شكراً لتحميلك هذا الملف من موقع المناهج العمانية

شرح وتدريبات درس نظرية ذات الحدين

تاريخ نشر الملف على موقع المناهج: 2022-11-29 09:43:56

التواصل الاجتماعي بحسب الصف الثاني عشر

روابط مواد الصف الثاني عشر على تلغرام

التربية الاسلامية	اللغة العربية	اللغة الانجليزية	الرياضيات

المزيد من الملفات بحسب الصف الثاني عشر والمادة رياضيات تطبيقية في الفصل الأول

1	ملخص شرح درس الراديان
2	المهارت الأساسية في الوحدة الأولى القياس الدائري
3	أسئلة المراجعة النهائية للإمتحان النهائي مع الحل
4	ملخص الوحدة الثالثة الدفع
5	شرح وتدريبات درس نظرية ذات الحدين

٣) نظريّة ذات الحدّين

$(أ + ب)^{ن} = أ^{ن} + (\binom{ن}{١}) ب^{١} أ^{ن-١} + (\binom{ن}{٢}) ب^{٢} أ^{ن-٢} + ... + (\binom{ن}{ن}) ب^{ن}$

$(أ - ب)^{ن} = أ^{ن} - (\binom{ن}{١}) ب^{١} أ^{ن-١} + (\binom{ن}{٢}) ب^{٢} أ^{ن-٢} + ... + (\binom{ن}{ن}) ب^{ن}$

حالة خاصة

$(١+س)^{ن} = ١ + (\binom{ن}{١}) س + (\binom{ن}{٢}) س^{٢} + (\binom{ن}{٣}) س^{٣} + ... + (\binom{ن}{ن}) س^{ن}$

$= ١ + (\binom{ن}{١}) س + (\binom{ن}{٢}) س^{٢} + (\binom{ن}{٣}) س^{٣} + ... + (\binom{ن}{ن}) س^{ن}$

****

مثال

أوجد مفكوك $(أ + ب)^{٥}$

(١) حسب قوى أ التنازلية (٢) حسب قوى أ التصاعدية

الحـــــــل

(١) حسب قوى أ التنازلية

$(أ + ب)^{٥} = (\binom{٥}{٠}) أ^{٥} + (\binom{٥}{١}) ب أ^{٤} + (\binom{٥}{٢}) ب^{٢} أ^{٣} + (\binom{٥}{٣}) ب^{٣} أ^{٢} + (\binom{٥}{٤}) ب^{٤} أ + (\binom{٥}{٥}) ب^{٥}$

$= أ^{٥} + ٥ ب أ^{٤} + ١٠ ب^{٢} أ^{٣} + ١٠ ب^{٣} أ^{٢} + ٥ ب^{٤} أ + ب^{٥}$

(٢) حسب قوى أ التصاعدية

$(ب + أ)^{٥} = (\binom{٥}{٠}) ب^{٥} + (\binom{٥}{١}) أ ب^{٤} + (\binom{٥}{٢}) أ^{٢} ب^{٣} + (\binom{٥}{٣}) أ^{٣} ب^{٢} + (\binom{٥}{٤}) أ^{٤} ب + (\binom{٥}{٥}) أ^{٥}$

$= ب^{٥} + ٥ أ ب^{٤} + ١٠ أ^{٢} ب^{٣} + ١٠ أ^{٣} ب^{٢} + ٥ أ^{٤} ب + أ^{٥}$

****

مثال

أوجد مفكوك $(١ + س)^{٧}$ حسب قوى س التصاعدية

الحـــــــل

$(١ + س)^{٧} = ١ + (\binom{٧}{١}) س + (\binom{٧}{٢}) س^{٢} + (\binom{٧}{٣}) س^{٣} + (\binom{٧}{٤}) س^{٤} + (\binom{٧}{٥}) س^{٥}$

$+ (\binom{٧}{٦}) س^{٦} + (\binom{٧}{٧}) س^{٧}$

$= ١ + ٧ س + ٢١ س^{٢} + ٣٥ س^{٣} + ٣٥ س^{٤} + ٢١ س^{٥} + ٧ س^{٦} + س^{٧}$

****

مثال

أوجد مفكوك $(س - ٢)^{٤}$ حسب قوى س التنازلية

$(س - ٢)^{٤} = س^{٤} + (\binom{٤}{١}) (-٢)^{١} س^{٣} + (\binom{٤}{٢}) (-٢)^{٢} س^{٢} + (\binom{٤}{٣}) (-٢)^{٣} س + (\binom{٤}{٤}) (-٢)^{٤}$

