شكراً لتحميلك هذا الملف من موقع المناهج القطرية

حل تدريبات الكتاب الوحدة الرابعة الدرس الثالث النسب المثلثية ومقلوباتها

تاريخ إضافة الملف على موقع المناهج: 2024-05-01 09:17:31

التواصل الاجتماعي بحسب المستوى العاشر

اضغط هنا للحصول على جميع روابط "المستوى العاشر"

روابط مواد المستوى العاشر على تلغرام

التربية الاسلامية	اللغة العربية	اللغة الانجليزية	الرياضيات

المزيد من الملفات بحسب المستوى العاشر والمادة رياضيات في الفصل الثاني

1	حل تدريبات الكتاب الوحدة الرابعة الدرس الثاني النسب المثلثية
2	حل تدريبات الكتاب الوحدة الرابعة الدرس الأول
3	الخطة الفصلية
4	تدريبات ومراجعات في المصفوفات والعمليات عليها

المزيد من الملفات بحسب المستوى العاشر والمادة رياضيات في الفصل الثاني	
5	مراجعة بحث الدائرة مع التمارين نهاية الفصل

ملخص المفهوم النسب المثلثية ومقلوباتها

س: ما هي القاعدة الأساسية للعمل مع النسب المثلثية ؟

[فهم العلاقات بين الأضلاع والزوايا في المثلث القائم الزاوية. استعمل هذه العلاقات لكتابة النسب المثلثية الست المتعلقة بالزوايا الحادة.]

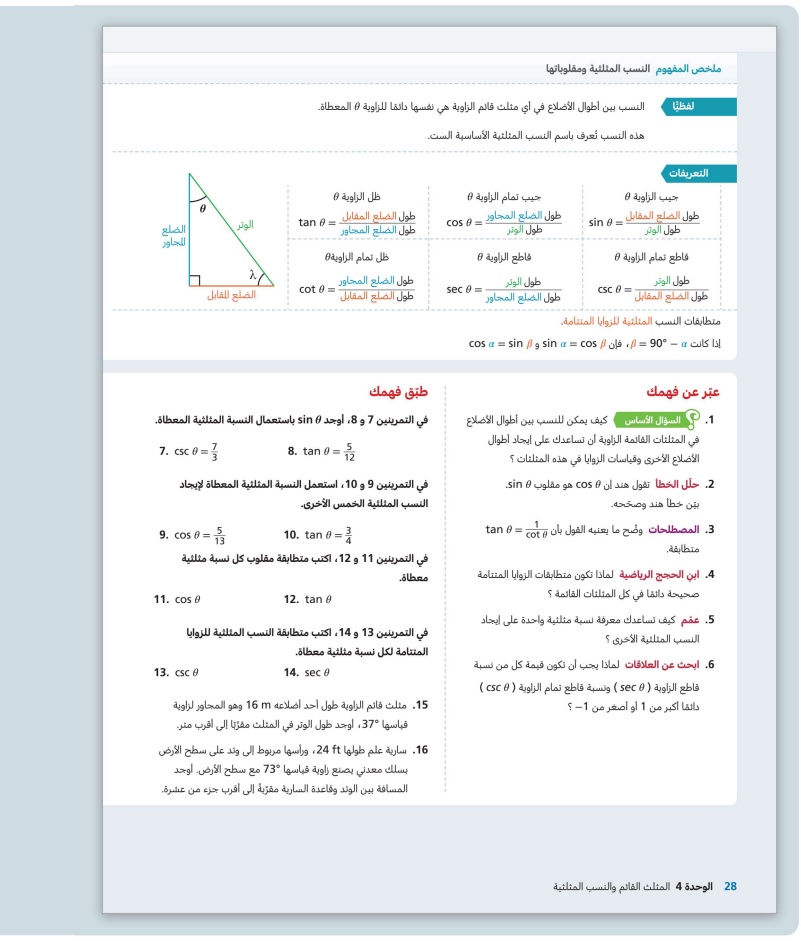
عبّر عن فهمك | طبّق فهمك

خطأ شائع

التمرين 15 قد يحدّد الطلاب أجزاء المثلث القائم الزاوية بطريقة غير صحيحة، وذلك بوضع 16 m عند الضلع المقابل بدلًا من الضلع المجاور. أعد تعريف المصطلحين "مجاور" و "مقابل" لتساعد الطلاب على فهم موقع الضلعين المقابل والمجاور بالنسبة للزاوية الحادة في المثلث القائم الزاوية بشكل أفضل.

