

تدريبات

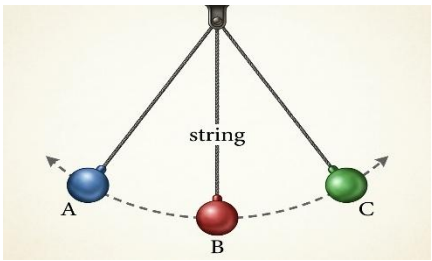
1	يبلغ الزمن الدوري لبلورة الكوارتز في ساعة يد 0.00350 s كم يبلغ ترددها بوحدة Hz ؟				
	a	285.7Hz	c	22.6 Hz	$f=\frac{1}{T}=\frac{1}{0.00350}=285.71Hz$
	b	183.8 Hz	d	0.007 Hz	
2	إذا كان تردد جسم مهتز 60Hz فكم يبلغ عدد الدورات الكاملة التي يعملها في ثانيتين؟				$f=\frac{n}{t}$
	a	160 دورة	c	60 دورة	$n=f\times t=60\times 2=120$
	b	120 دورة	d	30 دورة	
3	يكمل نظام مكون من (كتلة -نابض) دورة واحدة في زمن مقداره 0.4 s كم يكون التردد الزاوي؟				
	a	7.5 rad/s	c	10.3 rad/s	$\omega=\frac{2\pi}{T}=\frac{2\pi}{0.4}$=15.7 rad/s
	b	15.7 rad/s	d	22.4 rad/s	
4	يكمل نظام البندول ثلاث دورات كاملة في زمن قدره 0.6 s احسب التردد الزاوي للنظام؟				
	a	17.3 rad/s	c	31.4 rad/s	$\omega=\frac{2\pi}{T}=\frac{2\pi}{0.6}$=3.14 rad/s
	b	24.3 rad/s	d	42.5 rad/s	
5	نابض يكمل اهتزازة واحدة كل 0.33 ثانية. ماهو تردد ذلك النابض؟				$f=\frac{n}{t}=\frac{1}{0.33}$
	a	1.0 Hz	c	3.0 Hz	
	b	2.0 Hz	d	4.0 Hz	$=3Hz$
6	الشكل التالي يمثل نظام (الكتلة – النابض) في حركة توافقية بسيطة؟أي الكميات الفيزيائية التالية تساوي صفراً عند النقطة (+A)؟				
	a	السعة	c	التسارع	
	b	السرعة المتجهة	d	طاقة الوضع المرونية	



أن الكتلة تتوقف لحظياً عند النقطة $+A$ قبل أن تعكس اتجاه حركتها

7 في الشكل بندول بسيط يهتز بحركة توافقية بسيطة فإذا كان الزمن الذي تتحركه الكتلة من C ال A يساوي 0.05 ثانية. فما زمنه الدوري؟

إجابة



$T=0.05\times 2=0.1s$

8 الكتلة في الشكل المقابل تكمل دورة أو اهتزازة كاملة واحدة في زمن 0.65 s



احسب: a) التردد b) التردد الزاوي

إجابة

$$a)\quad f=\frac{1}{T}=\frac{1}{0.65}=1.53\ s$$

$$b)\quad \omega=2\pi.f=2\pi\times1.53=9.61\ rad/s$$

9 تهتز أوتار الجيتار، تعود الى موضع اتزانها من أقصى إزاحة خلال 0.00227s احسب:

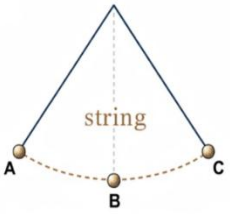
a) التردد b) التردد الزاوي

$$a)\quad f=\frac{1}{T}=\frac{1}{0.00908}=110Hz$$

إجابة

$$b)\quad \omega=2\pi.f=2\pi\times110=691\ rad/s$$

10 تهتز أرجوحة ذهاباً وإياباً 21 مرة خلال 30s احسب:



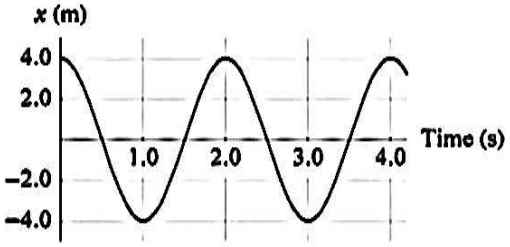
a) الزمن الدوري b) التردد c) التردد الزاوي

إجابة

$$T=\frac{t}{n}=\frac{30}{21}=1.43\ s \qquad f=\frac{1}{T}=\frac{1}{1.43}=0.7Hz$$

$$\omega=2\pi.f=2\pi\times0.7=4.4\ rad/s$$

11 كرة متصلة بنابض يتحرك حركة توافقية بسيطة كما بالشكل.



احسب :

a) الزمن الدوري b) التردد c) التردد الزاوي

$$a)\quad T=2\ s$$

إجابة

$$b)\quad f=\frac{1}{T}=\frac{1}{2}=0.5Hz$$

$$c)\quad \omega=2\pi.f=2\pi\times0.5=3.14\ rad/s$$

الإزاحة والسرعة والطور

ما الفرق بين الإزاحة والسعة؟

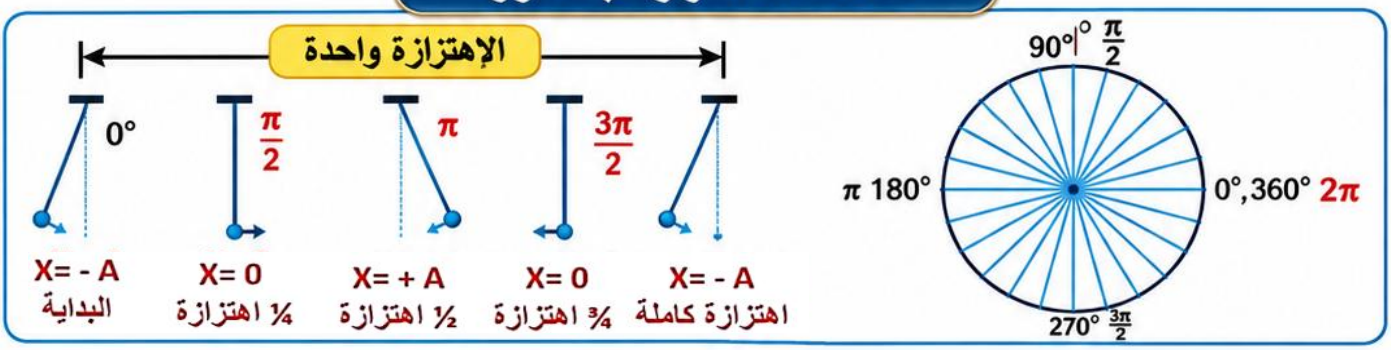
الإزاحة X	السعة A
هي المسافة التي تفصل الجسم المهتز عن موضع الاتزان في أي لحظة معينة	هي الإزاحة القصوى عن موضع الاتزان للجسم المهتز
متغيرة بتغير الزمن	ثابتة لا تتغير
كمية متجهة	كمية قياسية

ملاحظة

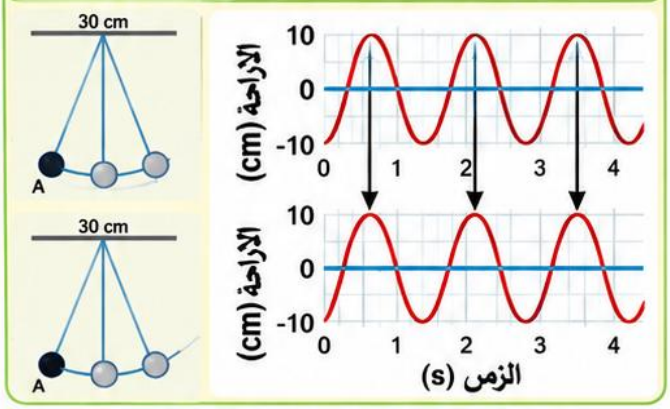
-في النظام عديم الاحتكاك تكون السعة ثابتة
-يتم قياس السعة حسب شكل الاهتزازة
(في نظام الكتلة والنابض السعة هي المسافة المقطوعة بعيدا عن موضع الاتزان)
(في البندول تكون السعة هي زاوية الانحراف)
(في أنظمة أخرى قد تكون السعة جهداً أو ضغطاً)

الطور Φ : هو موقع الجسم المهتز في لحظة معينة بالنسبة إلى دورته الكاملة.

علاقة الاهتزازة بالطور

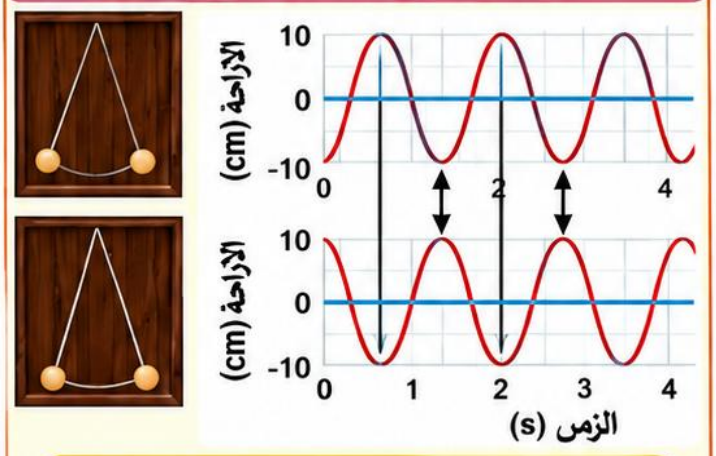


اهتزاز جسمين مختلفين في الطور



يكون الجسمان المهتزان متفقان في الطور عندما يكون كلا منهما في الموقع نفسه عند نفس اللحظة.

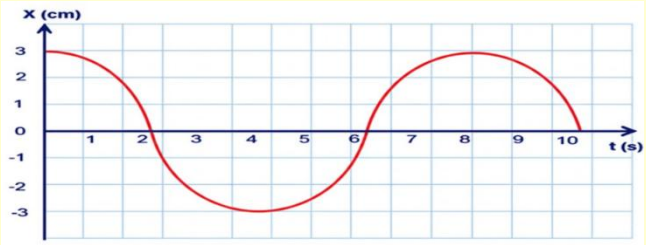
اهتزاز جسمين متفقين في الطور



فرق الطور بين الجسمين المتعاكسين 0 أو 180°

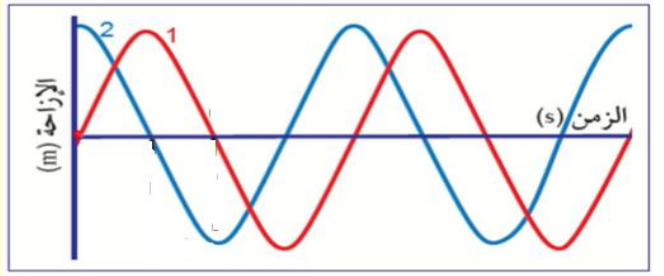
تدريبات

1 الرسم البياني التالي يوضح العلاقة بين الإزاحة والزمن في نظام كتلة ونابضيتحرك حركة توافقية بسيطة, بالاعتماد على الشكل كم تبلغ سعة الاهتزازة؟



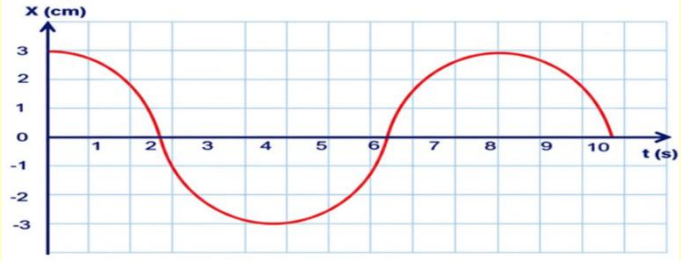
a	1 cm	c	3 cm
b	2 cm	d	4 cm

2 لدينا في الرسم البياني حركة نظامين مهتزين في الشكل أدناه,ما فرق الطور بين الحركتين المهتزتين؟



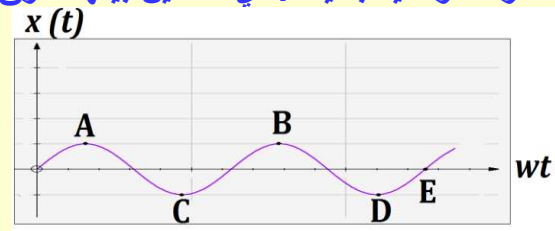
a	0	c	π
b	$\frac{\pi}{2}$	d	$\frac{3\pi}{2}$

3 من خلال الرسم المقابل لكتلة ونابض يتحرك حركة توافقية بسيطة. كم تكون الازاحة عند زمن 3s ؟



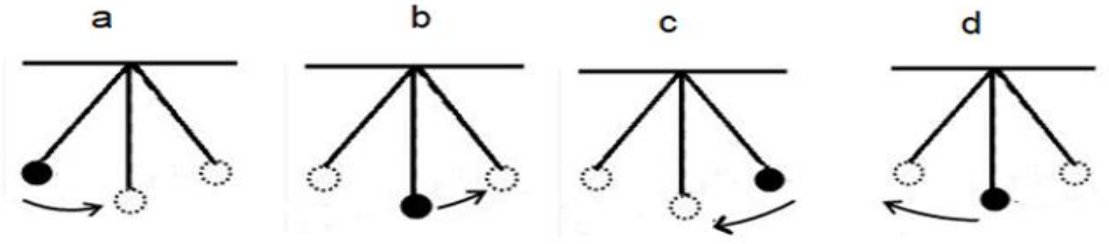
a	X = 2.5cm	c	X = -2.5cm
b	X = 3.5cm	d	X = -3.5cm

5 الرسم المقابل لجسم يتحرك حركة توافقية بسيطة: أي نقطتين بينهما فرق في الطور مقداره $(\frac{\pi}{2})$ ؟



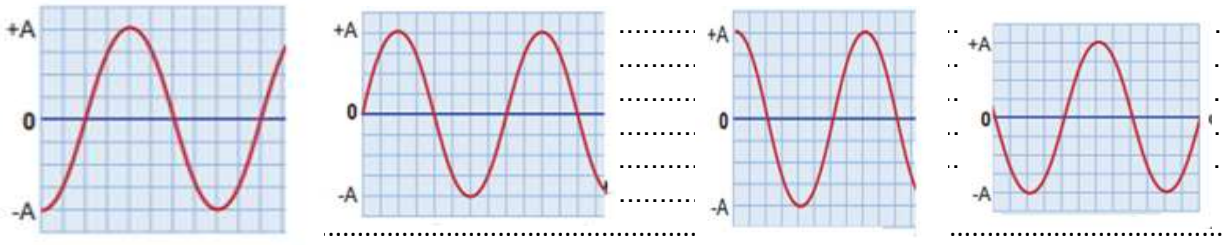
a	A and D	c	B and A
b	A and C	d	D and E

6 ارسم منحنى الإزاحة مع الزمن لكل جسم مهتز في الأشكال التالية حسب نقطة بداية الحركة:



إجابة

a *b* *c* *d*



علاقة الحركة التوافقية البسيطة والحركة الدائرية

الحركة التوافقية البسيطة في البندول

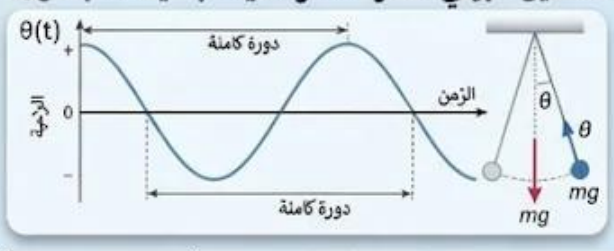
- تعتبر الحركة الاهتزازية للبندول حركة توافقية بسيطة إذا كانت سعة الزاوية θ التي يصنعها البندول ($\theta \geq 5°$).
- تخضع حركة البندول لتأثير الجاذبية.

توصيف الحركة الاهتزازية للبندول عن طريق:



1) الازاحة x) و
2) السعة الزاوية θ).

التمثيل البياني للحركة التوافقية البسيطة للبندول:



- تمثل الحركة التوافقية للبندول أو للنابض بيانياً في صورة دالة جيب (sin) أو دالة جيب تمام (cos).
- يُحسب الزمن الدوري (T) محور الزمن، والسعة (A) من محور الإزاحة.

من علاقات التسارع في البندول البسيط

$$a = -\frac{g}{L}\theta \quad (1)$$

$$a = -\omega^2 x \quad (2)$$

بمساواة المعادلتين (1) نحصل على (3)

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{L}} \quad (3)$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \quad (4)$$

بمساواة المعادلة 3 - 4

الزمن الدوري للبندول T	تردد البندول f	التردد الزاوي للبندول ω
$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$	$f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{g}{L}}$	$\omega = \sqrt{\frac{g}{L}}$

- يتناسب الزمن الدوري للبندول طردياً مع الجذر التربيعي لطول الخيط (L)، وعكسياً مع الجذر التربيعي لثابت الجاذبية (g).
- يتناسب التردد طردياً مع الجذر التربيعي لثابت الجاذبية (g)، وعكسياً مع الجذر التربيعي لطول الخيط (L).

الحركة التوافقية البسيطة في النابض

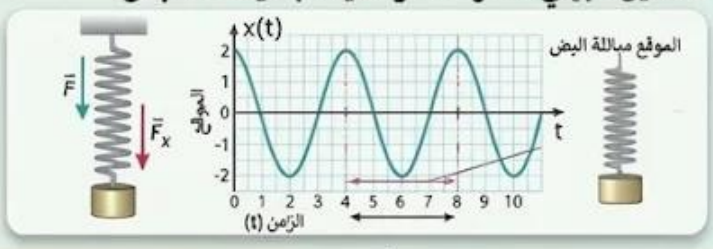
في نظام الكتلة والنابض يكون موضع الاتزان عندما تكون (قوة شد النابض = وزن الكتلة)

توصيف الحركة الاهتزازية للنابض عن طريق:



(الازاحة x).

التمثيل البياني للحركة التوافقية البسيطة للنابض:



من علاقات التسارع في النابض

$$a = -\frac{k}{m}x \quad (1)$$

$$a = -\omega^2 x \quad (2)$$

بمساواة المعادلتين (1) و(2) نحصل على (3)

$$\omega = \sqrt{\frac{m}{k}} \quad (3)$$

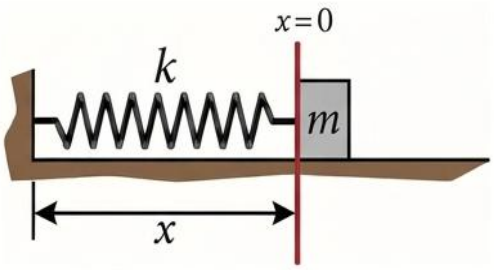
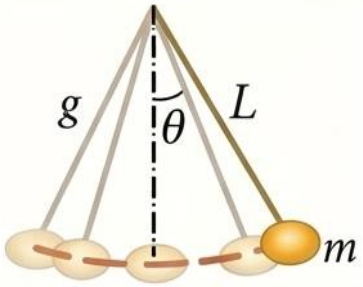
$$\omega = \frac{2\pi}{T} \quad (4)$$

بمساواة المعادلة 3 - 4

الزمن الدوري للنابض T	تردد النابض f	التردد الزاوي للنابض ω
$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$	$f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}}$	$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$

- يتناسب الزمن الدوري للنابض طردياً مع الجذر التربيعي للكتلة (m)، وعكسياً مع الجذر التربيعي لثابت النابض (k).
- يتناسب التردد طردياً مع الجذر التربيعي لثابت النابض (k)، وعكسياً مع الجذر التربيعي للكتلة (m).
- لا يتأثر الزمن الدوري للبندول بالسعة (A).

