

تم تحميل هذا الملف من موقع المناهج العمانية

الملف مذكرة شرح وحدة الدائرة

[موقع المناهج](#) ⇐ [المناهج العمانية](#) ⇐ [الصف الثاني عشر](#) ⇐ [رياضيات](#) ⇐ [الفصل الأول](#)

روابط مواقع التواصل الاجتماعي بحسب الصف الثاني عشر

--	--	--	--

روابط مواد الصف الثاني عشر على تلغرام

<a href="#">الرياضيات</a>	<a href="#">اللغة الانجليزية</a>	<a href="#">اللغة العربية</a>	<a href="#">التربية الاسلامية</a>
---------------------------	----------------------------------	-------------------------------	-----------------------------------

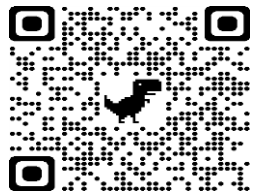
المزيد من الملفات بحسب الصف الثاني عشر والمادة رياضيات في الفصل الأول

وحدة : الدائرة

# الرياضيات متعة

مع : أحمد هجرس

[https://youtube.com/c/saholah?sub\\_confir](https://youtube.com/c/saholah?sub_confir) متعة الرياضيات على يوتيوب





## المحل الهندسي لنقطة متحركة في الاحداثيات .

@ هو مسار نقطة تتحرك تحت شروط معينة .

$P = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$	المسافة بين نقطتين أ = ( ١ ص ، ١ س ) ، ب = ( ٢ ص ، ٢ س )
$G = \left( \frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2} \right)$	إحداثي المنتصف
تقسم كل متوسط منهم بنسبة ١ : ٢ من جهة القاعدة أو ٢ : ١ من جهتها	نقطة تلاقي متوسطات المثلث.
$E = \frac{ P + 3G }{\sqrt{P^2 + 9G^2}}$	البعد بين مستقيم ونقطة خارجة عنه



- (١) أوجد المحل الهندسي لنقطة ( س ، ص ) تتحرك في الاحداثيات بحيث تبقى على بعدين متساويين من النقطتين : ( ٢ ، ٣ ) & ( ١ ، ٥ )



- (٢) أوجد المحل الهندسي لنقطة تتحرك في مستوى بحيث يكون :  
بعدها عن نقطة الأصل نصف بعدها عن النقطة ( ٢ ، ١ )



- (٣) أوجد المحل الهندسي لنقطة تتحرك بحيث يكون :  
بعدها عن النقطة ( ٠ ، ٣ ) ضعف بعدها عن النقطة ( ٠ ، ٣ )  
ثم أثبت أنه يمثل معادلة دائرة نصف قطرها ٤ سم ، مركزها ( ٠ ، ٥ )



- (٤) أوجد معادلة المحل الهندسي لنقطة تتحرك بحيث تبقى دائماً على بعد ٣ وحدات إلى اليسار من المحور الصادي .



- (٥) أوجد معادلة المحل الهندسي لنقطة تتحرك بحيث تبقى دائماً على مسافة ٥ وحدات من أسفل محور السينات .



- (٦) أوجد معادلة المحل الهندسي لنقطة بحيث يكون دائماً الاحداثي الصادي لها ضعف الاحداثي السيني .



## معادلت الدائرة في الصورة القياسية

**تعريف الدائرة:** @ هي المحل الهندسي لنقطة تتحرك بحيث تبقى على بعد ثابت من نقطة ثابتة .

@ هي مجموعة النقط التي تبعد عن المركز بمقدار ثابت ( نصف القطر ) .

@ تنتج من قطع مستوي لمخروط دائري قائم ( بحيث يكون المستوي عمودي علي محور المخروط )

# محيط الدائرة : طول منحنى الدائرة (  $2\pi$  نق )

# سطح الدائرة : مجموعة النقط الموجودة على وداخل الدائرة . نوجد له المساحة =  $\pi$  نق<sup>2</sup>

# دائرة تمر بالنقطة ( نقطة تقع على الدائرة ) أى أن النقطة تحقق معادلة الدائرة .

# لإيجاد إحداثيات تقاطع الدائرة مع محور السينات : نضع ص = ٠

# لإيجاد إحداثيات تقاطع الدائرة مع محور الصادات : نضع س = ٠

### الصور المختلفة لمعادلات الدائرة

ملاحظات	معادلة الدائرة	المركز	الصورة القياسية
معامل س <sup>2</sup> = معامل ص <sup>2</sup> = ١	س <sup>2</sup> + ص <sup>2</sup> = نق <sup>2</sup>	نقطة الأصل ( ٠ ، ٠ )	
معامل س = معامل ص = ١	( س - أ ) <sup>2</sup> + ( ص - ب ) <sup>2</sup> = نق <sup>2</sup>	( أ ، ب )	

( ١ ) أوجد معادلة دائرة مركزها نقطة الأصل وطول نصف قطرها ٤ سم .

( ٢ ) أوجد معادلة دائرة مركزها ( ٠ ، ٠ ) وطول نصف قطرها ٦ سم .

( ٣ ) أوجد في الصورة القياسية معادلة دائرة مركزها ( - ٣ ، ٥ ) وطول نصف قطرها ٧ سم .

( ٤ ) أوجد معادلة دائرة مركزها ( ٢ ، - ١ ) وطول نصف قطرها ٣ سم .

( ٥ ) أوجد إحداثيات المركز وطول نصف قطر كل من الدوائر الآتية :

$$\# \text{ س}^2 + \text{ص}^2 = ٩ \quad \# \text{ س}^2 + \text{ص}^2 - ١٠٠ = \text{صفر} \quad \# \text{ س}^2 - ١٦ + \text{ص}^2 = ٠$$

$$\# \text{ س}^2 + (١ - \text{ص})^2 = ٤ \quad \# (٣ + \text{س})^2 + (٢ + \text{ص})^2 = ٥ \quad \# (٤ - \text{س})^2 + \text{ص}^2 - ٧ = ٠$$

$$\# (٢ - \text{س})^2 + (٦ + \text{ص})^2 = ١٦$$



## تدريبات علي الصورة القياسية للدائرة

(١) أي النقاط الآتية تقع على دائرة مركزها نقطة الأصل وطول نصف قطرها ٥ سم ؟

$$(٤, ٣), (-٣, -٤), (٢, ٣), (٥, ٢)$$

(٢) اثبت أن النقطة (٤, ٣) تقع على الدائرة :  $س^٢ + ص^٢ = ٩$

(٣) هل النقطة (٢, ٥) تقع على الدائرة :  $س^٢ + (ص - ٢)^٢ = ٥$

(٤) أوجد معادلة دائرة مركزها نقطة الأصل وتمر بالنقطة (٣, ٢) ثم أوجد نصف قطرها .

(٥) أوجد معادلة دائرة مركزها (٢, ١) وتمر بالنقطة (-١, ٥) ثم أوجد نصف قطرها .

(٦) أوجد معادلة الدائرة :  $س^٢ + (ص + ١)^٢ = ٩$  في كل من الحالات الآتية :

# إذا تعرضت لانسحاب (س, ص) إلى (س - ١, ص - ٣)

# إذا تعرضت لانعكاس علي محور السينات .

# إذا تعرضت لانعكاس علي محور الصادات .

# إذا تعرضت لانعكاس في نقطة الأصل .

# بالدوران حول نقطة الأصل بزاوية  $٩٠^\circ$

# بالدوران حول نقطة الأصل بزاوية  $٢٧٠^\circ$

(٧) أوجد معادلة الدائرة :  $س^٢ + ص^٢ = ٤$  إذا تعرضت لانسحاب (س, ص) إلى (س + ١, ص - ٣)

(٨) أوجد معادلة دائرة مركزها يقع علي محور السينات وطول قطرها ٤ سم ، وتمر بنقطة الأصل .

(٩) أوجد معادلة دائرة مركزها يقع علي محور الصادات وطول نصف قطرها وتمر بالنقطة (٤, ٦)

(١٠) أوجد معادلة الدائرة التي يقع مركزها على المستقيم  $س = -٤$  وتقطع محور الصادات في النقطتين (٣, ٠), (٩, ٠)



ملاحظات	معادلة الدائرة	المركز
<p>ل = - أ ك = - ب ح = ل<sup>2</sup> + ك<sup>2</sup> - نق<sup>2</sup></p>	<p>س<sup>2</sup> + ص<sup>2</sup> + ٢ل س + ٢ك ص + ح = ٠</p>	<p>(أ، ب) = (ل، ك)</p>

المركز = ( - نصف معامل س ، - نصف معامل ص )

شروط معادلة الدائرة : (١) الدالة تربيعية في س ، ص

(٢) معامل س<sup>٢</sup> = معامل ص<sup>٢</sup> = يجب أن يساوى ١

(٣) لا يوجد س ص في المعادلة

(٤) نق ≤ صفر

@ عندما : نق = صفر تكون الدائرة عبارة عن نقطة .

