الشرح التفصيلي للوحدة الأولى القياس الدائري

تم تحميل هذا الملف من موقع المناهج العمانية
موقع فايلاتي ⇦ المناهج العمانية ⇦ الصف الثاني عشر ⇦ رياضيات متقدمة ⇦ الفصل الأول ⇦ ملفات متنوعة ⇦ الملف
تاريخ إضافة الملف على موقع المناهج: 13-11-2025 11:27:49
المزيد من مادة رياضيات متقدمة: ملفات ا كتب للمعلم ا كتب للطالب ا اختبارات الكترونية ا اختبارات ا حلول ا عروض بوربوينت ا أوراق عمل منهج انجليزي ا ملخصات وتقارير ا مذكرات وبنوك ا الامتحان النهائي ا للمدرس
إعداد: أسعد مصطفى

التواصل الاجتماعي بحسب الصف الثاني عشر					
صفحة المناهج العمانية على فيسبوك					

المزيد من الملفات بحسب الصف الثاني عشر والمادة رياضيات متقدمة في الفصل الأول	
ملخص وتمارين درس الراديان	1
حل تمارين الوحدة الأولى القياس الدائري من كتاب النشاط	2
ملخص الدرس الأول الراديان من الوحدة الأولى القياس الدائري	3
قوانين ومفاهيم الوحدة الأولى القياس الدائري	4
كراسة الطالب في الوحدة الثانية حساب المثلثات	5

الرياضيات المتقدمة

الوحدة الأولى

القياس الدائري

الجزء الاول

أساسيات هامة + الراديان + طول القوس الدائري

الشرح التفصيلي

ويتضمن

١	اساسيات هامة	١
٢	نظامي الراديان والدرجات والتحويل بينهما وامثلة متنوعة	٧
٣	طول القوس الدائري وامثلة متنوعة	١٣

إعداد

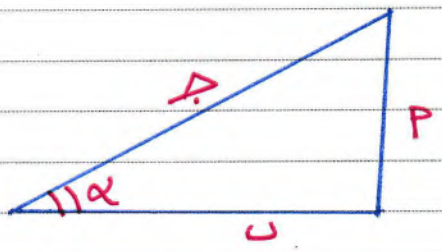
أسعد مصطفى

www.asadmath.com

Instagram : asad.k.mustafa

أساسيات (١)

١ مفهوم الدوال المثلثية



① $جا\alpha = \frac{المقابل}{الوتر} = \frac{أ}{جـ}$

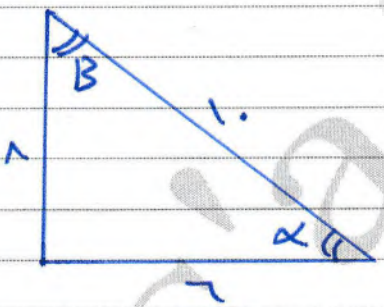
② $جتا\alpha = \frac{المجاور}{الوتر} = \frac{ب}{جـ}$

③ $ظا\alpha = \frac{المقابل}{المجاور} = \frac{أ}{ب}$

④ $قا\alpha = \frac{1}{جتا\alpha} = \frac{الوتر}{المجاور}$ وعكسي حساب جتا أولاً أسهل للحل

⑤ $قتا\alpha = \frac{1}{جا\alpha} = \frac{الوتر}{المقابل}$ وعكسي حساب جا أولاً أسهل للحل

⑥ $ظتا\alpha = \frac{1}{ظا\alpha} = \frac{المجاور}{المقابل}$ وعكسي حساب ظا أولاً أسهل للحل



مثال: استخدم المثلث المجاور لإيجاد كلاً مما يلي

① $جا\alpha = \frac{٨}{١٠} = ٠٫٨$

② $جتا\alpha = \frac{٦}{١٠} = ٠٫٦$

③ $ظا\alpha = \frac{٨}{٦} = \frac{٤}{٣}$

④ $قا\alpha = \frac{1}{جتا\alpha} = \frac{1}{٠٫٦} = \frac{٥}{٣}$

⑤ $قتا\alpha = \frac{1}{جا\alpha} = \frac{1}{٠٫٨} = \frac{٥}{٤}$

⑥ $ظتا\alpha = \frac{1}{ظا\alpha} = \frac{٣}{٤}$

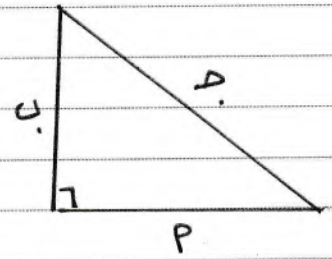
⑦ $جا^{٢}\alpha + جتا^{٢}\alpha = (٠٫٨)^{٢} + (٠٫٦)^{٢} = ٠٫٦٤ + ٠٫٣٦ = ١$

إعداد: أسعد مصطفى [99137750]
E-mail: class12math@gmail.com
Instagram : asad.k.mustafa

Asad Mustafa 2026 2025

2

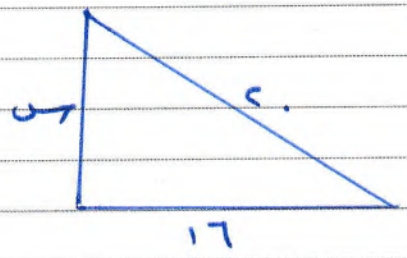
② نظرية فيثاغورس (الزاوية قائمة)



$(جـ)^2 = (أ)^2 + (ب)^2$

(مربع طول الوتر) = (مربع طول ضلع الأول) + (مربع طول ضلع الثاني)