ملخص قوانين الأنظمة المهتزة

الشكل	نظام الكتلة والنابض	نظام البندول البسيط
الشكل		
التردد الزاوي (ω) وحدة القياس: rad/s	$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$	$\omega = \sqrt{\frac{g}{L}}$
الزمن الدوري (T) وحدة القياس: s	$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$	$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$
التردد (f) وحدة القياس: Hz	$f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}}$	$f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{g}{L}}$

تدريبات

1 بندول بسيط زمنه الدوري T على سطح الأرض، ما لزمن الدوري للبندول نفسه على سطح القمر إذا علمت أن تسارع الجاذبية على سطح القمر $\frac{1}{6}$ تسارع الجاذبية على سطح الأرض؟

a) $\sqrt{6}$ c) 6

b) $\frac{1}{6}$ d) $\frac{1}{\sqrt{6}}$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}} = 1 \times \sqrt{\frac{1}{\frac{1}{6}}} = \sqrt{6}$$

2 تهتز كتلة معلقة بنابض بسعة صغيرة A، إذا تضاعفت سعة الاهتزاز، ماذا يحدث للزمن الدوري ؟

a) ينخفض للنصف c) يزداد للضعف

b) يبقى كما هو d) يزيد بمعدل $\sqrt{2}$

لا يتغير لأنه لا يعتمد على السعة

3 ماذا يحدث لتردد نظام كتلة ونابض إذا زادت كتلة الجسم المعلق لـ 9 أمثال ما كانت عليه؟

a) يتضاعف 3 مرات c) يقل للثلث

b) يبقى كما هو d) يقل بنسبة $\frac{T}{\sqrt{6}}$

$$f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{K}{m}} = 1 \times \sqrt{\frac{1}{9}} = \frac{1}{3}$$

4 كم يكون الزمن الدوري لبندول بسيط طوله $4\ m$ يتحرك حركة توافقية بسيطة؟ $(g = 9.81\ \mathrm{m.s^{-2}})$

a) $2.83\ sec$ c) $4.01\ sec$

b) $1.28\ sec$ d) $9.81\ sec$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}} = 2\pi\sqrt{\frac{4}{9.81}} = 4s$$

5 أي مما يلي يزيد الزمن الدوري للبندول البسيط ؟

a) زيادة طول البندول c) زيادة كتلة البندول

b) تقليل كتلة البندول d) تقليل طول البندول

الزمن الدوري للبندول يتناسب مع الجذر التربيعي لطول البندول طردياً

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$$

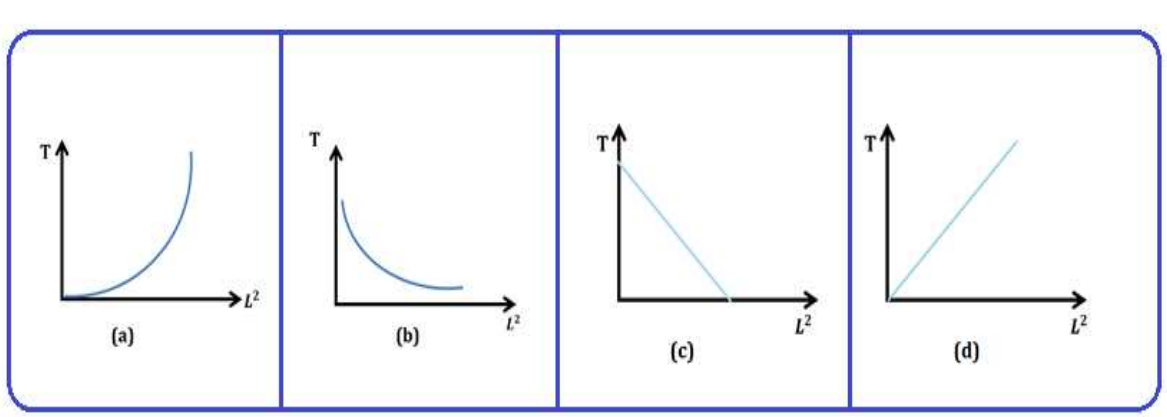
6 أي من التالي يمثل حاصل ضرب الزمن الدوري والتردد لجسم يتحرك حركة اهتزازية؟

a) يساوي صفر c) أكبر من الواحد

b) يساوي الواحد d) أقل من الواحد

$$f \times T = 1$$

7 أي من الأشكال البيانية التالية يوضح العلاقة بين الزمن الدوري للبندول البسيط ومربع طول البندول؟



a) a c) c

مربع الزمن الدوري للبندول يتناسب مع طول البندول طردياً

b) b d) d

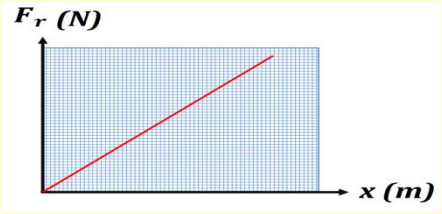
8 تم قياس الزمن الدوري لبندول بسيط ونظام كتلة – نابض على الأرض ثم على القمر.
أي العبارات التالية صحيحة؟

الزمن الدوري للبندول البسيط $T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$:يتأثر بتسارع الجاذبية الأرضية و جاذبية القمر

تختلف عن جاذبية الأرض، فإن زمنه الدوري سيتغير . لكن (كتلة نابض) لايتأثر

a	الزمن الدوري للكتلة – نابض سيتغير.	C	الزمن الدوري لكليهما سيتغير
b	الزمن الدوري للبندول البسيط سيتغير	d	الزمن الدوري لكليهما لا يتغير

9 الشكل البياني المرافق يوضح العلاقة بين قوة الارجاع (F_r) والإزاحة (x) لنابض مرن.ماذا يمثل ميل المنحنى؟



$\text{Slope} = \frac{F_r}{x} = k$

a	كتلة النابض	c	سرعة النابض
b	ثابت النابض	d	تسارع النابض

10 الزمن الدوري لبندول بسيط (T) فاذا قل طول خيط البندول إلى الربع فما مقدار الزمن الدوري الجديد؟

$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}} = 1 \times \sqrt{\frac{0.25}{1}} = 0.5\,T$

a	0.5 T	c	4 T
b	$2\,T$	d	$16\,T$

11 بندول بسيط طوله $(9.8\ m)$ ، كم يكون زمنه الدوري؟ $(g = 9.8\ m.s^{-2})$

$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}} = 2\pi\sqrt{\frac{9.8}{9.8}} = 6.3s$

a	$9.8\ s$	c	$1.6\ s$
b	$6.3\ s$	d	$0.6\ s$

12 بندول بسيط طوله $(100\ cm)$ كم يكون تردده ؟ $(g = 9.8\ m.s^{-2})$

$f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{L}{g}} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{1}{9.8}} = 0.05\text{Hz}$

a	0.05 Hz	c	2 Hz
b	0.5 Hz	d	20 Hz

13 بندول بسيط طول خيطه $(16\ cm)$ كم يجب أن يصبح طوله بوحدة السنتيمتر حتى يكون زمنه الدوري نصف ما كان عليه؟

$\frac{T_2}{T_1} = \sqrt{\frac{L_2}{L_1}}$ $\quad \frac{1}{2} = \sqrt{\frac{L_2}{16}}$ $\quad \frac{1}{4} = \frac{L_2}{16}$ $\quad L_2 = \frac{16}{4} = 4cm$

a	1	c	4
b	2	d	8

14 نابض مرن يتحرك حركة توافقية بسيطة زمنه الدوري $(0.2\ s)$ فإذا استبدل النابض بآخر كتلته مثلي كتلة الأول وثابته (8) أمثال قيمة الأول . فإن الزمن الدوري للنابض يصبح :

$\frac{T_2}{T_1} = \sqrt{\frac{m_2}{m_1}\cdot\frac{k_1}{k_2}}$ $\quad \frac{T_2}{0.2} = \sqrt{\frac{2m_1}{m_1}\cdot\frac{k_1}{8k_1}}$ $\quad \frac{T_2}{0.2} = \frac{1}{2}$ $\quad T_2 = \frac{0.2}{2} = 0.1s$

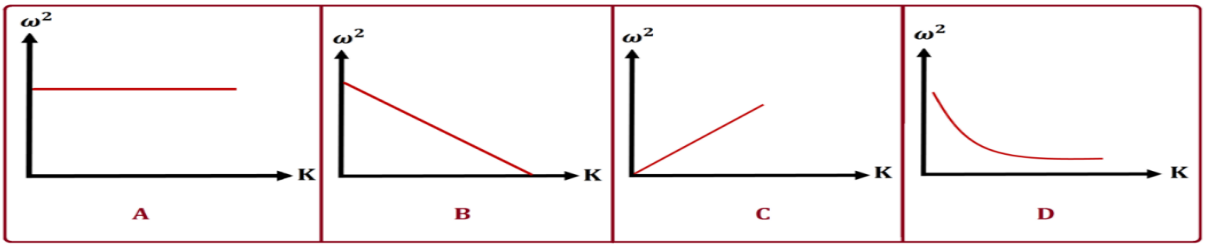
a	$0.6\ s$	c	$0.2\ s$
b	$0.4\ s$	d	$0.1\ s$

15 بندول بسيط زمنه الدوري $1\ s$ وطوله $20\ cm$ ولكي يصبح زمنه الدوري $2\ s$ يجب أن يصبح طوله مساوياً

$\frac{T_2}{T_1} = \sqrt{\frac{L_2}{L_1}}$ $\quad \frac{L_2}{L_1} = \left(\frac{T_2}{T_1}\right)^2$ $\quad \frac{L_2}{20} = \left(\frac{2}{1}\right)^2$ $\quad L_2 = 40\ cm$

a	$5\ cm$	c	$40\ cm$
b	$10\ cm$	d	$80\ cm$

16 ما هو أفضل خط بياني يمثل العلاقة بين مربع التردد الزاوي (ω^2) ومقدار ثابت القوة (K) للنابض المهتز بكتلة ثابتة؟



a	A	c	C	
b	B	d	D	

17 بندول بسيط طول خيطه $(0.45\ m)$ وتردده $(6\ Hz)$ على سطح احد الكواكب. فإذا تم تقصير طول البندول بمقدار $(25\ cm)$ كم سيصبح زمنه الدوري الجديد بالثواني

$\frac{T_2}{T_1} = \sqrt{\frac{L_2}{L_1}}$ $\quad \frac{T_2}{\frac{1}{6}} = \sqrt{\frac{0.20}{0.45}} = \frac{2}{3}$ $\quad T_2 = \frac{1}{6} \times \frac{2}{3} = \frac{1}{9} s$

a	$\frac{1}{9}$	c	$\frac{2\sqrt{6}}{3}$	
b	$\frac{\sqrt{6}}{4}$	d	9	

18 إذا كان تردد الحركة لبندول بسيط طوله $(200\ cm)$ على سطح كوكب ما يساوي $(0.6\ Hz)$. فكم يكون تسارع الجاذبية على سطح هذا الكوكب؟ $g = \omega^2 \cdot L$

a	$22\ m/s^2$	c	$28.4\ m/s^2$	$g = (2\pi \times 0.6)^2 \times 2 = 28.4\ m/s^2$
b	$71\ m/s^2$	d	$118\ m/s^2$	

19 بندول بسيط زمنه الدوري على سطح الأرض(T) ثانية وطول خيطه (L) متر. فاذا تم نقل البندول الى سطح القمر وتم زيادة طول خيط البندول بمقدار $(5L)$ متر. فما الزمن الدوري الجديد للبندول بالثواني؟ $(g_{Moon} = \frac{1}{6}\ g_{Earth})$

$\frac{T_{Moon}}{T_{Earth}} = \sqrt{\frac{L_{Moon}}{L_{Earth}} \frac{g_{Earth}}{g_{Moon}}}$ $\quad \frac{T_{Moon}}{1} = \sqrt{\frac{6L}{L} \times \frac{g_{Earth}}{\frac{1}{6} g_{Moon}}}$ $\quad T = 6$

a	$\frac{T}{\sqrt{30}}$	c	$\sqrt{30}\ T$	
b	$\frac{T}{6}$	d	$6\ T$	

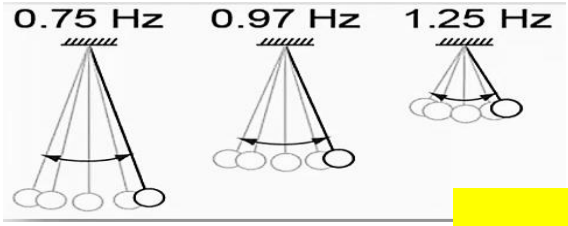
20 a. ماذا يحدث للزمن الدوري لبندول يتحرك حركة توافقية بسيطة إذا زاد طوله للضعف؟
b. ماذا يحدث للزمن الدوري للبندول إذا زادت كتلة الجسم المعلق للضعف ؟

إجابة

a) $T_2 = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}} = \sqrt{\frac{2}{1}} = \sqrt{2} T_1$

b) إذا ازدادت كتلة الجسم المعلق للضعف لن تتغير قيمة الزمن الدوري حيث أن الزمن الدوري لايعتمد على الكتلة

21 يبين الشكل المجاور تردد ثلاثة بندولات ، ما أفضل وصف للعلاقة بين طول الخيط والزمن الدوري؟



إجابة

$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$

الجذر التربيعي لطول الخيط يتناسب طرديا مع الزمن الدوري عندما يكون طول الخيط أطول فإن الزمن الدوري يزداد

22 بندول بسيط طوله 10cm بدأ الحركة بزاوية 5^0 عن العمودي ، ما هو الزمن المتوقع لوصول البندول للوضع العمودي لأول مرة (علماً بأن $g= 10N/kg$)

إجابة

$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} = 2\pi\sqrt{\frac{0.1}{9.8}} = \quad s$

$t = \frac{T}{4} = \quad s$

23 بندول بسيط يهتز بحركة توافقية بسيطة في مكان عجلة الجاذبية الأرضية فيه $9.8\ m/s^2$ ويعمل 210 اهتزازه كاملة خلال 11 min . احسب طول الخيط لهذا البندول.

إجابة

$T = \frac{t}{n} = \frac{11 \times 60}{1210} = s$

$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$

$l = \frac{T^2\, g}{4\pi^2} = \frac{T^2\, g}{4\pi^2} =$

24 من خلال الرسم المقابل. احسب:

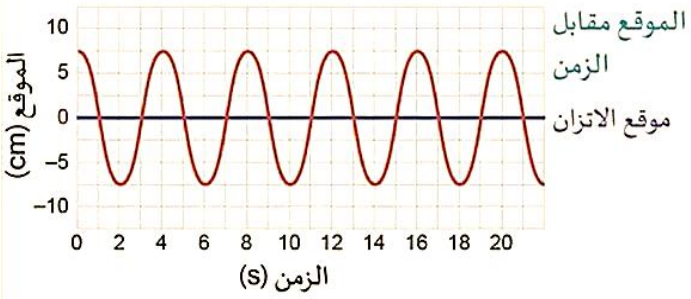
a-عدد الاهتزازات خلال 10s 2.5

b-سعة الاهتزازة A=7.5 cm

c- الزمن الدوري T = 4 s

d- التردد

e-التردد الزاوي



إجابة

$d) \quad f = \frac{1}{T} = \frac{1}{4} = 0.25\ s$

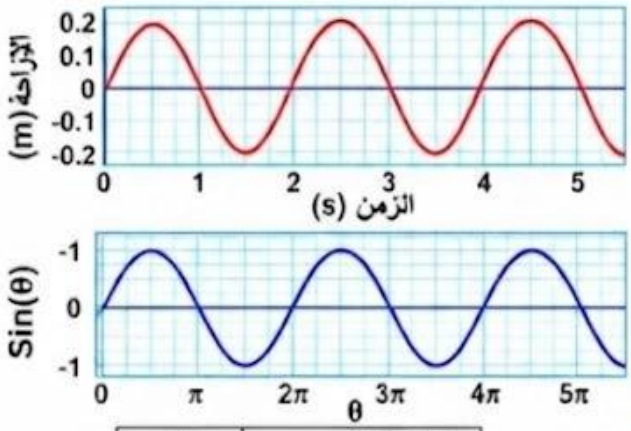
$e - \quad \omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{4} = \frac{\pi}{2} rad/s$

الازاحة في الحركة التوافقية البسيطة

عندما يتحرك الجسم حركة توافقية بسيطة يمكن تمثيلها بيانياً من خلال:

- (دالة الجيب sin)
- (دالة جيب التمام cos)

معادلة الإزاحة في الحركة التوافقية البسيطة :



بالاستعانة برسم الدالة الجيبية كتابة معادلة الإزاحة

$$X = \sin\theta$$

إذا أحدث الجسم المهتز اهتزازة كاملة تكون

$$\theta = 2\pi$$

سبق أن درسنا : $\theta = \omega t$

m	الإزاحة X
rad/s	التردد الزاوي ω
m	السعة A
s	الزمن t

المعادلة العامة للإزاحة في الحركة التوافقية البسيطة

$$X = A \sin \omega t$$

معلومة هامة

- أقصي إزاحة للجسم المهتز في الرسم البياني = أقصى إزاحة تصل إليها الكتلة عند اهتزازها حالة الجسم تبدأ من الصفر (sin=0).
- تختلف معادلات الحركة الاهتزازية عن معادلات وصف الحركة الخطية لأن السرعة والتسارع في الحركة الخطية ثابتين بينما السرعة والتسارع في الحركة الاهتزازية غير ثابتين
- الثوابت في الحركة الاهتزازية هي السعة A ، التردد f ، الطور Φ

الاهتزازات واختلاف الطور:

إذا بدأ الجسم المهتز حركته من الصفر تستخدم المعادلة العامة للإزاحة $X = A \sin \omega t$

إذا لم يبدأ الجسم المهتز حركته من الصفر يجب إضافة الطور Φ لكي تتطابق دورة دالة الجيب مع دالة الحركة الاهتزازية وتستخدم المعادلة

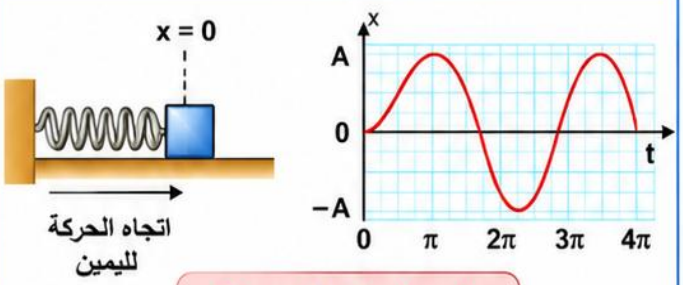
$$X = A \sin(\omega t + \Phi)$$

ولحساب الطور Φ ⟵ $\Phi = \sin^{-1}\left(\frac{X}{A}\right)$

معادلات الإزاحة المختلفة

(1) إذا بدأ الجسم حركته من موضع الاتزان نحو اليمين

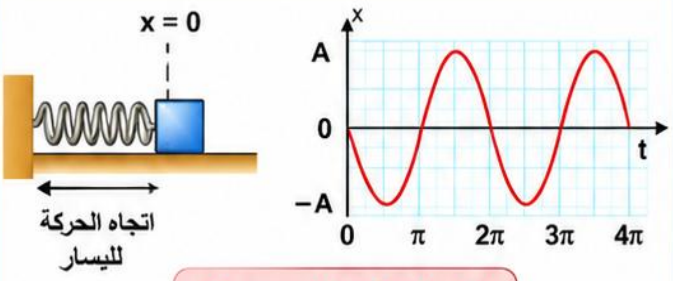
بداية الحركة من موضع الاتزان $(x = 0 , t = 0 , \Phi = 0)$



$$X = A \sin(\omega t)$$

(2) إذا بدأ الجسم حركته من موضع الاتزان نحو اليسار

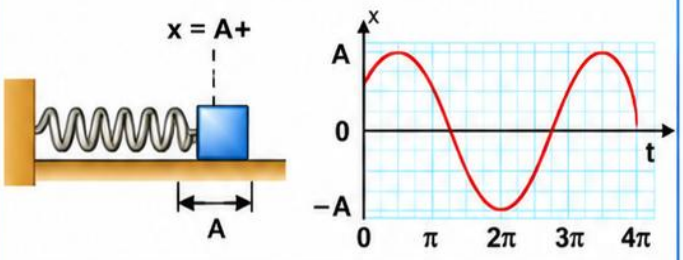
بداية الحركة من موضع الاتزان $(x = 0 , t = 0 , \Phi = \pi)$



$$X = - A \sin(\omega t)$$

(3) إذا بدأ الجسم حركته من أقصى إزاحة موجية +A

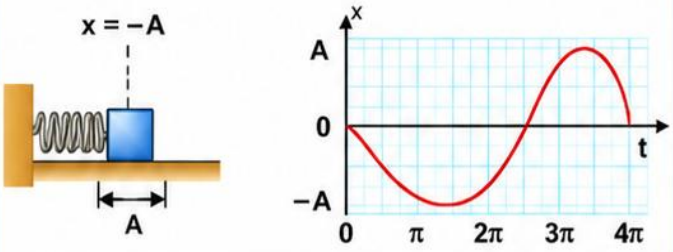
بداية الحركة من موضع الاتزان $(x = A+ , t = 0 , \Phi = \frac{\pi}{2})$



$$X = A \cos(\omega t) \quad \text{أو} \quad X = A \sin(\omega t + \frac{\pi}{2})$$

(4) إذا بدأ الجسم حركته من أقصى إزاحة سالبة – A

بداية الحركة من موضع الاتزان $(x = A_{-} , t = 0 , \Phi = \frac{3\pi}{2})$



$$X = - A \cos(\omega t) \quad \text{أو} \quad X = A \sin(\omega t + \frac{3\pi}{2})$$

معادلة الإزاحة

الإزاحة — السعة — التردد الزاوي

$$X = A \sin(\omega t + \Phi)$$

ثابت الطور — الزمن

معادلة الإزاحة

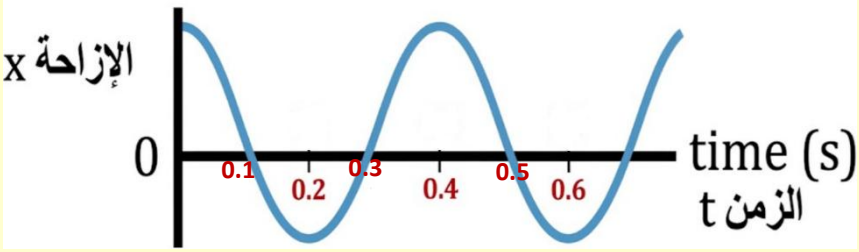
ويسمى المقدار $(\omega t + \Phi)$ طور الحركة

تختلف المعادلات في الحركة الاهتزازية عن الحركة الخطية؛ بالسرعة والتسارع في الحركة الاهتزازية **ثابت** بلبتين بينما في الحركة الخطية **ثابتين**

الثوابت في الحركة الاهتزازية هي السعة والتردد والطور

تدريبات

1 الشكل على اليسار يمثل منحنى الإزاحة – الزمن لنظام مهتز. ما الزمن الدوري للنظام؟



a	0.3 s	c	0.5 s	
b	0.4 s	d	0.7 s	

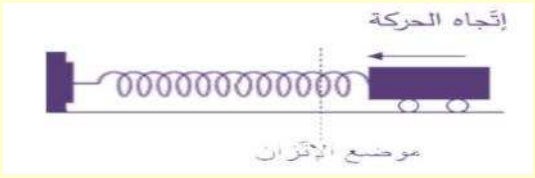
2 جسم يتحرك حركة توافقية بسيطة على المحور السيني(X)، فإذا كانت إزاحته تتغير حسب العلاقة: $X=5\cos 10t$ كم تكون ازاحته بعد 0.1s من بداية الحركة؟

a	2.7 m	c	- 2.7 m	$X=5\cos 10t=5\cos 10\times 0.1=2.7m$
b	4.2 m	d	- 4.2 m	

3 يتحرك جسم بحسب المعادلة الزمنية $X = 0.01 \sin (2\,t + \frac{\pi}{6})$ حيث تمثل إزاحة الجسم عن موضع الاتزان بوحدة m في لحظة t بوحدة s ما وضع الجسم عند اللحظة t=0 ؟

a	x=0.5 cm	c	x=1.5 cm	$X = 0.01 \sin (2\times 0 + \frac{\pi}{6})$
b	x=1 cm	d	x=2 cm	$=0.005m=0.5cm$