$= س^{٤} - ٨ س^{٣} + ٢٤ س^{٢} - ٣٢ س + ١٦$

مثال أوجد مفكوك (٢س – ٣ص)^{٣}

الحـــــــل

$(٢س- ٣ص)^{٣} = (٢س)^{٣} + \binom{٣}{١}(٢س)^{٢}(-٣ص)^{١} + \binom{٣}{٢}(٢س)^{١}(-٣ص)^{٢} + (-٣ص)^{٣}$

$= ٨س^{٣} - ٣٦ ص س^{٢} + ٥٤ ص^{٢} س - ٢٧ ص$

****

مثال أوجد $(٠,٩٨)^{\circ}$ لاربعة أرقام عشرية

الحـــــــل

$(١ - ٠,٠٢)^{\circ} = ١ + \binom{\circ}{١}(-٠,٠٢)^{١} + \binom{\circ}{٢}(-٠,٠٢)^{٢} + \binom{\circ}{٣}(-٠,٠٢)^{٣} + ...$

$= ١ + ٥ \times -٠,٠٢ + ١٠ \times ٠,٠٠٠٤ + ١٠ \times -٠,٠٠٠٠٠٨$

$= ١ - ٠,١ + ٠,٠٠٤ - ٠,٠٠٠٠٠٨ = ٠,٩٠٣٩$

****

مثال أوجد $(١,٢)^{\circ}$ لاقرب ثلاث أرقام عشرية

الحـــــــل

$(١ + ٠,٢)^{\circ} = ١ + \binom{\circ}{١}(٠,٢) + \binom{\circ}{٢}(٠,٢)^{٢} + \binom{\circ}{٣}(٠,٢)^{٣} + \binom{\circ}{٤}(٠,٢)^{٤} + ...$

$= ١ + ٥ \times ٠,٢ + ١٠ \times ٠,٠٤ + ١٠ \times ٠,٠٠٨ + ٥ \times ٠,٠٠١٦$

$= ١ + ١ + ٠,٤ + ٠,٠٨ + ٠,٠٠٨ = ٢,٤٨٨$

****

تـــــــــــــدريب

(١) بأستخدام نظرية ذات الحدين أوجد قيمة

[أ] $(١٠١)^{٤}$ [١٠٤٠٦٠٤٠١]

[ب] $(١,٠٥)^{٣}$ [١,١٥٧٦٢٥]

[جـ] $(٠,٩٩)^{٦}$ لاقرب خمسة أرقام عشرية [٠,٩٤١٤٨]

(٢) أوجد مفكوك كلا من

[أ] $(أ + ب)^{٧}$

[ب] $(٢ أ - ب)^{٥}$

[جـ] $(س + س^{-١})^{٦}$

[ء] $(١ + \frac{س}{٢})^{٥}$

[هـ] $(٣س - ٢)^{٥}$

[و] $(٢ - ٣س)^{٧}$

[س] $(١ + ٢ أ)^{٥}$

[ص] $(٣س+١)^{٤}$

الحد العام فى مفكوك $(س + ص)^{ن}$ يعطى من العلاقة

$ح_{ر+١} = \binom{ن}{ر} (الثانى)^{ر} (الاول)^{ن-ر}$

معامل $ح_{ر+١} = \binom{ن}{ر} (معامل الثانى)^{ر} (معامل الاول)^{ن-ر}$

****

مثال أوجد الحد الخامس فى مفكوك $(٢س + ٣ص)^{١٠}$

الحـــــــل

$ح_{ر+١} = \binom{ن}{ر} (الثانى)^{ر} (الاول)^{ن-ر}$

$ح_{٨} = \binom{١٠}{٧} (٣ص)^{٧} (٢س)^{٣} = \binom{١٠}{٣} \times ٢١٨٧ ص^{٧} \times ٨س^{٣}$

$= \frac{٨ \times ٩ \times ١٠}{١ \times ٢ \times ٣} \times ٢١٨٧ \times ٨ ص^{٧} س^{٣} = ٢٠٩٩٥٢٠ ص^{٧} س^{٣}$

مثال أوجد الحد الرابع من النهاية فى مفكوك (٣س – ٢ص)^{١٥}

الحـــــــل

لايجاد الحد الرابع من النهاية نقلب المفكوك ونوجد الحد الرابع من البداية

فيكون المفكوك (-٢ص +٣س)^{١٥}

ح$_{٤}$ = $\binom{١٥}{٣}$ (٣س)^{٣}(-٢ص)^{١٢} $\frac{١٥ \times ١٤ \times ١٣}{١ \times ٢ \times ٣}$ × ٢٧س^{٣} × ١٠٢٤ ص^{١٢}