مثال جد قيمة س في المثلث القائم الزاوية

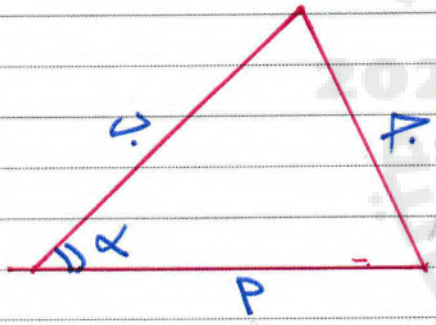


$(٢٠)^2 = (١٦)^2 + (س)^2$

$٤٠٠ = ٢٥٦ + س^2$ ، $س^2 = ١٤٤$

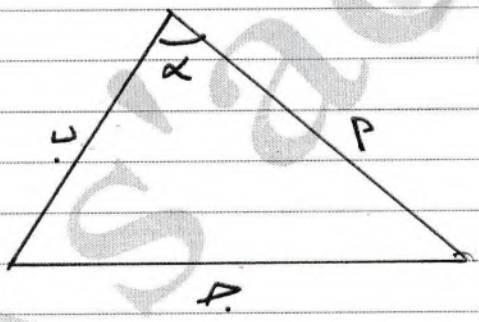
$\therefore$ س = ١٢

③ أصل نظرية فيثاغورس (قانون جيب التمام) (مهما كانت الزاوية)



$جـ^2 = أ^2 + ب^2 - ٢أب جتا α$

الانتباه لاشارة المسالب في القانون



مثال في المثلث المجاور إذا علمت أن

جتا α = ٠,٥٢

أ = ١٠

ب = ١٣

أوجد طول الضلع جـ .

$جـ^2 = أ^2 + ب^2 - ٢ \times ب \times أ \times$ جتا α

$جـ^2 = ١٠٠ + ١٦٩ - ٢ \times ١٣ \times ١٠ \times ٠,٥٢$

$جـ^2 = ٢١٧$

$\therefore$ جـ = $\sqrt{٢١٧}$ = ١٤,٧٣

3

مثال

ج ب ﻫ مثلث فيه ق(∠ب) = ٦٠° ، ب ﻫ = ٨ سم ، ب ج = ٦ سم ، ﻫ ج = ١٠ سم
أوجد بدون استخدام الآلة الحاسبة قياس الزاوية ب ج ﻫ بالدرجات.

$$(\text{ب ﻫ})^2 = (\text{ب ج})^2 + (\text{ج ﻫ})^2 - 2 \times (\text{ب ج}) \times (\text{ج ﻫ}) \times \text{جتا}(\angle \text{ب ج ﻫ})$$

$$64 = 36 + 100 - 120 \times \text{جتا}(\angle \text{ب ج ﻫ})$$

$$120 \times \text{جتا}(\angle \text{ب ج ﻫ}) = 136 - 64$$

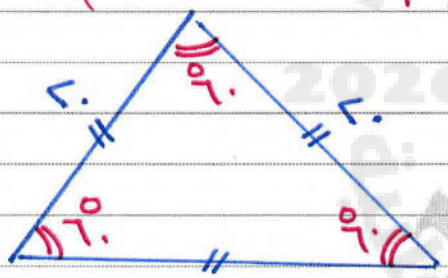
$$\text{جتا}(\angle \text{ب ج ﻫ}) = \frac{72}{120} = \frac{3}{5}$$

بالاستعانة بالحاسبة واستخدام جتا$^{-1}$ طالبي

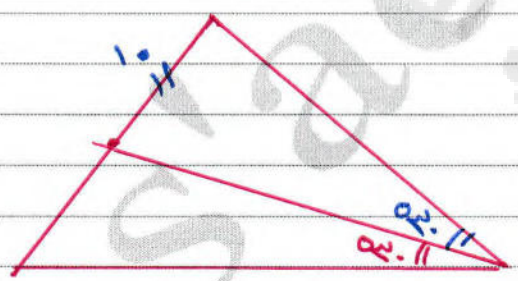
Shift + $\cos^{-1}$ $\left(\frac{3}{5}\right)$ = 53.13

إذن قياس الزاوية ب ج ﻫ = ٥٣٫١٣°

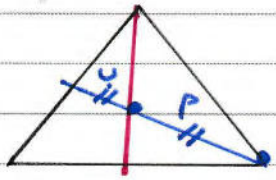
④ بعض خصائص المثلث متساوي الأضلاع (متساوي الزوايا)



① كل ضلع يساوي ثلث محيطه
② قياس كل زاوية = ٦٠°
③ لو تطلع أي مستقيم من رأس زاوية ينصف لها فإنه سينصف الضلع المقابل لها



⑤ القطع المتوسطة للمثلث تتقاطع في نقطة واحدة تقسم كل منها بنسبة ٢ : ١ من جهة الرأس



مثلاً القطعة المتوسطة م ب المرسومة
تقول بنسبة بين م ، ب هي ٢ : ١ ،
أي أن م هي منتصف ب دائماً .

4

⑤ متطابقات هامة

سيتم استخدامها في تبسيط المعادلات المثلثية أو اثباتها لاحقاً.

① $جا^2س + جتا^2س = 1$

② $قا^2س = 1 + ظا^2س$

③ $قتا^2س = 1 + ظتا^2س$

مثال ⑤ عبر بدلالة جاس فقط ① عن $\frac{1}{جتا^2س}$

$$\frac{1}{جتا^2س} = \frac{جا^2س}{جتا^2س} + \frac{جتا^2س}{جتا^2س}$$

$$ظا^2س + 1 = قا^2س$$

$\Leftarrow$ $قا^2س = 1 + ظا^2س$ بـ ②

وصلة ١

⑥ التقريب لأقرب منزلة عشرية

لبدأ لوطان لتقريب لثلاثة خانات مثلاً ننظر إلى خانة العشرية الرابعة إذا كانت < 5 نترك خانة الثالثة عشرية كما هي
وإذا كانت ≥ 5 نضع الخانة الثالثة عشرية زائد ١
ونهمل باقي الكسر.