الإجابات

1. تسمح معرفة النسب بإيجاد قياس أي زاوية أو طول أي ضلع في مثلث قائم الزاوية عند معرفة قياس زاوية واحدة وطول ضلع واحد أو ضلعين.
2. $\cos\theta = \frac{\text{المجاور}}{\text{الوتر}}$ ؛ وهو مقلوب $\frac{\text{الوتر}}{\text{المجاور}}$، الذي يساوي $\sec\theta$.
ثمة علاقة بين جيب الزاوية و جيب تمام الزاوية من خلال متطابقات النسب المثلثية للزوايا المتتامة، لا من خلال متطابقات المقلوبات.
3. المتطابقة هي معادلة صحيحة دائمًا. ظل الزاوية θ هو $\frac{\text{المقابل}}{\text{المجاور}}$، وهو يساوي $\frac{1}{\frac{\text{المجاور}}{\text{المقابل}}}$ أو $\frac{1}{\cot\theta}$ بغض النظر عن قياس الزاوية.
4. تحتوي كل المثلثات القائمة الزاوية على زاوية قياسها 90°، لذا فإن الزاويتين الأخريين متتامتان دائمًا. الضلع المجاور لإحدى هاتين الزاويتين يكون مقابلًا للزاوية الأخرى، لذا فإن جيب التمام لإحدى الزاويتين يجب أن يساوي جيب الزاوية الأخرى $(90° - \theta)$.
5. إن معرفة نسبة مثلثية واحدة تساعد في معرفة طولَي ضلعين من أضلاع المثلث القائم الزاوية. يمكن استعمال نظرية فيثاغورس لإيجاد طول الضلع الثالث. عند معرفة أطوال كل الأضلاع، يمكن إيجاد كل النسب.
6. البسط في النسبتين هو طول الوتر. بما أن الوتر يجب أن يكون أطول من الضلعين المجاور والمقابل، فإن قيمة النسبة يجب أن تكون أكبر من 1 أو أصغر من 1−
7. $\sin\theta = \frac{3}{7}$
8. $\sin\theta = \frac{5}{13}$
9. $\sin\theta = \frac{12}{13}$, $\tan\theta = \frac{12}{5}$, $\csc\theta = \frac{13}{12}$, $\sec\theta = \frac{13}{5}$, $\cot\theta = \frac{5}{12}$
10. $\sin\theta = \frac{3}{5}$, $\cos\theta = \frac{4}{5}$, $\csc\theta = \frac{5}{3}$, $\sec\theta = \frac{5}{4}$, $\cot\theta = \frac{4}{3}$
11. $\cos\theta = \frac{1}{\sec\theta}$
12. $\tan\theta = \frac{1}{\cot\theta}$
13. $\csc\theta = \sec(90° - \theta)$
14. $\sec\theta = \csc(90° - \theta)$
15. 20 m
16. 7.3 ft



ملخص المفهوم النسب المثلثية ومقلوباتها

لفظيًا
النسب بين أطوال الأضلاع في أي مثلث قائم الزاوية هي نفسها دائمًا للزاوية θ المعطاة.

هذه النسب تُعرف باسم النسب المثلثية الأساسية الست.

التعريفات

جيب الزاوية θ	جيب تمام الزاوية θ	ظل الزاوية θ
$\sin\theta = \frac{\text{طول الضلع المقابل}}{\text{طول الوتر}}$	$\cos\theta = \frac{\text{طول الضلع المجاور}}{\text{طول الوتر}}$	$\tan\theta = \frac{\text{طول الضلع المقابل}}{\text{طول الضلع المجاور}}$
قاطع تمام الزاوية θ	قاطع الزاوية θ	ظل تمام الزاوية θ
$\csc\theta = \frac{\text{طول الوتر}}{\text{طول الضلع المقابل}}$	$\sec\theta = \frac{\text{طول الوتر}}{\text{طول الضلع المجاور}}$	$\cot\theta = \frac{\text{طول الضلع المجاور}}{\text{طول الضلع المقابل}}$

الوتر، الضلع المجاور، الضلع المقابل، θ

متطابقات النسب المثلثية للزوايا المتتامة.