@ عندما : نق > صفر فان المعادلة لا تمثل دائرة .

@ إذا كانت ح = صفر فإن الدائرة تمر بنقطة الأصل .

أي من المعادلات الآتية تمثل دائرة مع ذكر السبب :

#٢ س<sup>٢</sup> + ص<sup>٢</sup> + ٤ = ٣ س ص

#١ س<sup>٢</sup> - ٢ س + ص + ص<sup>٢</sup> = - ٤

تحت  
الرياضيات  
مع: احمد هجرس

$$\#٤ \quad ٢٥ = ٦س - ٩ص + ٣ص^٢ + ٣س^٢$$

$$\#٣ \quad ٠ = ١٠ + ٦س - ٧ص + ٣ص^٢ + ٢س^٢$$

$$\#٦ \quad ٩ = ٢ص + ٢س$$

$$\#٥ \quad ٠ = ١٠ + ٨ص - ٤س - ٢س - ٢ص$$

$$\#٨ \quad ١ = \frac{٢ص}{١٦} - \frac{٢س}{٢٥}$$

$$\#٧ \quad ١ = \frac{٢ص}{١٦} + \frac{٢س}{٢٥}$$

$$\#١٠ \quad \sqrt{٢٥ - ٢س} \pm = ٩ص$$

$$\#٩ \quad ١٦ = ٢ص$$



من الصورة العامة للقياسية	من الصورة القياسية للعامة	
$s^2 + v^2 + 2ls + 2ks + d = 0$	$(s - أ)^2 + (v - ب)^2 = \text{نق}^2$ نحدد أولاً : المركز = ( أ ، ب ) ونصف القطر = نق	<b>المعطيات</b>
(١) نوجد المركز = ( - نصف معامل س ، - نصف معامل ص ) (٢) نوجد نصف القطر : $\text{نق}^2 = 2ل^2 + 2ك^2 - د$ (٣) نكتب الصورة القياسية	(١) معامل س = - ضعف أ (٢) معامل ص = - ضعف ب (٣) $د = 2ل^2 + 2ك^2 - \text{نق}^2$ (٤) نكتب الصورة العامة	<b>الطريقة الأولى</b>
<u>طريقة إكمال المربع :</u> (١) نضع المجاهيل في طرف والأعداد في طرف بحيث يكون معامل س = $v^2$ معامل ص = $1$ (٢) نضيف ( نصف معامل س ) للطرفين (٢) نحولها للصورة : ( س - عدد ) + ( ص - عدد ) = عدد	<u>طريقة فك الأقواس :</u> الأول × نفسه + ٢ × الأول × الثاني + الثاني في نفسه	<b>الطريقة الثانية</b>

حول معادلات الدوائر الآتية إلى الصورة العامة : أوجد المركز ونصف القطر

$$\begin{aligned} \#1 \quad (س - ١)^2 + (ص + ١)^2 - ٥ = ٠ & \quad \#2 \quad ٣ = ٢(ص - ٢) + س^2 \\ \#3 \quad (س - ٣)^2 + ص^2 = ١ & \quad \#4 \quad ٥ = ٢(١ - ص) + (س + ٤)^2 \end{aligned}$$

حول معادلات الدوائر الآتية إلى الصورة القياسية : ثم أوجد إحداثيات المركز وطول نصف القطر :

$$\begin{aligned} \#1 \quad س^2 + ص^2 - ٨س + ٦ص + ٩ = ٠ \quad \text{صفر} \\ \#2 \quad ٦س^2 - ١٢س + ٦ص^2 + ٣٦ = ٣٦ \\ \#3 \quad س^2 + ص^2 - ٤س + ١٢ص + ٢٩ = ٠ \end{aligned}$$

(٢) أوجد في الصورة العامة معادلة دائرة مركزها ( - ١ ، ٢ ) وطول نصف قطرها ٣ سم .

(٣) أوجد معادلة دائرة مركزها ( ٣ ، - ٤ ) وطول نصف قطرها ٢ سم .



٤) أوجد معادلة الدائرة :  $s^2 + v^2 - 4s = 7$

إذا تعرضت لانسحاب (س ، ص) إلى (س + ١ ، ٢ - ص - ٣)

٥) أوجد معادلة الدائرة :  $s^2 + v^2 - 6s - 2v = 6$

تحت تأثير الانسحاب (س ، ص) إلى (س ، ٢ - ص - ٣)

٦) أوجد إحداثيات المركز وطول نصف قطر كل من الدوائر الآتية :

$$\bullet \text{ #٢ } s^2 + v^2 - 3s - 2v = 8$$

$$\bullet \text{ #١ } s^2 + v^2 - s + 2v = 1$$

$$\bullet \text{ #٤ } s^2 + v^2 - 4s - 7 = 0$$

$$\bullet \text{ #٣ } s^2 + v^2 + 1 = 4s - 2v$$

٧) أوجد إحداثيات المركز وطول نصف قطر كل من الدوائر الآتية :

$$\bullet \text{ #٢ } s^2 + v^2 - 8s + 6v = 25$$

$$\bullet \text{ #١ } s^2 + v^2 - s + 2v = 12$$

$$\bullet \text{ #٤ } s^2 + v^2 - 8s + 6v = 24$$

$$\bullet \text{ #٣ } s^2 + v^2 - 8s + 6v = 26$$

$$\bullet \text{ #٦ } s^2 + v^2 - 2s - 4v = 1$$

$$\bullet \text{ #٥ } s^2 + v^2 + 4s - 6v = 12$$

$$\bullet \text{ #٨ } s^2 + v^2 + 24s + 36v = 23$$

$$\bullet \text{ #٧ } s^2 + v^2 + 2s + 2v = 0$$

٨) أوجد معادلة دائرة تمر بالنقطتين (٢ ، ٥) ، (١ - ، ١) ومركزها يقع علي محور السينات .

٩) أوجد معادلة دائرة تمر بالنقطتين (١ ، ٣) ، (٢ - ، ١) ومركزها يقع علي المستقيم :  $s + 2v = 3$

١٠) أوجد معادلة الدائرة التي مركزها (٣ ، ١) وتمس المستقيم :  $s - 4v = 10$

١١) أوجد معادلة الدائرة التي مركزها (٠ ، ٠) وتمس المستقيم :  $s + 4v = 25$

١٢) أوجد معادلة دائرة مركزها (٢ - ، ٥) ويمر محيطها بمركز الدائرة :  $s^2 + v^2 - 2s - 2v = 7$

١٣) اثبت أن الدائرتين  $s^2 + v^2 - 6s + 8v = 16$  ،  $s^2 + v^2 - 4s + 4v = 69$

متحدتا المركز ثم أوجد البعد بين محيطيهما .



## معادلت دائرة بمعلومات نهايتي القطر

إيجاد معادلة دائرة إذا كان أ (س١ ، ص١) ، ب (س٢ ، ص٢) نهايتي قطر فيها

$س١^٢ + ص١^٢ - (س١ + س٢)س - (ص١ + ص٢)ص + س١س٢ + ص١ص٢ = ٠$	<b>الطريقة الأولى</b>
$٠ = (س١ - ص١) (س١ - ص٢) + (س٢ - س١) (س١ - ص٢)$	<b>الطريقة الثانية</b>
<p>(١) نوجد المركز = <math>(\frac{\text{مجموع السينات}}{2}, \frac{\text{مجموع الصادات}}{2})</math></p> <p>(٢) نصف القطر = المسافة من المركز لأحد النهايتين</p> <p>(٣) نعوض في الصورة القياسية</p>	<b>الطريقة الثالثة</b>
<p>(١) نفرض نقطة ج (س ، ص) تنتمي لمحيط الدائرة</p> <p>(٢) ميل أ ج × ميل ب ج = -١</p> <p>لأن زاوية أ ج ب محيطية مرسومة علي قطر قياسها = ٩٠°</p>	<b>الطريقة الرابعة</b>

أوجد معادلة دائرة احدائيات نهايتي قطرها كما هو مبين في كل من الحالات الآتية :

#٢ (١ ، ٣) ، (٥ ، ٦)

#١ (٥ ، ١ -) ، (٤ ، ٢)

#٤ (٣ ، ٠) ، (٥ ، ٢)

#٣ (٤ - ، ٦) ، (٨ ، ٢)

٥) أوجد معادلة دائرة أحد أقطارها يصل بين مركزي الدائرتين :

$$س^2 + ص^2 + ٤س - ٨ص - ٥ = ٠ ، س^2 + ص^2 + ١٢س + ٨ص + ٣ = ٠$$

٦) دائرتان متحدتا المركز م ، احداثيات نهايتي قطر الدائرة الصغرى ( ٢ ، ٣ ) ، ( ٦ ، ٧ )  
فإذا كان الفرق بين نصفى قطري الدائرتين يساوى ٣ وحدات ، فأوجد معادلة الدائرتين .