4 وضعت كتلة على سطح عديم الاحتكاك تم وصلها بطرف نابض طرفه الآخر مثبت بجدار سحبت الكتلة عن موضع الاتزان بإزاحة 0.02m ثم حررت من السكون حيث بدأت تتأرجح بزمن دوري 1.57 s ما العلاقة الزمنية الصحيحة التي توضح موضع الكتلة x مقاسة بالمتر والزمن t مقاساً بالثانية؟



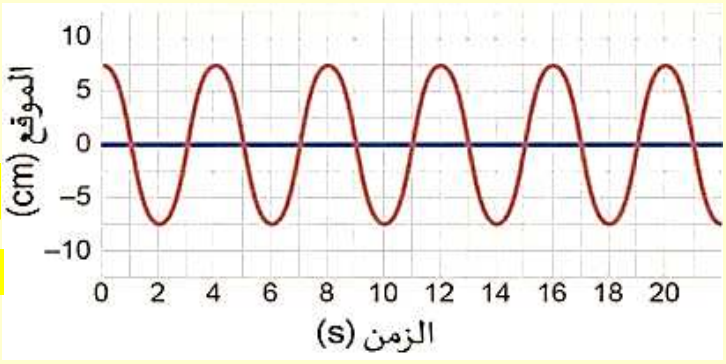
a	X=0.02sin(5t)	c	$X = 0.02 \sin (5t-\frac{3\pi}{2})$	
b	X=20cos(4t)	d	$X = 0.02 \sin (4t+\frac{\pi}{2})$	

5 ما قيمة ثابت الطور(∅) للحركة التوافقية البسيطة الموضحة إزاحتها بالمعادلة التالية:

$$x = 3sin(5t + \frac{\pi}{2})$$

a	$\frac{\pi}{3}$	c	$\frac{\pi}{2}$	
b	5	d	3	

6 يتحرك جسم حركة توافقية بسيطة حسب المعادلة $(X=A\sin\omega t+\Phi)$ بالاعتماد على الرسم المقابل لحركة الجسم أي المعادلات التالية تعبر عن الازاحة بشكل صحيح؟



$A=7.5cm$

$\omega=\frac{2\pi}{T}=\frac{2\pi}{4}rad/s$

$X=A\sin(\omega t+\Phi)$

$X=7.5\sin(\frac{2\pi}{4}t+\frac{\pi}{2})$

a	$x=7.5\sin(\frac{2\pi}{4}t+\frac{2\pi}{2})\ cm$	c	$x=10\sin(\frac{2\pi}{4}t+\frac{\pi}{2})\ cm$
b	$x=7.5\sin(\frac{2\pi}{3}t+\frac{\pi}{2})\ cm$	d	$x=7.5\sin(\frac{2\pi}{4}t+\frac{\pi}{2})\ cm$

7 جسم يتحرك حركة توافقية بسيطة، يتم تمثيل إزاحته بالعلاقة $X=10\sin(\omega t)$، حيث يقاس الزمن بالثانية والازاحة بالسنتيمتر، ما مقدار إزاحة الجسم بعد زمن يعادل $\frac{1}{12}$ من زمنه الدوري؟

$x=10\sin(\frac{2\pi}{T}\times\frac{1}{12}T)$

$=10\sin(\frac{2\pi}{12})$

$=5.0\ cm$

a	4cm	c	5 cm
b	6 cm	d	7 cm

8 بدأ جسم حركته من موقع يبعد 0.09m عن موضع الاتزان مبتعداً عنه، إذا كانت سعة الاهتزازة 0.18m فما ثابت الطور للحركة الاهتزازية بوحدة الراديان ؟

$x=A\sin(\omega t+\emptyset)$

$0.09=0.18\sin(\omega(0)+\emptyset)$

$0.09=0.18\sin(\emptyset)$

$\frac{0.09}{0.18}=\sin(\emptyset)\Rightarrow\emptyset=\sin^{-1}(\frac{0.09}{0.18})=\frac{\pi}{6}rad$

a	π	c	$\frac{\pi}{2}$
b	$\frac{\pi}{4}$	d	$\frac{\pi}{6}$

9 جسم يتحرك حركة توافقية بسيطة ومعادلة إزاحته بالمتر هي $x=8\sin\pi t$. كم تكون إزاحته بوحدة المتر بعد مرور زمن يعادل ربع زمنه الدوري؟

$\omega=\frac{2\pi}{T}$

$\pi=\frac{2\pi}{T}$

$T=\frac{2\pi}{\pi}=2s$

$t=\frac{1}{4}\times2=0.5\ s$

$x=8\sin(\pi t)$

$x=8\sin(\pi\times0.5)$

$x=8\ m$

a	0 m	c	2 m
b	4 m	d	8 m

10 معادلة الإزاحة التي تحدد موقع الجسم خلال الاهتزاز هي $X=A\cdot\sin(\omega t+\emptyset)$ ما مقدار زاوية الطور الابتدائية $\emptyset$ ؟

$A=A\sin(\varphi)$

$\sin(\varphi)=1$

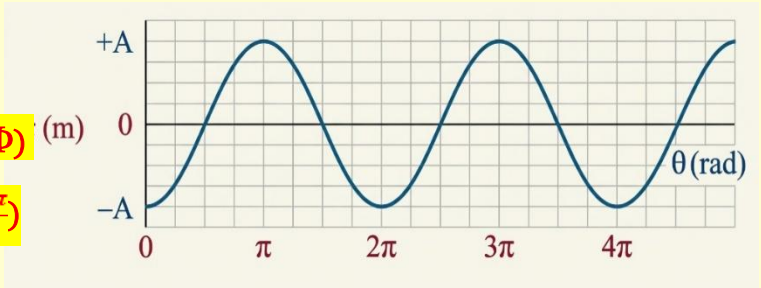
$\varphi=\frac{\pi}{2}\ rad$

a	0 rad	c	π rad
b	$\frac{\pi}{2}$	d	$\frac{3\pi}{2}$

11 أي المعادلات التالية تعبر عن الإزاحة للحركة التوافقية البسيطة الموضحة في الرسم البياني الآتي؟

$X = A\sin(\omega t + \Phi)$

$X = A\sin(\omega t + \frac{3\pi}{2})$



a	$x = A\,sin(wt)$	c	$x = A\,COS(wt)$
b	$x = A\,sin\left(wt + \frac{3\pi}{2}\right)$	d	$x = A\,COS\left(wt + \frac{3\pi}{2}\right)$

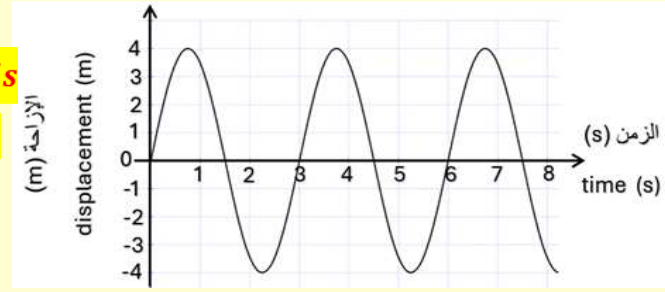
12 الرسم البياني التالي يُمثل تغير الإزاحة مع الزمن لجسم يتحرك حركة توافقية بسيطة.
أي المعادلات التالية تُمثل المعادلة الصحيحة للإزاحة بدلالة الزمن لهذا الجسم؟

$A = 4m$

$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{3} rad/s$

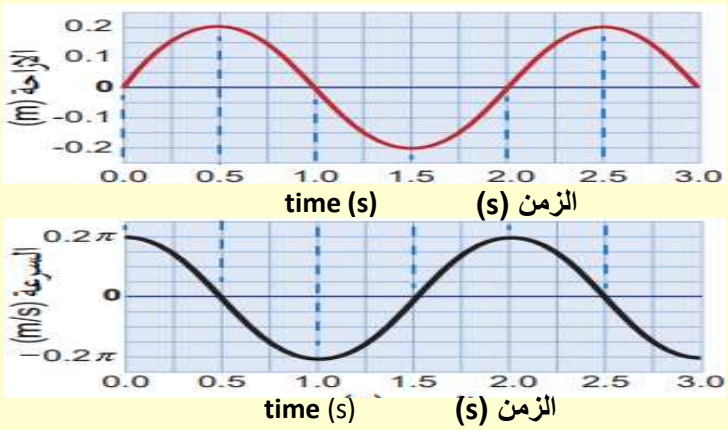
$X = A\sin(\omega t)$

$X = 4\sin(\frac{2\pi}{3} t)$



a	$x = 2\,sin\,\frac{2\pi}{3}t$	c	$x = 4\,sin\,\frac{2\pi}{3}t$
b	$x = 2\,sin\,\frac{3\pi}{2}t$	d	$x = 4\,sin\,\frac{3\pi}{2}t$

13 بالاستعانة بالشكل التالي:ما الفرق في الطور بين الإزاحة والسرعة لجسم يتحرك حركة توافقية بسيطة؟



a	$\frac{\pi}{4}$	c	$\frac{\pi}{2}$
b	$\frac{3\pi}{4}$	d	π

14 أ-يتحرك جسم حركة توافقية بسيطة وتعطي إزاحته (x) بالمعادلة:

حيث تقاس (x) بالمتر و(t) بالثانية أجب عما يلي: $x = 0 \cdot 4 \sin\left(\pi t + \frac{\pi}{2}\right)$

(1)ما قيمة السعة

A=0.4 m

(2) ثابت الطور

$\Phi = \frac{\pi}{2}$

(3) الزمن الدوري (T)

$\omega = \frac{2\pi}{T}$ $T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\pi} = 2S$

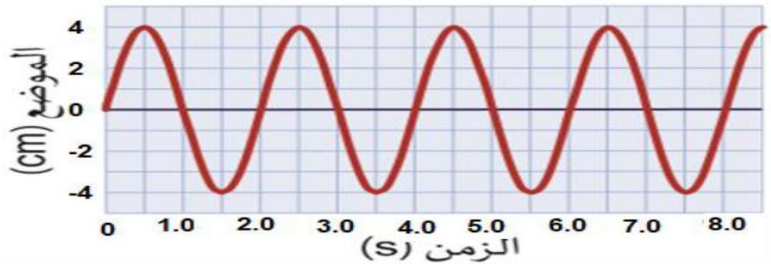
ب- احسب إزاحة الجسم عند اللحظة (t=1.8 s)

$x = 0.4 \sin\left(\pi t + \frac{\pi}{2}\right)$ $x = 0.4 \sin\left(\pi \times 1.8 + \frac{\pi}{2}\right) = 0.32\ m$

15 يمثل الشكل في الأسفل منحنى الإزاحة-الزمن لبندول بسيط يتحرك حركة توافقية بسيطة احسب ما يلي: ($g=9.8m/s^2$)

1- التردد

2- طول البندول



إجابة

1 − $f = \frac{1}{T} = \frac{1}{2} = 0.5\ S$

2 − $L = \frac{g.T^2}{4\pi^2} = \frac{9.8 \times 2^2}{4\pi^2} = 0.99\ m$

16 تتعرض كتلة لحركة توافقية بسيطة سعتها 4mm وترددها 0.32Hz ، تتساوى إزاحة الكتلة مع سعتها عند t=0 .ماهي المعادلة التي تصف إزاحة هذه الحركة ؟

إجابة

A=0.004m

$\omega = 2\pi f = 2\pi \times 0.32 = 2\ rad/s$

$x = A \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) = 0.3 \sin\left(3\pi \times 15 + \frac{\pi}{2}\right)$

17 تعتبر المعادلة التالية عن إزاحة كتلة تتحرك حركة توافقية بسيطة أوجد ما يلي:

$x = 0.03\ sin(2\pi\ t + \frac{\pi}{2})$ (حيثx بالمتر و t الثواني)

1- السعة

2- ثابت الطور

3- التردد الزاوي

4- الإزاحة عند بداية الحركة

إجابة

1 – A=0.03 m

2 – $\Phi = \frac{\pi}{2}$

3 – $\omega = 2\pi$

4 – $x = 0.03\ sin\left(2\pi t + \frac{\pi}{2}\right) = 0.03\ m$

18 تهتز كتلة صغيرة في حركة توافقية بسيطة حسب المعادلة x= 0.3 sin 3πt احسب:

a. سعة الاهتزازة

b. التردد الزاوي

c. إزاحة الكتلة بعد 15 s

إجابة

a – A=0.3 m

b – $\omega = 3\pi$

c – $x = 0.3\ sin(3\pi t) = 0.3\ sin(3\pi \times 15) = 0m$

19 يتحرك جسم حركة توافقية بسيطة وتعطى ازاحته(x) بالمعادلة التالية: $x = 0.2\ \sin(\pi t)$

حيث تقاس x بالمتر و t بِالثانية أجب عن جميع فروع السؤال) A وB أوجد قيمة كلًا مما يلي:

1- السعة A

2- الزمن الدوري T

إجابة

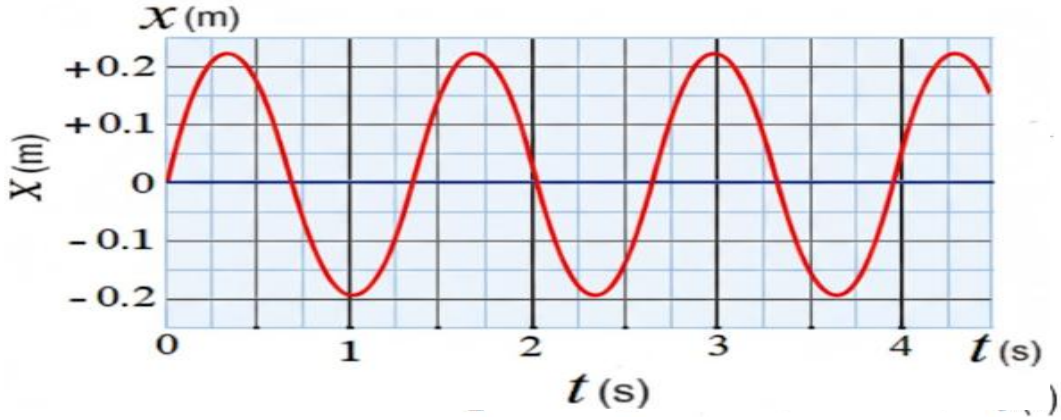
$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\pi} = 2\ s$

$d)\ \ A = 0.2\ m$

$b)\ \ \omega = \frac{2\pi}{T}$

B- مثل إزاحة الحركة التوافقية السابقة على الرسم البياني الآتي:

إجابة



20 يتحرك جسم حركة توافقية بسيطة بتردد 10Hz وسعة 0.15m، احسب إزاحة الجسم بعد زمن t=0.12s (علماً بأن t=0 , x=0)

إجابة

$A = 0.15\ m$

$f = 10\ Hz$

$\omega = 2\pi f = 2\pi \times 10 = 20\pi$

$x = A\ sin\ (\omega\ t)$

$= 0.15 sin\ (20\pi \times 0.12)$

$= 0.15 sin\ (20\pi \times 0.12 \times 57.3)$

$= 0.14\ m$

21 جسم يتحرك حركة توافقية بسيطة حسب المعادلة الآتية $x = 4 \cos (\omega t + \frac{\pi}{3})$. احسب:

a. السعة وثابت الطور والطور

b-أوجد موقع الجسم بعد مرور نصف دورة

إجابة

$a - A = 4cm = 0.04m$

$\Phi = \frac{\pi}{3}$

طور الحركة $= (\omega t + \frac{\pi}{3})$

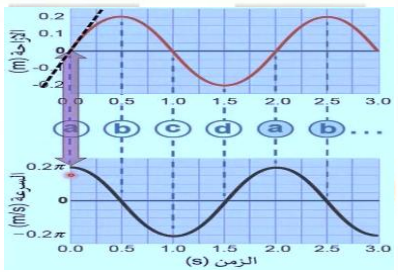
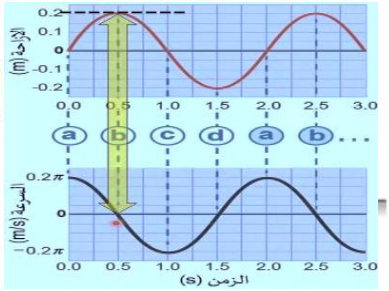
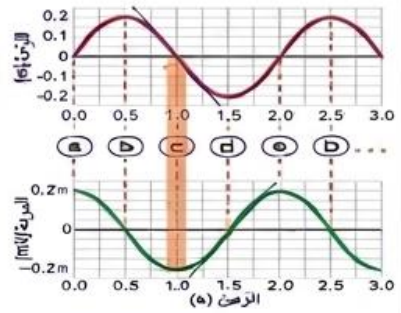
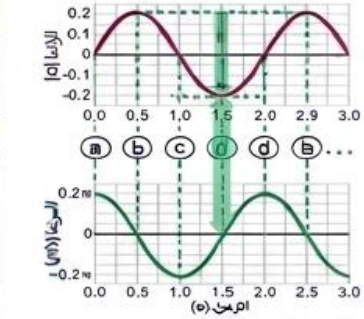
b-$\omega = \frac{2\pi}{T}$

عند $t=0.5T$

$X = 4 \sin (\frac{2\pi}{T} \times 0.5\ T + \frac{\pi}{3}) = -2cm$

السرعة في الحركة التوافقية البسيطة

توصف السرعة اللحظية للجسم المهتز في الحركة التوافقية البسيطة بأنها ميل المنحنى البياني للإزاحة بدلالة الزمن عند تلك اللحظة

النقطة	الرسم	منحنى الازاحة
A		أكبر ميل موجب منحنى السرعة قيمة مرجبة قصوى V = +wa
B		يوازي محور x يساوى صفر منحنى السرعة السرعة = صفر
C		منحنى الازاحة أكير ميل سالب منحنى السرعة قيمة سالبة قصوى V = -wa
D		منحنى الازاحة يوازي محور x يساوى صفر منحنى السرعة السرعة = صفر

معادلة منحنى الإزاحة

قاعدة ميل الدالة

بتطبيق هذه القاعدة على منحنى الإزاحة بالنسبة للزمن :

معادلة السرعة بالنسبة للزمن

$$V = A\,\omega \cos \omega t$$

$$V = V_{max} \cos \omega t$$

$$V_{max} = A\,\omega$$

$$v = \omega A \cos(\omega t + \phi)$$

لحساب السرعة القصوى

في حالة وجود فرق في الطور

الرموز	m
الازاحة x	m
التردد الزاوي ω	rad/s
السعة A	m
الزمن t	S
السرعة V	m/s
السرعة القصوى Vmax	m/s

ملاحظة هامة

- ✓ يكون للسرعة نفس الزمن الدوري والتردد والتردد الزاوي للإزاحة
- ✓ تتناسب السرعة القصوي طردياً مع السعة
- ✓ تتناسب السرعة القصوي طردياً مع التردد الزاوي
- ✓ يختلف طور السرعة بمقدار $\frac{\pi}{2}$ (ربع دورة) عن الازاحة

السرعة اللحظية بدلالة الإزاحة

اشتقاق معادلة السرعة بدلالة الإزاحة:

من قواعد حساب المثلثات

$$\cos^2\theta + \sin^2\theta = 1$$
$$\cos^2\theta = 1 - \sin^2\theta$$

$$v = \omega A \cos(\omega t + \Phi)$$
$$v^2 = \omega^2 A^2 \cos^2(\omega t + \Phi)$$
$$v^2 = \omega^2 A^2 \, 1 - \sin^2(\omega t + \Phi)$$
$$v^2 = \omega^2 A^2 - \omega^2 A^2 \sin^2(\omega t + \Phi)$$
$$v^2 = \omega^2 A^2 - \omega^2 x^2$$
$$v = \pm\omega\sqrt{A^2 - x^2}$$

ولحساب الإزاحة:

$$x = \sqrt{A^2 - \frac{v^2}{\omega^2}}$$

تدريبات

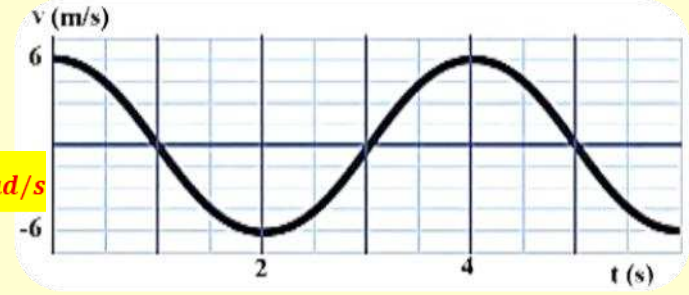
1 الرسم المقابل يوضح حركة جسم يتحرك حركة توافقية بسيطة، أي المعادلات التالية يعبر عن السرعة اللحظية للحركة؟

$V_{max}=6m/s$

$T=4S$

$\omega=\frac{2\pi}{T}=\frac{2\pi}{4}=\frac{\pi}{2}rad/s$

$v=V_{max}\cos\omega t$



a	$V=6\cos\pi t$	c	$V=-6\cos\pi t$
b	$V=6\cos\frac{\pi}{2}t$	d	$V=-6\cos\frac{\pi}{2}t$

2 إذا كانت السرعة القصوى لجسم مهتز تساوي 5m/s وكان تردده 5 دورة/ثانية. فكم تساوي سعة الحركة؟

$V_{max}=\omega A$

$A=\frac{V_{max}}{\omega}=\frac{5}{2\pi\times5}=0.159$

a	$0.13\ m$	c	$0.16\ m$
b	$0.19\ m$	d	$0.23\ m$

3 جسم كتلته 200kg متصل بنابض ثابت القوة له 5N/m ، يتذبذب على سطح عديم الاحتكاك ،فإذا تم سحب الجسم مسافة مقدارها 5m من نقطة الاتزان ، ثم ترك ليتحرك حركة توافقية بسيطة فما قيمة أقصى سرعة له ؟