إذا كانت $\alpha + \beta = 90°$، فإن $\sin\alpha = \cos\beta$ و $\cos\alpha = \sin\beta$

عبّر عن فهمك

1. السؤال الأساس كيف يمكن للنسب بين أطوال الأضلاع في المثلثات القائمة الزاوية أن تساعدك على إيجاد أطوال الأضلاع الأخرى وقياسات الزوايا في هذه المثلثات ؟
2. حلّل الخطأ تقول هند إن $\cos\theta$ هو مقلوب $\sin\theta$. بيّن خطأ هند وصححه.
3. المصطلحات وضّح ما يعنيه القول بأن $\tan\theta = \frac{1}{\cot\theta}$ متطابقة.
4. ابن الحجج الرياضية لماذا تكون متطابقات الزوايا المتتامة صحيحة دائمًا في كل المثلثات القائمة ؟
5. عمّم كيف تساعدك معرفة نسبة مثلثية واحدة على إيجاد النسب المثلثية الأخرى ؟
6. ابحث عن العلاقات لماذا يجب أن تكون قيمة كل من نسبة قاطع الزاوية ($\sec\theta$) ونسبة قاطع تمام الزاوية ($\csc\theta$) دائمًا أكبر من 1 أو أصغر من 1− ؟

طبّق فهمك

في التمرينين 7 و 8، أوجد $\sin\theta$ باستعمال النسبة المثلثية المعطاة.

7. $\csc\theta = \frac{7}{3}$
8. $\tan\theta = \frac{5}{12}$

في التمرينين 9 و 10، استعمل النسبة المثلثية المعطاة لإيجاد النسب المثلثية الخمس الأخرى.

9. $\cos\theta = \frac{5}{13}$
10. $\tan\theta = \frac{3}{4}$

في التمرينين 11 و 12، اكتب متطابقة مقلوب كل نسبة مثلثية معطاة.

11. $\cos\theta$
12. $\tan\theta$

في التمرينين 13 و 14، اكتب متطابقة النسب المثلثية للزوايا المتتامة لكل نسبة مثلثية معطاة.

13. $\csc\theta$
14. $\sec\theta$

15. مثلث قائم الزاوية طول أحد أضلاعه 16 m وهو المجاور لزاوية قياسها 37°، أوجد طول الوتر في المثلث مقرّبًا إلى أقرب متر.
16. سارية علم طولها 24 ft، ورأسها مربوط إلى وتد على سطح الأرض بسلك معدني يصنع زاوية قياسها 73° مع سطح الأرض. أوجد المسافة بين الوتد وقاعدة السارية مقرّبة إلى أقرب جزء من عشرة.

28 الوحدة 4 المثلث القائم والنسب المثلثية

تدرَّب وحُل مسائل

دليل المهام

أساسي	متقدم
17-32, 34-40	17-24, 26-40

تحليل التمارين

المثال	التمارين	العمق المعرفي
1	20, 23, 24, 37	1
	18, 19, 21	2
2	25-28	1
	17	2
3	22, 29, 34-36, 39, 40	2
4	30, 31	1
5	32, 33, 38	1

الإجابات

17. نعم؛ إذا علمت طول ضلع واحد وقياس زاوية غير قائمة، يمكنك استعمال نسبة مثلثية لإيجاد طولي الضلعين الآخرين وقياس الزاوية الثالثة. إذا علمت طولي ضلعين، يمكنك استعمال نظرية فيثاغورس لإيجاد طول الضلع الثالث، ثم استعمال النسب المثلثية لإيجاد قياسات الزوايا.

18. الجيب هو نسبة طول الضلع المقابل إلى طول الوتر. الوتر يكون أطول دائمًا من الضلعين الآخرين، ولا يمكن أن تكون أطوال الأضلاع سالبة، لذا فإن الجيب هو $\frac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}}$، أي إن قيمته تقع دائمًا بين 0 و 1

19. المعطى في المسألة هو طول الضلع المجاور، وليس طول الضلع المقابل، لذا كان على ناصر استعمال جيب التمام: $\cos 41° = \frac{25}{x}$ ؛ $x \approx 33.1$ in

20. $\sec\theta = \frac{1}{\cos\theta} = \frac{1}{\frac{\text{المجاور}}{\text{الوتر}}} = \frac{\text{الوتر}}{\text{المجاور}}$

21. إذا كانت قياسات الزوايا الثلاث معطاة، فهناك عدد لانهائي من أطوال الأضلاع التي تجعل النسب المثلثية صحيحة. على سبيل المثال، $\sin 30°$ يساوي طول أي ضلع مقابل إلى طول أي وتر بحيث تكون نسبتهما 0.5؛ من ناحية أخرى، إذا كانت أطوال الأضلاع الثلاثة معطاة، يمكن تحديد قياسات الزوايا الثلاث باستعمال النسب المثلثية المناسبة.

