ملخص شرح درس المعادلات المثلثية مع الأمثلة المحلولة

	Fileae.com/om 2026 2025 موقع فايلاتي العمانية

تم تحميل هذا الملف من موقع المناهج العمانية
موقع فايلاتي ⇦ المناهج العمانية ⇦ الصف الثاني عشر ⇦ رياضيات متقدمة ⇦ الفصل الأول ⇦ ملفات متنوعة ⇦ الملف
تاريخ إضافة الملف على موقع المناهج: 2025-11-03 11:21:46
المزيد من مادة رياضيات متقدمة: ملفات ا كتب للمعلم ا كتب للطالب ا اختبارات الكترونية ا اختبارات ا حلول ا عروض بوربوينت ا أوراق عمل منهج انجليزي ا ملخصات وتقارير ا مذكرات وبنوك ا الامتحان النهائي ا للمدرس
إعداد: مصطفى محمود

التواصل الاجتماعي بحسب الصف الثاني عشر					
صفحة المناهج العمانية على فيسبوك					

المزيد من الملفات بحسب الصف الثاني عشر والمادة رياضيات متقدمة في الفصل الأول	
ملخص وتمارين درس المتطابقات المثلثية	1
ملخص وتمارين درس المتطابقات	2
ملخص درس التحويلات الهندسية للدوال المثلثية	3
دفترية الوحدة الثالثة مقدمة في النهايات والاتصال	4
ملخص شامل وحل تمارين الكتاب للوحدة الأولى القياس الدائري من سلسلة العبير	5

المعادلات المثلثية

المعادلات المثلثية هي معادلة تحتوي على أحد النسب المثلثية وتكون الزاوية مجهولة

الهدف من حل المعادلات المثلثية: إيجاد جميع القيم الممكنة للزاوية (من خلال إشارة النسبة المثلثية واعتماداً على زاوية الأساس)

وسوف نقوم بتقسيم أنماط المعادلات الى مجموعات حتى يسهل عليك التدريب على حلها

المجموعة الأولى

يكون المجهول س، ونطاق الحل ٠° ≤ س ≤ ٣٦٠°

(١) حل كل معادلة من المعادلات الآتية، حيث ٠° ≤ س ≤ ٣٦٠°

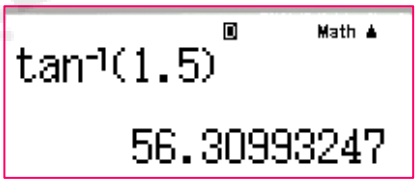
(أ) ظا س = ١,٥

الحل

باستخدام العملية العكسية

س = ظا$^{-١}$ (١,٥)

باستخدام الحاسبة



تكون ظا س موجبة في الربع الأول والثالث

في الربع الأول س = ٥٦,٣°

في الربع الثالث س= ١٨٠ + ٥٦,٣ = ٢٣٦,٣°

(ب) جا س = ٠,٤

الحل

باستخدام العملية العكسية

س = جا$^{-١}$ (٠,٤)

باستخدام الحاسبة

تكون جا س موجبة في الربع الأول والثاني

في الربع الأول س = ٢٣,٦°

في الربع الثاني س= ١٨٠ – ٢٣,٦ = ١٥٦,٤°

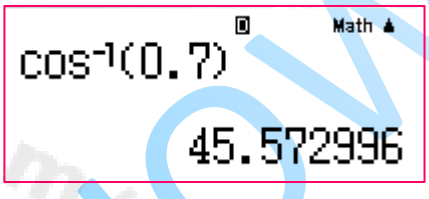
(ج) جتا س = ٠,٧

الحل

باستخدام العملية العكسية

س = جتا $^{-١}$ (٠,٧)

باستخدام الحاسبة



تكون جتا س موجبة في الربع الأول والرابع

في الربع الأول س = ٤٥,٦°

في الربع الرابع س= ٣٦٠ - ٤٥,٦ = ٣١٤,٤°

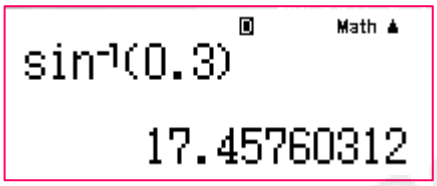
(د) جا س = -٠,٣

الحل

باستخدام العملية العكسية

س = جا $^{-١}$ (-٠,٣)

باستخدام الحاسبة بكتابة القيمة الموجبة للنسبة المثلثية



تكون جا س سالبة في الربع الثالث والرابع

في الربع الثالث س= ١٨٠ + ١٧,٥ = ١٩٧,٥°

في الربع الرابع س= ٣٦٠ – ١٧,٥ = ٣٤٢,٥°

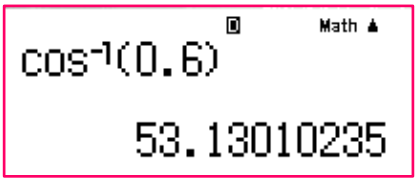
(هـ) جتا س = -٠,٦

الحل

باستخدام العملية العكسية

س = جتا $^{-١}$ (-٠,٦)