$V_{max}=\omega A=0.158\times5=0.79m/s$

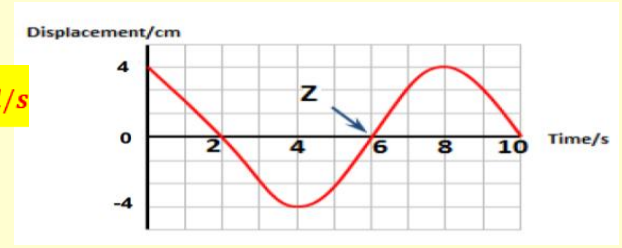
$\omega=\sqrt{\frac{k}{m}}=\sqrt{\frac{5}{200}}\approx0.1581\ rad/s$

a	$0.25\ m/s$	c	$0.30\ m/s$
b	$0.50\ m/s$	d	$0.79\ m/s$

4 الرسم البياني يصف حركة اهتزازية لجسيم. استخدم الرسم البياني لحساب سرعة الجسم عند النقطة المشار اليها (Z)

$\omega=\frac{2\pi}{T}=\frac{2\pi}{8}=\frac{\pi}{4}rad/s$

$V_{max}=\omega A=\frac{\pi}{4}\times0.04=0.031m/s$



a	$9.42\ m/s$	c	$0.09\ m/s$
b	$4.19\ m/s$	d	$0.031\ m/s$

5 كتلة مقدارها 4kg معلقة بنابض وتهتز بتردد 3Hz وبإزاحة مقدارها 19 cm، ما أقصى سرعة للكتلة؟

$\omega=2\pi f=2\pi\times3=6\pi rad/s$

$V_{max}=\omega A=6\pi\times0.19=3.6m/s$

a	$3.6\ m/s$	c	$6.2\ m/s$
b	$6.8\ m/s$	d	$7.2\ m/s$

6 يتحرك جسيم حركة توافقية بسيطة بزمن دوري $(0.2\ s)$ وسعة $(12\ cm)$. كم تكون أقصى سرعة للجسم؟

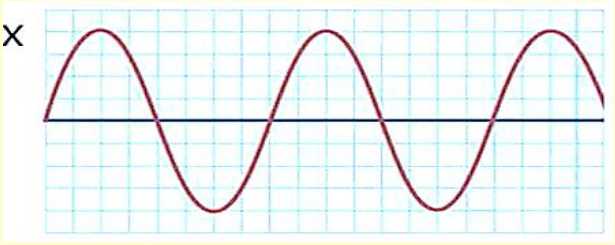
$\omega=\frac{2\pi}{T}=\frac{2\pi}{0.2}=31.4rad/s$

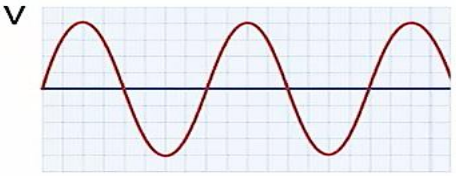
$V_{max}=A\omega$

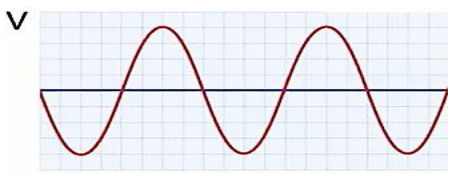
$=31.4\times0.12=3.77m/s$

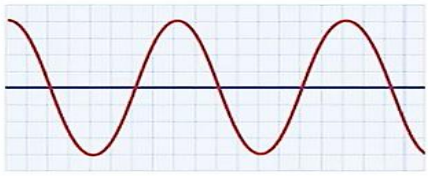
a	$0.003\ m/s$	c	$3.77\ m/s$
b	$0.38\ m/s$	d	$377\ m/s$

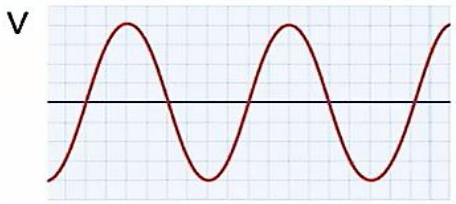
7 الشكل المقابل يبين تغير الازاحة مع الزمن لجسم يتحرك حركة توافقية بسيطة .أي المنحنيات التالية يمثل بشكل صحيح تغير سرعة الجسم مع الزمن ؟



a 

c 

b 

d 

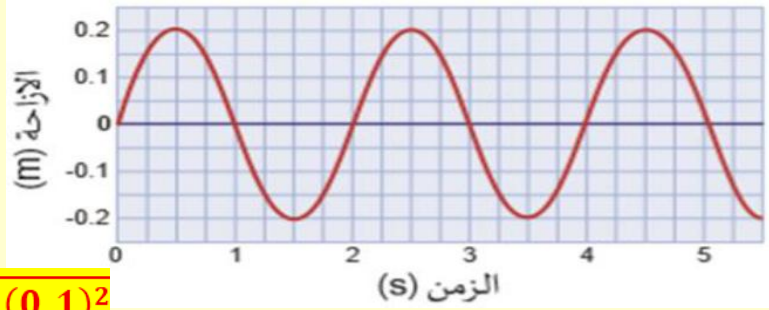
8 يمثل الشكل في الأسفل منحنى الإزاحة -الزمن لبندول يتحرك حركة توافقية بسيطة ما مقدار سرعته عندما يكون على بعد 0.1m من موضع الاتزان؟

A=2m T=2S

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{2} = \pi rad/s$$

$$v = \pm\omega\sqrt{A^2 - x^2}$$

$$v = \pm\pi\sqrt{(0.2)^2 - (0.1)^2}$$



a $0.54\ m/s$ c $0.32\ m/s$

b $0.40\ m/s$ d $0.22\ m/s$

0.54m/s= ±

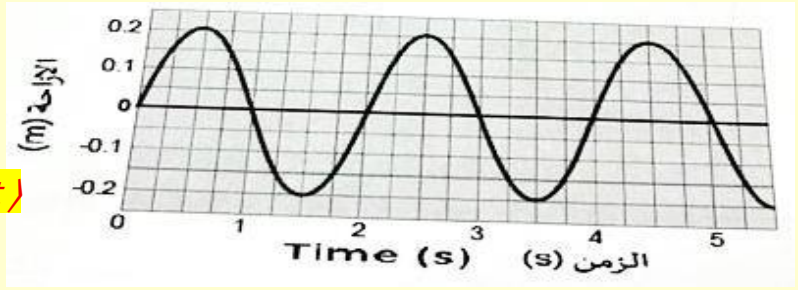
9 يمثل الشكل أدناه منحنى (الإزاحة - الزمن) لجسم يتحرك حركة توافقية بسيطة، أي المعادلات التالية تُمثل سرعة الجسم المهتز

A=0.2m T=2S

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{2} = \pi rad/s$$

$V_{max}=\omega A=\pi\times0.2=0.628m/s$

$$v = 0.628\cos(3.14\,t)$$

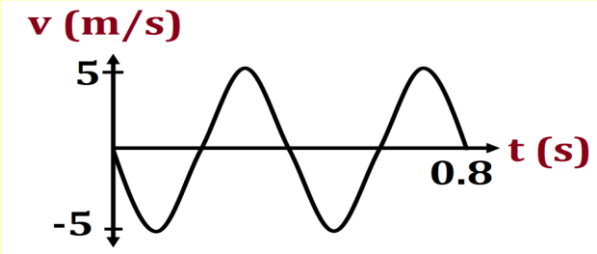


a $v = 0.628\cos(3.14\,t)$ c $v = 0.628\sin(3.14\,t)$

b $v = 0.314\cos(3.14\,t)$ d $v = 0.314\sin(3.14\,t)$

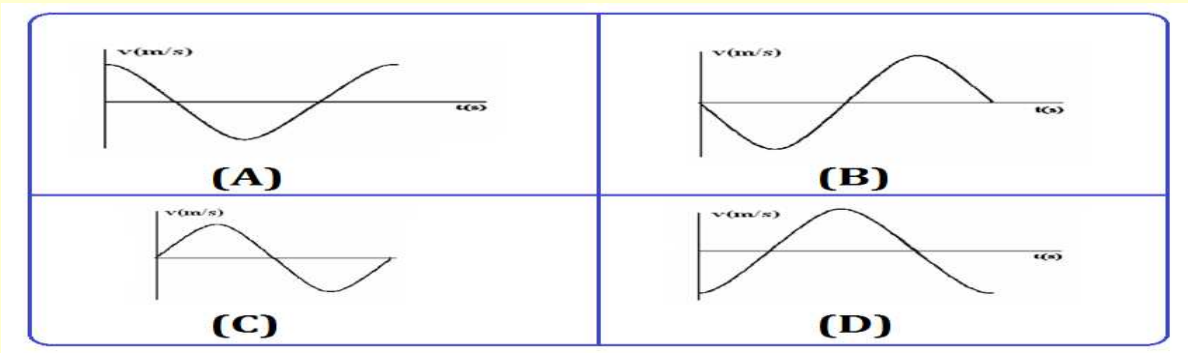
10 الشكل التالي يوضح تغير دالة السرعة مع الزمن لجسم كتلته 2 kg يتحرك حركة توافقية بسيطة.
ما مقدار قوة الارجاع عند زمن t = 0.3 s؟

السرعة عن النقطة قيمة عظمى
فيكون الجسم عند موضع الاتزان
فتكون قوة الارجاع صفر



a	0 N	c	87 N
b	5 N	d	157 N

11 أي من الرسوم البيانية التالية يوضح العلاقة $V(t) = -\omega A \sin(\omega t)$ بين سرعة الجسم والزمن في الحركة التوافقية البسيطة؟



a	A	c	C
b	B	d	D

12 يتحرك جسم حركة توافقية بسيطة سعتها (3 cm) فاذا أصبحت سرعته نصف سرعته العظمي فكم ازاحته من موقع الاتزان؟

$v = \omega\sqrt{A^2 - x^2}$ $\quad \frac{1}{2}A = \sqrt{A^2 - x^2}$

$\frac{1}{2}\omega A = \omega\sqrt{A^2 - x^2}$ $\quad \frac{1}{4}A^2 = A^2 - x^2 \implies x^2 = \frac{3}{4}A^2$

$x = 2.598cm$

a	1.5 cm	c	6.7 cm
b	2.6 cm	d	

13 جسم يتحرك حركة توافقية بسيطة على المحور السيني(x) فإذا كانت إزاحته تتغير وفقاً للعلاقة $x = 5\cos 10t$ كم تكون الإزاحة بعد (0.1 s) من بداية الحركة ؟

$x = 5\cos 10 \times 0.1 = 2.7m$

a	2.7 m	c	4.2 m
b	$-2.7m$	d	-4.2 m

14 جسم يتحرك حركة توافقية بسيطة على المحور الأفقي إزاحته تتغير مع الزمن تبعاً للمعادلة $X = 5\cos(\pi t + \frac{\pi}{3})$ فكم تكون سرعته بوحدة m/s عند زمن $t = 1.02\ s$ ؟

$v = \pi \times 5 \times \cos(\pi \times 1.02 + \frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{2}) = 14$

a	+8	c	+14
b	-8	d	-14

15 يتحرك مكبس سيارة حركة توافقية بسيطة وفق المعادلة $V = -20\pi \sin 2\pi t$ ، حيث الإزاحة بالسنتيمتر والزمن بالثواني والزوايا بالراديان. ما هو الزمن الذي يستغرقه المكبس لكي يتحرك من $(X = 0\ cm)$ إلى $(X = 5\ cm)$؟

$x = A\cos\omega t$ $x = 10\cos 2\pi t$

$(\frac{x}{A}) = \cos(\omega t)$

0.16 s	c	9.55 s	a	
0.08 s	d	4.77 s	b	

$t = \frac{\cos^{-1}(\frac{x}{A})}{\omega} = \frac{\cos^{-1}(\frac{5}{10})}{2\pi} = 0.166\ s$

$= 0.25 - 0.16 = 0.04s$

16 المعادلة التالية تمثل تغير الإزاحة بدلالة الزمن لجسم يتحرك حركة توافقية بسيطة:

$X=0.4\sin(1.57t)$

(حيث المسافة (x) بالمتر والزمن (t) بالثانية)

أجب عما يلي:

1-احسب تردد الحركة

2-أوجد معادلة السرعة بدلالة الزمن لهذا الجسم

3-احسب سرعة الجسم عندما يكون على بعد (0.2m) من موضع الاتزان

إجابة

1) $f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{1.57}{2\pi} \approx 0.25\ \text{Hz}$

2) $V=\omega A\cos\omega t$ $V=0.4\times1.57\cos 1.57t$ $V=0.628\cos 1.57t$

3) $v = \pm\omega\sqrt{A^2 - x^2}$

$v = \pm 1.57\sqrt{(0.4)^2 - (0.2)^2} = \pm 0.544 m/s$

17 يهتز جسم حسب المعادلة $V= 0.8\cos(4t)$ m/s. احسب :

a. السرعة العظمى للجسم

b. سرعة الجسم بعد مرور 3 ثواني

إجابة

$V_{max} = 0.8 m/s$

$v = 0.8 \times \cos(4 \times 3) = 0.67\ m/s$

18 تتعرض كتلة لحركة توافقية بسيطة سعتها 4mm وترددها 0.32 Hz ، تتساوى إزاحة الكتلة مع سعتها عند t=0.

a. ما هي المعادلة التي تصف إزاحة هذه الحركة ؟

b. ماهي المعادلة التي تصف سرعة هذه الحركة ؟

إجابة

$x = A\sin(\omega t + \Phi)$ $x = 0.004\sin(2t + \frac{\pi}{2})$

$\omega = 2\pi f = 2\pi \times 0.32 = 2\ rad/s$

$v = \omega A\cos(\omega t + \Phi)$ $v = 0.004 \times 2\cos(2t + \frac{\pi}{2})$ $v = 0.008\cos(2t + \frac{\pi}{2})$

19 جسم كتلته 0.6kg إذا كانت إزاحة هذا الجسم تعطى من العلاقة $X = 0.4\cos\frac{\pi}{2}t$ m

احسب أقصى سرعة للجسم ؟

إجابة

$V_{max} = A\omega = 0.4 \times \frac{\pi}{2} = 0.628 m/s$

20 يتحرك جسم حركة توافقية بسيطة سعتها 3 cm فإذا أصبحت سرعته عند موضع ما نصف سرعته العظمى ، فما مقدار إزاحته من موضع الاتزان ؟

إجابة

$v = \frac{1}{2}v_{max}$

$A = 3\ cm$

$v = \omega\sqrt{A^2 - x^2}$ [cite: 12]

$\frac{1}{2}v_{max} = \omega\sqrt{A^2 - x^2}$

$\frac{1}{2}\omega A = \omega\sqrt{A^2 - x^2}$

$\frac{1}{2}A = \sqrt{A^2 - x^2}$

$\frac{1}{4}A^2 = A^2 - \frac{1}{4}x^2$

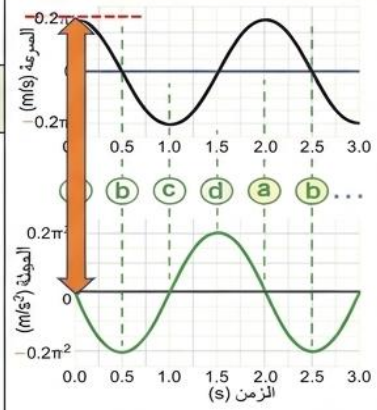
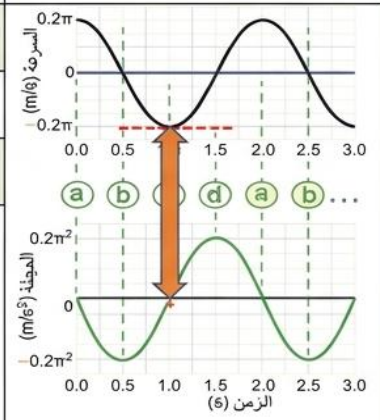
$x^2 = -\frac{3}{4}A^2 - \frac{1}{4}A^2$

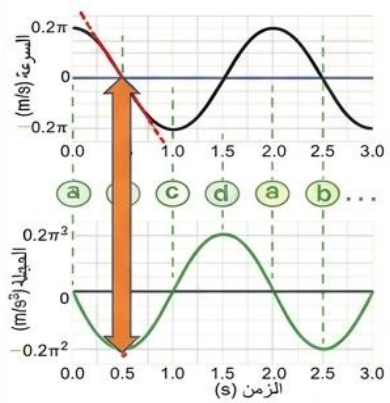
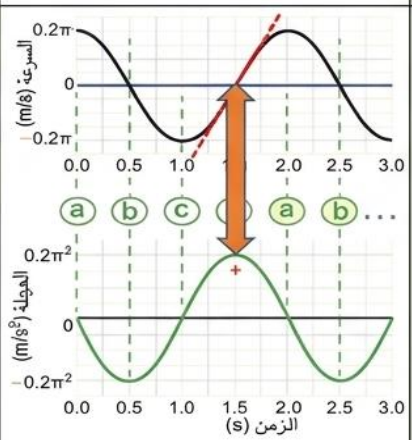
$x = \sqrt{\frac{3}{4} \cdot \frac{3 \cdot (3)^2}{4}}$

$x = \sqrt{\frac{27}{4}} \approx 2.59\ cm \simeq 2.6\ cm$

التسارع في الحركة التوافقية البسيطة

يوصف تسارع الجسم المهتز في الحركة التوافقية البسيطة بأنه ميل المنحنى البياني (السرعة-الزمن) عند تلك النقطة

النقطة	الرسم	ميل منحنى السرعة
A		يوازي x يساوي صفر ميل متحني التسارع يساوي صفر
C		ميل متحنى السرعة يوازي x يساوي صفر ميل منحنى التسارع يساوي صفر

النقطة	الرسم	ميل منحنى السرعة
B		أكبر ميل سالب ميل منحني التسارع التميمة القصوي للتسارع السالب $-\omega^2 A$
D		ميل متحنى السرعة أكبر ميل موجب ميل متحنى التسارع القيمة القصي للتسارع الموجب $+\omega^2 A$

تلك النقطة

قاعدة ميل الدالة $A \cos \omega t \rightarrow -A \omega \sin \omega t$

بتطبيق هذه القاعدة على منحنى السرعة بالنسبة للزمن:

معادلة التسارع بالنسبة للزمن

$$a = -A \omega^2 \sin \omega t$$

$$a = -a_{max} \sin \omega t$$

لحساب القيمة القصوى للتسارع

$$a_{max} = A \omega^2$$

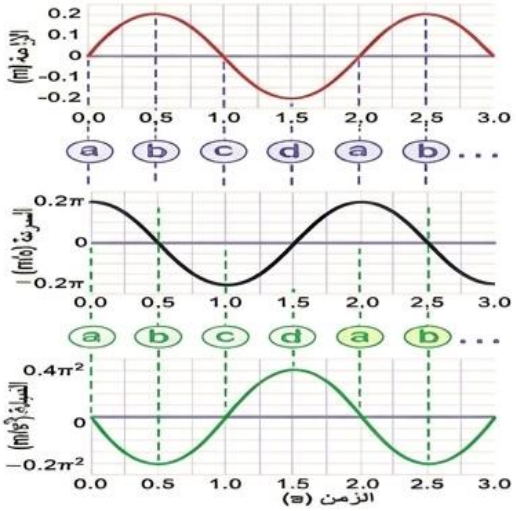
معادلة التسارع بدلالة الزمن

$$a = - A \omega^2 \sin \omega t$$

$$a = - A \omega^2 \sin(\omega t + \Phi)$$

ملحوظة هامة

- يكون للتسارع نفس الزمن الدوري والتردد والتردد الزاوي للإزاحة والسرعة ⏱
- تتناسب القيمة القصوى للتسارع طردياً مع السعة A
- تتناسب القيمة القصوى للتسارع طردياً مع مربع التردد الزاوي ω^2
- يختلف طور التسارع بمقدار $\frac{\pi}{2}$ (ربع دورة) عن طور السرعة ⏱
- يختلف طور التسارع بمقدار π (نصف دورة) عن طور الإزاحة
- عندما يبدأ محنى الإزاحة من مواقع أخرى مختلفة لابد أن يكون لمنحنيات السرعة والتسارع نفس فرق الطور الموضح



حساب التسارع بدلالة الإزاحة

$X = A \sin \omega t$ معادلة الإزاحة ⟹ $a = - \omega^2 A \sin \omega t$ ← معادلة التسارع X

$$a = - \omega^2 x$$

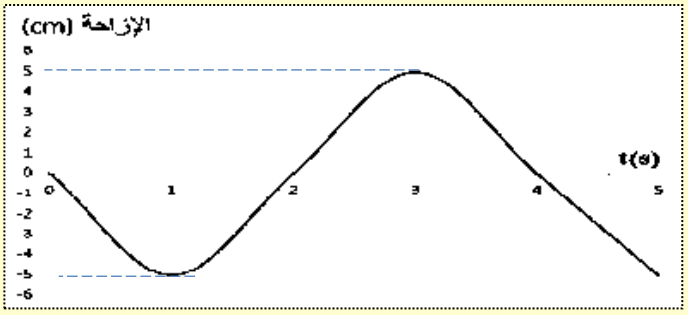
تدريبات

1 جسم صغير يهتز رأسياً لأعلى وأسفل في حركة توافقية بسيطة، من خلال منحنى (الإزاحة – الزمن) لهذه الحركة المبين أدناه، ما مقدار القيمة القصوى للتسارع؟

$a_{max} = \omega^2 A$

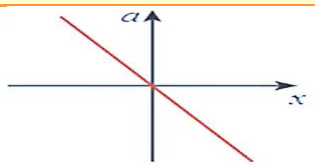
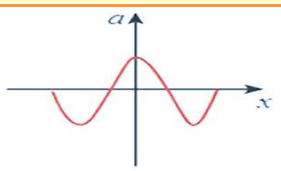
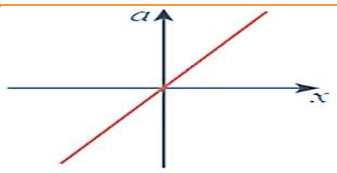
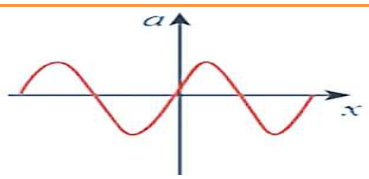
$= (\frac{2\pi}{4})^2 \times 0.05$