22. 4 ft

23. $\sin\theta = \frac{24}{26}$, $\cos\theta = \frac{10}{26}$, $\tan\theta = \frac{24}{10}$, $\csc\theta = \frac{26}{24}$, $\sec\theta = \frac{26}{10}$, $\cot\theta = \frac{10}{24}$

24. $\sin\theta = \frac{8}{10}$, $\cos\theta = \frac{6}{10}$, $\tan\theta = \frac{8}{6}$, $\csc\theta = \frac{10}{8}$, $\sec\theta = \frac{10}{6}$, $\cot\theta = \frac{6}{8}$

25. $\sin\theta = \frac{3}{5}$, $\tan\theta = \frac{3}{4}$, $\csc\theta = \frac{5}{3}$, $\sec\theta = \frac{5}{4}$, $\cot\theta = \frac{4}{3}$

26. $\sin\theta = \frac{16}{20}$, $\cos\theta = \frac{12}{20}$, $\tan\theta = \frac{16}{12}$, $\csc\theta = \frac{20}{16}$, $\sec\theta = \frac{20}{12}$

27. $\sin\theta = \frac{15}{17}$, $\cos\theta = \frac{8}{17}$, $\tan\theta = \frac{15}{8}$, $\sec\theta = \frac{17}{8}$, $\cot\theta = \frac{8}{15}$

28. $\sin\theta = \frac{48}{52}$, $\cos\theta = \frac{20}{52}$, $\tan\theta = \frac{48}{20}$, $\csc\theta = \frac{52}{48}$, $\cot\theta = \frac{20}{48}$