مثال ⑥ قرب الأعداد التالية حسب ما هو مطلوب

١) ٢١,٦٨	لأقرب منزلة عشرية	٢١,٧
١٨,٥٥٤	لأقرب منزلتين عشريتين	١٨,٥٥
٠,٤٨٦٦	لأقرب ٤ منازل	٠,٤٨٧
٩,٥٩٥٩٥٩	لأقرب ٤ منازل	٩,٥٩٦٠
٢٤,٦٤١٥	لأقرب ٣ منازل	٢٤,٦٤٢

5

⑦ التقريب لأقرب رقم معنوي

الرقم المعنوي :
① أي عدد غير صفري فهو معنوي
② أي عدد صفري واقع بين عددين معنويين فهو عدد معنوي
③ في الأعداد العشرية الأصغر من ١ فإن جهة اليسار لأول رقم غير صفر تعتبر بداية الأرقام المعنوية
④ في الأعداد التي تحتوي على أصفار فإن جهة اليمين لآخر رقم غير صفر تعتبر نهاية الأرقام المعنوية

مثال ٧
أصله سريع (عدد، عدد، معنوية)

٣٣,٤	٣	٣ أرقام معنوية
٦,٥٩	٣	٣ أرقام معنوية
٤٦٥٣	٤	٤ أرقام معنوية
٦٤٠٨	٤	٤ أرقام معنوية
٤,٦٠٤	٤	٤ أرقام معنوية
٠,٠٠٨٥	٢	٢ أرقام معنوية
٤٠٠٠	١	رقم معنوي

مثال ٨
التقريب

١٥,٦٨٤	لأقرب رقم معنوي واحد	٢٠٠٠
٣٤٩,٧٥٩	لأقرب خمس معنوية	٧٦٠
٥,٢٦٩١	لأقرب ٣ أرقام معنوية	٥,٢٧
٠,٠٨١٧	لأقرب رقم معنوي واحد	٠,٠٨
٠,١٩٥٤	لأقرب خمس معنوية	٠,٢
٦,٠٤٨٨٢	لأقرب ٣ أرقام معنوية	٦,٠٤

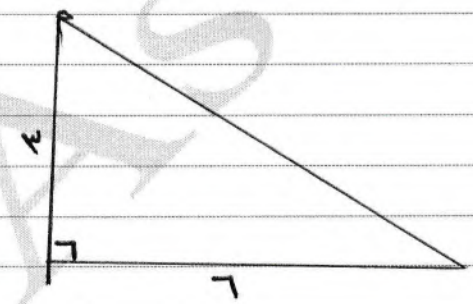
⑧ مساحة المثلث القائم الزاوية

م = ½ × القاعدة × الارتفاع

مثال : مساحة المثلث المجاور

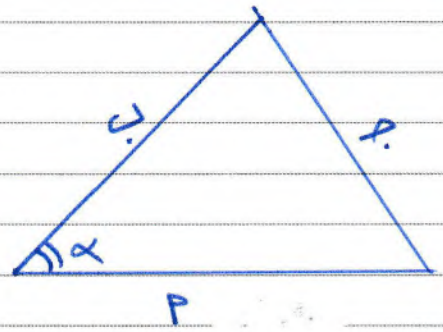
م = ½ × ٦ × ٣

= ⑨ وحدة مساحة.



6

⑨ مساحة المثلث (الذي فيه زاوية)

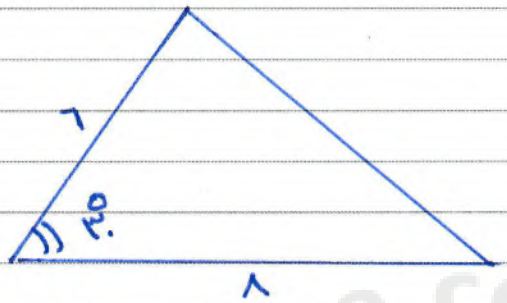


الزاوية المحصورة بينهما ← الضلع الثاني ← الضلع الأول

م = ½ × أ × ب × جا α

في المثلث القائم جا ٩٠ = ١

فيكون ½ × القاعدة × الارتفاع



مثال ١ اجب مساحة المثلث

م = ½ × ٨ × ٦ × جا ٣٠

= ½ × ٨ × ٦ × ½ = ٤٨/٤ = ١٢ #

مثال ١١ اجب مساحة المثلث الذي طول ضلعين منه = ١٢ وطول الضلع الثالث = ١٨ والزاوية المحصورة بينهما = ٥٥°

م = ½ × أ × ب × جا α

= ½ × ١٢ × ١٨ × جا ٥٥°

= ٨٨,٤٧

⑩ مساحة الدائرة = π نق²

مثال ١٠ اجب مساحة دائرة طول نصف قطرها = ٦

م = π × ٦²

= ٣٦ π

⑪ محيط الدائرة = π × ٢ نق

مثال ١٢ اجب محيط دائرة طول نصف قطرها = ٣

المحيط = π × ٢ × ٣

= ٦ π *

الوحدة الأولى : القياس (الدائري)