= ١٢٥٧٩٨٤٠ س^{٣} ص^{١٢}

****

مثال أوجد معامل الحد الخامس فى مفكوك (٢س+٣ص)^{٦}

الحـــــــل

معامل ح$_{ر+١}$ = $\binom{ن}{ر}$ (معامل الثانى)^{ر}(معامل الاول)$^{ن-ر}$

معامل ح$_{٥}$ = $\binom{٦}{٤}$ $(٣)^{٤}$ $(٢)^{٢}$ = ١٥ × ٨١ × ٤ = ٤٨٦٠

الحد الاوسط فى مفكوك (أ + ب)^{ن}

١- إذا كانت ن (الاس) زوجيا فان عدد حدود المفكوك ن+١ (فرديا) ولهذا يوجد حد أوسط واحد رتبته $\frac{ن}{٢}$ +١

٢- إذا كانت ن(الاس) فرديا فان عدد الحدود ن+١ (زوجيا) ولهذا يوجد حدان أوسطان رتبتيهما $\frac{ن+١}{٢}$ ، $\frac{ن+٣}{٢}$

مثال أوجد الحد الاوسط فى مفكوك $(٣س + ٢)^{١٢}$

الحـــــــل

رتبة الحد الاوسط $= \frac{ن}{٢} + ١ = \frac{١٢}{٢} + ١ = ٦ + ١ = ٧$

$ح_{٧} = \binom{١٢}{٦} (٢)^{٦} (٣س)^{٦} = ٩٢٤ \times ٦٤ \times ٧٢٩ س^{٦} =$

****

مثال أوجد الحدان الاوسطان فى مفكوك $(٢س+٣)^{٩}$

الحـــــــل

الحدان الاوسطان هما $ح_{٥}$ ، $ح_{٦}$

$ح_{٥} = \binom{٩}{٤} (٣)^{٤} (٢س)^{٥} = ١٢٦ \times ٨١ \times ٣٢ س^{٥} = ٣٢٦٥٩٢ س^{٥}$

$ح_{٦} = \binom{٩}{٥} (٣)^{٥} (٢س)^{٤} = ١٢٦ \times ٢٤٣ \times ١٦ س^{٤} = ٤٨٩٨٨٨ س^{٤}$

****

مثال إذا كان الحدان الاوسطان فى مفكوك $(٥س+ ٤ص)^{٧}$ متساويان إثبت أن $س = \frac{٤}{٥} ص$

الحـــــــل

$ح_{٤} = ح_{٥}$

$\binom{٧}{٣} (٤ص)^{٣} (٥س)^{٤} = \binom{٧}{٤} (٤ص)^{٤} (٥س)^{٣}$

$٥س = ٤ص$

$س = \frac{٤}{٥} ص$

مثال إذا كان الحد الرابع والاوسط فى مفكوك (٣أ +٢ب)^{٨} متساويان إثبت أن أ : ب = ٥ : ٦

الحـــــــل

الحد الاوسط هو ح$_{٥}$

ح$_{٤}$ = ح$_{٥}$

$$\binom{٨}{٣}(٢ب)^{٣}(٣أ)^{٥} = \binom{٨}{٤}(٢ب)^{٤}(٣أ)^{٤}$$

$$\frac{٨\times٧\times٦}{١\times٢\times٣} \times ٣أ^{٣} = \frac{٨\times٧\times٦\times٥}{١\times٢\times٣\times٤} \times ٢ب^{٤}$$

$$٣أ^{٣} = \frac{٥ب^{٤}}{٢}$$

$$٦أ = ٥ب \qquad \frac{أ}{ب} = \frac{٥}{٦}$$

****

مثال إذا كان معاملا الحدين الرابع والسادس من مفكوك (١ + س)^{ن} هما٣٥ ، ٢١ على الترتيب فما قيمة ن