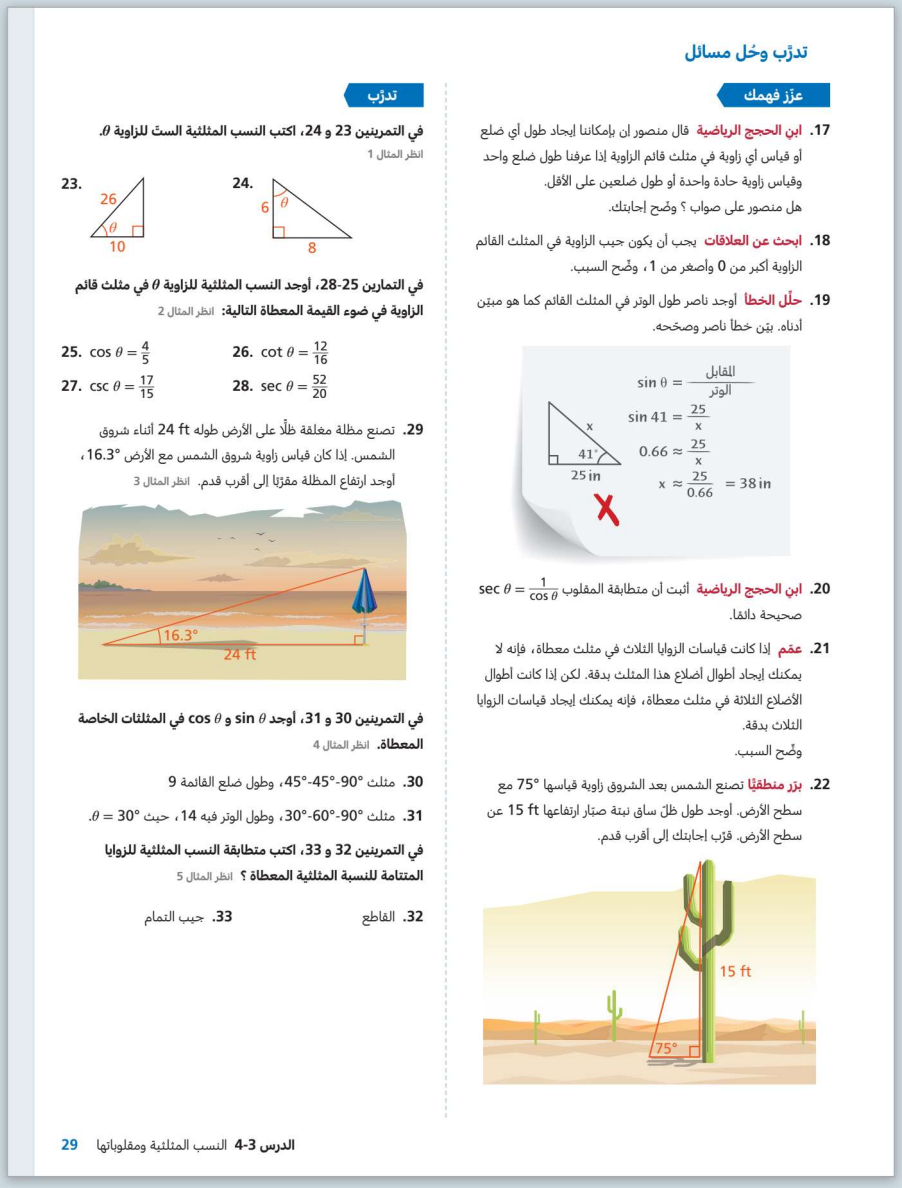
29. 7 ft

30. $\sin\theta = \frac{\sqrt{2}}{2}$, $\cos\theta = \frac{\sqrt{2}}{2}$

31. $\sin\theta = \frac{1}{2}$, $\cos\theta = \frac{\sqrt{3}}{2}$

32. $\sec\theta = \csc(90° - \theta)$

33. $\cos\theta = \sin(90° - \theta)$



تدرَّب وحُل مسائل

عزِّز فهمك

17. ابن الحجج الرياضية قال منصور إن بإمكاننا إيجاد طول أي ضلع أو قياس أي زاوية في مثلث قائم الزاوية إذا عرفنا طول ضلع واحد وقياس زاوية حادة واحدة أو طول ضلعين على الأقل.
هل منصور على صواب ؟ وضّح إجابتك.

18. ابحث عن العلاقات يجب أن يكون جيب الزاوية في المثلث القائم الزاوية أكبر من 0 وأصغر من 1، وضّح السبب.

19. حلّل الخطأ أوجد ناصر طول الوتر في المثلث القائم كما هو مبيّن أدناه. بيّن خطأ ناصر وصحّحه.

$\sin\theta = \frac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}}$
$\sin 41 = \frac{25}{x}$
$0.66 \approx \frac{25}{x}$
$x \approx \frac{25}{0.66} = 38$ in

20. ابن الحجج الرياضية أثبت أن متطابقة المقلوب $\sec\theta = \frac{1}{\cos\theta}$ صحيحة دائمًا.

21. عمّم إذا كانت قياسات الزوايا الثلاث في مثلث معطاة، فإنه لا يمكنك إيجاد أطوال أضلاع هذا المثلث بدقة. لكن إذا كانت أطوال الأضلاع الثلاثة في مثلث معطاة، فإنه يمكنك إيجاد قياسات الزوايا الثلاث بدقة.
وضّح السبب.

22. برز منطقيًا تصنع الشمس بعد الشروق زاوية قياسها 75° مع سطح الأرض. أوجد طول ظلّ ساق نبتة صبّار ارتفاعها 15 ft عن سطح الأرض. قرّب إجابتك إلى أقرب قدم.

15 ft
75°

تدرَّب

في التمرينين 23 و 24، اكتب النسب المثلثية الستّ للزاوية θ. انظر المثال 1

23.
26
θ
10

24.
6
θ
8

في التمارين 25-28، أوجد النسب المثلثية للزاوية θ في مثلث قائم الزاوية في ضوء القيمة المعطاة التالية: انظر المثال 2

25. $\cos\theta = \frac{4}{5}$ **26.** $\cot\theta = \frac{12}{16}$

27. $\csc\theta = \frac{17}{15}$ **28.** $\sec\theta = \frac{52}{20}$

29. تصنع مظلة مغلقة ظلًا على الأرض طوله 24 ft أثناء شروق الشمس. إذا كان قياس زاوية شروق الشمس مع الأرض 16.3°، أوجد ارتفاع المظلة مقرّبًا إلى أقرب قدم. انظر المثال 3

16.3°
24 ft

في التمرينين 30 و 31، أوجد $\sin\theta$ و $\cos\theta$ في المثلثات الخاصة المعطاة. انظر المثال 4

30. مثلث 90°-45°-45°، وطول ضلع القائمة 9

31. مثلث 90°-60°-30°، وطول الوتر فيه 14، حيث $\theta = 30°$.