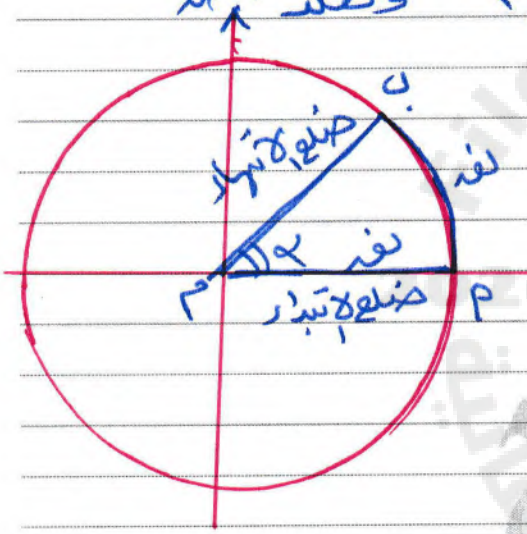
① الراديان

لقد تعلمنا سابقاً أنه يمكن قياس الزوايا بالدرجات حيث تبدأ الدرجة الموجبة بالحركة عكس عقارب الساعة من الصفر إلى ٣٦٠° وحتى تدور دورة كاملة، وهكذا وتكون الدرجات سالبة إذا تم الدوران مع عقارب الساعة

والآن سنتعرف على وحدة قياس جديدة لقياس الزاوية تسمى (الراديان) أو (الزاوية نصف القطرية) وهو القياس المستخدم في النظام الدولي International System of Units (SI)

الراديان: قياس زاوية مركزية تحصر قوساً طوله يساوي طول نصف قطر الدائرة ويرمز له بالرمز (ر).

وتقرأ مثلاً أ ، ١,٢ ، ٣,٦ ر ، ٧ ر وهكذا ١ راديان ، ١,٢ راديان وهكذا



نرسم المجاور ولكن القوس يقابل للزاوية هـ يساوي ق(هـ)

فإنه يقدر هـ = أ راديان

ويمكن رمز لها بالرمز

ق(P م̂ ب) = أ راديان

مبدأ التحويل من الدرجات إلى راديان وبالعكس

$$\frac{\text{ق}^\circ}{180^\circ} = \frac{\text{هـ}^c}{\pi}$$ ①

$$\frac{\text{قياس الزاوية بالراديان}}{\pi} = \frac{\text{قياس زاوية بالدرجات}}{180^\circ}$$

أو ②

$$\text{هـ}^c = \text{س}^\circ \times \frac{\pi}{180^\circ}$$ الزاوية بالراديان

$$\text{س}^\circ = \text{هـ}^c \times \frac{180^\circ}{\pi}$$ الزاوية بالدرجات

وعليكم حفظها تماماً بالطريقة التي يراها الطالب مناسبة

8

أمثلة متنوعة :-

مثال ١ :- حوّل الزوايا التالية من نظام الدرجات إلى نظام الراديان والعكس والناتج بدلالة π .

المبدأ $\theta^c = س^\circ \times \frac{\pi}{180^\circ}$

① 60° : $\theta^c = 60^\circ \times \frac{\pi}{180^\circ} = \frac{\pi}{3}$

30° : $\theta^c = 30^\circ \times \frac{\pi}{180^\circ} = \frac{\pi}{6}$

45° : $\theta^c = 45^\circ \times \frac{\pi}{180^\circ} = \frac{\pi}{4}$

75° : $\theta^c = 75^\circ \times \frac{\pi}{180^\circ} = \frac{5\pi}{12}$

9° : $\theta^c = 9^\circ \times \frac{\pi}{180^\circ} = \frac{\pi}{20}$

80° : $\theta^c = 80^\circ \times \frac{\pi}{180^\circ} = \frac{4\pi}{9}$

540° : $\theta^c = 540^\circ \times \frac{\pi}{180^\circ} = 3\pi$

600° : $\theta^c = 600^\circ \times \frac{\pi}{180^\circ} = \frac{10\pi}{3}$

720° : $\theta^c = 720^\circ \times \frac{\pi}{180^\circ} = 4\pi$

② $22\frac{1}{2}^\circ$: $\theta^c = 22.5^\circ \times \frac{\pi}{180^\circ} = \frac{\pi}{8}$

مثال ٢ :- حوّل الزوايا التالية من راديان إلى درجات مقربة إلى ٣ خانات عشرية

① 1^c : $س^\circ = 1 \times \frac{180^\circ}{\pi} = 57.29577^\circ = 57.296^\circ$

1.05^c : $س^\circ = 1.05 \times \frac{180^\circ}{\pi} = \frac{189}{\pi} = 60.1605^\circ = 60.161^\circ$

2^c : $س^\circ = 2 \times \frac{180^\circ}{\pi} = \frac{360^\circ}{\pi} = 114.5915^\circ \approx 114.592^\circ$

$\frac{\pi}{3}$: $س^\circ = \frac{\pi}{3} \times \frac{180^\circ}{\pi} = 60^\circ = 60.000^\circ$

$\frac{2\pi}{10}$: $س^\circ = \frac{2\pi}{10} \times \frac{180^\circ}{\pi} = \frac{360^\circ}{10} = 36^\circ = 36.000^\circ$

$\frac{5\pi}{18}$: $س^\circ = \frac{5\pi}{18} \times \frac{180^\circ}{\pi} = 50^\circ = 50.000^\circ$

9

ⓐ $\frac{7\pi}{5}$ ج $= \frac{7}{5} \times 180 = \frac{1260}{\pi} = \frac{1260}{5} = 252^\circ$ ج ق

ⓑ $\frac{9\pi}{8}$ ج $= \frac{9}{8} \times 180 = \frac{1620}{\pi} = \frac{1620}{8} = 202,5^\circ$ ج ق