الحـــــــل

معامل ح$_{٤}$ = $\binom{ن}{٣}$ = ٣٥

$$\frac{ن(ن-١)(ن-٢)}{١\times٢\times٣} = ٣٥$$

$$ن(ن-١)(ن-٢) = ٢١٠$$

معامل ح$_{٦}$ = $\binom{ن}{٥}$ = ٢١

$$\frac{ن(ن-١)(ن-٢)(ن-٣)(ن-٤)}{١\times٢\times٣\times٤\times٥} = ٢١$$

$$ن(ن-١)(ن-٢)(ن-٣)(ن-٤) = ٢٥٢٠$$

$$\frac{ن(ن-١)(ن-٢)(ن-٣)(ن-٤)}{ن(ن-١)(ن-٢)} = \frac{٢٥٢٠}{٢١٠}$$

$$(ن-٣)(ن-٤) = ١٢$$

$$ن^{٢} - ٧ن + ١٢ = ١٢$$

$$ن^{٢} - ٧ن = ٠$$

$$ن(ن-٧) = ٠$$

$$ن = ٧$$

معامل أى قوة والحد الخالى من س

مثال أوجد معامل $س^{١٥}$ والحد الخالى من س فى مفكوك $(س^{٣} + \frac{٣}{س^{٢}})^{١٠}$

الحـــــل

$ح_{ر+١} = \binom{١٠}{ر} (\frac{٣}{س^{٢}})^{ر} (س^{٣})^{١٠-ر} = \binom{١٠}{ر} ٣^{ر} س^{-٢ر} \times س^{٣٠-٣ر}$

$= \binom{١٠}{ر} ٣^{ر} \times س^{٣٠-٥ر}$

لايجاد الحد المشتمل على $س^{٥}$ نضع

$س^{٣٠-٥ر} = س^{١٥}$

$٣٠ - ٥ر = ١٥$

$-٥ر = ١٥ - ٣٠ = -١٥$

$ر = ٣$

الحد المشتمل على $س^{١٥}$ هو $ح_{٤}$

معامل $ح_{٤} = \binom{١٠}{٣} \times ٣^{٣} = ٣٢٤٠$

لايجاد الحد الخالى من س نضع

$س^{٣٠-٥ر} = س^{٠}$

$٣٠ - ٥ر = ٠$

$٥ر = ٣٠$

$ر = ٦$

الحد الخالى من س هو $ح_{٧}$

$ح_{٧} = \binom{١٠}{٦} \times ٣^{٦} = ١٥٣٠٩٠$

****

مثال فى مفكوك $(س^{٢} + \frac{أ}{س})^{٥}$ أذا كان معامل س يساوى ٨٠ فما قيمة أ

الحـــــل

$ح_{ر+١} = \binom{٥}{ر} (\frac{أ}{س})^{ر} (س^{٢})^{٥-ر} = \binom{٥}{ر} أ^{ر} س^{-ر} \times س^{١٠-٢ر}$

$= \binom{٥}{ر} أ^{ر} \times س^{١٠-٣ر}$

لايجاد الحد المشتمل على س نضع

$س^{١٠-٣ر} = س$

$١٠ - ٣ر = ١$

$٣ر = ٩$

$ر = ٣$

الحد المشتمل على س هو $ح_{٤}$

معامل $ح_{٤} = ٨٠$

$\binom{٥}{٣} أ^{٣} = ٨٠$

$١٠ أ^{٣} = ٨٠$

$أ^{٣} = ٨$

$أ = ٢$

مثال إثبت أنه لا يوجد حد خالى من س فى مفكوك $(\frac{س}{٣} + \frac{٣}{س})^{١١}$

الحـــــــل

$ح_{ر+١} = \binom{١١}{ر} (\frac{٣}{س})^{ر} (\frac{س}{٣})^{١١-ر} = \binom{١١}{ر} \times ٣^{ر} \times س^{-ر} \times س^{١١-ر} \times ٣^{-١١+ر}$

$= \binom{١١}{ر} \times ٣^{٢ر-١١} \times س^{١١-٢ر}$

نضع $س^{١١-٢ر} = س^{صفر}$

$١١ - ٢ر = ٠$

$٢ر = ١١$ $\quad ر = \frac{١١}{٢}$ (مرفوض)

لا يوجد حد خال من س فى هذا المفكوك

****

مثال إثبت أنه لا يوجد حد يحتوى على $س^{٨}$ فى مفكوك $(س^{٢} - \frac{٤}{س})^{١٤}$

الحـــــــل

$ح_{ر+١} = \binom{١٤}{ر} (\frac{-٤}{س})^{ر} (س^{٢})^{١٤-ر} = \binom{١٤}{ر} \times (-٤)^{ر} \times س^{-ر} \times س^{٢٨-٢ر}$

$= \binom{١٤}{ر} \times (-٤)^{ر} \times س^{٢٨-٣ر}$

نضع $س^{٢٨-٣ر} = س^{٨}$

$٢٨ - ٣ر = ٨$

$٣ر = ٢٠$ $\quad ر = \frac{٢٠}{٣}$ (مرفوض)