في التمرينين 32 و 33، اكتب متطابقة النسب المثلثية للزوايا المتتامة للنسبة المثلثية المعطاة ؟ انظر المثال 5

32. القاطع **33.** جيب التمام

الإجابات

34. 24.5 ft

35. $\tan 75° = 3.7$، وهذا يساوي 4 تقريبًا.
لذا، إذا استعمل أحدهم القاعدة، فسيحصل على زاوية قياسها 75° تقريبًا. يمكن للشخص الوصول إلى زاوية يبلغ قياسها 76° كحد أقصى باستعمال القاعدة، وستكون أعلى من الشرط الذي وضعته إدارة الصحة والسلامة.

36. 41.4 in

37. 195 ft

40. **الجزء A** 12 ft تقريبًا

الجزء B 32 ft تقريبًا

تدرَّب وحُل مسائل

طبّق

34. فكّر وثابر في الحل شاهد سالم صخرتين متقابلتين تشكّلان ما يشبه واديًا ضيقًا، إحداهما تواجه سالم مباشرةً والأخرى تصنع زاوية قياسها 27° مع الصخرة الأولى كما تُرى من موقع سالم. استعمل المعطيات المدونة على الصورة لإيجاد المسافة بين الصخرتين. قرّب الإجابة إلى أقرب جزء من عشرة.

35. برز منطقيًا وضعت إدارة الصحة والسلامة قاعدة "1 في 4" (أي وحدة أفقية واحدة لكل 4 وحدات رأسية) لتحديد ما إذا كانت وضعية السلّم آمنة أثناء استعماله.
من جهة أخرى، يُعتبر أن القياس الأقصى للزاوية التي يشكّلها السلّم مع الأرض وتضمن استعمالًا آمنًا له هو 75°، استعمل نسبة مثلثية لتحديد ما إذا كانت قاعدة "1 في 4" تضمن استعمالًا آمنًا للسلم.

36. نمذج ثُبتت لوحة مزخرفة بواسطة سلك معدني طوله 42 in يوتد على سطح الأرض. إذا كان السلك يصنع مع سطح الأرض زاوية قياسها 80°، أوجد ارتفاع اللوحة.

37. فكّر وثابر في الحل يُستعمل سلك منحدر لإرسال أدوات من برج مراقبة إلى آخر. ثُبت أحد طرفيه عند ارتفاع 28 ft على عمود البرج الأول والطرف الثاني عند ارتفاع 11 ft على عمود البرج الآخر. ينحدر السلك بزاوية تساوي 85° مع العمود الأول كما هو موضّح.
أوجد طول السلك إذا كان مشدودًا تمامًا .
قرّب إجابتك إلى أقرب عدد كلّي.

تدرَّب على اختبار

38. صِل كل نسبة مثلثية في العمود الأيسر بمقلوبها في العمود الأيمن.

1. $\sin\theta$
2. $\sec\theta$
3. $\tan\theta$
4. $\cos\theta$
5. $\csc\theta$
6. $\cot\theta$

A. $\frac{1}{\cos\theta}$
B. $\frac{1}{\sin\theta}$
C. $\frac{1}{\cot\theta}$
D. $\frac{1}{\sec\theta}$
E. $\frac{1}{\tan\theta}$
F. $\frac{1}{\csc\theta}$

39. اختبار SAT/ACT أيّ مما يلي صحيح ؟

Ⓐ $\sin\theta = \csc(90° - \theta)$

Ⓑ $\sec\theta = \cos(90° - \theta)$

Ⓒ $\tan\theta = \cos(90° - \theta)$

Ⓓ $\sec\theta = \sin(90° - \theta)$

Ⓔ $\tan\theta = \cot(90° - \theta)$

40. مهمة أدائية قفز كلب ماجد في جدول مائي من حافة جسر وسبح في مسار يصنع زاوية قياسها 68° مع الجسر. عبر ماجد الجسر وسار في اتجاه التيار ليقابل الكلب. كما هو موضح في الشكل أدناه.

الجزء A أوجد طول الجزء من الجسر الذي يصل بين ضفتي النهر بالأقدام.

الجزء B أوجد المسافة التي سبحها الكلب بالأقدام.

30 **الوحدة 4** المثلث القائم والنسب المثلثية