إذا علمت أن النقطتين ( ٢ ، ٤ ) ، ( ١- ، ٢ ) نهايتي قطر في دائرة وكانت هذه الدائرة تمر بالنقطة ( ١ ، ٣ ) فما قيمة ٢ ، ثم اكتب معادلة هذه الدائرة.

أوجد نقاط التقاء المستقيم س-٣ص=٠ مع الدائرة س<sup>٢</sup>+ص<sup>٢</sup>-١٠س-٥ص+٢٥=٠ ،  
ثم أوجد معادلة الدائرة التي تكون هاتان النقطتان نهايتي قطر فيها.

## معادلت دائرة معلوم مركزها وتمس احد المحورين

متعة الرياضيات



مع : المجد هجرس إذا كان المركز ( - ، - )		المركز	
نقطة التماس	نصف القطر		
( - ، - )	نق = ٥	( عدد ، نق )	تمس محور السينات
( - ، ٥ )	نق = ٤	( نق ، عدد )	تمس محور الصادات
( ٥ ، ٥ ) ، ( ٥ ، - )	نق = س = ص	( نق ، نق )	تمس المحورين
( نق ، نعوض في معادلة المستقيم عن س = نق )			مركزها يقع على المستقيم
نق = طول العمود الساقط من المركز على الخط المستقيم			معلوم مركزها وتمس مستقيم

الدائرة تمس المحورين : احداثيي المركز متساويين ( وقد يختلفا في الاشارة حسب الربع الذي يقع فيه المركز ).



- ١) أوجد معادلة دائرة مركزها ( ٤ ، - ٣ ) وتمس محور السينات .
- ٢) أوجد معادلة دائرة مركزها ( - ٢ ، ١ ) وتمس محور الصادات .
- ٣) أوجد معادلة دائرة تمس محور السينات في النقطة ( ٣ ، ٥ ) ويقع مركزها على المستقيم : ص = ٤
- ٤) أوجد معادلة دائرة تمس محوري الاحداثيات وطول نصف قطرها ٣ وحدات وتقع في الربع الثاني .
- ٥) أوجد معادلة دائرة تمس المحورين عند ( - ٢ ، ٥ ) ، ( ٢ ، ٥ )
- ٦) أوجد معادلة دائرة تمس المحورين ومركزها يقع على المستقيم : ص = - ٣ ما عدد الحلول ؟
- ٧) أوجد معادلة دائرة تمس محور السينات في النقطة ( ٥ ، ٥ ) وتمر بالنقطة ( ٢ ، ٣ )
- ٨) أوجد دائرة تمس المحورين وتمر بالنقطة ( ٢ ، - ١ )
- ٩) أوجد دائرة تمس المحورين وتمس المستقيم : ص = ٤
- ١٠) أوجد معادلة دائرة تمس الدائرة : س<sup>٢</sup> + ص<sup>٢</sup> = ٤ ومركزها ( ٥ ، ٥ )
- ١١) أوجد معادلة دائرة تمس محور السينات والمستقيم : ص = ٨ والاحداثي السيني للمركز ضعف الاحداثي الصادي
- ١٢) أوجد معادلة دائرة يقع مركزها على المستقيم : س + ص = ٤ وتمس كلا من محوري الاحداثيات .

## معادلت دائرة تمر بثلاث نقاط ليست على استقامة واحد

**طريقة الحل :** (١) نعوض بالنقاط الثلاثة في المعادلة العامة للدائرة .

(٢) نحل المعادلات الثلاثة عن طريق : # نطرح الأولى والثانية

## نطرح الأولى والثالثة

(٣) نحل المعادلتين الناتجتين ثم التعويض في أحد المعادلات الثلاث .

**ويمكن الحل باستخدام الآلة الحاسبة للتأكد من الحل .**

(١) أوجد معادلة دائرة تمر بالنقاط ( ٠ ، ٠ ) ، ( ٢ ، -٤ ) ، ( ٦ ، ٨ )

(٢) أوجد معادلة دائرة تمر بالنقاط ( ١ ، ٥ - ) ، ( ١ ، ١ ) ، ( ٢ ، ١ )

(٣) أوجد معادلة دائرة تمر بنقطة الأصل

وتقطع من محوري السينات والصادات جزأين موجبين طولاهما ٣ ، ٤ علي الترتيب

(٤) أوجد معادلة دائرة تمر بالنقطتين ( ٣ ، ١ ) ، ( -٣ ، ٩ ) ويقع مركزها علي محور الصادات .

(٥) أوجد معادلة دائرة تمر بالنقطتين ( ٣ ، -١ ) ، ( ١ ، ٥ ) ويقع مركزها علي محور السينات .

(٦) أوجد معادلة دائرة تمر بالنقطتين ( -١ ، ٣ ) ، ( ٠ ، ٠ ) ويقع مركزها علي محور السينات .

(٧) أوجد معادلة دائرة تمر بالنقطتين ( ٤ ، -٤ ) ، ( -٢ ، ٦ ) ويقع مركزها علي المستقيم : س + ص = ٢

(٨) أوجد معادلة دائرة تمر بالنقطتين ( -١ ، ٤ ) ، ( ٠ ، ٣ ) ويقع مركزها علي المستقيم : س - ٢ ص = ١



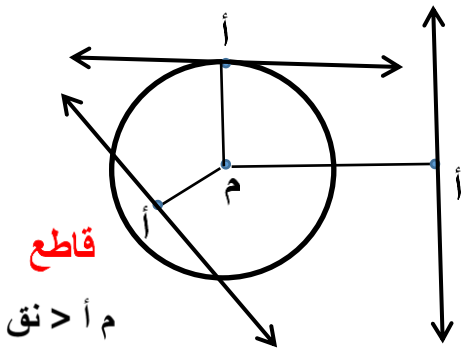
لتحديد موضع النقطة (س، ص) بالنسبة للدائرة .

الطريقة الثانية	الطريقة الأولى						
<p>(١) نعوض بالنقطة في معادلة الدائرة فإذا كان الناتج</p> <table border="1"> <tr> <td>موجب</td> <td>سالب</td> <td>صفر</td> </tr> <tr> <td>خارج الدائرة</td> <td>داخل الدائرة</td> <td>علي الدائرة</td> </tr> </table>	موجب	سالب	صفر	خارج الدائرة	داخل الدائرة	علي الدائرة	<p>(١) نحدد المركز وطول نصف القطر . (٢) نوجد طول : م أ</p> <p>(٣) نستخدم الشكل</p>
موجب	سالب	صفر					
خارج الدائرة	داخل الدائرة	علي الدائرة					

مماس

$$م أ = نق$$

## علاقة مستقيم بالدائرة :



- (١) نوجد طول العمود الساقط من المركز على الخط المستقيم = م أ
- (٢) نحدد المركز ونوجد نق
- (٣) نستخدم الشكل

# مركز الدائرة هو نقطة تقاطع قطرين فيها .

# نصف القطر عمودي على المماس من نقطة التماس

الإسم	الرسم	نقاط التقاطع	المماسات المشتركة	المماسات الخارجية	المماسات الداخلية
متحدتا المركز		م ن = ٠	لا يوجد	لا يوجد	٠
إحدهما داخل الأخرى		م ن > نق <sub>١</sub> - نق <sub>٢</sub>	لا يوجد	لا يوجد	٠
متماستان من الداخل		م ن = نق <sub>١</sub> - نق <sub>٢</sub>	١	١	٠
متقاطعتان		نق <sub>١</sub> + نق <sub>٢</sub> > م ن > نق <sub>١</sub> - نق <sub>٢</sub>	٢	٢	٠
متماستان من الخارج		م ن = نق <sub>١</sub> + نق <sub>٢</sub>	١	٢	١
متباعدتان		م ن < نق <sub>١</sub> + نق <sub>٢</sub>	لا يوجد	٢	٢

خط المركزين : هو القطعة المستقيمة الواصلة بين المركزين .