$= 0.123 m/s^2$

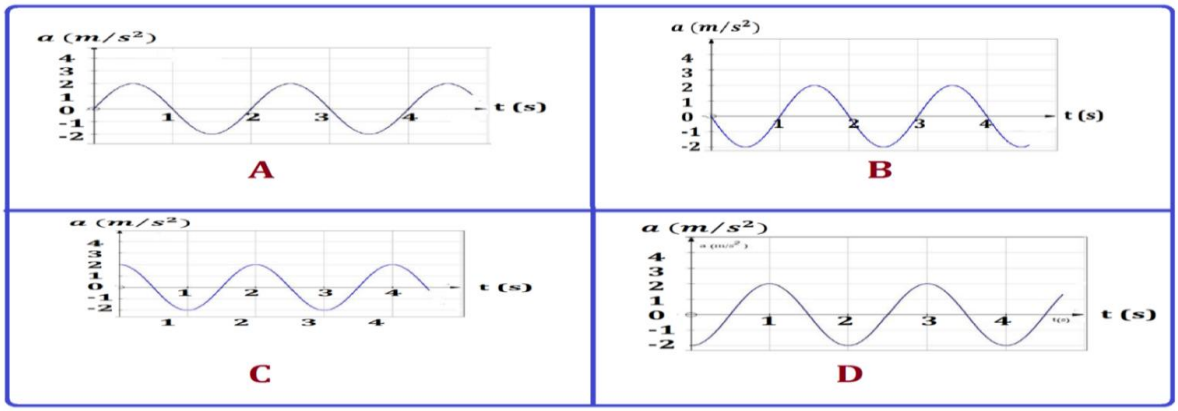


a	$0.003\ m/s^2$	c	$0.123\ m/s^2$
b	$0.078\ m/s^2$	d	$0.05\ m/s^2$

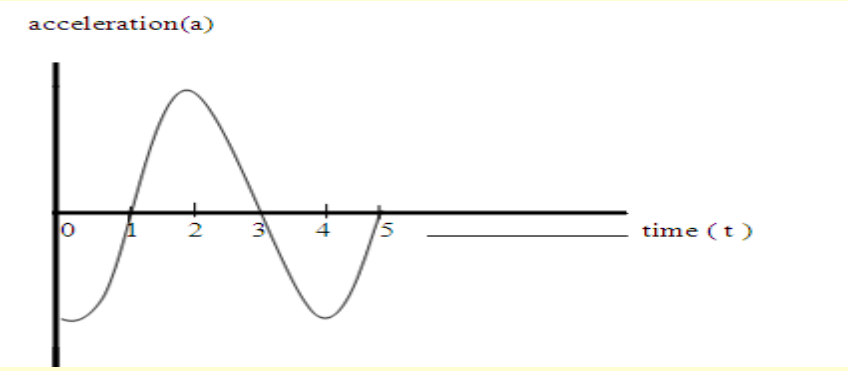
2 أي الرسوم البيانية الآتية تمثل العلاقة الصحيحة بين التسارع a في الحركة التوافقية البسيطة والإزاحة ؟

a		c	
b		d	

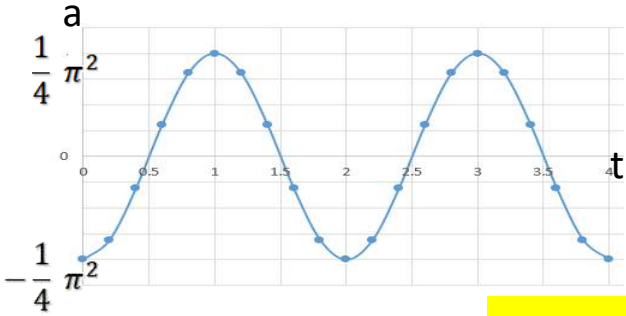
3 أي من الاشكال التالية يوضح حركة جسم معادلة تسارعه $a(t) = -2\cos(\pi t)$ يتحرك حركة توافقية بسيطة؟



a	A	c	C
b	B	d	D

4	جسيم يتحرك حركة توافقية بسيطة فإذا كان أقصى تسارع له يساوي $8\pi\ m/s^2$ وأقصى سرعة له $2\ m/s$ فكم يبلغ الزمن الدوري للحركة ؟				
	$\omega = \frac{a_{max}}{v_{max}} = \frac{8\pi}{2} = 4\pi T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{4\pi} = 0.5\ s$				
	0.5s	a	2 s	c	
	1 s	b	3 s	d	
5	أي من المعادلات التالية تمثل معادلة الإزاحة لجسم يتحرك حركة توافقية بسيطة إذا كان تسارعه يمثل بالمعادلات التالية: a=-18sin(3t)				
	$A = \frac{a_{max}}{\omega^2} = \frac{18}{3^2} = 2\ m$ $\omega = 3rad/s$				
	x=18 cos(3t)	a	X=2 cos(3t)	c	
	X=6 sin(3t)	b	X=2 sin(3t)	d	
	$x = Asin\omega t$ $x = 2sin3t$				
6	ما قيمة أقصى تسارع (a_{max}) لجسم يهتز بحركة توافقية بسيطة إذا علمت أن سعة الحركة (0.05 m) والسرعة الزاوية (20 rad/s)؟				
	$a_{max} = (20)^2 \times 0.05$				
	20 m/s^2	a	1.25 m/s^2	c	
	10 m/s^2	b	0.05 m/s^2	d	
	$= 400 \times 0.05 = 20\ m/s^2$				
7	الشكل الموضح يمثل المنحني (a-t) لجسم يتحرك حركة توافقية بسيطة . عند أي زمن تنعدم السرعة v=0				
					
	1 s and 2 s	a	3 s and 4 s	c	
	2 s and 3 s	b	2 s and 4 s	d	

8 كرة كتلتها 0.5 kg متصلة بنابض يتحرك حركة توافقية بسيطة الشكل المجاور يوضح (منحنى التسارع – الزمن) للحركة، احسب ما يلي :



1- تردد الزاوية

2- سعة الحركة

إجابة

1) $\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{2} = \pi\ s$

2) $A = \frac{a_{max}}{\omega^2} = \frac{\frac{1}{4}\pi^2}{\pi^2} = \frac{1}{4}\ m$

9 يخضع جسم كتلته 2kg لحركة توافقية بسيطة وتعطى معادلة إزاحة الكتلة المهتزة من المعادلة الآتية : $X= 6 \sin2(\pi t +\frac{\pi}{6})$ ، حيث تقاس x بالمتر .احسب :

a. السعة والزمن الدوري وثابت الطور

b. أقصى تسارع للحركة

إجابة

بمقارنة المعادلتين نجد أن:

$$x = A \sin(\omega t + \emptyset)$$

$$x = 6 \sin\left[2\pi t + 2\frac{\pi}{6}\right]$$

السعة: $A=6\ m$

التردد الزاوي: $\omega = 2\pi$

الزمن الدوري: $T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{2\pi} = 1\ s$

ثابت الطور: $\emptyset = 2\frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{3}$

b)

$$a_{max} = A\omega^2$$

$$a_{max} = 6 \times (2\pi)^2$$

$$a_{max} = 237\ m/s^2$$

10 جسم يتحرك حركة توافقية بسيطة بسعة مقدارها 20 cm وتردد زاوي مقداره 4rad/s .
احسب سرعة الجسم وتسارعه عندما يكون على بعد يساوي 10 cm يسار موضع الاتزان .

إجابة

$$v = \mp\omega\sqrt{A^2 - x^2}$$

$$= \mp 4 \times \sqrt{(0.2)^2 - (-0.1)^2}$$

$$= \pm 0.69\ m/s$$

$$a = -\omega^2 x$$

$$= -4^2 \times (-0.1)$$

$$= 1.6\ m/s^2$$

11 بندول ساعة يهتز مرتين كل ثانيتين. احسب:

a.التردد

b. التسارع عندما تكون الإزاحة X=0.05m من نقطة الاتزان ؟

إجابة

$$f = \frac{n}{t} = \frac{2}{2} = 1\ Hz \qquad \omega = 2\pi f = 2\pi \times 1 = 2\pi\ rad/s$$

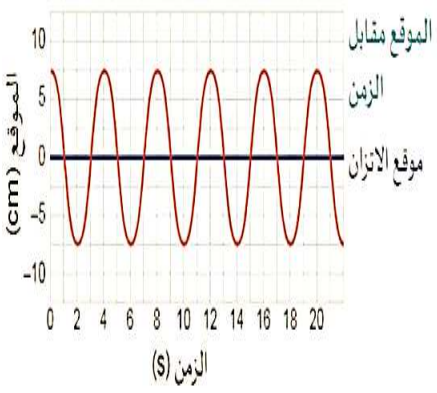
$$a = -\omega^2 x = -(2\pi)^2 \times 0.05 = -1.97\ m/s^2$$

12 من خلال الرسم المقابل. احسب:

a. عدد الاهتزازات خلال 10s ؟ b. سعة الحركة ؟

c. الزمن الدوري والتردد ؟

d. التردد الزاوي والقيمة القصوى التسارع ؟





إجابة

a. اهتزازة $n = 2.5$

b. السعة $A = 7.5\ cm$

أقصى تسارع (a_{max}) :

$$a_{max} = \omega^2 A = (\frac{\pi}{2})^2 \times 7.5 \times 10^{-2} = 0.185\ m/s^2$$

c. الزمن الدوري $T = 4s$

التردد (f): $f = \frac{1}{4}\ Hz$ $\quad f = \frac{1}{T}$

d. التردد الزاوي (ω) :

$$\omega = \frac{2\pi}{4} = \frac{\pi}{2}\ \text{rad/s} \quad \omega = \frac{2\pi}{T}$$

13 كتلة معلقة بطرف نابض رأسي، وتخضع لحركة توافقية بسيطة سعتها 2cm، فإذا استغرقت ثلاث اهتزازات كاملة فترة 4s .احسب تسارع الكتلة

a. عند موضع الاتزان

b. عندما تكون الازاحة عظمى

إجابة

$$f = \frac{n}{t} = \frac{3}{4} = 0.75\ Hz \qquad a_{max} = \omega^2 A$$

$$a_{max} = (2\pi f)^2 A$$

$$a_{max} = (2\pi \times 0.75)^2 \times 0.02$$

$$a_{max} = 0.44\ m/s^2$$

a) $a = -\omega^2 x$

وحيث أن الإزاحة صفراً عند موضع الاتزان، فإن التسارع يكون صفراً.

$$a = -\omega^2 \times (0) = 0$$

14 جسم كتلته 200g يتدلى من نهاية نابض يتحرك حركة توافقية بسيطة تعطى إزاحتها بالمعادلة $x= 10 \sin (\frac{2\pi}{3} t)$ ، فإذا كان الجسم يمر عند اللحظة t=0 بوضع بموضع الاتزان متجهاً لأعلى وقدر الزمن بالثانية والإزاحة بالسنتيمتر فاحسب:

a-ثابت النابض b-الازاحة والتسارع للجسم عند t=1s

إجابة

a- $k = m\omega^2 = = 0.2 \times (\frac{2\pi}{3})^2 = 0.877 N/m$

b- $x= 10 \sin (\frac{2\pi}{3} t) = 10 \sin \left(\frac{2\pi}{3} \times 1\right) = 8.66m$

15 جسم يتحرك حركة توافقية بسيطة على المحور السيني(x) ، حيث يتغير تسارعه مع الزمن وفق المعادلة $a= -36\pi^2 \cos(2\pi t)$ ، حيث الإزاحة تعطى بالسنتيمتر ، الزمن بالثواني ، الزوايا بالراديان .احسب سرعة الجسم عندما تصبح الإزاحة 4cm ؟

إجابة

A) $\phi = \frac{3\pi}{2}$

B) لحساب السرعة عند موضع الاتزان x = 0

$T= 8\ s \Rightarrow \omega = \frac{2\pi}{8} = \frac{\pi}{4} = 0.79\ rad/s$

$v = \mp\omega\sqrt{A^2 - x^2}$

$v = \mp\omega\sqrt{A^2 - (0)^2} = \pm\omega A$

$v = \mp 0.79 \times 5 = \mp 3.95\ m/s$

C) $a = -\omega^2 A \sin(\omega t + \phi)$

$a = -\left(\frac{\pi}{4}\right)^2 \times (5) \sin\left(\left(\frac{\pi}{4} \times 6\right) + \frac{3\pi}{2}\right) = 0\ m/s^2$

حل آخر

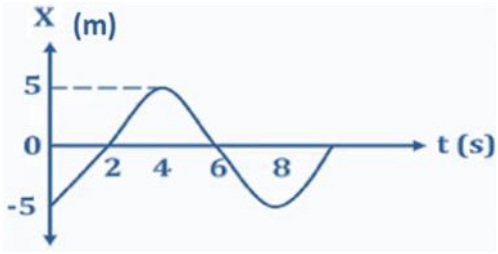
من الرسم عندما t=6 ⟸ الازاحة x=0

وحيث أن: $a = -\omega^2 x$ ⟸ فإن a= 0

16 يوضح الشكل المقابل علاقة (الإزاحة – الزمن) لجسم يتحرك حركة توافقية بسيطة .احسب:

a. ثابت الطور للحركة. b. سرعة الجسم عند موضع الاتزان

c. تسارع الجسم بعد زمن قدره 6s من بدء الحركة



إجابة

$a = -36\pi^2 \cos(2\pi t)$

$a = -A\omega^2 \cos(\omega t)$

$\omega = 2\pi$

$A\omega^2 = 36\pi^2$

$A(2\pi)^2 = 36\pi^2$

$A = \frac{36\pi^2}{(2\pi)^2} = 9\ cm$

$v = \pm\omega\sqrt{A^2 - x^2}$

$v = \pm 2\pi\sqrt{0.09^2 - 0.04^2}$

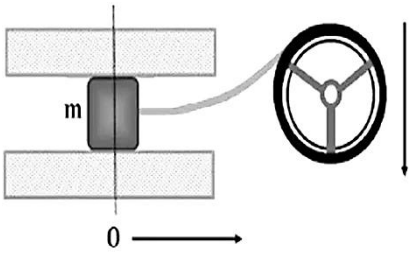
$v = \pm 0.5\ m/s$

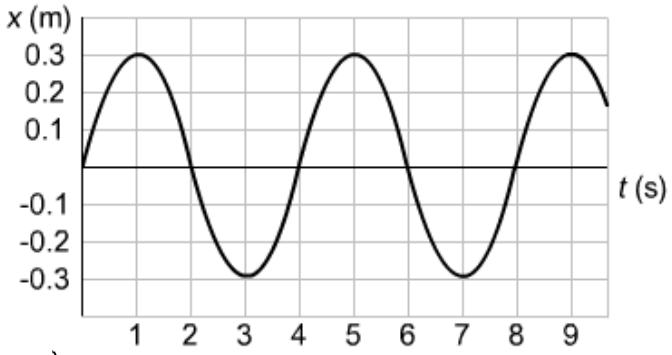
$v = \pm 0.5\ m/s$ ⟸ سرعته على جانبي موضع الاتزان

18 إطار دائري كما بالشكل نصف قطره 15cm ويكمل 3 دورات في الثانية، يرتبط بذراع مع الكتلة m مما يسبب حركة الكتلة يميناً ويساراً بحركة توافقية بسيطة، سعة مساوية لنصف قطر الإطار .

a. اكتب المعادلة الرياضية التي تصف إزاحة الكتلة m إذا بدأت حركتها من النقطة 0 وفي الاتجاه الموضح بالرسم

b. احسب التسارع a لحركة الكتلة m بعد ربع دورة من بدء





إجابة

A) $x = A\sin(\omega t)$ $\quad x = 0.15\sin(6\pi t)$

$T = \frac{t}{n} = \frac{1}{3}\ s$

$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{(1/3)} = 6\pi$

$A = r = 0.15\ m$

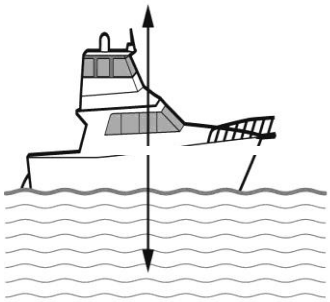
B) $a = -\omega^2 A\sin(\omega t)$

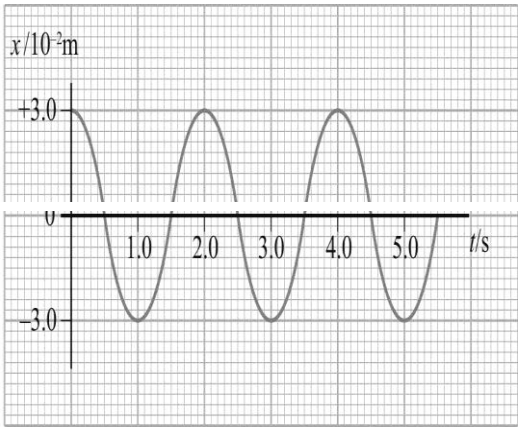
$a = -(6\pi)^2 \times 0.15\ sin\ (6\pi \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{3})$

$a = -53.24\ m/s^2$

19 لعبة على شكل قارب صغير يطفو على سطح الماء دفعت بلطف ثم أطلقت فتحركت حركة توافقية بسيطة يظهر الرسم البياني علاقة الإزاحة مع الزمن لهذه الحركة احسب :

1- التردد الزاوي
2- أقصى تسارع
3- الإزاحة بعد 6.7 s





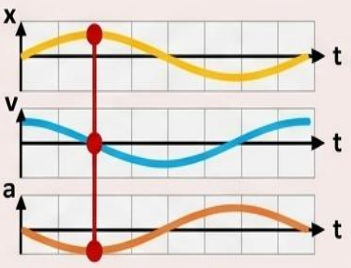
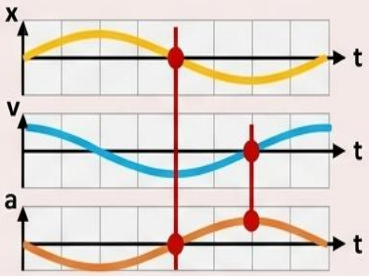
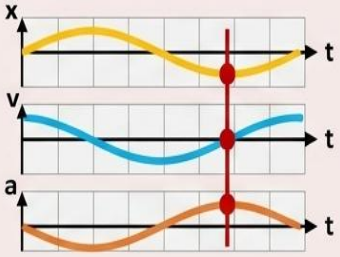
إجابة

$x = A\cos wt = 3 \times 10^{-2} \times \cos(3.14 \times 6.7) = -1.7 \times 10^{-2}\ m$

$a_{max} = w^2 A = 3.14^2 \times 3 \times 10^{-2} = \frac{0.29m}{s^2}$

$W = \frac{2\pi}{T} = \frac{2 \times 3.14}{2} = 3.14\ rad/sec$

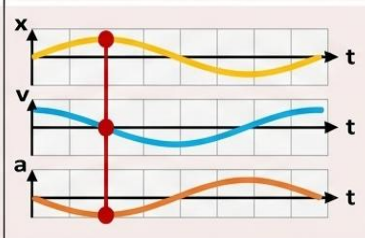
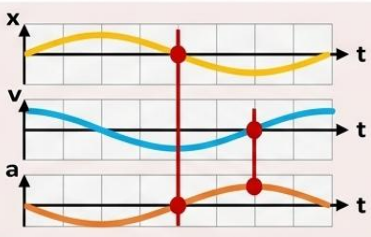
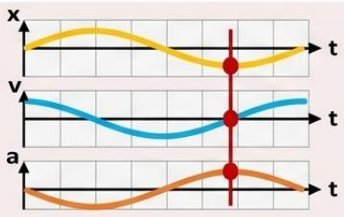
الرسوم البيانية في الحركة التوافقية البسيطة

وصف الحركة	أقصى اليمين	موضع الاتزان	أقصى اليسار
الرسم			
x(m)	$+X_{max} = +A$	$X = 0$	$-X_{max} = -A$
v(m/s)	$v = 0$	v_{max}	$v = 0$

ملحوظة هامة

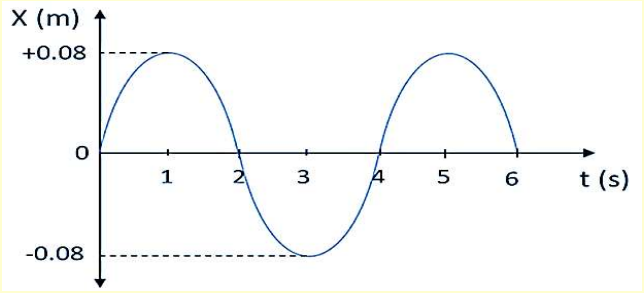
- يتخلف طور منحنى السرعة بمقدار $\frac{\pi}{2}$ (ربع دورة) عن طور الإزاحة
- يتخلف طور منحنى التسارع بمقدار $\frac{\pi}{2}$ (ربع دورة) عن طور السرعة
- يتخلف طور منحنى التسارع بمقدار π (نصف دورة) عن طور الإزاحة

مقارنة بين الازاحة والسرعة والتسارع عند مواضع مختلفة لنظام البندول البسيط

وصف الحركة	أقصى اليمين	موضع الاتزان	أقصى اليسار
الرسم			
x(m)	$+X_{max} = +A$	$X = 0$	$-X_{max} = -A$
v(m/s)	$v = 0$	v_{max}	$v = 0$
$a(m/s^2)$	$-a_{max}$	$a = 0$	$+a_{max}$
F(N)	$-F_{max}$	$F = 0$	$+F_{max}$

تدريبات

1 الرسم البياني المقابل يوضح العلاقة بين (الازاحة -الزمن) لحركة توافقية بسيطة احسب أقصى تسارع لهذه الحركة ؟



$\frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{4} = \frac{\pi}{2} \approx 1.5708\ rad/s$