باستخدام الحاسبة بكتابة القيمة الموجبة للنسبة المثلثية



تكون جتا س سالبة في الربع الثاني والثالث

في الربع الثاني س= ١٨٠ – ٥٣,١ = ١٢٦,٩°

في الربع الثالث س= ١٨٠ +٥٣,١ = ٢٣٣,١°

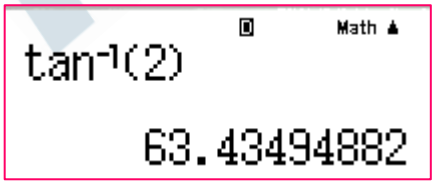
(و) ظا س = -٢

الحل

باستخدام العملية العكسية

س = ظا $^{-١}$ (-٢)

باستخدام الحاسبة بكتابة القيمة الموجبة للنسبة المثلثية



تكون ظا س سالبة في الربع الثاني والرابع

في الربع الثاني س= ١٨٠ – ٦٣,٤ = ١١٦,٦°

في الربع الرابع س= ٣٦٠ – ٦٣,٤ = ٢٩٦,٦°

(ز) ٢جتا س -١= ٠

الحل

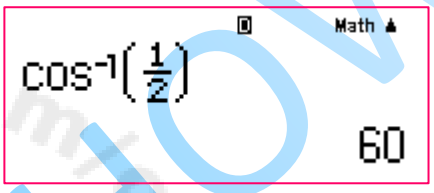
باستخدام العملية العكسية

٢ جتا س = ١

جتا س = $\frac{١}{٢}$

س= جتا$^{-١}$ ($\frac{١}{٢}$)

باستخدام الحاسبة



تكون جتا س موجبة في الربع الأول والرابع

في الربع الأول س= ٦٠°

في الربع الرابع س= ٣٦٠ - ٦٠=٣٠٠°

(ح) ٥جا س +٣= ٠

الحل

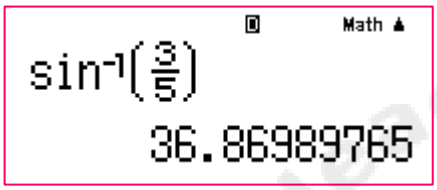
باستخدام العملية العكسية

٥ جا س = -٣

جا س = $\frac{-٣}{٥}$

س= جا$^{-١}$ ($\frac{-٣}{٥}$)

باستخدام الحاسبة بكتابة القيمة الموجبة للنسبة المثلثية



تكون جا س سالبة في الربع الثالث والرابع

في الربع الثالث س= ١٨٠ +٣٦,٩= ٢١٦,٩°

في الربع الرابع س= ٣٦٠ – ٣٦,٩=٣٢٣,١°

(٢) حل كل معادلة من المعادلات الآتية، حيث ٠ ≤ س ≤ ٢π

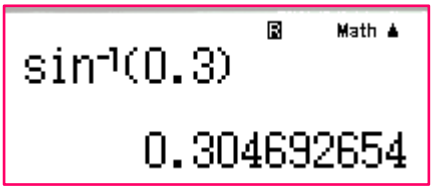
(أ) جا س = ٠,٣

الحل

باستخدام العملية العكسية

س = جا$^{-١}$ (٠,٣)

باستخدام الحاسبة في وضع rad



تكون جا س موجبة في الربع الأول والثاني

في الربع الأول س = ٠,٣٠٥ ᶜ

في الربع الثاني س= π – ٠,٣٠٥ = ٢,٨٣٦٩ ᶜ

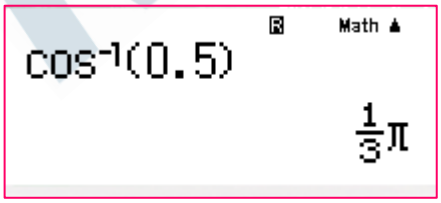
(ب) جتا س = ٠,٥

الحل

باستخدام العملية العكسية

س = جتا$^{-١}$ (٠,٥)

باستخدام الحاسبة في وضع rad أو من جدول النسب المثلثية للزوايا الخاصة



تكون جتا س موجبة في الربع الأول والرابع

في الربع الأول س = $\frac{\pi}{٣}$

في الربع الرابع س= ٢π – $\frac{\pi}{٣}$ = $\frac{٥\pi}{٣}$

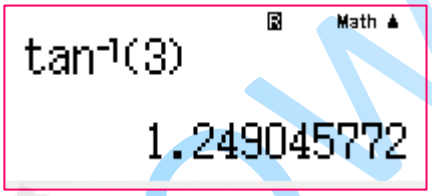
(ج) ظا س = ٣

الحل

باستخدام العملية العكسية

س = ظا$^{-١}$ (٣)