الوتر المشترك : قطعة مستقيمة تقطع كلاً من الدائرتين في نقطتين .

المماس المشترك : مستقيم يقطع كلاً من الدائرتين في نقطة واحدة .

المماس المشترك الخارجي : تقع الدائرتين في جهة واحدة من المماس المشترك .

المماس المشترك الداخلي : تقع الدائرتين في جهتين مختلفتين من المماس المشترك .

@ معادلة الوتر المشترك لدائرتين متقاطعتين = الفرق بين معادلتا الدائرتين  
بعد توحيد معاملات  $s^2$  ،  $v^2$  في كلتا المعادلتين .

## معادلتا المماس وطول

طريقة الحل : (١) نحدد المركز وطول نصف القطر .

(٢) نوجد طول :  $m$  لتحديد موضع النقطة (  $s_1$  ،  $v_1$  ) بالنسبة للدائرة .

معادلة المماس	طول المماس	عدد المماسات	موضع النقطة	
-	-	لا يمكن رسم مماس	مركز الدائرة	$m = 0$
-	-	لا يمكن رسم مماس	داخل الدائرة	$m > \text{نق}$
(١) نوجد ميل نصف القطر (فرق الصادات ÷ فرق السينات) (٢) منه نوجد ميل المماس (المقلوب بإشارة مخالفة) (٣) معادلة المماس : <b>ص - ص<sub>١</sub> = الميل (س - س<sub>١</sub>)</b>	لا يمكن ايجاد طوله	مماس واحد	على	$m = \text{نق}$
(١) نضع المعادلة : <b>ص - ص<sub>١</sub> = م (س - س<sub>١</sub>)</b> في الصورة العامة : $أس + بص + ج = ٠$ (٢) نوجد قيمة $m$ بالتعويض في : العمود الساقط من المركز على المماس	@ من فيثاغورس : (المماس) <sup>٢</sup> = (م أ) <sup>٢</sup> - نق <sup>٢</sup>	مماسان متساويان في الطول	خارج	$m < \text{نق}$
$\frac{ أس + بص + ج }{\sqrt{2ب^2 + 2ج^2}} = \text{نق}$				



- ١) أوجد معادلة المماس للدائرة :  $x^2 + y^2 - 4x - 6y + 9 = 0$  والمرسوم من النقطة  $(4, 3)$
- ٢) أوجد طول ومعادلة المماس للدائرة :  $x^2 + y^2 - 4x - 6y + 9 = 0$  والمرسوم من النقطة  $(2, 2)$
- ٣) أوجد طول ومعادلة المماس للدائرة :  $x^2 + y^2 - 4x - 6y + 9 = 0$  والمرسوم من النقطة  $(1, 3)$

١) أوجد معادلة المماس للدائرة :  $x^2 + y^2 - 2x + 8y - 8 = 0$  عند النقطة  $(3, 2)$

٢) أوجد معادلة المماس للدائرة :  $x^2 + y^2 - 2x + 8y - 8 = 0$  عند النقطة  $(3, 5)$

٣) أوجد معادلة المماس للدائرة :  $x^2 + y^2 + 2x + 2y + 12 = 0$  عند النقطة  $(3, -1)$

٤) أوجد معادلة المماس للدائرة :  $x^2 + y^2 + 2x + 2y - 8 = 0$  عند النقطة  $(1, -1)$

٥) أوجد معادلة الوتر المشترك للدائرتين :

$x^2 + y^2 - 4x - 6y + 10 = 0$  &  $x^2 + y^2 + 2x - 4y - 1 = 0$

٦) أوجد طول المماس المرسوم للدائرة :  $x^2 + y^2 - 4x - 6y + 12 = 0$  من النقطة  $(4, 3)$

٧) أوجد طول المماس المرسوم للدائرة :  $x^2 + y^2 - 4x - 6y + 9 = 0$  من النقطة  $(2, 2)$

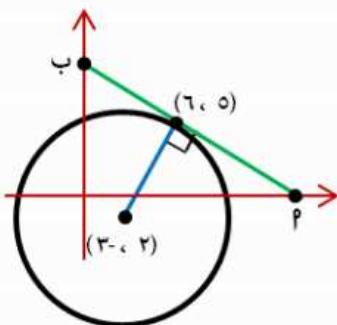
٨) أوجد طول المماس المرسوم للدائرة :  $x^2 + y^2 - 4x - 6y + 9 = 0$  من النقطة  $(5, 7)$

٩) أوجد طول المماس المرسوم للدائرة :  $x^2 + y^2 - 2x + 10y - 10 = 0$  من النقطة  $(5, 4)$

١٠) أوجد طول المماس المرسوم للدائرة :  $x^2 + y^2 + 2x + 2y + 10 = 0$  من النقطة  $(0, 0)$

١١) اثبت أن الخط المستقيم :  $x - y - 3 = 0$  هو مماس مشترك للدائرتين :

$x^2 + y^2 - 2x - 4y - 3 = 0$  ،  $x^2 + y^2 + 2x + 4y + 13 = 0$



المماس المرسوم للدائرة  $x^2 + y^2 - 2x - 4y - 3 = 0$  من النقطة  $(6, 0)$

يلاقي المحورين الإحداثيين في النقطتين P ، B ، أوجد إحداثيات كل من P ، B

واستنتج مساحة المثلث P B حيث M نقطة الأصل.

# مراجعة الوحدة الثالثة

أسئلة اختبارات الأعوام : ٢٠٠٩ - ٢٠١٩

(١١) طول المماس المرسوم من النقطة ( ٢ ، ٥ ) للدائرة  $s^2 + v^2 + 4s = 1$  يساوي :

١  ٤  ٦  ٣٦

(١٢) إذا كانت  $s^2 + v^2 + 4s + 10v = 0$  تمثل معادلة دائرة مركزها يقع في الربع الرابع وتمس المستقيم  $v = 0$  فإن قيمة  $l$  تساوي :

١٦  ٤  ٤  ١٦

(١٣) دائرة معادلتها  $s^2 + v^2 + 4s - 6v = 17$  فإن معادلة قطرها الذي يعامد المستقيم  $5s - 2v = 13$  هي :

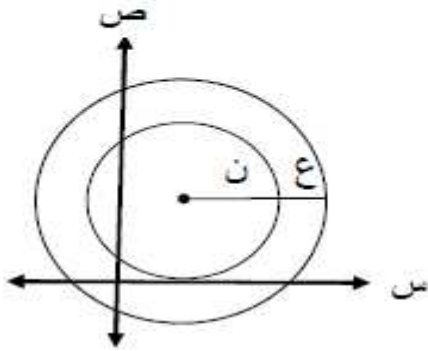
$0 = 11 + 5s + 2v$

$0 = 11 - 5s + 2v$

$0 = 11 + 5v + 2s$

$0 = 11 - 5v + 2s$

(١٤) دائرتان متحدتا المركز، مركزيهما ( ٣ ، ٦ ) والدائرة الصغرى تمس المحور السيني كما في الشكل المقابل ، فإذا كان نسبة  $ع : ن$  كنسبة  $٢ : ٣$  ، فإن معادلة الدائرة الكبرى هي :



$١٦ = (٦ - ص)^2 + (٣ - س)^2$

$٨١ = (٦ - ص)^2 + (٣ - س)^2$

$١٠٠ = (٦ - ص)^2 + (٣ - س)^2$

$١٠٠ = (٣ - ص)^2 + (٦ - س)^2$

(٢٤) إذا كان طول نصف قطر الدائرة  $s^2 + v^2 + 6s + 10v - 3 = 0$  يساوي ٥ :  
أ) أوجد قيمة ج

ب) وضع النقطة ( -٢ ، ٣ ) بالنسبة للدائرة

(٢٥) أوجد الصورة العامة لمعادلة الدائرة التي تمس المحور الصادي في النقطة ( ٠ ، ٢ ) والمستقيم  $v = 3$  ويقع مركزها في الربع الثاني .