$A = 0.08m$

$= \left(\frac{\pi}{2}\right)^2 \times 0.0 = \frac{\pi^2}{4} \times 0.08$

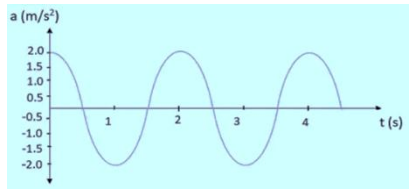
$= 0.0197 = 0.2\ m/s^2$

a	$0.1\ m/s^2$	c	$0.2\ m/s^2$
b	$0.3\ m/s^2$	d	$0.4\ m/s^2$

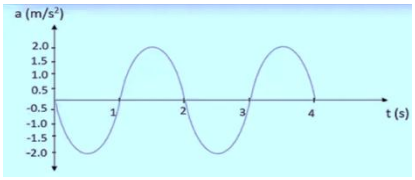
2 أي العلاقات البيانية التالية توضح حركة جسم يتحرك حركة توافقية بسيطة وفقاً لمعادلة التسارع؟

$a = -2 \cos(\pi t)\ m/s^2$

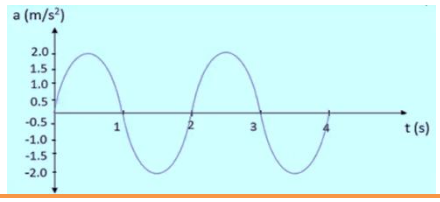
a



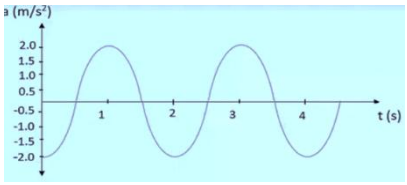
c



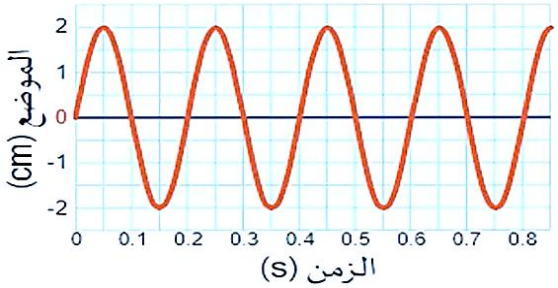
b



d



3 كتلة تهتز حول نقطة اتزان ثابتة كما في الشكل. احسب:



a. الزمن الدوري والتردد الزاوي

b. السرعة القصوى للكتلة

c. أقصى تسارع للكتلة

إجابة

a- T=0.2 S

$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{0.2} = 31.4\ rad/s$

c- $v_{max} = A\omega = 0.02 \times (10\pi) = 0.628/s$

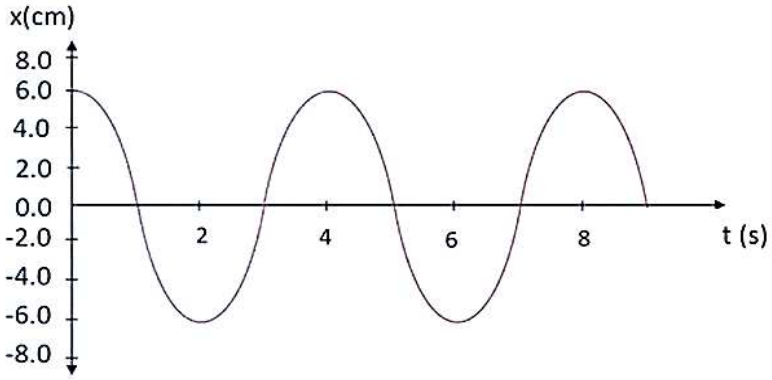
c- $a_{max} = A\omega^2 = 0.02 \times (10\pi)^2 = 19.7 m/s^2$

4 المنحنى البياني المقابل يمثل العلاقة (الازاحة - الزمن) لبندول يتحرك حركة توافقية بسيطة :

a. اوجد كلا من السرعة الزاوية والزمن الدوري وسعة الاهتزازة

b. اكتب المعادلة الرياضية لوصف العلاقة (السرعة - الزمن) للحركة

c. ارسم منحنى العلاقة البيانية (التسارع – الزمن) لهذه الحركة



إجابة

a) سعة الاهتزاز: $A = 6\ \text{cm}$

السرعة الزاوية: $\omega = \frac{2\pi}{T}$ ، $\omega = \frac{2\pi}{4} = \frac{\pi}{2} rad/s$

الزمن الدوري: $T = 4\ \text{s}$

b) $x = A\sin(\omega t + \frac{\pi}{2})$

$v = A\omega\cos(\omega t + \frac{\pi}{2})$

$v = 0.06 \times \frac{\pi}{2}\cos(\frac{\pi}{2}t + \frac{\pi}{2})$

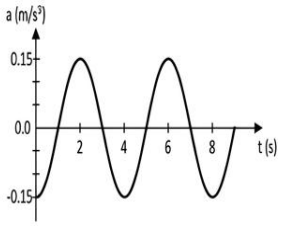
$v = 0.03\pi\cos(\frac{\pi}{2}t + \frac{\pi}{2})$

c) $x = A\sin(\omega t + \frac{\pi}{2})$

$a = -A\omega^2\sin(\omega t + \frac{\pi}{2})$

$a = -0.15\sin(\frac{\pi}{2}t + \frac{\pi}{2})$

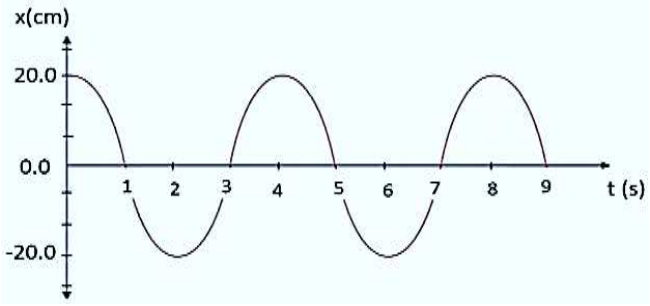
$a_{max} = A\omega^2 = 0.06 \times (\frac{\pi}{2})^2 = 0.15\ \text{m/s}^2$



5 الشكل المقابل يمثل منحنى (إزاحة -زمن) لجسم يتحرك حركة توافقية بسيطة. من خلال الرسم :

a. احسب السرعة القصوى للجسم

b. اكتب معادلة التسارع للجسم



إجابة

a) $A = 20\ \text{cm} = 0.2\ \text{m}$

$T = 4\ s \rightarrow \omega = \frac{2\pi}{4} = \frac{\pi}{2}$

$v_{max} = A\omega = 0.2 \times \frac{\pi}{2} = 0.314\ m/s$

b)

$x = A\sin(\omega t + \frac{\pi}{2})$

$v = A\omega\cos(\omega t + \frac{\pi}{2})$

$a = -A\omega^2\sin(\omega t + \frac{\pi}{2})$

$a = -0.2\left(\frac{\pi}{2}\right)^2 \sin(\frac{\pi}{2}t + \frac{\pi}{2})$

$a = -0.5\sin(\frac{\pi}{2}t + \frac{\pi}{2})$

6 يتحرك جسم بحركة توافقية بسيطة وتعطى ازاحته من العلاقة $X=0.05\sin(2\pi t + \frac{3\pi}{2})\ m$

a. احسب سعة الحركة و الزمن الدوري والتردد الزاوي وثابت الطور

b. أوجد معادلتي السرعة والتسارع بدلالة الزمن

c. استخدم نتائجك لتمثيل إزاحة هذه الحركة بيانياً

إجابة

a- $A=0.05$ ، $\omega = 2\pi$ ، $T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{2\pi} = 1\ s$ ، $\Phi = \frac{3\pi}{2}$

b- $v = \omega A\cos(\omega t + \frac{3\pi}{2}) = 2\pi \times 0.05\cos\left(2\pi t + \frac{3\pi}{2}\right) = 0.314\cos(2\pi t + \frac{3\pi}{2})$

$a = -A\omega^2\sin(\omega t + \frac{3\pi}{2}) = -0.05 \times (2\pi)^2\sin\left(2\pi t + \frac{3\pi}{2}\right) = -1.97\sin(2\pi t + \frac{3\pi}{2})$

7 تتحرك كتلة حركة توافقية بسيطة سعتها 12mm وترددها 1.4 Hz تكون للكتلة أقصى إزاحة موجبة عندما t =0 s

a. اكتب المعادلة التي تصف إزاحة هذه الحركة ثم ارسم العلاقة البيانية التي تعبر عنها

b. اكتب المعادلة التي تصف سرعة هذه الحركة ثم ارسم العلاقة البيانية التي تعبر عنها

إجابة

a- $\omega=2\pi f = 2\pi \times 1.4 = 8.8\ m/s$

$T=\frac{1}{f}=\frac{1}{1.4}=0.7\ s$ $\Phi=\frac{\pi}{2}$

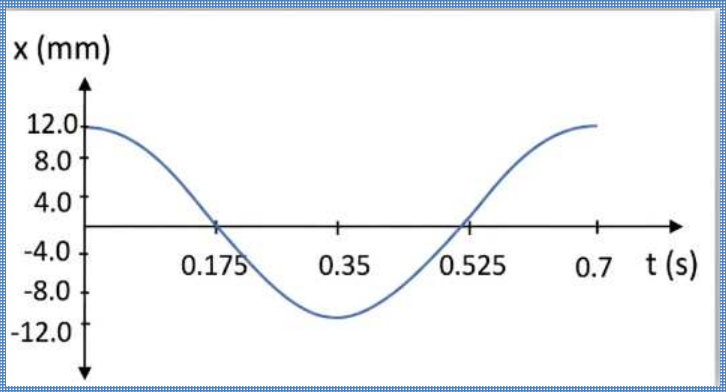
$x= A\sin(\omega t+\Phi)$

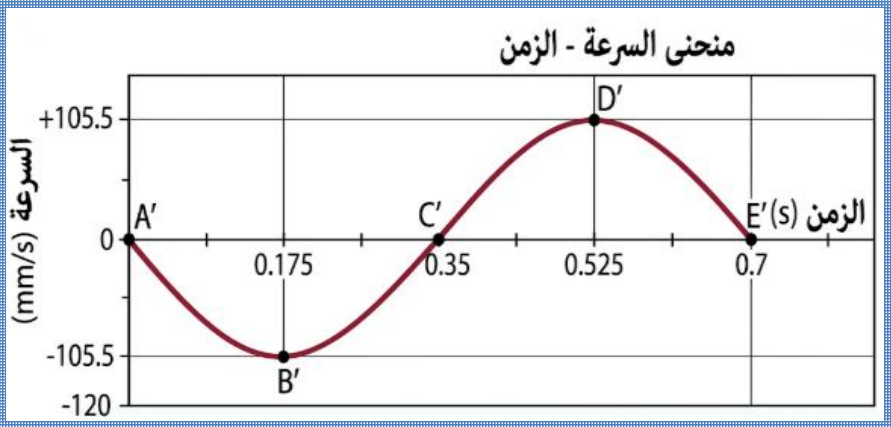
$x= 0.012\sin(8.8t+\frac{\pi}{2})$

b- $\omega=2\pi f = 2\pi \times 1.4 = 8.8\ m/s$

$v= \omega A\cos(\omega t+\Phi)$

$v= 8.8 \times 0.012\ \cos(8.8t+\frac{\pi}{2})$

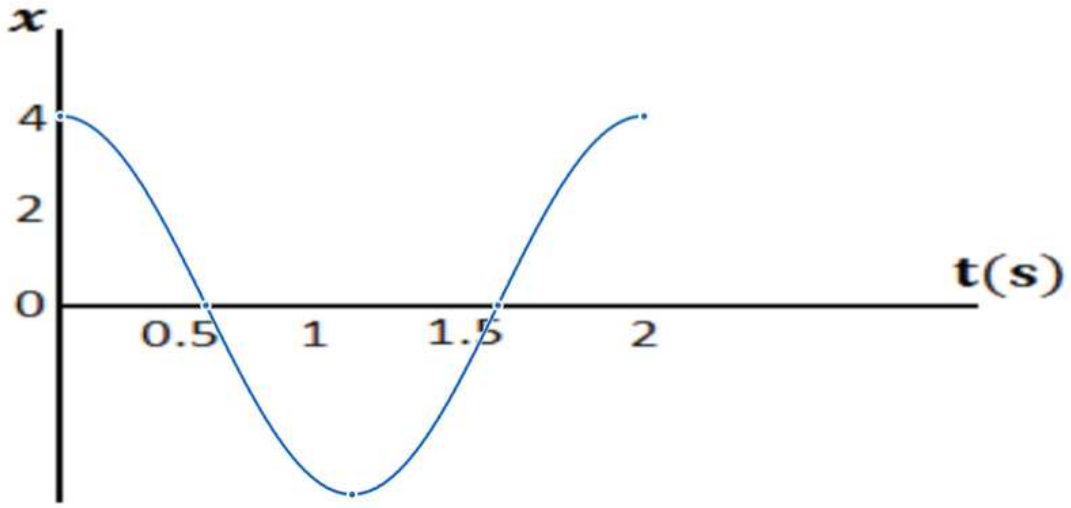




7 وضح بالرسم فقط منحنى (الإزاحة – الزمن) لجسيم يتحرك حركة توافقية بسيطة معادلتها

$$x = 4 \cos \pi t$$

إجابة



8 جسيم يتحرك حركة توافقية بسيطة على المحور السيني، حيث تتغير عجلته مع الزمن وفق المعادلة: $a = -36\pi^2 \cos(2\pi t)$ حيث الإزاحة تعطى بالسنتيمتر، والأزمنة بالثواني، والزوايا بالراديان.

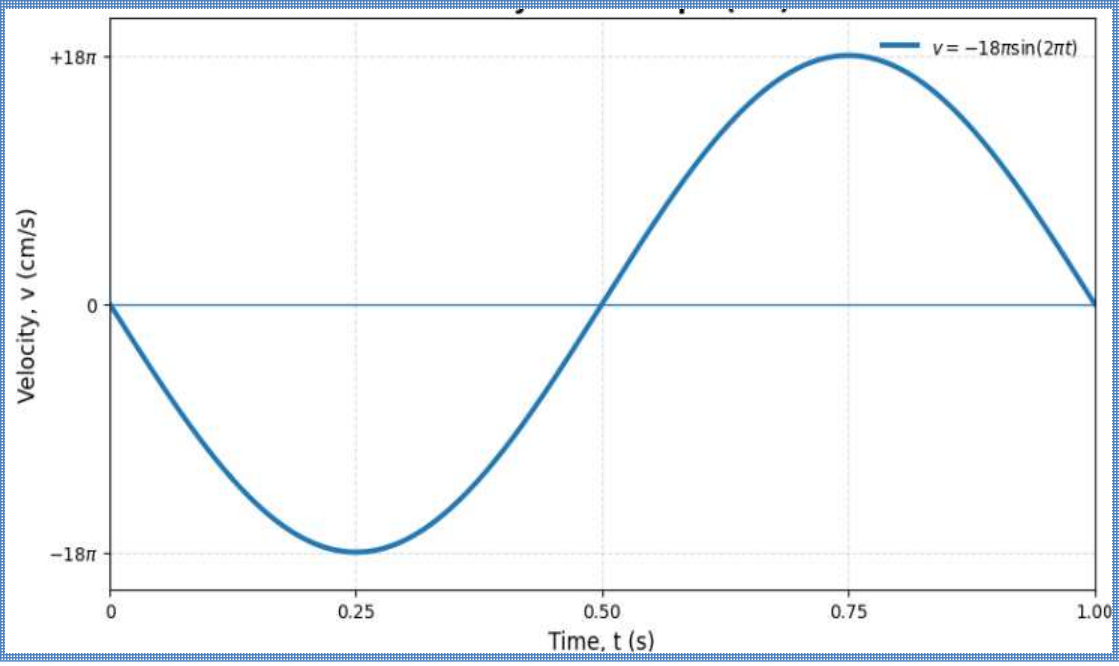
ارسم منحنى (السرعة – الزمن) لهذا الجسم .

إجابة

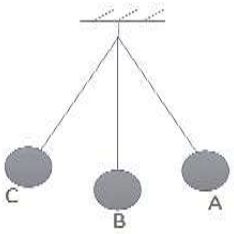
$\omega = \frac{2\pi}{2\pi} = 1s$

$v = -\omega A \sin(\omega t)$

$V = -18\pi \sin(2\pi t)$







البندول

-عند حركة البندول تتحول طاقة الوضع إلى طاقة حركة والعكس صحيح (قانون حفظ الطاقة)

يمتلك البندول أثناء حركته ايضاً طاقة حرارية ناتجة عن الاحتكاك مع الهواء

(الطاقة الحرارية = مقدار الفقد في طاقة النظام)

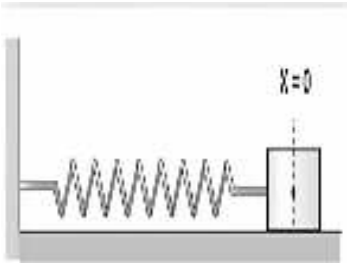
الطاقة الكلية للنظام = مجموع طاقتي الوضع والحركة للجسم

-تقل الطاقة الكلية للنظام بسبب مقاومة الهواء والاحتكاك تدريجياً ويتباطأ النظام حتى يتوقف تماماً

-كلما زاد بعد البندول عن موضع الاتزان تزداد طاقة الوضع التجاذبية له وتزداد سرعته

-تقل سعة الرسم البياني لحركة البندول تدريجياً حتى يتوقف البندول تماماً

الكتلة والنابض



-عند اقصى إزاحة للكتلة تكون طاقة الوضع المرونية قيمة عظمى

-عند مرور الكتلة بموضع الاتزان تكون طاقة الحركة قيمة عظمى

-الطاقة الكلية للنظام = مجموع طاقتي الوضع والحركة $E_T = E_P + E_K$

أمثلة للاهتزازات في الطبيعة





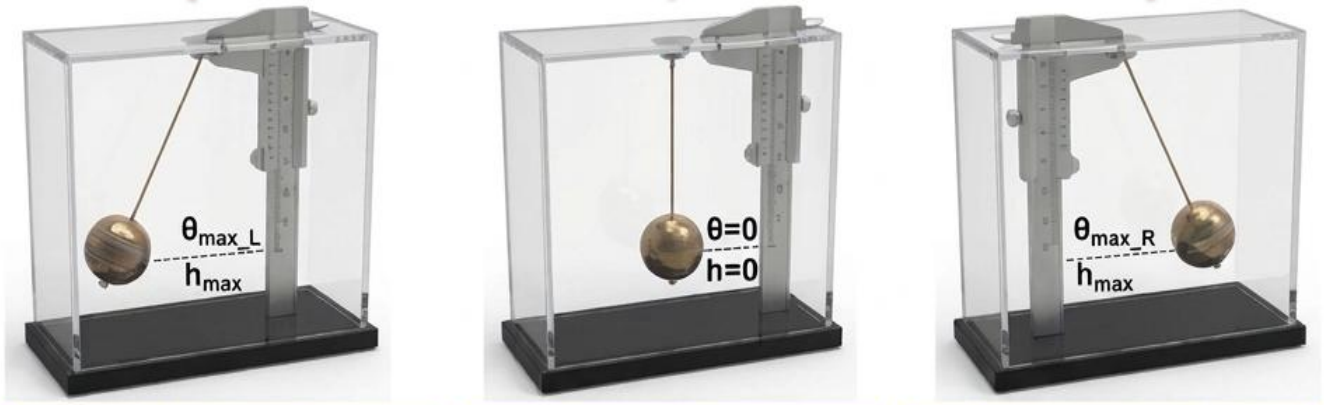


الطاقة في الأنظمة المهتزة

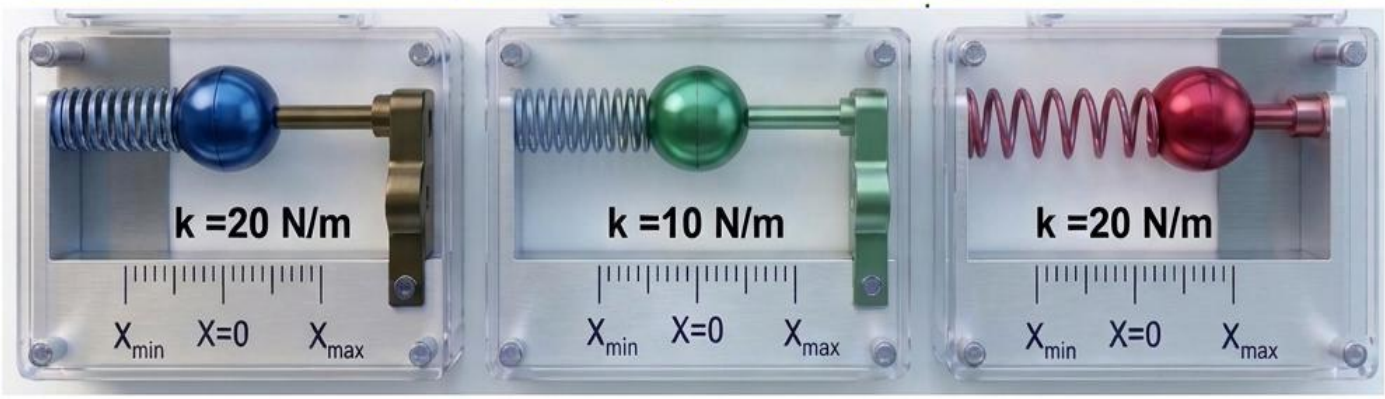
في حالة نظام مقلق لكتلة ونابض عديم الاحتكاك (او أي نظام مقلق اخر) تكون الطاقة الكلية محفوظة وتساوي مجموع طاقتي الوضع والحركة النظام

الطاقة في نظام البندول البسيط

الطاقة لنظام مهتز(نابض)