باستخدام الحاسبة في وضع rad



تكون ظا س موجبة في الربع الأول والثالث

في الربع الأول س = ١,٢٥ ^{د}

في الربع الثالث س= π + ١,٢٥ = ٤,٣٩ ^{ئ}

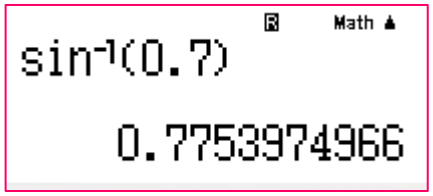
(د) جا س = -٠,٧

الحل

باستخدام العملية العكسية

س = جا$^{-١}$ (-٠,٧)

باستخدام الحاسبة بكتابة القيمة الموجبة للنسبة المثلثية



تكون جا س سالبة في الربع الثالث والرابع

في الربع الثالث س = π + ٠,٧٧٥ = ٣,٩٢ ^{ئ}

في الربع الرابع س= ٢π − ٣,٩٢ = ٢,٣٧ ^{ئ}

(ج) ظا س = -٣

الحل

(د) جتا س = -٠,٥

الحل

(ز) ٤جا س = ٣

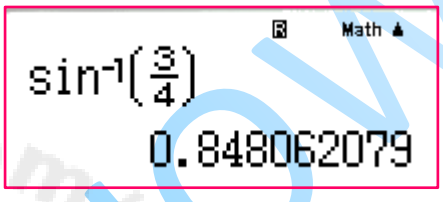
الحل

بالقسمة على ٤

جا س = $\frac{٣}{٤}$

س= جا$^{-١}$ ($\frac{٣}{٤}$)

باستخدام الحاسبة



تكون جا س موجبة في الربع الأول والثاني

في الربع الأول س= ٠,٨٤٨ ^{د}

في الربع الرابع س= π — ٠,٨٤٨ = ٢,٢٩ ^{ج}

(ح) ٥ظا س +٧= ٠

الحل

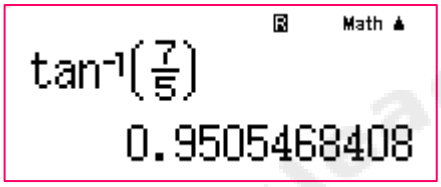
باستخدام العملية العكسية

٥ ظا س = -٧

ظا س = $\frac{-٧}{٥}$

س= ظا$^{-١}$ ($\frac{-٧}{٥}$)

باستخدام الحاسبة بكتابة القيمة الموجبة للنسبة المثلثية



تكون ظا س سالبة في الربع الثاني والرابع

في الربع الثاني س= π — ٠,٩٥ = ٢,١٩ ^{ج}

في الربع الرابع س= ٢π — ٠,٩٥ = ٥,٣٣ ^{ج}

المجموعة الثانية

يكون المجهول ٢س، ونطاق الحل ٠° ≤ س ≤ ١٨٠°

عندما تقع الزاوية س في نطاق الحل ٠° ≤ س ≤ ١٨٠°

تقع الزاوية ٢س في نطاق جديد على النحو التالي:

٢ × ٠° ≤ ٢س ≤ ٢ × ١٨٠°

ويكون النطاق الجديد للزاوية ٢س هو

٠° ≤ س ≤ ٣٦٠°

تطبق نفس الخطوات السابقة عندما تتغير س الى أي مضاعف أخر فنقوم بضرب النطاق × المضاعف حتى نحصل على النطاق الجديد

(٣) حل كل معادلة من المعادلات الآتية، حيث ٠° ≤ س ≤ ١٨٠°

(أ) جتا ٢س = ٠,٦

الحل

إيجاد نطاق ٢س بضرب النطاق الأصلي × ٢

يكون نطاق الزاوية ٢س هو : ٠° ≤ ٢س ≤ ٣٦٠°

باستخدام العملية العكسية

٢س = جتا$^{-١}$ (٠,٦)

باستخدام الحاسبة

٢س = ٥٣,١°

تكون جتا س موجبة في الربع الأول والرابع

في الربع الأول: ٢س = ٥٣,١° **بالقسمة على ٢**

س = ٢٦,٥٥°

في الربع الرابع: ٢س = ٣٦٠ – ٥٣,١ = ٣٠٦,٩°

س = ١٥٣,٤٥°

(ب) جا ٣س = ٠,٨

الحل

إيجاد نطاق ٣س بضرب النطاق الأصلي × ٣

يكون نطاق الزاوية ٣س هو : ٠° ≤ ٣س ≤ ٥٤٠°

باستخدام العملية العكسية

٣س = جا$^{-١}$ (٠,٨)