## اختبار ١٧-١٨ تدريب

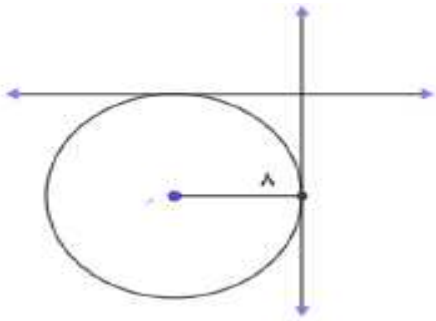
(١١) المستقيم الذي يمس الدائرة من  $ص^2 + ٤ص = ٩$  هو :

$٣س + ٤ص = ١٥$

$٩ = ص + س$

$٣ = س - ٤ص$

$٣ = ٤ - ص$



(١٢) معادلة الدائرة في الشكل المقابل هي :

$٦٤ = \sqrt{٨ - ص} + \sqrt{٨ - س}$

$٦٤ = \sqrt{٨ - ص} + \sqrt{٨ + س}$

$٦٤ = \sqrt{٨ + ص} + \sqrt{٨ - س}$

$٦٤ = \sqrt{٨ + ص} + \sqrt{٨ + س}$

(١٣) إذا كانت النقطة  $(١ - م, ٦)$  تقع على الدائرة  $ص^2 + ٢ص - ٣س + ٤ص - ٦ = ٠$  فإن قيمة  $م$  تساوي :

١ -

٦ -

٧ -

٨ -

(١٤) إذا كان المستقيم  $ل$  يمس الدائرة  $م$  التي مركزها  $(١ - ٤)$ ، عند النقطة  $(٢ - ٦)$ ، فإن معادلة المستقيم  $ل$  هي :

$\frac{١}{٢} - (٦ - ص) = (٢ - س)$

$٢ - (٦ - ص) = (٢ - س)$

$\frac{١}{٢} - (٤ - ص) = (١ - س)$

$٢ - (٤ - ص) = (١ - س)$

(٤) أوجد معادلة الدائرة التي تمر بالنقاط الآتية: أ  $(١, ٠)$ ، ب  $(٧, ٠)$ ، ج  $(٥, ٣)$ .

(٤) إذا كانت النقطتان  $(٣ - ٢)$ ،  $(٨ - ج)$  هما نهايتا قطر لدائرة تمس محور الصادات، فأوجد قيمة  $ج$  ومعادلة الدائرة.

(٤) أوجد معادلة الدائرة التي تمس محور الصادات عند النقطة  $(٠, ٤)$  وتقطع الجزء الموجب لمحور السينات في نقطتين البعد بينهما  $٦$  وحدات.

اختبار ١٦ - ١٧ تدریب

متعة الرياضيات

(١١) إذا علم أن نصف قطر الدائرة  $s + ص - صا - ٤س + ٢ص + ج = ٠$  يساوي  $\sqrt{٤٧}$  فإن قيمة ج يساوي:

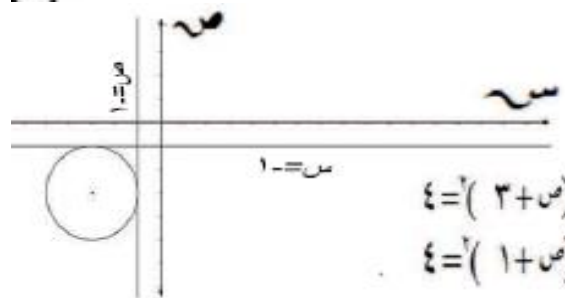
٩   
١-

٩-   
٢

(١٢) إذا كانت الدائرة  $s + ص + صا - ٨ص + ٥س = ٠$  تمس محور السينات في النقطة  $(٠, ٢)$  فإن قيمتي ب ، د على الترتيب تساوي:

٤ ، ٤-   
٤ ، ٤

٤ ، ٨-   
٤ ، ٨



(١٣) مستعينا بالشكل المجاور : معادلة الدائرة التي نصف قطرها ٢ وحدة هي:

$٤ = (٣ + ص)^2 + (٣ + س)^2$    
 $٤ = (١ + ص)^2 + (١ + س)^2$

$٤ = (٣ - ص)^2 + (٣ - س)^2$    
 $٤ = (١ - ص)^2 + (١ - س)^2$

(١٤) إذا كان طول المماس المرسوم من النقطة  $(٥, ٧)$  للدائرة  $s + ص - صا - ٤س + ٦ص + ج = ٠$  يساوي  $\sqrt{٢٧}$  فإن قيمة ج تساوي :

٩   
٢-

٩-   
٢

(٢١) أوجد معادلة الدائرة التي تمر بنقطة الأصل وتقطع من محوري الصادات و السينات الموجبين ٤ وحدات و ٦ وحدات على الترتيب

(٢٤) برهن أن المستقيم  $s + ص = ١$  يمس الدائرة  $s + ص - صا - ٨س + ٢ص + ٩ = ٠$  ثم أوجد إحداثيات نقطة التماس

(٢٥) أثبت أن المستقيم  $s - ص - ٣ = ٠$  مماس مشترك للدائرتين

$s + ص - صا - ٢س - ٤ص - ٣ = ٠$  ،  $s + ص + صا + ٤س - ٢ص - ١٣ = ٠$



## اختبار ١٥ - ١٦ تدريب

(١١) نصف قطر الدائرة التي مركزها (٣، ٢) وتمس محور الصادات يساوي :

- (أ) ٥ (ب) ٣ (ج) ٢ (د) ١

(١٢) إذا كانت النقطتان م (٣، ١) ، ب (٣، ٧) نهايتي قطر في دائرة فإن معادلتها هي :

(أ)  $٩ = ٢(٣ + ص) + ٢(٤ + س)$  (ب)  $٣ = ٢(٣ - ص) + ٢(٢ - س)$

(ج)  $٩ = ٢(٣ - ص) + ٢(٢ - س)$  (د)  $٣ = ٢(٣ + ص) + ٢(٤ + س)$

(١٣) إذا كان  $س^٢ + ص^٢ + ٦س - ١٥ص + ٩ = ٠$  تمثل معادلة دائرة تمس محور السينات وطول نصف قطرها يساوي ٢ فإن قيمة ه تساوي :

- (أ) ٥ (ب) ٣ (ج)  $٢\sqrt{٢}$  (د)  $٢ - \sqrt{٢}$

(١٤) عدد المماسات المشتركة للدائرتين  $س^٢ + ص^٢ + ٢س + ١٠ص + ٢٥ = ٠$  ،  $س^٢ + ص^٢ + ٤س + ١٠ص + ٦٥ = ٠$  يساوي :

- (أ) ٤ (ب) ٣ (ج) ٢ (د) ١

(٢١) أوجد معادلة الدائرة إذا كان معادلة القطرين المتعامدين فيها  $ص = ٠$  ،  $س = ٠$  وطول قطرها  $\sqrt{٦}$

(٢٤) إذا كانت م (٢، ١) ، ب (٢، ٤) ، ج (٥، ٤) ، د (٥، ١) تمثل رؤوس مربع فأوجد :

(أ) معادلة الدائرة التي تمس أضلاع المربع من الداخل

(ب) معادلة الدائرة التي تمر برؤوس المربع



## اختبار ١٥ - ١٦ دور أول

(١١) إحداثيات مركز الدائرة  $(س - ١) + ٢(ص + ٢) = ١٥$  هو:

- $(١, ٢-)$                         $(٢-, ١)$   
  $(١-, ٢)$                         $(٢, ١-)$

(١٢) إحدى معادلتى المماسين للدائرة  $س^٢ + ٢ص - ٨س + ١٣ = ٠$  والموازي لمحور السينات هي:

- $س = ١$                         $س = ٢$   
  $ص = ١$                         $ص = ٢$

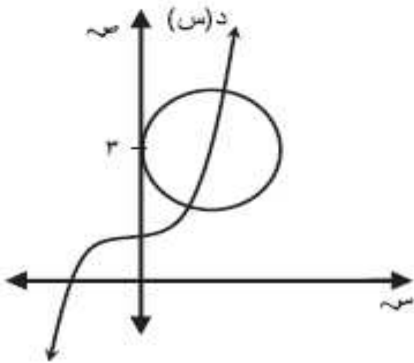
(١٣) إذا كانت الدائرة تمس محوري الإحداثيات وتمر بالنقطتين  $(٢-, ١-)$ ،  $(٢-, ٩-)$ ، فإن معادلتها هي:

- $٢٧٩ = ٢(١٧ + ص) + ٢(١٧ + س)$                         $٢٥ = ٢(٥ + ص) + ٢(٥ + س)$   
  $٥٠ = ٢(١ + ص) + ٢(٢ + س)$                         $١ = ٢(١ + ص) + ٢(١ + س)$

(١٤) في الشكل المجاور إذا كان المنحنى  $د(س) = ٢س^٣ + ١$  يمر بمركز الدائرة،

فإن طول نصف قطر الدائرة يساوي:

- $٢$                         $\frac{٣}{٢}$   
  $١$                         $\frac{١}{٢}$



(٢١) بين موقع النقطة  $(٢-, ٣)$  بالنسبة للدائرة التي معادلتها  $٧ = ٢(٢ + ص) + ٢(١ + س)$

(٢٤) أوجد طول المماس المرسوم للدائرة  $س^٢ + ٢ص - ٦س - ٨ص + ١٦ = ٠$  من النقطة  $(٠, ٢-)$ .