لا يوجد حد يحتوى على $س^{٨}$ فى هذا المفكوك

مثال فى مفكوك $(س + \frac{١}{س})^{ن}$ إذا كان الحد الخالى من س هو $ح_{ه}$ أوجد ن

الحـــــــل

$ح_{ر+١} = \binom{ن}{ر} (\frac{١}{س})^{ر} \times س^{ن-ر} = \binom{ن}{ر} س^{-ر} \times س^{ن-ر} = \binom{ن}{ر} \times س^{ن-٢ر}$

الحد الخالى من س هو $ح_{ه}$

$ر = ٤$

$ن - ٢ر = ٠$

$ن - ٢ \times ٤ = ٠$

$ن - ٨ = ٠$

$ن = ٨$

مثال

إذا كانت ن عددا صحيحا موجبا فأثبت أنه لا يوجد حد خال من س فى مفكوك $(س^{٥} + \frac{١}{س^{٢}})^{ن}$ إلا إذا كانت ن = ٧ أو مكررا لها ثم أوجد رتبة وقيمة الحد الخالى من س عندما تكون ن = ١٤

الحـــــــل

$ح_{ر+١} = \binom{ن}{ر}(\frac{١}{س^{٢}})^{ر}(س^{٥})^{ن-ر} = \binom{ن}{ر} س^{-٢ر} \times س^{٥ن-٥ر} = \binom{ن}{ر} س^{٥ن-٧ر}$

لايجاد رتبة الحد الخالى من س نضع

$س^{٥ن-٧ر} = س^{٠}$

$٥ن - ٧ر = ٠$

$٧ر = ٥ن$

$ر = \frac{٥ن}{٧}$

لكى يوجد حدّ خال من س لابد من أن تكون ر عدد صحيح موجب وهذا لا يتحقق إلا إذا كانت ن = ٧ أو مكررا لها

عندما ن = ١٤

$ر = \frac{٥ \times ١٤}{٧} = ١٠$

رتبة الحد الخالى من س هو $ح_{١١}$

$ح_{١١} = {}^{١٤}ق_{١٠} = {}^{١٤}ق_{٤} = ١٠٠١$

مثال

فى مفكوك $(٢س + \frac{٣}{٢س^{٣}})^{١٢}$ أوجد معامل $\frac{١}{س^{٤}}$

الحـــــــل

$ح_{ر+١} = \binom{١٢}{ر}(\frac{٣}{٢س^{٣}})^{ر}(٢س)^{١٢-ر} = \binom{١٢}{ر}(\frac{٣}{٢})^{ر} \times س^{-٣ر} \times ٢^{١٢-ر} \times س^{١٢-ر}$

$= \binom{١٢}{ر}(\frac{٣}{٢})^{ر} \times ٢^{١٢-ر} \times س^{١٢-٤ر}$

لا يجاد الحد المشتمل على $س^{-٤}$

$س^{١٢-٤ر} = س^{-٤}$ $١٢ - ٤ر = -٤$ $-٤ر = -١٦$ $ر = ٤$

معامل $ح_{٥} = \binom{١٢}{٤}(\frac{٣}{٢})^{٤} \times ٢^{٨} =$

النسبة بين حدين متتاليين فى مفكوك (س + ص)^{ن}

$\frac{ح_{ر+١}}{ح_{ر}} = \frac{ن - ر + ١}{ر} \times \frac{\text{الثانى}}{\text{الاول}}$ ،،،

$\frac{\text{معامل } ح_{ر+١}}{\text{معامل } ح_{ر}} = \frac{ن - ر + ١}{ر} \times \frac{\text{معامل الثانى}}{\text{معامل الاول}}$

مثال فى مفكوك (٢ س + ٣ص)^{١٢} أوجد

(١) $\frac{ح_{٦}}{ح_{٥}}$ (٢) $\frac{ح_{٦}}{ح_{٧}}$ (٣) $\frac{ح_{٧}}{ح_{٥}}$ (٤) $\frac{\text{معامل } ح_{٥}}{\text{معامل } ح_{٤}}$