مثال ٣ : أكتب قياس كل من الزوايا التالية بالراديان مقربة إلى أقرب ٣ أرقام معنوية

ⓐ 200° ج ق $= \frac{\pi}{180} \times 200 =$ ج ق $\frac{\pi 10}{9} = 3,490659 = 3,49$

ⓑ 36° ج ق $= \frac{\pi}{180} \times 36 =$ ج ق

$= \frac{\pi}{5} = 0,6282$ ج

$= 0,628$ ج

ⓒ 288° ج ق $= \frac{\pi}{180} \times 288 =$ ج ق

$= \frac{8\pi}{5} = 5,027$

ⓓ 90° ج ق $= \frac{\pi}{180} \times 90 =$ ج ق

$= \frac{\pi}{2} = 1,5708$

$= 1,57$

مثال ٤ أكتب قياس كل من الزوايا التالية مقربًا إلى أقرب منزلة عشرية واحدة.

ⓐ $1,2$ ج ق $= \frac{180}{\pi} \times 1,2 =$ س$^\circ$ $= \frac{216}{\pi}$

$= 68,7549$

$= 68,8$

ⓑ $0,79$ ج ق $= \frac{180}{\pi} \times 0,79 =$ س$^\circ$ $= \frac{711}{11\pi}$

$= 45,2643$

$= 45,3$

10

fx-95ES PLUS

ملاحظة هامة :-

① استخدام الحاسبة لحساب قيم الدوال المثلثية للزوايا سواء كانت درجة (°) أو راديان (c) أو جلدي (g) حيث هناك طريقتين للتعامل مع هذه الحالة

① الاستخدام دون تغيير الـ (MODE) باستخدام DRG▶

زاوية °

لحساب جا 30°

sin(	30	shift	DRG	1	)	=
	زاوية			درجات		

النتيجة 0.5 أو $\frac{1}{2}$

جا $\frac{\pi}{6}$

sin(	(	shift	π	÷	6	)	shift	DRG	2	=
									راديان	

النتيجة 0.5 أو $\frac{1}{2}$

② تغيير الـ mode بين Rad و Deg

مثال لحساب جا $\frac{\pi}{6}$ نغير الـ mode إلى Rad ثم نحسب

Shift	mode	4	أو	3
		Rad		درجات

نلاحظ الحرف (R) في أعلى الشاشة دلالة على أن الزوايا المستخدمة بشكل عام هي راديان أو نلاحظ الحرف (D) في أعلى الشاشة دلالة على الدرجات.

ثم

sin(	shift	π	÷	6	)	=

فنعطي نفس النتيجة

③ لحساب قيمة معكوس دالة مثلثية نتبع الخطوات التالية

جا$^{-1}$ الزاوية التي جيبها = $\frac{1}{2}$

الخطوات

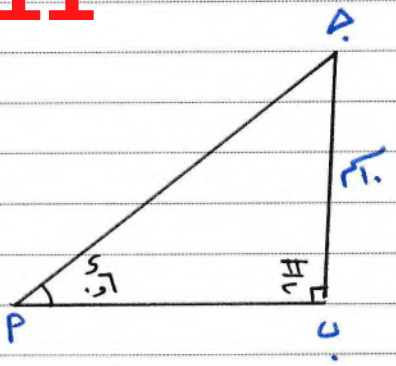
shift	sin(	0.5	)	=

وإذا كنا قد غيرنا الـ Mode إلى Rad تكون النتيجة $\frac{\pi}{6}$ وهي بالراديان

إعداد: أسعد مصطفى [99137750]
E-mail: class12math@gmail.com
Instagram : asad.k.mustafa

11

أمثلة متنوعة



مثال ١ : في الشكل المجاور، مثلث أ ب ج قائم الزاوية في ب

ب ج = ١٠ سم

ق (ج أ ب) = ٦٠°

ق (أ ب ج) = $\frac{\pi}{2}$

أحسب طول $\overline{أ ج}$

- المبدأ : استخدام قوانين الدوال المثلثية
- تحويل الحاسبة إلى RAD MODE

الحل : جا ٦٠° = $\frac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}}$

جا ٦٠° = $\frac{١٠}{\overline{أ ج}}$ ⟵ $\overline{أ ج}$ = $\frac{١٠}{\text{جا ٦٠°}}$

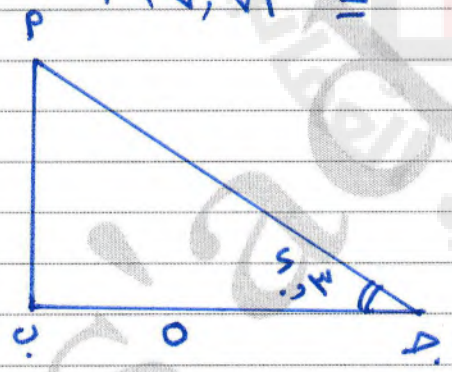
١٠ ÷ sin(0.6) = ونفضل ادخالها للحاسبة كما هي

واستخدام sin 0.6 بنظام RAD

= ١١٧,٧١ سم

مثال ٢ : في الشكل المجاور

أوجد $\overline{أ ج}$ ثم أوجد محيط المثلث أ ب ج



① جتا ٣٠° = $\frac{\text{المجاور}}{\text{الوتر}}$

جتا ٣٠° = $\frac{٥}{\overline{أ ج}}$

$\overline{أ ج}$ = $\frac{٥}{\text{جتا ٣٠°}}$

= ٥,٧٣ سم

R

5 ÷ Cos(0.3)