(٢٥) أوجد معادلة الدائرة التي تمر بالنقطتين  $أ(٢, ٣)$ ،  $ب(٤, ٧)$  إذا علمت أن المماسين لها عند  $أ$ ،  $ب$  متوازيان.

اختبار ١٤ - ١٥ تجربي

(١١) إذا كانت  $3س^2 + 3ص^2 - 2س - 2ص + 4 = 0$  تمثل دائرة فإن قيمة  $أ$  تساوي :

(أ) ٤ (ب) ٣ (ج) ٢ (د) صفر

(١٢) معادلة الدائرة التي تمس المحورين عند النقطتين  $(٠, ٩)$  ،  $(٩, ٠)$  هي

(أ)  $س^2 + ٩ = ٩$  (ب)  $س^2 + ٩ = ٨١$

(ج)  $٩ = (٩-س)^2 + (٩+ص)^2$  (د)  $٨١ = (٩-س)^2 + (٩+ص)^2$

(١٣) دائرة تمس المستقيمين  $س = ٥$  و  $س = ١$  ، فإن مركزها الذي يقع على المستقيم  $ص = ٢$  هو :

(أ)  $(٢, ١)$  (ب)  $(٢, ٢)$  (ج)  $(٢, ٣)$  (د)  $(٢, ٥)$

(١٤) إذا كان المستقيم  $٣س + ٤ص = ٠$  يمس الدائرة  $س^2 + (٣-ص)^2 = ١$  ، فإن قيمة  $ب$  تساوي:

(أ)  $\frac{٣}{٥}$  (ب)  $\frac{٤}{٥}$  (ج)  $\frac{٥}{٤}$  (د)  $\frac{٥}{٣}$

(٢١) النقطة  $(٢, -٣)$  هي مركز دائرة تمس محور الصادات، أوجد كلاً من:

(١) الربع الذي يقع فيه مركز الدائرة. (٢) نصف قطرها. (٣) معادلة الدائرة.

(٢٤) أوجد معادلة الدائرة التي تمس المحورين وتمس المستقيم  $٥س + ٨ص - ٦٠ = ٠$  وتقع في الربع الاول .

(٢٥) إذا كان  $ع$  ،  $ل$  نهايتي قطر في الدائرة  $س^2 + ٦ص^2 + ٦س + م - ١٥ = ٠$

حيث  $ع(٣, ٠)$  ،  $م$  عدد حقيقي. أوجد إحداثي النقطة  $ل$ .



(١١) معادلة الدائرة التي مركزها النقطة  $(٢, ٠)$  وطول قطرها ٨ وحدات هي :

$$١٦ = ص^٢ + (س - ٢)^٢ \quad \square$$

$$٦٤ = ص^٢ + (س - ٢)^٢ \quad \square$$

$$١٦ = ص^٢ + (س + ٢)^٢ \quad \square$$

$$٦٤ = ص^٢ + (س + ٢)^٢ \quad \square$$

(١٢) إذا كانت النقطتان  $(٢, ٢)$  ،  $(٤, ١)$  نهايتا قطر في دائرة تمر بنقطة الأصل ، فإن قيمة  $P$  تساوي :

$$٣ - \quad \square$$

$$٨ - \quad \square$$

$$\frac{١}{٢} \quad \square$$

$$\frac{١}{٨} \quad \square$$

(١٣) إذا كانت  $س^٢ + ص^٢ - ٢س + ٣ص - ٤ = ٠$  تمثل معادلة دائرة ، فإن مركز الدائرة هو :

$$(٢, -٦) \quad \square$$

$$(٤, -١٢) \quad \square$$

$$(٢, -٦) \quad \square$$

$$(-٤, ١٢) \quad \square$$

(١٤) دائرتان معادلتيهما  $س^٢ + ص^٢ - ٩ = ٠$  ،  $س^٢ + ص^٢ - ١ = ٠$  ، عدد المماسات المشتركة للدائرتين يساوي :

$$٢ \quad \square$$

$$١ \quad \square$$

$$٤ \quad \square$$

$$٣ \quad \square$$

(٢١) حوّل معادلة الدائرة  $س^٢ + ص^٢ - ٨س + ١٦ص + ٧٩ = ٠$  إلى الصورة القياسية ، ثم أوجد إحداثيات المركز ، وطول نصف القطر.

(٢٤) أوجد طول المماس المرسوم للدائرة  $س^٢ + ص^٢ + ١٤ص = ١٥$  من النقطة  $(٠, ٦)$ .

(٢٥) دائرة تمس المستقيم  $س = ٢$  ، وتمر بالنقطتين  $(٠, ٠)$  ،  $(٣, ١)$  . أوجد طول نصف قطر الدائرة إذا علمت أن مركزها يقع في الربع الثالث .

(١١) مركز الدائرة  $S^2 + C^2 - 4C = 8$  هو:

$(0, -2)$

$(0, 2)$

$(-2, 0)$

$(2, 0)$

(١٢) الدائرة التي مركزها  $(-4, 1)$  ونصف قطرها ٢ ، تمس المستقيم:

$S = 1$

$S = 2$

$S = -3$

$S = -6$

(١٣) إذا كانت  $3S^2 + C(2 + M) + 9 = 0$  تمثل معادلة دائرة، فإن قيمة  $M$  تساوي:

١

٣

$\frac{1}{3}$

$\frac{1}{2}$

(١٤) إذا كان المستقيم  $S = C$  يقطع الدائرة  $S^2 + C^2 + (N - C) = 2$  في نقطتين، فإن قيم  $N$  تنتمي إلى الفترة:

$[-4, 4]$

$[-2, 2]$

$[-\infty, 2]$

$[4, \infty]$

(٢١) دائرة معادلتها  $(S + 5)^2 + (C - 4)^2 = 9$  ، حدد كلاً مما يأتي:

(أ) موقع النقطة  $(-6, 1)$  بالنسبة للدائرة.

(ب) وضع المستقيم  $S + 2C = 0$  بالنسبة للدائرة.

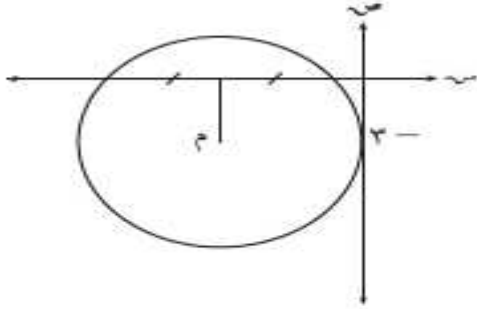
(٢٤) إذا كان الفرق بين قطري دائرتين متحدتي المركز يساوي ٨ ، وكانت معادلة الدائرة الكبرى هي  $(S - 1)^2 + (C - 2)^2 = 36$  . فأوجد معادلة الدائرة الصغرى.

(٢٥) دائرة تمس المستقيمين  $S = 5$  ،  $C = 7$  ، ويقع مركزها على المستقيم  $S = -C$  . أوجد طول نصف قطرها .

