

تم تحميل هذا الملف من موقع المناهج العمانية



الملف مذكرة شرح واختبارات في وحدة الدائرة من سلسلة متعة الرياضيات

[موقع المناهج](#) ⇨ [المناهج العمانية](#) ⇨ [الصف الثاني عشر](#) ⇨ [رياضيات بحتة](#) ⇨ [الفصل الأول](#)

روابط مواقع التواصل الاجتماعي بحسب الصف الثاني عشر



روابط مواد الصف الثاني عشر على تلغرام

[الرياضيات](#)

[اللغة الانجليزية](#)

[اللغة العربية](#)

[التربية الاسلامية](#)

المزيد من الملفات بحسب الصف الثاني عشر والمادة رياضيات بحتة في الفصل الأول

<a href="#">الكراسة التدريبية الشاملة ( النهايات والاتصال )</a>	1
<a href="#">الكراسة التدريبية الشاملة ( التفاضل وتطبيقاته )</a>	2
<a href="#">الكراسة التدريبية الشاملة ( الهندسة التحليلية للدائرة )</a>	3
<a href="#">كراسة تدريبية شاملة</a>	4
<a href="#">أسئلة امتحان الفصل الدراسي الأول الدور الأول 2019 ~ 2018م</a>	5

وحدة : الدائرة

# الرياضيات

مع : أحمد هجرس

[https://youtube.com/c/saholah?sub\\_confirmation=1](https://youtube.com/c/saholah?sub_confirmation=1) منوعة الرياضيات على يوتيوب





## المحل الهندسي لنقطة متحركة في الاحداثيات .

@ هو مسار نقطة تتحرك تحت شروط معينة .

المسافة بين نقطتين	$AB = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$
إحداثي المنتصف	$ج = \left( \frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2} \right)$
نقطة تلاقي متوسطات المثلث.	تقسم كل متوسط منهم بنسبة ١ : ٢ من جهة القاعدة أو ٢ : ١ من جهتها
البعد بين مستقيم ونقطة خارجة عنه	$ع = \frac{ Ax + By + C }{\sqrt{A^2 + B^2}}$

(١) أوجد المحل الهندسي لنقطة (س ، ص) تتحرك في الاحداثيات بحيث تبقى

على بعدين متساويين من النقطتين : (٣ ، ٢) & (٥ ، -١)

(٢) أوجد المحل الهندسي لنقطة تتحرك في مستوى بحيث يكون :

بعدها عن نقطة الأصل نصف بعدها عن النقطة (١ ، ٢)

(٣) أوجد المحل الهندسي لنقطة تتحرك بحيث يكون :

بعدها عن النقطة (٣ ، ٠) ضعف بعدها عن النقطة (٣ ، ٠)

ثم أثبت أنه يمثل معادلة دائرة نصف قطرها ٤ سم ، مركزها (٥ ، ٠)

(٤) أوجد معادلة المحل الهندسي لنقطة تتحرك بحيث تبقى دائماً على بعد ٣ وحدات إلى اليسار من المحور الصادي .

(٥) أوجد معادلة المحل الهندسي لنقطة تتحرك بحيث تبقى دائماً على مسافة ٥ وحدات من أسفل محور السينات .

(٦) أوجد معادلة المحل الهندسي لنقطة بحيث يكون دائماً الاحداثي الصادي لها ضعف الاحداثي السيني .



## معادلات الدائرة في الصورة القياسية

**تعريف الدائرة:** @ هي المحل الهندسي لنقطة تتحرك بحيث تبقى على بعد ثابت من نقطة ثابتة .

@ هي مجموعة النقط التي تبعد عن المركز بمقدار ثابت ( نصف القطر ) .

@ تنتج من قطع مستوي لمخروط دائري قائم ( بحيث يكون المستوي عمودي علي محور المخروط )

# محيط الدائرة : طول منحنى الدائرة (  $2\pi$  نق )

# سطح الدائرة : مجموعة النقط الموجودة على وداخل الدائرة . نوجد له المساحة =  $\pi$  نق<sup>2</sup>

# دائرة تمر بالنقطة ( نقطة تقع على الدائرة ) أى أن النقطة تحقق معادلة الدائرة .

# لإيجاد إحداثيات تقاطع الدائرة مع محور السينات : نضع ص = ٠

# لإيجاد إحداثيات تقاطع الدائرة مع محور الصادات : نضع س = ٠

## الصور المختلفة لمعادلات الدائرة

المركز	معادلة الدائرة	ملاحظات
نقطة الأصل ( ٠ ، ٠ )	$س^2 + ص^2 = ر^2$	معامل س = معامل ص = $ر^2$
( أ ، ب )	$(س - أ)^2 + (ص - ب)^2 = ر^2$	معامل س = معامل ص = $ر^2$

( ١ ) أوجد معادلة دائرة مركزها نقطة الأصل وطول نصف قطرها ٤ سم .