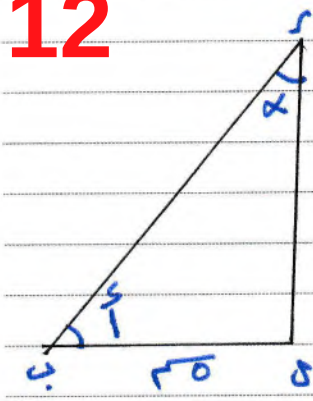
② ∵ المجاور لضلع $\overline{أ ب}$ لستدم مشاعر

(٥,٧٣)² = (٥)² + (أ ج)² ⟵ أ ج = ٢٧,٣٥ − ٢٥ = ٢,٣٥

∴ طول الضلع أ ج = $\sqrt{٢,٣٥}$ = ١,٥٣

∴ محيط المثلث = ٥,٧٣ + ٥ + ١,٥٣ = ١١,٧٦ سم

[إعداد: أسعد مصطفى [99137750
E-mail: class12math@gmail.com
Instagram : asad.k.musta
الرادياه



مثال ٩ سم شكل المجاور لأوجد

① طول $\overline{ك ر}$ « لأقرب ٣ أرقام معنوية »

② قياس الزاوية ه ($ب\hat{ر}ك$)

الحل:

① نستخدم مقلوب النظير « ظا »

$$ظا\,ا^{ء} = \frac{\text{المقابل}}{\text{المجاور}}$$

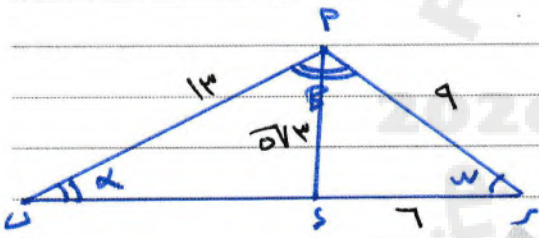
$$ظا\,ا^{ء} = \frac{ك ر}{٥} \Leftarrow ك ر = ٥ \times ظا\,ا^{ء}$$

$$= ٧,٧٨٧٠$$

$$= ٧,٧٩$$

② مجموع زوايا المثلث $= ١٨٠^{\circ} = \pi^{ء}$

$$\alpha = \pi - \frac{\pi}{ء} - ١^{ء} \Leftarrow \frac{ء - \pi}{ء} = ١ - \frac{\pi}{ء} = \alpha$$



مثال ١٠ :- الأطوال في الشكل الآتي بالسنتمتر أوجد

① ق($P\hat{ب}ء$) بالراديان مقربًا إلى أقرب ٣ منازل عشرية

② ق($ب\hat{P}ر$) بالراديان مقربًا إلى أقرب منزلتين عشريتين

الحل: ① نجد طول $\overline{ءP}$ من مبرهنة فيثاغورس

$$٩^{ء} = ٦^{ء} + \overline{ءP}^{ء} \Leftarrow \overline{ءP}^{ء} = ٨١ - ٣٦ \Leftarrow \overline{ءP} = ٤٥ \Leftarrow \overline{ءP} = \sqrt{٤٥} = ٣\sqrt{٥}$$

$$\text{من } جا\alpha = \frac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}} = \frac{٣\sqrt{٥}}{١٣} \Leftarrow \alpha = جا^{-١}\left(\frac{٣\sqrt{٥}}{١٣}\right)$$

$$\alpha = ١٩^{\circ}٠٤٥٤,٠$$

$$= ٠^{ء}٠٤٣٥,$$

② نجد بزاوية w

$$w = جتا^{-١}\left(\frac{\text{المجاور}}{\text{الوتر}}\right) = جتا^{-١}\left(\frac{٦}{٩}\right) \Leftarrow w = ٠,٨٤١$$

مجموع زوايا المثلث $= ١٨٠^{\circ} = \pi^{ء}$

$$\pi = B + ٠,٨٤١ + ٠^{ء}٠٤٣٥, \Leftarrow B = ١,٧٥٧$$

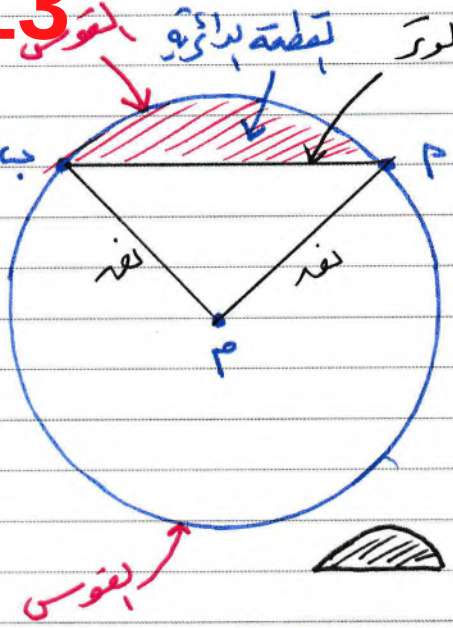
$$B = ١,٧٦$$

وعليه حساب B عن طريق القانون $\overline{ب ر}^{ء} = ٩^{ء} + ١٣^{ء} - ٢ \times ٩ \times ١٣ \times جتا\,B$

13

٢ طول القوس في دائرة

مصطلحات عامة



١) الوتر: قطعة مستقيمة تصل بين نقطتين على محيط الدائرة ولا تمر بالمركز.