(١١) نصف قطر الدائرة التي معادلتها  $x^2 + y^2 - 6x - 4y + 9 = 0$  يساوي:

- ٢ ○      ٣ ○      ٤ ○      ٩ ○

(١٢) من الشكل المجاور مركز الدائرة م التي تمس محور الصادات وتقطع من محور السينات السالب وترأ طوله ٨ وحدات هو:



- (٤-، ٣-) ○      (٣-، ٤-) ○

- (٥-، ٣-) ○      (٣-، ٥-) ○

(١٣) معادلة الدائرة التي تمر بالنقطتين P (٢، ٤) ، B (٤، ٤) والمماسين لها عند A ، B متوازيين هي:

$x^2 + y^2 - 6x - 4y + 9 = 0$  ○       $x^2 + y^2 - 12x - 10y + 53 = 0$  ○

$x^2 + y^2 - 6x - 4y + 29 = 0$  ○       $x^2 + y^2 + 6x - 64y + 23 = 0$  ○

(١٤) إذا كان معادلتا القطرين  $x = 3 - y$  ،  $x = 2 - y + 5$  في دائرة طول نصف قطرها يساوي  $2\sqrt{3}$  وحدة، فإن معادلة الدائرة هي:

$12 = \sqrt{(1+y)} + \sqrt{(3-y)}$  ○       $4 = \sqrt{(1+y)} + \sqrt{(3-y)}$  ○

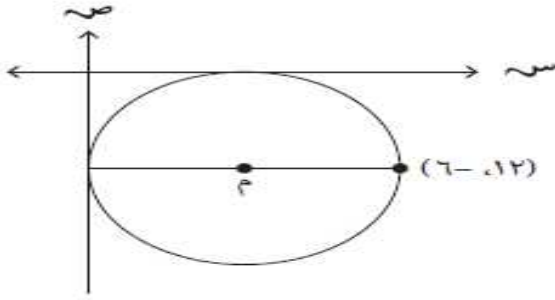
$12 = \sqrt{(1-y)} + \sqrt{(3+y)}$  ○       $4 = \sqrt{(1-y)} + \sqrt{(3+y)}$  ○

(٢١) أوجد معادلة الدائرة التي تمر بالنقاط (٠، ٠) ، (٠، ٤) ، (٦، ٠).

(٢٤) أوجد المحل الهندسي لنقطة تتحرك في المستوى بحيث يكون بعدها عن النقطة (٤، ٣-) يساوي ثلاثة أمثال بعدها عن النقطة (٤، ٣).

(٢٥) أوجد معادلتَي المماسين المرسومين للدائرة  $x^2 + y^2 - 8x - 8y + 8 = 0$  من النقطة (٠، ٠)

## اختبار ١٣ - ١٤ دور ثاني



(١١) من الشكل المجاور معادلة الدائرة التي مركزها م هي:

$$36 = (3 + ص)^2 + (6 - س)^2 \quad \square$$

$$36 = (6 + ص)^2 + (6 - س)^2 \quad \square$$

$$144 = (3 + ص)^2 + (6 - س)^2 \quad \square$$

$$144 = (6 + ص)^2 + (6 - س)^2 \quad \square$$

(١٢) مركز الدائرة التي معادلتها  $س^2 - ٢ص + ٢س + ٢ك + ٥ = ٠$ ، حيث  $ك \in \mathcal{E}$ ، وطول نصف قطرها  $\sqrt{٥}$  هو:

$$(٦-، ١) \quad \square$$

$$(٣-، ١-) \quad \square$$

$$(٦، ١-) \quad \square$$

$$(٣-، ١) \quad \square$$

(١٣) طول نصف قطر الدائرة التي معادلتها  $٣٦ = (٣ - ص)^2 + (٦ + س)^2$  يساوي:

$$٦ \quad \square$$

$$٩ \quad \square$$

$$٢ \quad \square$$

$$٤ \quad \square$$

(١٤) إذا كان طول المماس المرسوم من نقطة  $(٣، ٧-)$  للدائرة  $س^2 + ٢ص + ٢س + ٤ = ٠$  يساوي وحدتين، حيث  $ل \in \mathcal{E}$ ، فإن قيمة ل تساوي:

$$\frac{٢٩}{٧} \quad \square$$

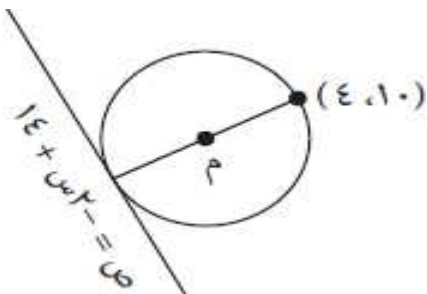
$$\frac{٢٧}{٧} \quad \square$$

$$\frac{٥٨}{٧} \quad \square$$

$$\frac{٥٤}{٧} \quad \square$$

(١٨) أوجد معادلة العمودي على مماس المنحنى  $ص^2 + ٢س - ٤ = ٤$  عند النقطة  $(٢، ١)$

(٢٢) ضع معادلة الدائرة  $س^2 + ٢ص^2 - ١٦س - ١٢ص = ٢٤$  في الصورة القياسية ثم أوجد مركزها ونصف قطرها.



(٢٥) من الشكل المجاور، أوجد معادلة الدائرة التي مركزها م .

(٢٦) أوجد معادلة الدائرة التي تمس محور السينات في النقطة  $(٠، ٤-)$ ، ويقع مركزها على المستقيم  $ص + ٢س - ١ = صفر$ .



## اختبار ١٢ - ١٣ تدريبي

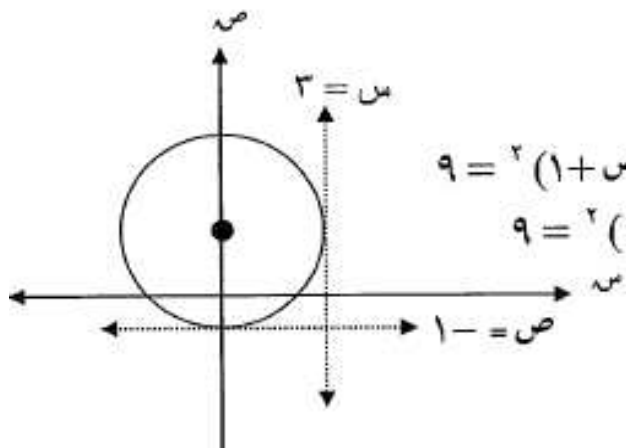
(١١) مركز الدائرة التي معادلتها  $٤(س + ٢) + ٤(ص - ١) = ٩$  هي :

(١، ٤)

(١، ٤-)

(١-، ٢)

(١، ٢-)



(١٢) الشكل المقابل يمثل معادلة دائرة طول نصف

قطرها ٣ وحدات ، فإن معادلة الدائرة هي :

$٩ = (١+ص)^2 + (٣-س)^2$

$٩ = ص^2 + (٢-س)^2$

$٩ = (٢-ص)^2 + س^2$

$٩ = (١-ص)^2 + (٣+س)^2$

(١٣) المعادلة  $\frac{٣+ص}{٤+س} = \frac{٤-س}{ص-٣}$  تمثل معادلة دائرة طول نصف قطرها يساوي :

٦

٥

٤

٣

(١٤) قيم " هـ " التي تجعل المعادلة  $ص^2 + ٢ص - ٢س - ٤ص - ٥ + ٨ = ٠$  صفراً

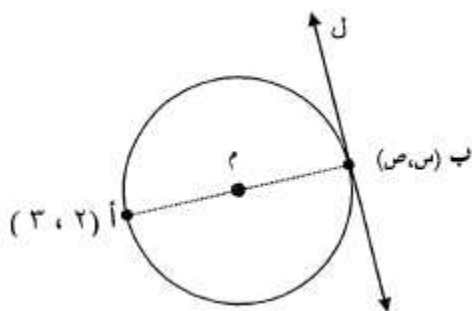
تمثل دائرة تنتمي إلى الفترة :

$] ٣ ، \infty ]$

$] ٣ ، \infty - [$

$] ٣ ، ٣ - [$

$] ٣- ، \infty - [$



(ب) الشكل المجاور يمثل معادلة الدائرة

$$٤٠ = (٨-ص)^2 + (٥-س)^2$$

أوجد معادلة المماس لـ المرسوم لهذه الدائرة عند

النقطة ب (س ، ص) .