باستخدام الحاسبة

٣س = ٥٣,١°

تكون جا س موجبة في الربع الأول والثاني في كل دورة

في نطاق من صفر الى ٣٦٠ تكون موجبة في الربع الأول والثاني

في الربع الأول: ٣س = ٥٣,١° **بالقسمة على ٣**

س = ١٧,٧°

في الربع الثاني: ٣س = ١٨٠ – ٥٣,١ = ١٢٦,٩°

س = ٤٢,٣°

تكون جاس موجبة في الربع الأول من الدورة الثانية من ٣٦٠ الى ٤٥٠، كذلك في الربع الثاني من ٤٥٠ الى ٥٤٠

في الربع الأول: ٣س = ٣٦٠ + ٥٣,١ = ٤١١,٣

س = ١٣٧,٣°

في الربع الثاني: ٣س = ٥٤٠ – ٥٣,١ = ٤٨٦,٩°

س = ١٦٢,٣°

(أ) ظا ٢س = ٤

الحل

إيجاد نطاق ٢س بضرب النطاق الأصلي × ٢

يكون نطاق الزاوية ٢س هو : ٠ ≤ ٢س ≤ ٣٦٠°

باستخدام العملية العكسية

٢س = ظا$^{-١}$ (٤)

باستخدام الحاسبة

٢س= ٧٦°

تكون ظا س موجبة في الربع الأول والثالث

في الربع الأول: ٢س= ٧٦° بالقسمة على ٢

س = ٣٨°

في الربع الثالث: ٢س= ١٨٠ + ٧٦ = ٢٥٦°

س= ١٢٨°

(ج) جا ٢س = -٠,٥

الحل

إيجاد نطاق ٢س بضرب النطاق الأصلي × ٢

يكون نطاق الزاوية ٢س هو : ٠ ≤ ٢س ≤ ٣٦٠°

باستخدام العملية العكسية

٢س = جا$^{-١}$ (-٠,٥)

باستخدام الحاسبة للقيم الموجبة

٢س= ٣٠°

تكون جا س سالبة في الربع الثالث والرابع

في الربع الثالث: ٢س=١٨٠ + ٣٠° = ٢١٠°

س = ١٠٥°

في الربع الرابع: ٢س= ٣٦٠ – ٣٠ = ٣٣٠°

س= ١٦٥°

(هـ) ٣جتا ٢س = ٢

الحل

يكون نطاق الزاوية ٢س هو : ٠ ≤ ٢س ≤ ٣٦٠°

جتا ٢ س = $\frac{٢}{٣}$

٢س = جتا$^{-١}$ ($\frac{٢}{٣}$)

٢س = ٤٨,٢

تكون جتا س موجبة في الربع الأول والرابع

في الربع الأول: ٢س= ٤٨,٢° س = ٢٤,١°

في الربع الرابع: ٢س= ٣٦٠ -٤٨,٢ =٣١١,٨° س= ١٥٥,٩°

(و) ٥جا ٢س = -٤

الحل

يكون نطاق الزاوية ٢س هو : ٠ ≤ ٢س ≤ ٣٦٠°

جا ٢ س = $\frac{-٤}{٥}$

٢س = جا$^{-١}$ ($\frac{-٤}{٥}$)

٢س = ٥٣,١

تكون جا س سالبة في الربع الثالث والرابع

في الربع الأول: ٢س= ١٨٠ + ٥٣,١ = ٢٣٣,١ س = ١١٦,٦°

في الربع الرابع: ٢س= ٣٦٠ -٥٣,١= ٣٠٦,٩° س= ١٥٣,٥°

(ز) ٤ جا ٢ س ظا ٢س = ٠

الحل

يكون نطاق الزاوية ٢س هو : ٠ ≤ ٢س ≤ ٣٦٠°

ظا ٢ س = $\frac{-٤}{٢}$ = -٢

٢س = ظا$^{-١}$ (-٢)

٢س = ٦٣,٤

تكون ظا س سالبة في الربع الثاني والرابع

في الربع الثاني: ٢س= ١٨٠ - ٦٣,٤° = ١١٦,٦° س = ٥٨,٣°

في الربع الرابع: ٢س= ٣٦٠ -٦٣,٤= ٢٩٦,٦° س= ١٤٨,٣°

(ح) ١- ٥جا ٢س = ٠

الحل

يكون نطاق الزاوية ٢س هو : ٠ ≤ ٢س ≤ ٣٦٠°

جا ٢ س = $\frac{-١}{-٥}$ = $\frac{١}{٥}$

٢س = جا$^{-١}$ ($\frac{١}{٥}$)

٢س = ١١,٦

تكون جا س موجبة في الربع الأول والثاني

في الربع الأول: ٢س=١١,٦° س = ٥,٨°

في الربع الرابع: ٢س= ١٨٠ -١١,٦= ١٦٨,٤° س= ٨٤,٢°

المجموعة الثالثة

يكون المجهول (س- أ)، ونطاق الحل ٠ ≤ س ≤ ب°

عندما تقع الزاوية س في نطاق الحل ٠ ≤ س ≤ ب°

تقع الزاوية (س-أ) في نطاق جديد على النحو التالي:

٠ – أ ≤ س - أ ≤ ب - أ°

ويكون النطاق الجديد للزاوية س- أ هو

-أ≤ س ≤ ب - أ°

تطبق نفس الخطوات السابقة عند أي انسحاب افقي س بإضافة أو طرح مقدار الانسحاب من النطاق الأصلي

(٤) حل كل من المعادلات الآتية في الفترة المعطاة:

(أ) جا (س – ٦٠°) = ٠,٥ حيث ٠° ≤ س ≤ ٣٦٠°

الحل

إيجاد نطاق س- ٦٠° بطرح ٦٠° من النطاق الأصلي

يكون نطاق الزاوية س-٦٠° هو : -٦٠° ≤ س- ٦٠° ≤ ٣٠٠°

∴ س- ٦٠° = جا$^{-1}$ (٠,٥)

∴ س- ٦٠° = ٣٠°

تكون جا س موجبة في الربع الأول والثاني

في الربع الأول: س – ٦٠° = ٣٠°

بإضافة ٦٠° للطرفين س = ٩٠°

في الربع الرابع: س – ٦٠° = ١٨٠ -٣٠ = ١٥٠°

بإضافة ٦٠° للطرفين س = ٢١٠°

(ب) جتا (س + $\frac{\pi}{٦}$) = -٠,٥ حيث ٠ ≤ س ≤ $\pi ٢$

الحل

إيجاد نطاق س+ $\frac{\pi}{٦}$ بإضافة $\frac{\pi}{٦}$ من النطاق الأصلي

يكون نطاق الزاوية س+ $\frac{\pi}{٦}$ هو : $\frac{\pi}{٦} \leq$ س + $\frac{\pi}{٦} \leq \frac{\pi ١٢}{٦}$

∴ س+ $\frac{\pi}{٦}$ = جتا$^{-1}$ (-٠,٥)

∴ س+ $\frac{\pi}{٦} = \frac{\pi}{٣}$

تكون جتا س سالبة في الربع الثاني والثالث

في الربع الثاني: س+ $\frac{\pi}{٦}$ = $\pi - \frac{\pi}{٣} = \frac{\pi ٢}{٣}$

بطرح $\frac{\pi}{٦}$ من الطرفين س = $\frac{\pi}{٢}$

في الربع الثالث: س+ $\frac{\pi}{٦}$ = $\pi + \frac{\pi}{٣} = \frac{\pi ٤}{٣}$

بطرح $\frac{\pi}{٦}$ من الطرفين س = $\frac{\pi ٧}{٦}$

(ج) جتا (٢س + ٤٥°) = ٠,٨ حيث ٠° ≤ س ≤ ١٨٠°

الحل

إيجاد نطاق ٢س+ ٤٥° بضرب النطاق الأصلي × ٢ ثم إضافة ٤٥° للنطاق

يكون نطاق الزاوية ٢س هو : ٠° ≤ ٢س ≤ ٣٦٠° يكون نطاق الزاوية ٢س+٤٥° هو : ٤٥° ≤ ٢س+٤٥° ≤ ٤٠٥°

∴ ٢س+ ٤٥° = جتا$^{-١}$ (٠,٨) ∴ ٢س+ ٤٥° = ٣٦,٩°

تكون جتا س موجبة في الربع الأول والرابع

لا تقع ٣٦,٩ < ٤٥° في الربع الأول من الدورة التي تنتهي عند ٣٦٠° ولكن تقع في الفترة من ٣٦٠ الى ٤٠٥

في الربع الرابع: ٢س+ ٤٥° = ٣٦٠ – ٣٦,٩ = ٣٢٣,١° بطرح ٤٥ ثم القسمة على ٢ س = ١٣٩,٠٥°

في الربع الأول في الدورة الثانية: ٢س+ ٤٥° = ٣٦٠ + ٣٦,٩ = ٣٩٦,٩° بطرح ٤٥ ثم القسمة على ٢ س = ١٧٥,٩٥°

(د) ٣ جا (٢س -٤ °) = ٢ حيث ٠ ≤ س ≤ π

الحل

إيجاد نطاق ٢س- ٤ بضرب النطاق الأصلي × ٢ ثم طرح ٤ من النطاق

يكون نطاق الزاوية ٢س هو : ٠° ≤ ٢س ≤ ٢π يكون نطاق الزاوية ٢س-٤ هو : -٤ ≤ ٢س-٤ ≤ ٢,٢٨

∴ ٢س – ٤= جا$^{-١}$ $(\frac{٢}{٣})$ ∴ ٢س – ٤= ٠,٧٣

في الربع الأول: ٢س – ٤= ٠,٧٣ بإضافة ٤ والقسمة على ٢ س = ٢,٣٦°

في الربع الثاني: ٢س – ٤= π – ٠,٧٣ = ٢,٤١ ٢,٤١° لا تقع ضمن نطاق الزاوية (٢س -٤)