عند أقصى إزاحة يسارًا | عند موضع الاتزان | عند أقصى إزاحة يمينًا



E_P= max	E_P= 0	E_P= max
E_K = 0	E_K = max	E_K = 0
E_T = E_P	E_T = E_K	E_T = E_P
E_K = 0	E_K = max	E_K = 0
E_T = E_P	E_T = E_K	E_T = E_P

الطاقة الحركية لنظام مهتز

حساب الطاقة الحركية لنظام مهتز:

$$E_k = \frac{1}{2}mv^2 \quad \text{---->} \quad 1$$

$$v = \omega A\cos(\omega t) \quad \text{---->} \quad 2$$

بتربيع معادلة 2 والتعويض في 1

$$E_k = \frac{1}{2}m\omega^2 A^2\cos^2(\omega t)$$

حساب القيمة العظمى للطاقة الحركية لنظام مهتز:

أقصى قيمة لدالة جيب التمام $\cos(\omega t) = 1$

أقصى قيمة للسرعة $v_{max} = A\omega$

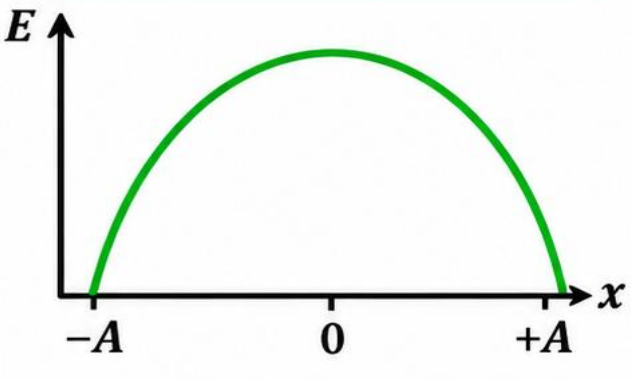
أقصى قيمة لطاقة الحركة $E_k = \frac{1}{2}m\omega^2 A^2$

أو أقصى قيمة لطاقة الحركة $E_k = \frac{1}{2}mv_{max}^2$

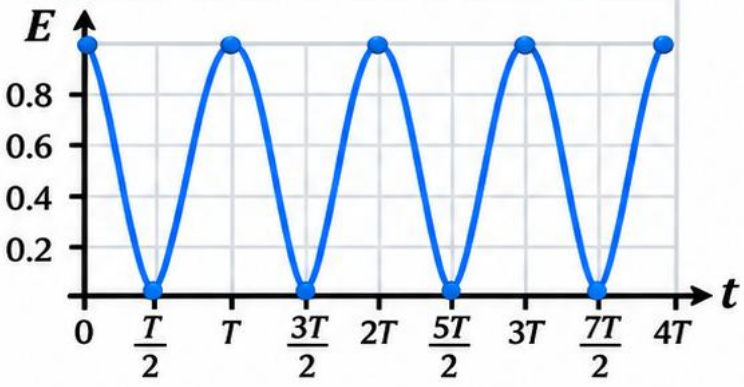
الطاقة الحركية بدلالة الإزاحة

$$E_k = \frac{1}{2}k(A^2 - x^2)$$

العلاقة البيانية بين طاقة الحركة – الإزاحة



العلاقة البيانية بين طاقة الحركة – الزمن



طاقة الوضع المرونية لنظام مهتز

هي الطاقة المختزنة في الأنظمة المهتزة عند انضغاطها او استطالتها

حساب طاقة الوضع المرونية لنظام مهتز :

*طاقة الوضع المرونية $E = \frac{1}{2} K X^2$

بما أن $X = A \sin(\omega t)$ ، فإن $K = m\omega^2$

*بالتعويض

$$E_E = \frac{1}{2} m\omega^2 A^2 \sin^2(\omega t)$$

التردد الزاوي	rad/s
السعة A	m
الإزاحة X	m

حساب القيمة العظمى لطاقة الوضع المرونية:

أقصى قيمة لدالة جيب $\sin(\omega t) = 1$

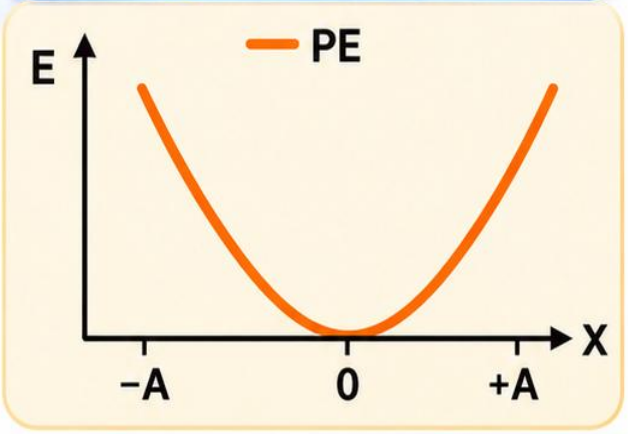
أقصى إزاحة $X = A$

أقصى طاقة وضع مرونية $E_{Emax} = \frac{1}{2} m\omega^2 A^2$

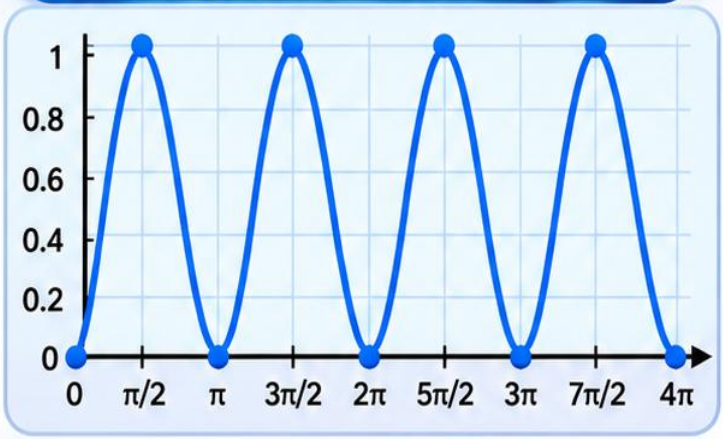
أو أقصى قيمة لطاقة الوضع المرونية $E_{Emax} = \frac{1}{2} K A^2$

ثابت التناسب K	N/m
الزمن t	s
طاقة الوضع المرونية E_E	J

العلاقة البيانية بين طاقة الوضع – السعة

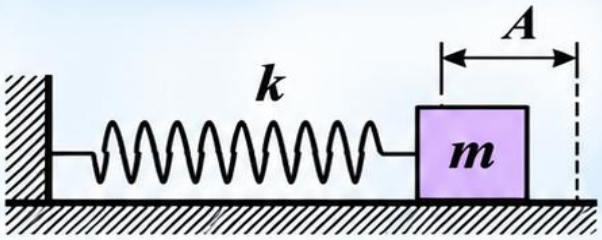


العلاقة البيانية بين طاقة الوضع – الزمن



الطاقة الكلية لنظام مهتز

(1) نظام يتأرجح كتلة ونابض



$$E_T = E_{max}$$

$$E_T = \frac{1}{2}KA^2$$

$$E_T = \frac{1}{2}m\omega^2A^2$$

(2) نظام يتأرجح يندول بسيط

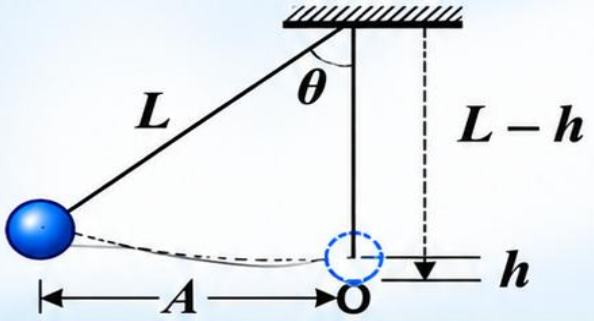
$$h = \frac{A^2}{2L}$$

$$g = \omega^2 L$$

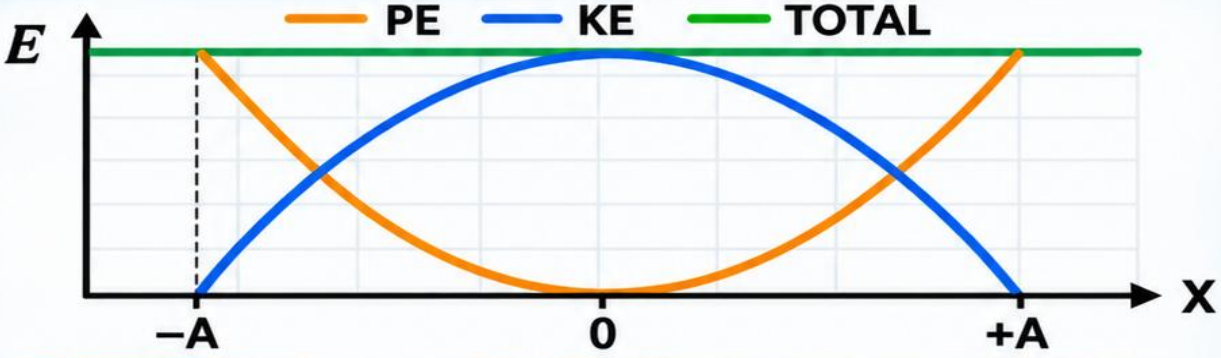
$$E_T = E_{Pmax} = m\,g\,h$$

$$E_T = m\omega^2\frac{A^2}{2}$$

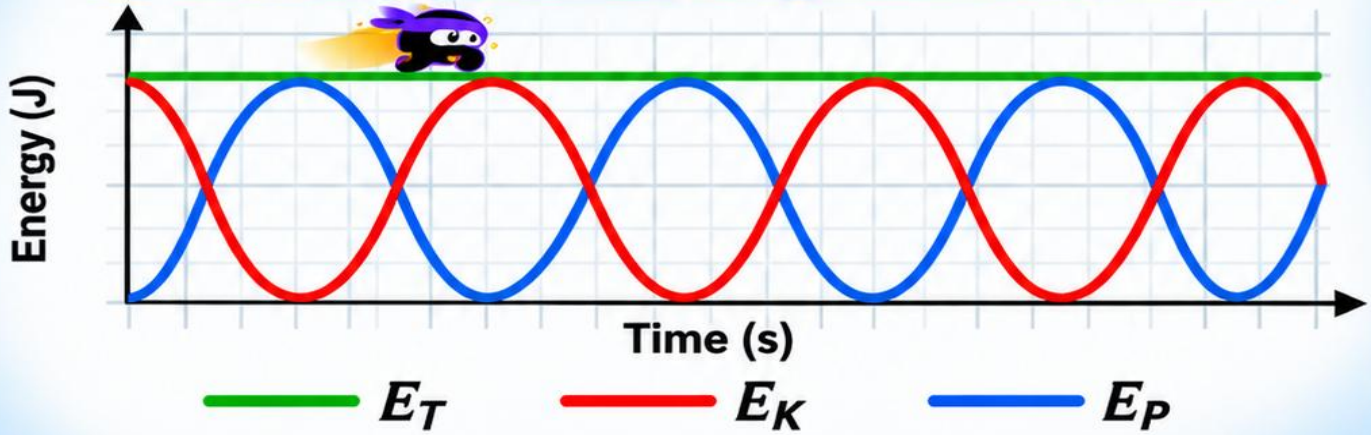
$$E_T = \frac{1}{2}m\omega^2A^2$$



الطاقة في الحركة التوافقية البسيطة بدلالة الإزاحة



تحولات الطاقة في الحركة التوافقية البسيطة



ملخص قوانين الطاقة في الحركة التوافقية البسيطة

طاقة الوضع E_P	طاقة الحركة E_K	الطاقة الكلية E_T
$E_P = \frac{1}{2}m\omega^2A^2\sin^2(\omega t)$	$E_K = \frac{1}{2}m\omega^2A^2\cos^2(\omega t)$	$E_T = \frac{1}{2}m\omega^2A^2$
$E_{max} = \frac{1}{2}m\omega^2A^2$	$E_{kmax} = \frac{1}{2}m\omega^2A^2$	$E_T = \frac{1}{2}KA^2$
$E_{Pmax} = \frac{1}{2}KA^2$	$E_{kmax} = \frac{1}{2}KA^2$	$E_T = E_K + E_P$
$E_P = E_T - E_K$	$E_K = E_T - E_P$	
	طاقة الحركة بدلالة الإزاحة $E_{kmax} = \frac{1}{2}K(A^2 - X^2)$	



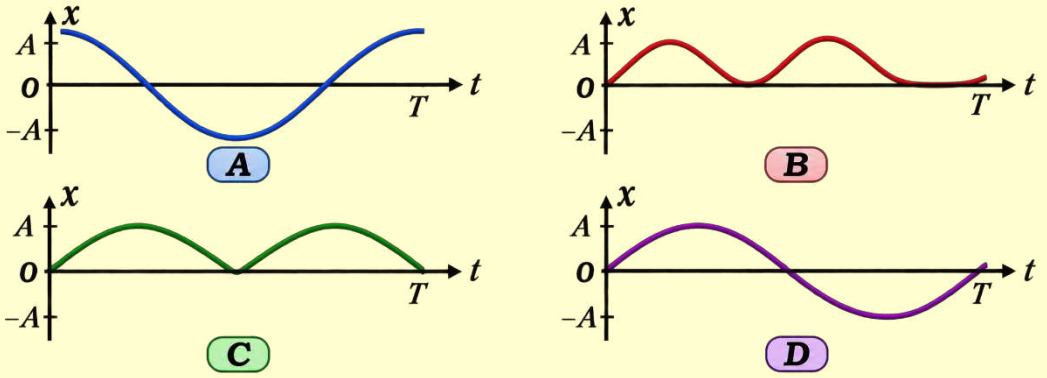
متى تتساوى طاقة الوضع والحركة؟ $X = \pm\frac{A}{\sqrt{2}}$

أين تتساوى طاقتي الوضع والحركة؟ $t = \frac{T}{8}$

عند أي سرعة تتساوى طاقتي الوضع والحركة؟ $v = \frac{V_{max}}{\sqrt{2}}$

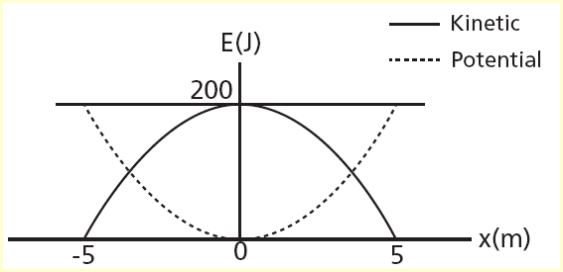
تدريبات

1 يتحرك جسم حركة توافقية بسيطة وتمثل إزاحته بالمعادلة: $x=A\sin(\omega t)$
أي الرسوم البيانية التالية تمثل تغير الطاقة الحركية له مع الزمن لدورة واحدة؟



a	A	c	C	
b	B	d	D	

2 الرسم البياني التالي يمثل العلاقة لكل من طاقة الحركة وطاقة الوضع لجسم يتحرك حركة توافقية بسيطة. ما هو ثابت القوة للنابض؟



$E_T = \frac{1}{2}KA^2$

$kE_T = \frac{2E_T}{A^2}$

$= \frac{2 \times 200}{(5)^2}$

$= 16N/m$

a	10.0 N/m	c	16 N/m	
b	15 N/m	d	25.5 N/m	

3 في الحركة التوافقية البسيطة لبندول بسيط طول خيطه 46 cm وسعة حركته هي 8 cm . عند أي بعد من موضع اتزانه تتساوى طاقة الوضع مع طاقة الحركة؟

$x = \frac{A}{\sqrt{2}} = \frac{8}{\sqrt{2}} = 5.656cm$

a	2.34 cm	c	5.65 cm	
b	4 cm	d	23 cm	

4 يهتز نظام (كتلة – نابض) بسعة (A0.4m) إذا كان ثابت النابض للكتلة (K=400N/m) كم تكون الطاقة الميكانيكية للنظام؟

$E_T = \frac{1}{2}KA^2 = \frac{1}{2} \times 400 \times 0.4^2 = 32J$

a	8 J	c	24 J	
b	16 J	d	32 J	

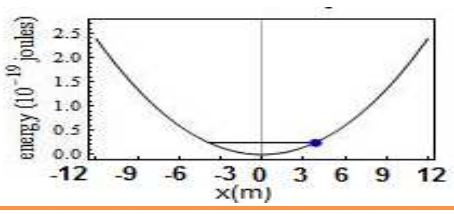
5 نظام (كتلة -نابض) تتحرك بسعة مقدارها 0.2m اذا كان مقدار ثابت القوة 400N/m
ما مقدار الطاقة الكلية الميكانيكية؟

$E_T = \frac{1}{2}KA^2 = \frac{1}{2} \times 400 \times 0.2^2 = 8J$

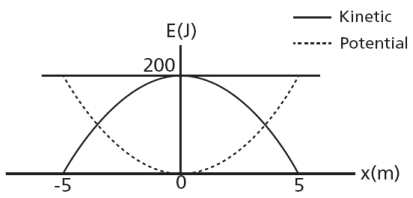
a	8 J	c	24 J	
b	16 J	d	32 J	

6 يهتز جسم متصل بنابض حركة توافقية بسيطة كما في الشكل الظاهر،أي من الرسوم البيانية التالية يعطي طاقة وضعه الصحيحة عند نقطة A؟

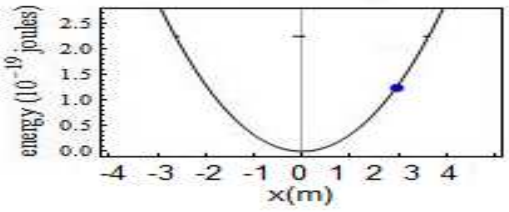
a



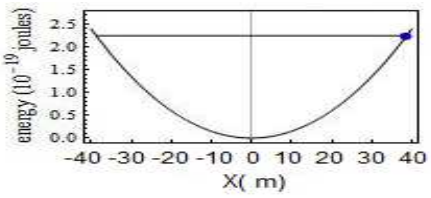
c



b



d



7 إذا أصبحت سعة الحركة لنظام يتحرك حركة توافقية بسيطة مثلي ما كانت عليه فكم تكون الطاقة الحركية؟

لأن الطاقة الحركية العظمى تتناسب طرديًا مع مربع السعة

a أربعة أمثال

b ثلاثة أمثال

c مثلي ما كانت عليه

d لا تتغير

8 بندول بسيط يتحرك حركة توافقية بسيطة بسعة اهتزازة مقدارها (5 cm) فإذا كانت قوة الإرجاع المؤثرة على البندول تساوي (20 N) فكم تكون الطاقة الكلية للبندول؟

$E_T = \frac{1}{2}KA^2 = \frac{1}{2} \times K \times A \times A$

$K = \frac{F_R}{A}$

$E_T = \frac{1}{2} \times \frac{F_R}{A} \times A \times A$ قانون هوك $F_R = KA$

$E_T = \frac{1}{2} \times F_R \times A = \frac{1}{2} \times 20 \times 0.05 = 0.5\ J$

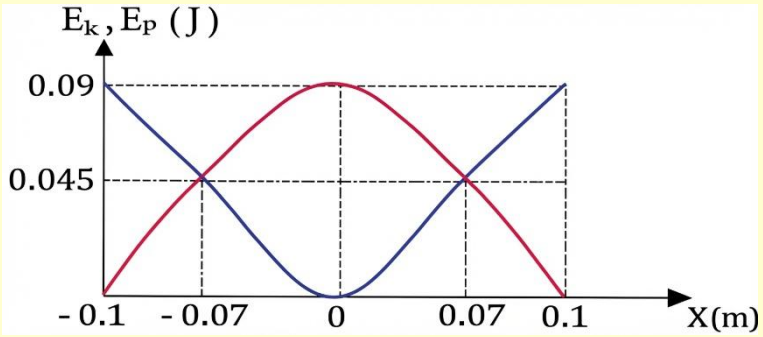
a 100 J

b 50 J

c 1 J

d 0.5 J

9 الشكل البياني يوضح منحنى تغير طاقتي الوضع والحركة مع الإزاحة النظام كتلة نابض. مستعيناً بالبيانات على الشكل كم يكون ثابت هوك لهذا النابض؟



$E_T = \frac{1}{2}KA^2$

$K = \frac{2E_T}{A^2} = \frac{2 \times 0.09}{0.1^2} = 18N/m$

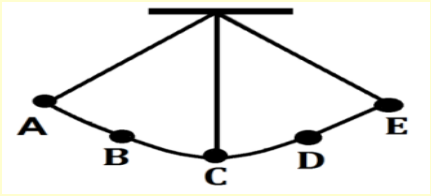
a 0.018 N/m

b 1.8 N/m

c 18 N/m

d 180 N/m

10 الشكل الذي أمامك يعبر عن حركة بندول بسيط الطاقة الميكانيكية الكلية لحركته تساوي $(0.06\ J)$ فإذا علمت أنه عند النقطة (B) كانت طاقة وضعة $0.03\ J$ فكم تكون طاقة الحركة له عند نفس النقطة؟



$E = E_k + E_p \Rightarrow E_k = E - E_p$

$E_k = 0.06 - 0.03 = 0.03J$

a	0	c	0.03 J	
b	0.02 J	d	0.04 J	

11 ما مقدار طاقة الوضع لجسم يتحرك حركة توافقية بسيطة عند موضع الاتزان؟

عند موضع الاتزان الإزاحة مساوية للصفر وبالتالي تكون طاقة الوضع $(E_p = \frac{1}{2}kx^2)$

a	صفر	c	نصف طاقة الاهتزازة الكلية	
b	طاقة الاهتزازة الكلية	d	ضعف طاقة الاهتزازة الكلية	

12 إذا كانت سعة الاهتزاز لجملة كتلة نابض $5cm$ وكان ثابت النابض $100N/m$ احسب الطاقة الكلية للنابض

$E_T = \frac{1}{2}KA^2 =$

$\frac{1}{2} \times 100 \times 0.05^2 = 0.125J$

a	12.5 J	c	0.125 J	
b	500J	d	50 J	

13 بندول بسيط طوله $(4g)$ متر حيث (g) هي عجلة الجاذبية الأرضية. عند أي زمن تتساوى طاقة الوضع مع طاقة الحركة؟