٢) القوس: جزء من الدائرة يقابل الوتر

- القوس الأصغر
- القوس الأكبر

٣) القطعة الدائرية: الجزء المحصور بين القوس والوتر

- الأصغر
- الأكبر

٤) القطاع الدائري: الجزء المحصور بين نصفي القطر والقوس

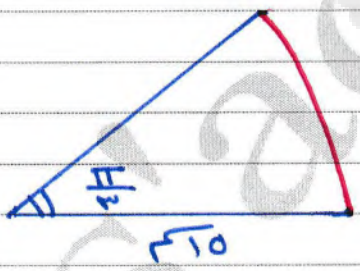
- الأصغر
- الأكبر

طول القوس = نق × هـ

الزاوية هـ بالراديان وليس بالدرجات.

أمثلة

١) أوجد طول القوس في الشكل المجاور
حيث علمنا أن نصف قطر الدائرة = ١٥
وقياس زاويته المركزية = $\frac{\pi}{٣}$

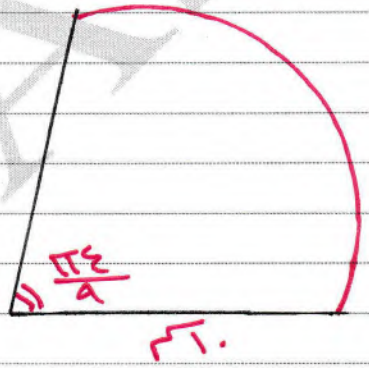


طول القوس = نق × هـ

$= \frac{\pi}{٣} \times ١٥$

$= ٥\pi$ سم

٢) أوجد طول القوس المجاور

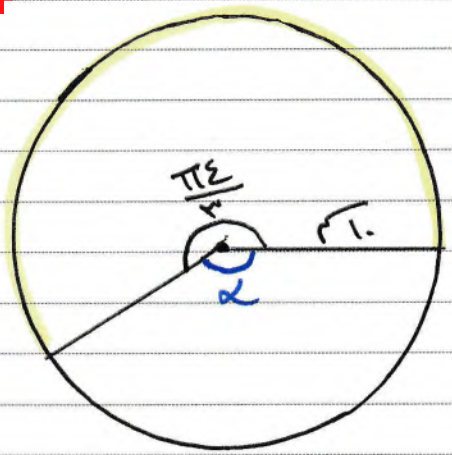


طول القوس = نق × هـ

$= \frac{٤\pi}{٩} \times ١٠$

$= \frac{٤٠\pi}{٩}$ سم

14



مثال ① ② أوجد طول القوس المقابل للزاوية المركزية $\frac{\pi ٤}{٣}$ علماً أن نصف قطر الدائرة = ١٠ سم

طول القوس = نق × هـ

$= ١٠ \times \frac{\pi ٤}{٣}$

$= \frac{\pi ٤٠}{٣}$

③ أوجد طول القوس المقابل للزاوية ه

① $\pi ٢ c = \frac{\pi ٤}{٣} + ه \Leftarrow \pi ٢ c - ه = \frac{\pi ٤}{٣}$

$\pi c = \frac{\pi ٢}{٣}$

② طول القوس = نق × هـ

$= ١٠ \times \frac{\pi ٢}{٣}$

$= \frac{\pi ٢٠}{٣}$

④ بين أن مجموع أطوال القوسين يساوي محيط الدائرة

- طول القوس الأول + طول القوس الثاني :

$\frac{\pi ٦٠}{٣} = \frac{\pi ٤٠}{٣} + \frac{\pi ٢٠}{٣}$

$\pi ٦٠ = \pi ٢٠ + \pi ٤٠$

- محيط الدائرة = $\pi ٢ c$ = نق

$= \pi ٢ \times ١٠$

$= \pi ٢٠$

∴ مجموع أطوال القوسين = محيط الدائرة

---

⑤ شكل مجاور يمثل بندول طوله ٢٦ سم وصنع أثناء حركته زاوية مقدارها ٥٨° أوجد طول القوس الذي يقطعه البندول (طول القوس)

① تحول الزاوية ٥٨° إلى راديان

$هـ = ٥٨ \times \frac{\pi}{١٨٠} = \frac{\pi ٢٩}{٩٠}$

② طول القوس = نق × هـ

$= ٢٦ \times \frac{\pi ٢٩}{٩٠} = \frac{\pi ٣٧٧}{٤٥}$

15

مثال

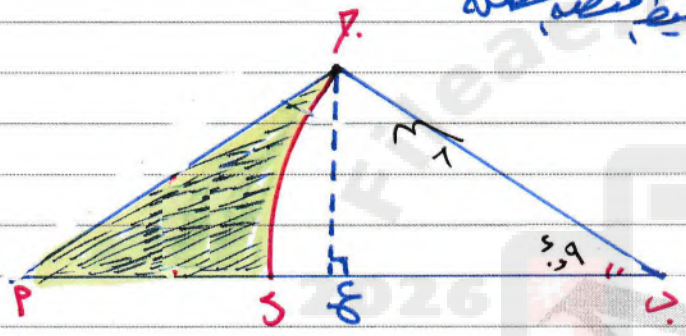
يبين الشكل المجاور قطاعاً دائرياً قياس زاويته ١,٥ ق
حيث قوساً طوله ١٢ سم أوجد نصف
قطر القطاع الدائري .

طول القوس = نق هـ × ق
١٢ = نق هـ × ١,٥ ق

نق هـ = ١٢ / ١,٥ = ٨ سم .