في الربع الثالث في الدورة السالبة: ٢س – ٤= – π – ٠,٧٣ = –٣,٨٧ بإضافة ٤ والقسمة على ٢ س = ٠,٠٦٤°

في الربع الرابع في الدورة السالبة: ٢س – ٤= – ٢π + ٠,٧٣ = –٥,٥٥ -٥,٥٥° لا تقع ضمن نطاق الزاوية (٢س -٤)

(هـ) $٢\text{ظا}(\frac{س}{٢}) + \sqrt{٣} = ٠$ حيث $٠^\circ \leq س \leq ٥٤٠^\circ$

الحل

إيجاد نطاق $\frac{س}{٢}$ بقسمة النطاق الأصلي ÷ ٢ — يكون نطاق الزاوية ٢س هو : $٠^\circ \leq \frac{س}{٢} \leq ٢٧٠^\circ$

$\therefore ٢\text{ظا}(\frac{س}{٢}) = -\sqrt{٣}$ — $\therefore \frac{س}{٢} = \text{ظا}^{-١}(\frac{-\sqrt{٣}}{٢}) = ٤٠,٩^\circ$

تكون ظا س سالبة في الربع الثاني والرابع

في الربع الثاني: $\frac{س}{٢} = ١٨٠ - ٤٠,٩ = ١٣٩,١^\circ$ — بضرب الطرفين ×٢ — $س = ٢٧٨,٢^\circ$

في الربع الرابع: $\frac{س}{٢} = ٣٦٠ - ٤٠,٩ = ٣١٩,١^\circ$ — $٣١٩,١^\circ$ لا تقع ضمن نطاق الزاوية $\frac{س}{٢}$

(و) $\sqrt{٢}\,\text{جا}(\frac{س}{٣} + \frac{\pi}{٤}) = ١$ حيث $٠ \leq س \leq ٤\pi$

الحل

إيجاد نطاق $\frac{س}{٣} + \frac{\pi}{٤}$ بقسمة النطاق الأصلي ÷ ٣ ثم إضافة $\frac{\pi}{٤}$ الى النطاق

يكون نطاق الزاوية $\frac{س}{٣}$ هو : $٠^\circ \leq \frac{س}{٣} \leq \frac{٤\pi}{٣}$ — يكون نطاق الزاوية $\frac{س}{٣} + \frac{\pi}{٤}$ هو : $\frac{\pi}{٤} \leq \frac{س}{٣} + \frac{\pi}{٤} \leq \frac{١٩\pi}{١٢}$

$\therefore \frac{س}{٣} + \frac{\pi}{٤} = \text{جا}^{-١}(\frac{١}{\sqrt{٢}})$ — $\therefore \frac{س}{٣} + \frac{\pi}{٤} = \frac{\pi}{٤}$

تكون جا س موجبة في الربع الأول والثاني

في الربع الأول: $\frac{س}{٣} + \frac{\pi}{٤} = \frac{\pi}{٤}$ — بطرح $\frac{\pi}{٤}$ والضرب ×٣ — $س = \frac{\pi}{٤}$

في الربع الثاني: $\frac{س}{٣} + \frac{\pi}{٤} = \pi - \frac{\pi}{٤} = \frac{٣\pi}{٤}$ — بطرح $\frac{\pi}{٤}$ والضرب ×٣ — $س = \frac{٣\pi}{٢}$

المجموعة الرابعة

يستخدم لإيجاد قيم الزوايا المجهولة بعض العلاقات المثلثية الهامة

جا²س + جتا² س = ١

جتا²س = ١- جا² س

جا²س = ١- جتا² س

جتاس = جاس / ظاس

ظاس = جاس / جتاس

(٥) حل كل من المعادلات الآتية في الفترة ° ≤ س ≤ ٣٦٠° :

(أ) ٢جا س = جتا س

الحل

بقسمة الطرفين على جتا س

$\frac{\text{جاس}}{\text{جتاس}} = \frac{١}{٢}$ ∴ ظاس = $\frac{١}{٢}$

س = ظا$^{-١}$ ($\frac{١}{٢}$)

∴ س = ٢٦,٦°

تكون ظا س موجبة في الربع الاول والثالث

في الربع الاول: س = ٢٦,٦°

في الربع الثالث: س = ١٨٠ + ٢٦,٦ = ٢٠٦,٦°

(ب) ٢جا س - ٣جتا س = ٠

الحل

٢جاس = ٣ جتا س

بقسمة الطرفين على جتا س

$\frac{\text{جاس}}{\text{جتاس}} = \frac{٣}{٢}$ ∴ ظاس = $\frac{٣}{٢}$

س = ظا$^{-١}$ ($\frac{٣}{٢}$)