الحـــــل

$$\frac{ح_{٦}}{ح_{٥}} = \frac{١٢ - ٥ + ١}{٥} \times \frac{٣ص}{٢س} = \frac{٨}{٥} \times \frac{٣ص}{٢س} = \frac{١٢ص}{٥س}$$

$$\frac{ح_{٦}}{ح_{٧}} = \frac{٦}{١٢ - ٦ + ١} \times \frac{٢س}{٣ص} = \frac{٦}{٧} \times \frac{٢س}{٣ص} = \frac{٤س}{٧ص}$$

$$\frac{ح_{٧}}{ح_{٥}} = \frac{ح_{٧}}{ح_{٦}} \times \frac{ح_{٦}}{ح_{٥}} = \frac{١٢ - ٦ + ١}{٦} \times \frac{٣ص}{٢س} \times \frac{١٢ - ٥ + ١}{٥} \times \frac{٣ص}{٢س}$$

$$= \frac{٧}{٦} \times \frac{٨}{٥} \times \frac{٩ص^{٢}}{٤س^{٢}} = \frac{٢١ص^{٢}}{٥س^{٢}}$$

$$\frac{\text{معامل } ح_{٥}}{\text{معامل } ح_{٤}} = \frac{١٢ - ٤ + ١}{٤} \times \frac{٣}{٢} = \frac{٩}{٤} \times \frac{٣}{٢} = \frac{٢٧}{٨}$$

مثال إذا كانت النسبة بين الحدين الرابع والخامس من مفكوك $(٥ - ٣س)^{٨}$ تساوى ٢- : ٣ أوجد قيمة س

الحـــــل

$\frac{ح_٥}{ح_٤} = \frac{-٣}{٢}$

$\frac{ح_٤}{ح_٤} = \frac{٨ - ٤ + ١}{٤} \times \frac{-٣س}{٥} = \frac{-٣}{٢}$

$\frac{-٣س}{٤} = \frac{-٣}{٢}$

$-٦ س = -١٢$

$س = ٢$

مثال فى مفكوك $(١ + س)^{ن}$ إذا كانت النسبة بين معاملات ثلاث حدود متتالية كنسبة ١٥ : ٤٢ : ٩١ على الترتيب فما قيمة ن وما ترتيب هذه الحدود

الحـــــل

نفرض أن هذه الحدود $ح_ر$ ، $ح_{ر+١}$ ، $ح_{ر+٢}$

$\frac{ح_{ر+١}}{ح_ر} = \frac{٤٢}{١٥} \Leftarrow \frac{ن - ر + ١}{ر} = \frac{١٤}{٥}$

$٥ن - ٥ ر + ٥ = ١٤ر$

$٥ن - ١٩ ر = -٥$ (١)

$\frac{ح_{ر+٢}}{ح_{ر+١}} = \frac{٩١}{٤٢}$ $\quad \frac{ن - (ر+١) + ١}{ر+١} = \frac{٩١}{٤٢}$

$\frac{ن - ر}{ر+١} = \frac{١٣}{٦}$

$٦ن - ٦ ر = ١٣ر + ١٣$

$٦ن - ١٩ ر = ١٣$

بحل المعادلتين معا

$٦ن - ١٩ ر = ١٣$

$٥ن - ١٩ ر = -٥$

$ن = ١٨$

$٦ \times ١٨ - ١٩ ر = ١٣$

$١٠٨ - ١٩ ر = ١٣$

$-١٩ ر = ١٣ - ١٠٨$

$-١٩ ر = -٩٥$ $\quad ر = ٥$

الحدود هى $ح_٥$ ، $ح_٦$ ، $ح_٧$

مثال

فى مفكوك (٤ + ٧ س)^{١٤} أذا النسبة بين الحد الاوسط والحد السابع٢: ٣
إوجد قيمة س

الحـــــــل

الحد الاوسط ح$_{٨}$

$$\frac{ح_{٨}}{ح_{٧}} = \frac{٢}{٣}$$

$$\frac{١٤ - ٧ + ١}{٧} \times \frac{س٧}{٤} = \frac{٢}{٣}$$

$$\frac{س٨}{٤} = \frac{٢}{٣}$$

٢٤س = ٨

$$س = \frac{٨}{٢٤} = \frac{١}{٣}$$

مثال

فى مفكوك (١ + س)^{٧} إذا كان ٢ معامل ح$_{ر+١}$ = معامل ح$_{ر}$ + معامل ح$_{ر+٢}$
إجد قيمة ر