$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}} = 2\pi\sqrt{\frac{4g}{g}} = 4\pi\ s$

$t = \frac{T}{8} = \frac{4\pi}{8} = \frac{\pi}{2}\ s$

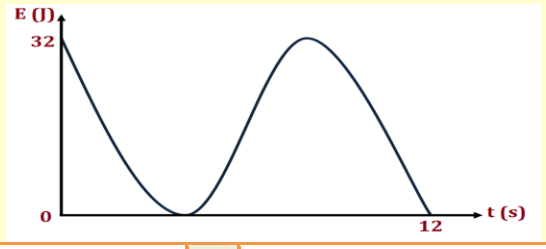
a	$4\pi\ s$	c	$\pi\ s$	
b	$2\pi\ s$	d	$\frac{\pi}{2}\ s$	

14 الشكل المرافق يوضح منحنى (طاقة الوضع – الزمن) لنابض كتلته $(500\ g)$. مستعينا بالبيانات على الرسم كم تكون سعة الاهتزازة للنابض؟

$E_T = \frac{1}{2}KA^2$

$k = m\omega^2 = 0.5 \times \left(\frac{2\pi}{16}\right)^2 = 0.077\ N/m$

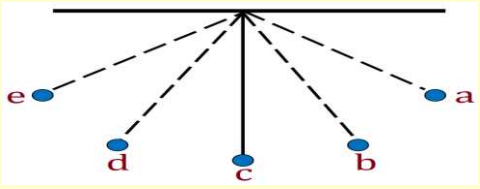
$A = \sqrt{\frac{2E_T}{K}} = \sqrt{\frac{2 \times 32}{0.077}} = 28.8m$



a	$28.8\ m$	c	$20.5\ m$	
b	$21.6\ m$	d	$15.3\ m$	

15 الشكل المقابل يمثل حركة بندول بسيط،عند أي النقاط تتساوى طاقة الوضع مع الطاقة الكلية (الميكانيكية)؟

النقطتان a و e تمثلان أقصى إزاحة A للبندول على الجانبين بالتالي، تتساوى طاقة الوضع مع الطاقة الكلية عند النقطتين



a	(c) فقط.	c	(b) و (d)	
b	(a) و (e)	d	(a) و (c) و (e)	

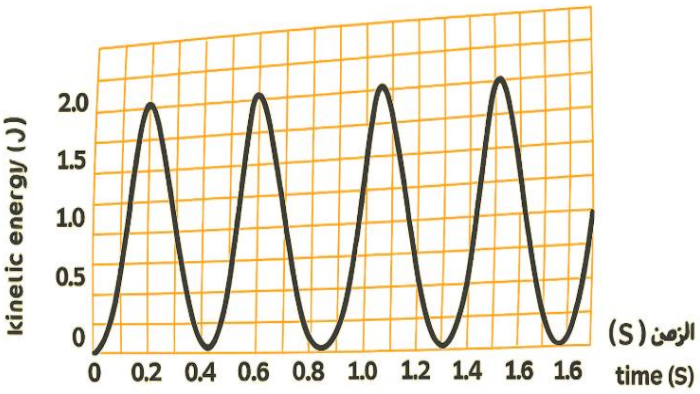
16	خلال اهتزازة كاملة ، كم عدد المرات التي تتساوى فيها طاقة الوضع مع طاقة الحركة؟				
	a	مرة واحدة	c	ثلاث مرات	
	b	مرتان	d	أربع مرات	
17	تمثل حركة جسيم مرتبط بنابض بالمعادلة $x = 10 \sin \pi t$ عند أي زمن تتساوى طاقة الوضع مع طاقة الحركة؟ $\omega = \pi$ rad/s $T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\pi} = 2\ S$				
	a	0 sec	c	0.5 sec	$t = \frac{T}{8} = \frac{2}{8} = 0.25\ S$
	b	0.25 sec	d	1.0 sec	
18	عند أي ازاحة (x) تنعدم طاقة الوضع المر ونية لكتلة مربوطة في نابض أفقي تتحرك على نضد حركة توافقية بسيطة؟				
	a	عند $x = 0$	c	عند $x = A$	تنعدم طاقة الوضع المرونية للنابض عندما تكون استطالة النابض مساوية للصفر، أي عند موضع الاتزان ($x = 0$)
	b	عند $x = -A$	d	عند $x = \frac{A}{\sqrt{2}}$	
19	نابض مرن يتحرك حركة توافقية بسيطة بتردد ($\frac{5}{\pi}\ Hz$) وسعة اهتزازة مقدارها ($5\sqrt{2}\ cm$) فكم تبلغ سرعته عندما تتساوى طاقتي الوضع والحركة؟ $v_{max} = \omega A = 10 \times (0.05\sqrt{2}) = 0.707$ m/s				
	a	500m/s	c	50m/s	$v_{max} = \omega A = 10 \times (0.05\sqrt{2}) = 0.707$ m/s
	b	250m/s	d	25m/s	

20 يمثل الرسم التالي التغير في الطاقة الحركية مع الزمن لكتلة معلقة بنابض تتحرك حركة توافقية بسيطة، احسب ما يلي: (علماً بأن ثابت النابض 64N/m)

1-التردد الزاوي (ω)

2-السعة (A)

3-طاقةالوضع المرونية عند الزمن (0.6 s)



إجابة

1) $\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{0.8} = 2.5\pi = 7.85 rad/s$

2) $E_T = E_{kmax} = \frac{1}{2} K A^2$ $A = \sqrt{\frac{2Ekmax}{K}} = \sqrt{\frac{2\times2}{64}} = 0.25m$

3) من الرسم البياني عند الزمن $t=0.6\ s$ الطاقة الحركية =

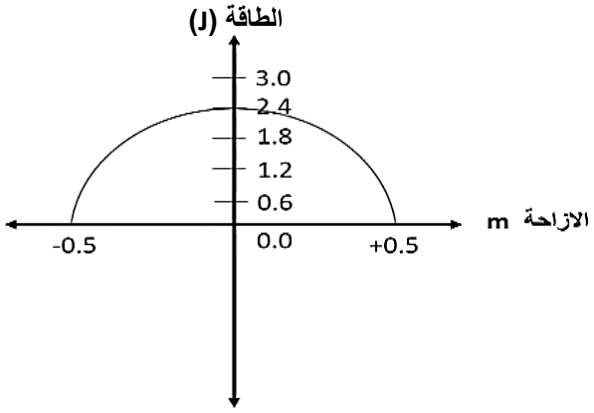
$E_P = E_T - E_K$ =2-2=0J

21 الرسم البياني التالي يوضح كيف تتغير طاقة الحركة مع الازاحة لنابض كتلي يتحرك حركة توافقية بسيطة

a. ما مقدار الطاقة الكلية ؟

b. ما مقدار طاقة الوضع عند إزاحة +0.5 m

c. اذكر تحولات الطاقة في النابض

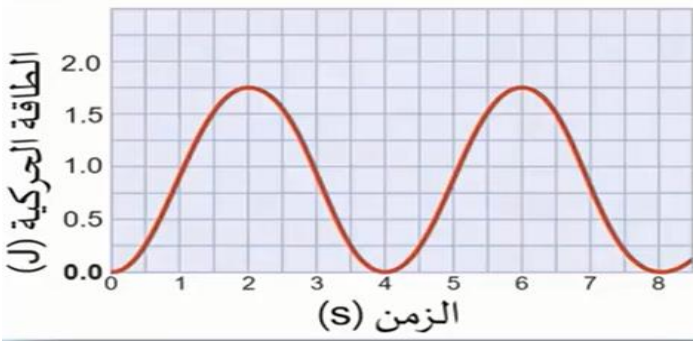


إجابة

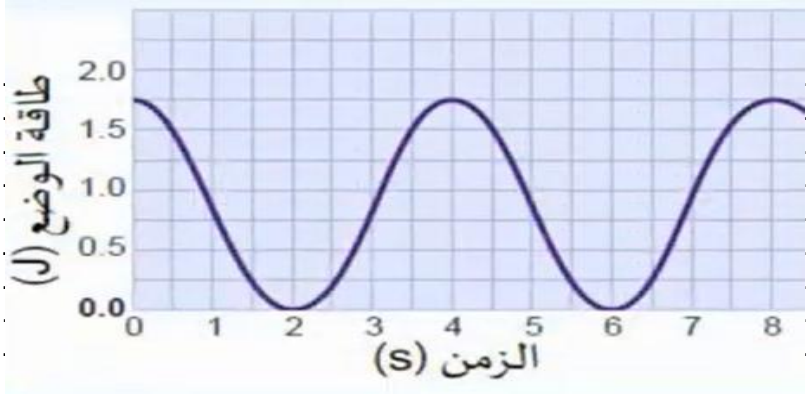
a- E_T= 2.4 b- E_p= 2.4 J

c-طاقة وضع عظمى عند أقصى إزاحة موجبة تتحول إلى طاقة حركة عظمى عند مرورها بنقطة الاتزان ثم إلى طاقة وضع عند أقصى إزاحة سالبة

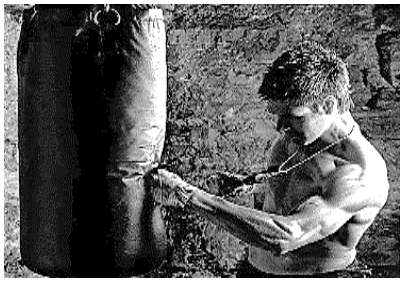
22 يمثل الرسم البياني التغير في الطاقة الحركية بالنسبة للزمن لكتلة تتحرك حركة توافقية بسيطة ارسم الرسم البياني للتغير في طاقة الوضع بدلالة الزمن لهذه الكتلة



إجابة



23 كيس ملاكمة كتلته 0.65 kg معلق بسقف، عندما يلكم ملاكم الكيس يتعرض لحركة توافقية بسيطة، فإذا كانت الطاقة الميكانيكية الكلية للاهتزازة 55 J. كم تبلغ أقصى سرعة لكيس الملاكمة؟



إجابة

$$E_T = E_{K(max)}$$

$$E_T = \frac{1}{2} m v_{max}^2$$

$$55 = \frac{1}{2} (0.65) v_{max}^2$$

$$v_{max}^2 = 169.23$$

$$v_{max} = 13\ m/s$$

24 تهتز كرة كتلتها 6 kg بحركة توافقية بسيطة سعة اهتزازها 3 cm، اذا بلغ زمنها الدوري 1.1s،احسب:

a. التردد الزاوي b. الطاقة الحركية عندما تكون الازاحة 3cm

c. طاقة الوضع العظمى للنظام d. الطاقة الكلية للنظام e. أقصى سرعة

g. ارسم رسماً بيانياً لطاقة الحركة وطاقة الوضع بدلالة الازاحة

إجابة

$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

$$\omega = \frac{2\pi}{1.1} = 5.7\ rad/s$$

B) الطاقة الحركية عندما تكون الإزاحة 3 cm.

$$E_k = 0\ J$$

حيث أنه وفقا لقانون حفظ الطاقة تكون طاقة الوضع للنظام قصوى عند أقصى إزاحة، وبالتالي فإن الطاقة الحركية تساوي صفراً.

C) الطاقة الحركية العظمى.

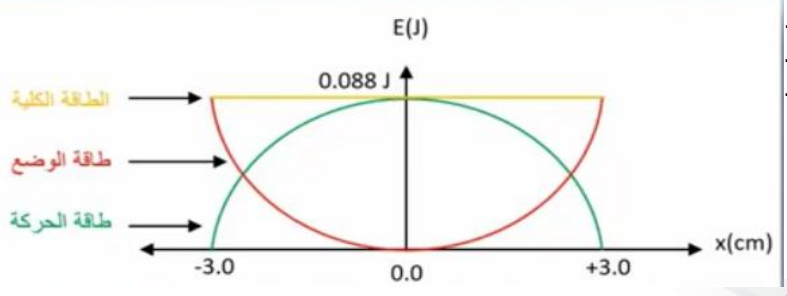
$$(E_K)_{MAX} = \frac{1}{2} m\omega^2 A^2$$

$$(E_K)_{MAX} = \frac{1}{2} X(6) X(5.7)^2 X(0.03)^2 = 0.088\ J$$

F) أقصى سرعة.

$$E_{k,max} = \frac{1}{2} m (v_{max})^2$$

$$v_{max} = \sqrt{\frac{2E_{k,max}}{m}} = \sqrt{\frac{2 \times 0.088}{6}} = 0.17\ m/s$$

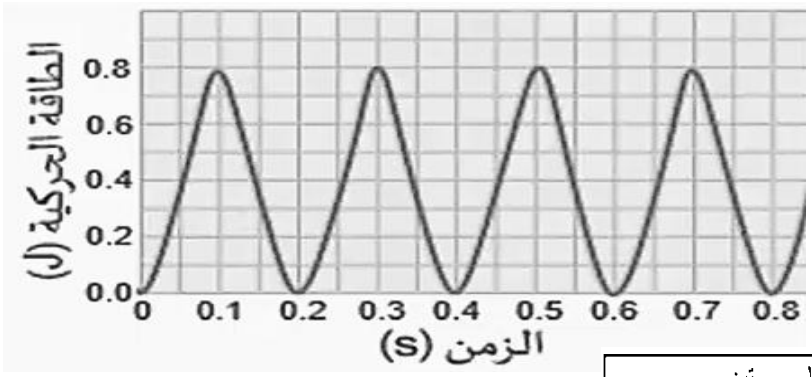


25 يبين الرسم البياني في الشكل المقابل التغير في الطاقة الحركية لكتلة مهتزة مقدارها 0.25kg معلقة بنابض . احسب :

a. التردد الزاوي

b. السعة

c. ثابت النابض



إجابة

- يمتلك النظام خلال الاهتزازة الواحدة طاقة حركة عظمى مرتين.
- يمتلك النظام خلال الاهتزازة الواحدة طاقة وضع تساوي الصفر ثلاث مرات.
- الزمن الدوري $T = 0.4\ s$
- الطاقة الحركية العظمى $E_{k,max} = 0.8\ J$

a) $\omega = \frac{2\pi}{T}$

$\omega = \frac{2\pi}{0.4} = 15.7\ rad/s$

b) $E_T = E_{k,max} = \frac{1}{2} m\omega^2 A^2$

$A = \sqrt{\frac{2E_T}{m\omega^2}}$

$A = \sqrt{\frac{2\times(0.8)}{(0.25)\times(15.7)^2}} = 0.16\ m$

c) $K = m\omega^2$

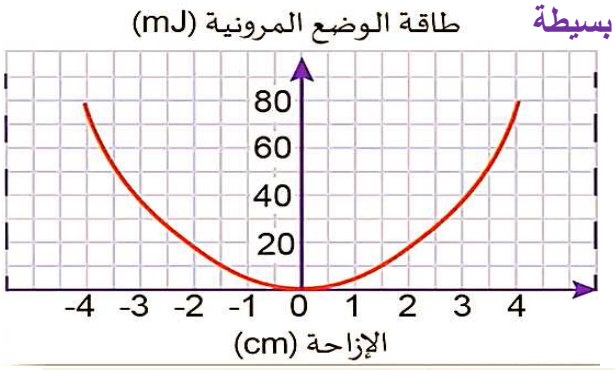
$K = (0.25)\times(15.7)^2 = 61.6\ N/m$

26 يبين الرسم البياني في الشكل المقابل التغير في طاقة الوضع المرونية اثناء اهتزاز كتلة مقدارها 0.4kg معلقة في نهاية نابض

a. احسب الطاقة الكلية للنظام اذا كانت الحركة توافقية بسيطة

b. احسب ثابت النابض لنظام الكتلة – النابض المهتز

c. احسب اقصى سرعة تحققها الكتلة



إجابة

1. حساب الطاقة الكلية

الطاقة الكلية للنظام تساوي طاقة الوضع المرونية العظمى للنظام، وبالتالي، وبالتالي فمن الرسم البياني نجد أن:

$E_T = E_{E,max} = 80\ mJ$

$= E_{E,max} = 0.080\ J$

2. حساب ثابت النابض (k)

لحساب ثابت النابض نستخدم علاقة طاقة الوضع المرونية العظمى أي عند سعة تساوي 4 cm:

$A = 4\ cm = 0.04\ m$

$E_{E,max} = \frac{1}{2} kA^2$

$0.08 = \frac{1}{2} k(0.04)^2$

$k = 100\ N/m$

3. حساب أقصى سرعة (v_{max})

الطاقة الكلية تساوي طاقة الوضع العظمى وتساوي أيضا الطاقة الحركية القصوى:

$E_T = E_{E,max} = E_{k,max} = \frac{1}{2} m v_{max}^2$

$0.08 = \frac{1}{2}(0.4) v_{max}^2$

$v_{max} = 0.63\ m/s$

27 يخضع نظام مهتز مغلق لحركة توافقية بسيطة ، ما الموقع الذي تتساوى فيه طاقة الحركة وطاقة الوضع

إجابة

$E_E = E_K \rightarrow \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}mv^2$

$K = \rightarrow v = \omega\sqrt{A^2 - x^2}$

$\frac{1}{2}m\omega^2x^2 = \frac{1}{2}m\omega^2(A^2 - x^2) \rightarrow x^2 = A^2 - x^2$

$2x^2 = A^2 \rightarrow x = \pm\frac{A}{\sqrt{2}}$

28 يبين الرسم البياني المقابل تبادل طاقتي الوضع والحركة لجسم كتلته 0.5 kg يخضع لحركة توافقية بسيطة

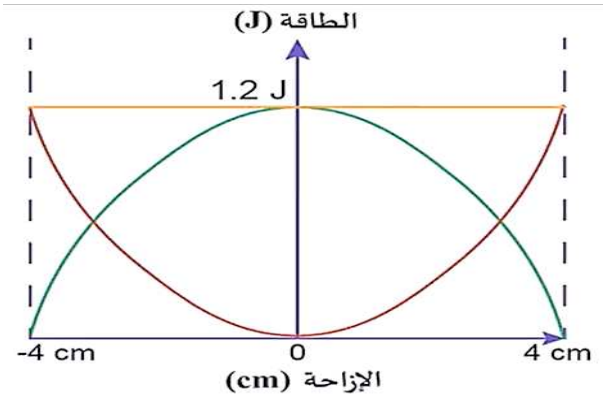
a-ارسم نسخة من الرسم البياني ودون عليها طاقة الوضع وطاقة الحركة والطاقة الكلية

b. احسب أقصى سرعة للجسم

c. احسب سعة الحركة

d. احسب طاقة الوضع عندما تكون الازاحة 1 cm.

e. احسب الطاقة الحركية عندما تكون الازاحة 1cm.



إجابة

$v_{max} = \sqrt{\frac{2E_{kmax}}{m}} = \sqrt{\frac{2 \times 1.2}{0.5}} = 2.2m/s$

$\omega = \sqrt{\frac{2 \times 1.2}{0.5 \times 0.04^2}} = 55rad/s$

$d - Ep = \frac{1}{2}m\omega^2x^2 = \frac{1}{2} \times 0.5 \times 55^2 \times 0.01^2 = 0.075\,J$

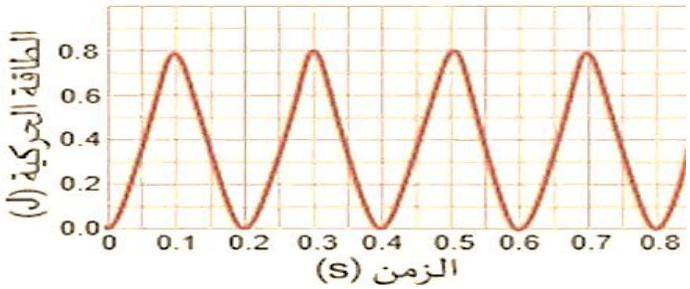
$e - Ep = \frac{1}{2}m\omega^2x^2 = \frac{1}{2} \times 0.5 \times 55^2 \times (0.04^2 - 0.01^2) = 1.134\,J$

29 يبين الرسم البياني في الشكل المقابل التغير في الطاقة الحركية لكتلة مهتزة مقدارها 0.25kg معلقة بنابض. احسب:

a. التردد الزاوي

b. السعة

c. ثابت النابض



إجابة

a) $\omega = \frac{2\pi}{T}$

$\omega = \frac{2\pi}{0.4} = 15.7 \ rad/s$

b) $E_T = E_{k,max} = \frac{1}{2} m\omega^2 A^2$

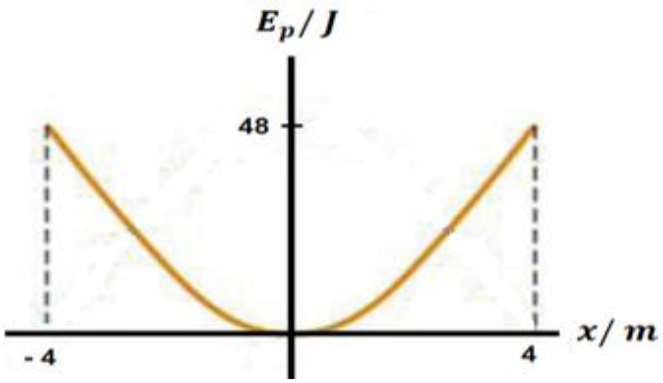
$A = \sqrt{\frac{2E_T}{m\omega^2}}$

$A = \sqrt{\frac{2\times(0.8)}{(0.25)\times(15.7)^2}} = 0.16 \ m$

c) $K = m\omega^2$

$K = (0.25)\times(15.7)^2 = 61.6 \ N/m$

30 الشكل المرافق يوضح منحنى (الطاقة – الإزاحة) لنابض كتلته $(450\ g)$ احسب السرعة الزاوية للنابض.



إجابة

$E_{p\,max} = \frac{1}{2} m\omega^2 A^2$

$\omega = \sqrt{\frac{2E_{p\,max}}{m \times A^2}}$

$\omega = \sqrt{\frac{2 \times 48}{0.45 \times 4^2}} = 3.65 rad/s$