∴ س = ٥٦,٣°

في الربع الاول: س = ٥٦,٣°

في الربع الثالث: س = ١٨٠ + ٥٦,٣ = ٢٣٦,٣°

(ج) ٤جا س +٧جتا س = ٠

الحل

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

(د) ٣جتا ٢س - ٤جا ٢س = ٠

الحل

نطاق (٢س) هو: ° ≤ ٢س ≤ ٧٢٠°

٣جتا٢س = ٤ جا ٢س

بقسمة الطرفين على جتا س

∴ ظا٢س = $\frac{٣}{٤}$ ٢س = ظا$^{-١}$ ($\frac{٣}{٤}$)

∴ ٢س = ٣٦,٩°

في الربع الاول: ٢س = ٣٦,٩ س = ١٨,٥°

في الربع الثالث: ٢س = ١٨٠ + ٣٦,٩ = ٢١٦,٩ س = ١٠٨,٥°

الربع الأول في الدورة الثانية س = ١٨,٥ + ١٨٠ = ١٩٨,٥

الربع الثالث في الدورة الثانية س = ١٠٨,٥ + ١٨٠ = ٢٨٨,٥

(٦) حل المعادلة ٤جا(٢س+٠,٣) – ٥ جتا(٢س+٠,٣) = ٠ في الفترة $\pi \geq$ س ≥ ٠

الحل

يكون نطاق (٢س + ٠,٣) هو : $٠,٣ \leq ٢س + ٠,٣ \leq ٢\pi + ٠,٣$

٤جا(٢س+٠,٣) = ٥ جتا(٢س+٠,٣)

ظا (٢س + ٠,٣) = $\frac{٥}{٤}$ ٢س + ٠,٣ = ظا$^{-١}$ ($\frac{٥}{٤}$) = ٠,٩^{د}

تكون ظا س موجبة في الربع الاول والثالث

في الربع الأول: ٢س + ٠,٣ = ٠,٩ بطرح ٠,٣ والقسمة على ٢ س = ٠,٣^{د}

في الربع الثالث: ٢س + ٠,٣ = π + ٠,٩ = ٤,٠٤ بطرح ٠,٣ والقسمة على ٢ س = ٢,٠١^{د}

(٧) حل كل من المعادلات الآتية في الفترة ٠° ≤ س ≤ ٣٦٠° :

(أ) جاس × جتا (س- ٦٠°) = ٠

الحل

جا س = ٠

س = ٠° ، ١٨٠° ، ٣٦٠°

جتا (س-٦٠°) = ٠

س- ٦٠ = ٩٠

س= ٩٠ + ٦٠ = ١٥٠°

س- ٦٠ = ٢٧٠

س= ٢٧٠ + ٦٠ = ٣٣٠°

(ب) ٥جا^{٢} س- ٣جاس = ٠

الحل

جاس (٥ جا س – ٣) = ٠

جا س = ٠

س = ٠° ، ١٨٠° ، ٣٦٠°

جاس عامل مشترك

٥ جا س -٣ = ٠

جاس = $\frac{٣}{٥}$

س= ٣٦,٩°

س= ١٨٠ + ٣٦,٩ = ٢١٦,٩°

(ج) ظا^{٢} س = ٥ ظاس

الحل

ظا^{٢} س- ٥ ظاس =٠

ظاس (ظاس -٥)=٠

ظاس = ٠

س = ٠° ، ١٨٠° ، ٣٦٠°

ظاس = ٥

س= ٧٨,٧°

س= ١٨٠ + ٧٨,٧ = ٢٥٨,٧°

(د) جا^{٢} س + ٢جاس × جتا س = ٠

الحل

جاس (جا س + ٢جتاس) = ٠

جا س = ٠

س = ٠° ، ١٨٠° ، ٣٦٠°

جا س +٢ جتاس = ٠

جاس = -٢ جتا س

ظا = -٢

س=١٨٠ - ٦٣,٤° = ١١٦,٦°

س= ٣٦٠ -٦٣,٤ = ٢٩٦,٦°

(هـ) ٢جاس × جتا س = جاس

الحل

٢جاس × جتا س – جا س = ٠

جاس (٢جتاس -١)=٠

جاس = ٠

س = ٠° ، ١٨٠° ، ٣٦٠°

٢جتاس -١ = ٠

جتاس = ٠,٥

س= ٦٠°

س= ٣٦٠ - ٦٠ = ٣٠٠°

(و) جا س × ظا س = ٤ جاس

الحل

جاس × ظاس – ٤ جاس = ٠

جاس (ظا س -٤) = ٠

جا س = ٠

س = ٠° ، ١٨٠° ، ٣٦٠°

ظاس -٤ = ٠

ظاس =٤

س= ٧٦°

س= ١٨٠ + ٧٦ = ٢٥٦°

(٨) حل كل من المعادلات الآتية في الفترة ٠° ≤ س ≤ ٣٦٠° :