مثال يشكل المقابل عمل مثلثاً أ ب ج متطابق الضلعين حيث أ ج = ج ب = ٨ سم
جـ ل قوس في دائرة مركزها ب ، ق (أ ب̂ ج) = ٠,٩ ق أوجد

① طول جـ ل ② طول أ ل ③ محيط المنطقة المظللة



الحل

① جـ ل عمل قوس في دائرة نق = ٨

طول جـ ل = نق هـ × ق
= ٨ × ٠,٩
= ٧,٢ سم

② من صفات المثلث متطابق الضلعين أن المنصف ينزل من الرأس على القاعدة ينصف القاعدة
أ ع = ع ب

في ب ع هـ نستخدم النسب المثلثية

جتا ٠,٩ ق = ع ب / ٨ ⟹ ع ب = ٨ جتا ٠,٩ ق

∴ طول القاعدة = ٢ × ٨ جتا ٠,٩ ق

∴ المحيط = طول القاعدة + نق هـ

= ٨ × ٢ × جتا ٠,٩ ق + ٨
= ١٦ × جتا ٠,٩ ق + ٨

= ١,٩٤٥ سم تقريباً ١,٩٥ سم

16

④ محيط الشكل المظلل = أب + ب م + طول القوس

= ٨ + ١,٩٥ + ٧,٢

= ١٧,١٥ سم .

مثال ٧

دائرة مركزها م ونصف قطرها نق القوس لا صفر لذلك يقابل زاوية قياسها هـ° . وطوله ل أوجد

① ل عندما نق = ٩ ، هـ = $\frac{\pi ٢}{٥}$

طول القوس ل = نق × هـ°

$= \frac{\pi ٢}{٥} \times ٩ = \frac{\pi ٩٠}{٥}$

② نق عندما ل = ١٤,٩ هـ = ٩٨,٤°

طول القوس = نق × هـ°

١٤,٩ = نق × ٩٨,٤

نق = $\frac{١٤,٩}{٩٨,٤}$ ≈ ٥

③ هـ° عندما ل = $\frac{\pi ٤٩}{٩}$ ، نق = ٧

طول القوس = نق × هـ°

$\frac{\pi ٤٩}{٩} = ٧ \times$ هـ°

هـ° = $\frac{\pi ٤٩}{٧ \times ٩} = \frac{\pi ٤٩}{٦٣}$

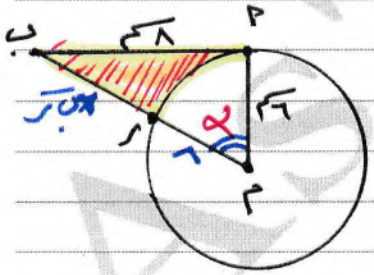
مثال ٨ :- في الشكل المجاور دائرة نصف قطرها ٦ سم ومركزها م

أب مماس للدائرة عند النقطة ب ، وطوله ٨ سم

أوجد ① بقياس الزاوية أ م ب

② طول ب ر

③ محيط المنطقة المظللة



① لإيجاد قياس الزاوية أ م ب نفعل الزاوية بالحاد

ظا α = $\frac{\text{المقابل}}{\text{المجاور}} = \frac{٨}{٦}$

∴ أ م ب = ظا$^{-١}$ $\frac{٨}{٦}$ = ٥٣,٠٩°

② لإيجاد م أ = $\sqrt{٦^٢ + ٨^٢} = \sqrt{٣٦ + ٦٤} = \sqrt{١٠٠} = ١٠$ سم

∴ ب ر + ٦ = ١٠ ⇐ ب ر = ٤ سم

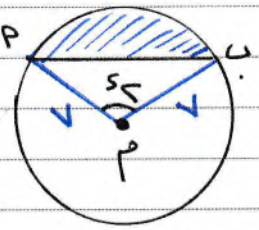
③ طول القوس أ ر = نق × هـ° = ٦ × ٥٣,٠٩ = ٥,٥٦ سم

④ محيط المنطقة المظللة = ٨ + ٤ + ٥,٥٦ = ١٧,٥٦ سم

[إعداد: أسعد مصطفى [99137750
E-mail: class12math@gmail.com
Instagram : asad.k.mustafa

17

ب) الشكل المجاور يوضح دائرة نصف قطرها ٧ سم
$\overline{P ب}$ وتر في الدائرة
فإذا $(P م ب) = ٤$ راديان

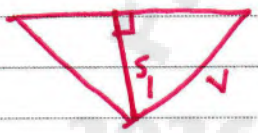


① طول القوس الأصغر $P ب$
② طول الوتر $\overline{P ب}$
③ محيط المنطقة المظللة

① طول القوس = نق × هـ
= ٧ × ٢ = ١٤ سم

② لإيجاد طول الوتر علينا استخدام قانون جيب التمام

$(\overline{P ب})^2 = ٧^2 + ٧^2 - ٢ \times ٧ \times ٧ \times$ جتا ٤
$(\overline{P ب})^2 = ٤٩ + ٤٩ -$ ٩٨ جتا ٤
$(\overline{P ب})^2 =$ ١٣٨,٨٧ $= \overline{P ب}$ ← ١١,٧٨ =



حالة أخرى نقطة خطأ سهل جدًا

جا أ = $\frac{\text{نصف الوتر}}{٧}$

$\frac{١}{٢}$ الوتر المطلوب = ٧ × جا ١

$\frac{١}{٢}$ الوتر المطلوب = ٥,٨٩

الوتر المطلوب = ٢ × ٥,٨٩
= ١١,٧٨

③ طول القوس = نق × هـ
= ٢ × ٧
= ١٤

∴ محيط الشكل المظلل = طول القوس + طول الوتر
= ١٤ + ١١,٧٨
= ٢٥,٧٨

انتهت الفكرة #

* وسيليه هناك فيديو لحل أسئلة الكتاب + ملازمة كاملة + ملخص كامل وسيتم تحويلهم إلى ملف PDF لجميع المحاضرات