الحـــــــل

٢ معامل ح$_{ر+١}$ = معامل ح$_{ر}$ + معامل ح$_{ر+٢}$

$$٢ = \frac{\text{معامل ح}_{ر+١}}{\text{معامل ح}_{ر+١}} + \frac{\text{معامل ح}_{ر+٢}}{\text{معامل ح}_{ر+١}} \div$$

$$٢ = \frac{ر}{١ + ر - ٧} + \frac{(١ + ر) - ٧}{١ + ر}$$

$$٢ = \frac{ر}{ر - ٨} + \frac{ر - ٧}{ر + ١}$$

$$٢ = \frac{ر^{٢} + ر + ٥٦ - ١٥ ر + ر^{٢}}{ر - ر^{٢} - ٨ + ٨ر}$$

$$٢ = \frac{٢ر^{٢} - ١٤ ر + ٥٦}{-ر^{٢} + ٧ ر + ٨}$$

$$٢ر^{٢} - ١٤ ر + ٥٦ = -٢ر^{٢} + ١٤ر + ١٦$$

$$٤ ر^{٢} - ٢٨ ر + ٤٠ = ٠$$

$$ر^{٢} - ٧ ر + ١٠ = ٠$$

$$(ر - ٢)(ر - ٥) = ٠$$

ر = ٢ ر = ٥

مثال النسبة بين معاملى أحد الحدود والحد التالى له مباشرة فى مفكوك $(٥+٤س)^{٢٤}$ تساوى ٥ : ٦ أوجد رتبة كلا منهما

الحـــــل

نفرض الحدان هما $ح_ر$ ، $ح_{ر+١}$

$$\frac{ح_{ر+١}}{ح_ر} = \frac{٦}{٥}$$

$$\frac{٢٤-ر+١}{ر} \times \frac{٤}{٥} = \frac{٦}{٥}$$

$$\frac{٢٥-ر}{ر} \times \frac{٦}{٥} = \frac{٥}{٤}$$

$$\frac{٢٥-ر}{ر} = \frac{٦}{٤}$$

$$٦ر = ١٠٠ - ٤ر$$

$$٦ر + ٤ر = ١٠٠$$

$$١٠ر = ١٠٠$$

$$ر = ١٠$$

الحدان هما $ح_{١٠}$ ، $ح_{١١}$

مثال فى مفكوك $(١ + س)^{ن}$ حسب قوى س التصاعدية وجد أن معامل $س^{٤}$ = معامل $س^{٣}$ + ٢ معامل $س^{٢}$ فما قيمة ن

الحـــــل

$$(١ + س)^{ن} = ١ + ن ق_{١} س + ن ق_{٢} س^{٢} + ن ق_{٣} س^{٣} + ...$$

معامل $س^{٤} = ن ق_{٤}$ ، معامل $س^{٣} = ن ق_{٣}$ ،معامل $س^{٢} = ن ق_{٢}$

$ن ق_{٤} = ن ق_{٣} + ٢ ن ق_{٢} \div ن ق_{٣}$

$$\frac{ن ق_{٤}}{ن ق_{٣}} = \frac{ن ق_{٢}}{ن ق_{٣}} \times ٢ + ١$$

$$\frac{ن-٣}{٤} = \frac{٣}{ن-٢} \times ٢ + ١$$

$$\frac{ن-٣}{٤} = \frac{٦}{ن-٢} + ١$$

$$\frac{ن-٣}{٤} = \frac{ن-٢+٦}{ن-٢}$$

$$(ن-٣)(ن-٢) = ٤ن - ٨ + ٢٤$$

$$ن^{٢} - ٥ن + ٦ - ٤ن - ١٦ = ٠$$

$$ن^{٢} - ٩ن - ١٠ = ٠$$

$$(ن-١٠)(ن+١) = ٠$$

$$ن = ١٠ \quad ن = -١ \text{ (مرفوض)}$$

مثال

فى مفكوك $(س + ص)^{٨}$ إذا كان $ح_{١} + ح_{٣} = ٢ ح_{٢}$ أوجد س : ص

الحـــــــل

$ح_{١} + ح_{٣} = ٢ ح_{٢}$ ÷ $ح_{٢}$

$$\frac{ح_{١}}{ح_{٢}} + \frac{ح_{٣}}{ح_{٢}} = ٢$$

$$\frac{١}{٨ - ١ + ١} \times \frac{س}{ص} + \frac{٨ - ٢ + ١}{٢} \times \frac{ص}{س} = ٢$$

$$\frac{س}{٨ص} + \frac{٧ص}{٢س} = ٢$$

$$\frac{٢س^{٢} + ٥٦ ص^{٢}}{١٦ س ص} = ٢$$

$٢س^{٢} + ٥٦ ص^{٢} = ٣٢س ص$

$٢س^{٢} - ٣٢ س ص + ٥٦ ص^{٢} = ٠$

$س^{٢} - ١٦ س ص + ٢٨ ص = ٠$

$(س - ٢ص)(س - ١٤ ص) = ٠$

$س = ٢ ص$ ،، $س = ١٤ ص$

$$\frac{س}{ص} = ٢$$

$$\frac{س}{ص} = ١٤$$

مثال

إذا كانت الحدود الثانى والثالث والرابع فى مفكوك $(س + ص)^{ن}$ هى على الترتيب ٥٠ ، ١١٢٥ ، ١٥٠٠٠ أوجد قيمة س ، ص ، ن