(أ) ٤ جتا^{٢} س = ١

الحل

جتا^{٢} س = $\frac{١}{٤}$ بأخذ الجذر التربيعي

جتاس = $\frac{١}{٢}$

س = ٦٠°

س= ٣٦٠ – ٦٠ = ٣٠٠°

جتاس = $\frac{-١}{٢}$

س = ١٨٠ – ٦٠ = ١٢٠°

س= ١٨٠ + ٦٠ = ٢٤٠°

(ب) ٤ ظا^{٢} س = ٩

الحل

ظا س = $\frac{٩}{٤}$ بأخذ الجذر التربيعي

ظا = $\frac{٣}{٢}$

س = ٥٦,٣°

س= ١٨٠ + ٥٦,٣ = ٢٣٦,٣°

ظا = $\frac{-٣}{٢}$

س = ١٨٠ – ٥٦,٣ = ١٢٣,٧°

س= ٣٦٠ – ٥٦,٣ = ٣٠٣,٧°

(٩) حل كل من المعادلات الآتية في الفترة ٠° ≤ س ≤ ٣٦٠° :

(أ) ٢ جا^{٢} س + جاس -١ = ٠

الحل

(٢جاس-١) (جاس +١) =٠

جا س = $\frac{١}{٢}$

س = ٣٠°

س= ١٨٠ – ٣٠ = ١٥٠°

جاس= - ١

س= ٢٧٠°

(ب) ظا^{٢} س + ٢ ظاس -٣= ٠

الحل

(ظاس-١) (ظاس +٣) =٠

ظا س = ١

س = ٤٥°

س= ١٨٠ +٤٥ = ٢٢٥°

ظا س= - ٣

س =١٨٠ – ٧١,٥ =١٠٨,٥°

س =٣٦٠ – ٧١,٥ =٢٨٨,٥°

(ج) ٣ جتا^{٢} س -٢ جتاس -١ = ٠

الحل

(٣جتاس+١) (جتاس -١) =٠

جتا س = $\frac{-١}{٢}$ ← جتاس= ١

س= ١٨٠ – ٧٠,٥ = ١٠٩,٥°

س= ١٨٠ + ٧٠,٥ = ٢٥٠,٥° ← س= ٠ ، ٣٦٠°

(د) ٢جا^{٢} س -جتاس -١= ٠

الحل

٢ (١- جتا^{٢} س) – جتاس -١ = ٠

٢ – ٢ جتا^{٢} س – جتاس -١ = ٠

– ٢ جتا^{٢} س – جتاس +١ = ٠

٢ جتا^{٢} س + جتاس -١ = ٠

(٢جتاس-١) (جتا س +١) =٠

جتا س = $\frac{١}{٢}$ ← جتاس= -١

س = ٦٠° ← س= ١٨٠°

س= ٣٦٠ - ٦٠= ٣٠٠°

(١٠) حل المعادلة ٤ ظاس = ٣ جتا س في الفترة ٠ ≤ س ≤ ٢π

الحل

٤ ظاس = ٣ جتا س ∴ $\frac{٤ \text{ جاس}}{\text{جتاس}} = ٣ \text{ جتاس}$

٣ جتا^{٢} س = ٤ جاس ← ٣جتا^{٢}س – ٤ جاس =٠ ← ٣(١-جا^{٢}س) -٤جاس = ٠

٣ - ٣ جا^{٢}س – ٤جاس = ٠ ← - ٣ جا^{٢}س – ٤جاس+ ٣ = ٠ ← ٣ جا^{٢}س +٤جاس- ٣ = ٠

باستخدام الصيغ التربيعية أ= ٣ ب= ٤ جـ = -٣

جاس = $\frac{-٤ \pm \sqrt{٤^{٢} - ٤(٣)(-٣)}}{(٣)٢}$ ← جاس = $\frac{-٤ \pm \sqrt{٥٢}}{٦}$

جاس = ١,٨٧ خارج مدى الدالة ص = جاس لا يوجد حلول

جاس = ٠,٥٦٥ س = جا$^{-١}$ (٠,٥٦٥) = ٠,٥٣° س= π – ٠,٥٣ = ٢,٦١°

(١١) حل المعادلة جا^{٢}س + ٣ جاس × جتا س + ٢ جتا^{٢} س=٠ في الفترة ٠ ≤ س ≤ π٢

الحل

بقسمة المعادلة على جتا^{٢} س

ظا^{٢}س + ٣ ظا س + ٢ = ٠

(ظا س+٢) (ظا س+ ١) = ٠

ظا س =-٢

س = ظا$^{-١}$ (-٢)

س= π − ١,١ = ٠,٤ ^{c}٢

ظاس = -١

س = ظا$^{-١}$ (-١)

س= $\pi - \frac{\pi}{٤} = \frac{\pi ٣}{٤}$

س= π٢ − $\frac{\pi}{٤}$ = $\frac{\pi ٧}{٤}$

MATH SHOW
Finance.com
2026 2025
موقع فايلاتي