(ج) أوجد معادلة الدائرة التي يقع مركزها على محور السينات وتُمر بالنقطتين (١ ، ٢) ، (٣- ، ٤)

(١١) مركز الدائرة  $س^2 - ٦س + ٨ص = ١١$  هو:

(٣، -٤)

(٦، -٨)

(-٣، ٤)

(٦، -٨)

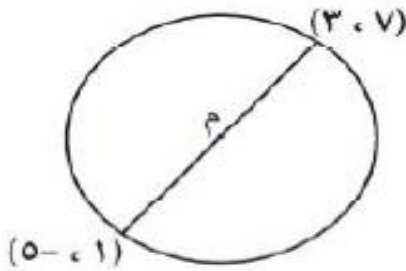
(١٢) معادلة الدائرة التي مركزها (م) والمرسومة في الشكل المجاور هي:

$٢٥ = (١ - ص)^2 + (٤ + س)^2$

$١٠٠ = (١ - ص)^2 + (٤ + س)^2$

$٢٥ = (١ + ص)^2 + (٤ - س)^2$

$١٠٠ = (١ + ص)^2 + (٤ - س)^2$



(١٣) إذا كانت دائرة تمس المحور السيني عند  $(٠، ١-)$  ، ومركزها يقع على المستقيم  $ص = ٢س + ٥$  ، فإن طول نصف قطرها يساوي :

٤

٣

٧

٥

(١٤) معادلة أحد مماسي الدائرة  $س^2 + ٢ص = ٤$  الموازي للمستقيم  $ص + س = ٠$  هي:

$٠ = ٤ + س + ص$

$٠ = ٨ + س + ص$

$٠ = ٢\sqrt{٢} + س + ص$

$٠ = ٢\sqrt{٤} + س + ص$

بين أن المستقيم  $ص + س = ٤$  يقطع الدائرة  $س^2 + ٢ص = ١٦$

أوجد معادلة الدائرة التي تمر بالنقطتين  $(٧، -٤)$  ،  $(٧، ٢)$  ، ومركزها يقع على المستقيم  $٣س - ٢ص - ٨ = ٠$

دائرة معادلتها  $(س - ٣)^2 + (ص - ٤)^2 = ١٦$  تمس أضلاع المثلث أ ب ج متطابق الأضلاع. أوجد معادلة المحل الهندسي لحركة رؤوس المثلث ، بحيث تبقى على بعد ثابت من مركز الدائرة. (علماً بأن القطع المتوسط للمثلث تتقاطع في نقطة واحدة تقسم كل منها بنسبة ٢ : ١ من جهة الرأس)

١١) أي من المعادلات الآتية تمثل معادلة دائرة ؟

$$9 = (2 - s)^2 - (3 + s)^2 \quad \square$$

$$9 = (2 - s)^2 + (3 + s)^2 \quad \square$$

$$9 = (2 - s)^2 + (3 + s)^2 \quad \square$$

$$9 = (2 - s)^2 + (3 + s)^2 \quad \square$$

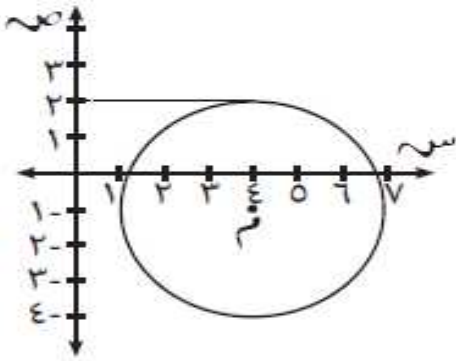
١٢) طول المماس المرسوم من النقطة (٥ ، ٠) للدائرة  $s^2 + v^2 = 16$  يساوي :

$$5 \quad \square$$

$$9 \quad \square$$

$$3 \quad \square$$

$$4 \quad \square$$



١٣) معادلة الدائرة المرسومة في الشكل المجاور هي:

$$0 = 8 + s^2 - 2s + v^2 \quad \square$$

$$0 = 8 + s^2 + 2s + v^2 \quad \square$$

$$0 = 13 + s^2 + 2s + v^2 \quad \square$$

$$0 = 13 + s^2 - 2s + v^2 \quad \square$$

١٤) طول نصف قطر الدائرة التي يقع مركزها على المستقيم  $s = 2 - v$  وقوس المستقيم  $s = v$  يساوي:

$$\frac{1}{2} \quad \square$$

$$2 \quad \square$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}} \quad \square$$

$$\sqrt{2} \quad \square$$

أوجد معادلة الدائرة إذا كان أ (٣ ، ٢) ، ب (٤ ، ٥) نهايتي قطر فيها.

أوجد معادلة أحد المماسين للدائرة  $s^2 + v^2 = 2$  المرسومين من النقطة (٢ ، ٠)

دائرة مركزها نقطة الأصل ،  $\overline{AB}$  وتر فيها معادلته  $s^2 + v^2 = 10$  وطوله  $3\sqrt{6}$  أوجد معادلة الدائرة.

## اختبار ١١ - ١٢ دور أول

١١) مركز الدائرة التي معادلتها  $(س - ٢)^2 + (ص + ١)^2 = ٤$  هو:

- (١-٠٢)     (١٠٢-)     (٢-٠١)     (٢٠١-)

١٢) معادلة الدائرة التي مركزها  $(٢-٠٢)$  وقوس المحور الصادي هي:

- $٠ = ٤ + ٢ص + ٢س - ٢ص + ٢س$       $٠ = ٤ + ٢ص + ٢س - ٢ص + ٢س$   
  $٠ = ٤ + ٢ص + ٢س - ٢ص + ٢س$       $٠ = ٤ + ٢ص + ٢س - ٢ص + ٢س$

١٣) النقطة التي لا يمكن رسم مماس منها للدائرة  $٠ = ٨ - ٢ص + ٢س$  هي:

- (١٠٢-)     (٣٠٢)     (٢-٠٣)     (٢٠١)

١٤) معادلة الدائرة التي قوس المستقيمات  $س = ٢$ ،  $س = ٨$ ،  $ص = ٠$  وتقع في الربع الأول هي:

- $٣ = ٢(٥ - ص) + ٢(٣ - س)$       $٩ = ٢(٤ - ص) + ٢(٢ - س)$   
  $٩ = ٢(٣ - ص) + ٢(٥ - س)$       $٢ = ٢(٣ - ص) + ٢(٤ - س)$

أوجد معادلة الدائرة التي تمر بالنقاط الآتية: أ  $(٠٠)$ ، ب  $(٠٠٨)$ ، ج  $(٢٠٤)$ .

أوجد معادلة المماس المشترك للدائرتين:

$$٠ = ٤ + ٢ص + ٢س - ٢ص + ٢س \quad \text{و} \quad ٠ = ٤ + ٢ص + ٢س - ٢ص + ٢س$$

علماً بأن المماس يمر بنقطة قواسهما.

## اختبار ١١ - ١٢ دور ثاني

١١) نصف قطر الدائرة  $٠ = ٦ - ٢ص + ٢س$  يساوي:

- $\sqrt{١٥}$       $\sqrt{٣}$   
  $\sqrt{٤٢}$       $\sqrt{٣٠}$

١٢) الدائرة  $٠ = ٤ + ٢ص + ٢س - ٢ص + ٢س$  قوس المحور الصادي عند النقطة:

- $(٨٠٠)$       $(٨-٠٠)$   
  $(٢٠٠)$       $(٢-٠٠)$

١٣) معادلة الدائرة التي يكون فيها النقطتان  $(٢٠٤)$ ،  $(٦٠٤)$  نهايتي قطر فيها هي:

- $٦٤ = ٢(٢ - ص) + ٢(٤ + س)$       $٦٤ = ٢(٢ + ص) + ٢(٤ - س)$   
  $١٦ = ٢(٢ + ص) + ٢(٤ - س)$       $١٦ = ٢(٢ - ص) + ٢(٤ + س)$

١٤) معادلة الدائرة التي قوس المستقيمات  $ص = ٥$ ،  $ص = ٩$ ،  $س = ٠$  وتقع في الربع الثاني هي:

- $١٦ = ٢(٧ - ص) + ٢(٢ + س)$       $٤ = ٢(٧ - ص) + ٢(٢ - س)$   
  $١٦ = ٢(٧ + ص) + ٢(٢ - س)$       $٤ = ٢(٧ - ص) + ٢(٢ + س)$

أوجد معادلة الدائرة المرسومة التي تمر بالنقاط  $(٠٠٠)$ ،  $(٢٠٠)$ ،  $(٠٠٦)$ .

أوجد معادلة مماس الدائرة  $٠ = ٤ - ٢ص + ٢س$  عند النقطة  $(٣٠١)$ .