الحـــــــل

$$\frac{ح_{٣}}{ح_{٢}} = \frac{١٢٢٥}{٥٠}$$

$$\frac{ن - ٢ + ١}{٢} \times \frac{ص}{س} = \frac{٤٥}{٢}$$

$$(ن - ١) \frac{ص}{س} = ٤٥$$

$(ن - ١) ص = ٤٥ س$ (١)

$$\frac{ح_{٤}}{ح_{٣}} = \frac{١٥٠٠٠}{١١٢٥}$$

$$\frac{ن - ٣ + ١}{٣} \times \frac{ص}{س} = \frac{٤٠}{٣}$$

$$(ن - ٢) \frac{ص}{س} = ٤٠$$

$(ن - ٢) ص = ٤٠ س$ (٢)

بالقسمة

$$\frac{(ن - ٢) ص}{(ن - ١) ص} = \frac{٤٠ س}{٤٥ س}$$

$$\frac{ن - ٢}{ن - ١} = \frac{٨}{٩}$$

$٩ ن - ١٨ = ٨ ن - ٨$

$٩ن - ٨ ن = - ٨ + ١٨$

$ن = ١٠$

بالتعويض فى ١ $٩ص = ٤٥ س$ $ص = ٥س$

$ح_{٢} = ٥٠$ $ق_{١} ص س^{٩} = ٥٠$

$١٠ \times ٥س \times س^{٩} = ٥٠$

$س^{١٠} = ١$ $س = \pm ١$ $ص = \pm ٥$

مثال فى مفكوك $(أ + ب)^{٢٠}$ حسب قوى أ التنازلية إذا كان $(ح_{ر+١})^{٢} = \frac{٥}{٤} ح_{ر} \times ح_{ر+٢}$ أوجد قيمة ر

الحـــــــل

$ح_{ر+١} \times ح_{ر+١} = \frac{٥}{٤} ح_{ر} \times ح_{ر+٢}$

$\frac{ح_{ر+١}}{ح_{ر}} = \frac{٥}{٤} \times \frac{ح_{ر+٢}}{ح_{ر+١}}$

$\frac{ب}{أ} \times \frac{١+(ر+١)-٢٠}{ر+١} \times \frac{٥}{٤} = \frac{ب}{أ} \times \frac{١+ر-٢٠}{ر}$

$\frac{ر-٢١}{ر} = \frac{ر-٢٠}{ر+١} \times \frac{٥}{٤}$

$\frac{ر-٢١}{ر} = \frac{١٠٠-٥ر}{٤ر+٤}$

ر $(١٠٠ - ٥ ر) = (٢١- ر)(٤ر+٤)$

$١٠٠ر - ٥ر^{٢} = ٨٤ر + ٨٤ - ٤ر^{٢} - ٤ر$

$ر^{٢} - ٢٠ ر + ٨٤ = ٠$

$(ر - ٦)(ر - ١٤) = ٠$

ر = ٦ ر = ١٤

مثال أوجد مفكوك

$(أ - ب)^{٥}$

الحـــــــل

(١) حسب قوى أ التنازلية

$(أ - ب)^{٥} = (^{٥}_{٠}) أ^{٥} - (^{٥}_{١}) ب أ^{٤} + (^{٥}_{٢}) ب^{٢} أ^{٣} - (^{٥}_{٣}) ب^{٣} أ^{٢} + (^{٥}_{٤}) ب^{٤} أ - (^{٥}_{٥}) ب^{٥} أ^{٠}$

$= أ^{٥} - ٥ ب أ^{٤} + ١٠ ب^{٢} أ^{٣} - ١٠ ب^{٣} أ^{٢} + ٥ ب^{٤} أ - ب^{٥}$

أسئلة مراجعة

أوجد مفكوك كل من المعادلات التالية:

$(٣ س + \frac{١}{س})^{٤}$

الحـــــــل

$(\frac{٢}{س} + ٢ س)^{٦}$

الحـــــــل

$(٣س - ٢ص)^{٤}$

الحـــــــل

$(س^{٢} + ١)^{٥}$

الحـــــــل

$(\frac{١}{س} + س)^{٦}$

الحـــــــل