( ٢ ) أوجد معادلة دائرة مركزها ( ٠ ، ٠ ) وطول نصف قطرها ٦ سم .

( ٣ ) أوجد في الصورة القياسية معادلة دائرة مركزها ( - ٣ ، ٥ ) وطول نصف قطرها ٧ سم .

( ٤ ) أوجد معادلة دائرة مركزها ( ٢ ، - ١ ) وطول نصف قطرها ٣ سم .

( ٥ ) أوجد إحداثيات المركز وطول نصف قطر كل من الدوائر الآتية :

$$س^2 + ص^2 + ١٦ = ٠ \quad \# \quad س^2 + ص^2 - ١٠٠ = ٠ \quad \# \quad س^2 + ص^2 = ٩$$

$$س^2 + ص^2 + ٧ = ٠ \quad \# \quad (س - ٣)^2 + (ص + ٢)^2 = ٥ \quad \# \quad (س - ١)^2 + (ص - ٢)^2 = ٤$$

$$(س - ٢)^2 + (ص - ٦)^2 = ١٦ \quad \#$$



## تدريبات علي الصورة القياسية للدائرة

(١) أى النقاط الآتية تقع على دائرة مركزها نقطة الأصل وطول نصف قطرها ٥ سم ؟

$$(٤, ٣), (-٣, -٤), (٢, ٣), (٥, ٢)$$

(٢) اثبت أن النقطة (٤, ٣) تقع على الدائرة :  $s^2 + v^2 - ٩ = ٠$

(٣) هل النقطة (٢, ٥) تقع على الدائرة :  $(s - ١)^2 + (v - ٢)^2 = ٥$

(٤) أوجد معادلة دائرة مركزها نقطة الأصل وتمر بالنقطة (٣, ٢) ثم أوجد نصف قطرها .

(٥) أوجد معادلة دائرة مركزها (٢, ١) وتمر بالنقطة (-١, ٥) ثم أوجد نصف قطرها .

(٦) أوجد معادلة الدائرة :  $s^2 + (v + ١)^2 = ٩$  في كل من الحالات الآتية :

# إذا تعرضت لانسحاب (س، ص) إلى (س - ١، ص - ٣)

# إذا تعرضت لانعكاس علي محور السينات .

# إذا تعرضت لانعكاس علي محور الصادات .

# إذا تعرضت لانعكاس في نقطة الأصل .

# بالدوران حول نقطة الأصل بزاوية ٩٠°

# بالدوران حول نقطة الأصل بزاوية ٢٧٠°

(٧) أوجد معادلة الدائرة :  $s^2 + v^2 = ٤$  إذا تعرضت لانسحاب (س، ص) إلى (س + ١، ٢ - ص)

(٨) أوجد معادلة دائرة مركزها يقع علي محور السينات وطول قطرها ٤ سم ، وتمر بنقطة الأصل .

(٩) أوجد معادلة دائرة مركزها يقع علي محور الصادات وطول نصف قطرها وتمر بالنقطة (٤, ٦)

(١٠) أوجد معادلة الدائرة التي يقع مركزها على المستقيم  $s = -٤$  وتقطع محور الصادات في النقطتين (٣, ٠)، (٩, ٠)



المركز	معادلة الدائرة	ملاحظات
(أ، ب) = (ل - ل، ك - ك)	$س^2 + ص^2 + ٢ل س + ٢ك ص + د = ٠$	ل = - أ ك = - ب د = ل <sup>٢</sup> + ك <sup>٢</sup> - نق <sup>٢</sup>

المركز = ( - نصف معامل س ، - نصف معامل ص )

شروط معادلة الدائرة : (١) الدالة تربيعية في س ، ص

(٢) معامل س<sup>٢</sup> = معامل ص<sup>٢</sup> = يجب أن يساوى ١

(٣) لا يوجد س ص في المعادلة

(٤) نق ≤ صفر

@ عندما : نق = صفر تكون الدائرة عبارة عن نقطة .

@ عندما : نق > صفر فان المعادلة لا تمثل دائرة .

@ إذا كانت د = صفر فإن الدائرة تمر بنقطة الأصل .

أي من المعادلات الآتية تمثل دائرة مع ذكر السبب :

#٢  $س^2 + ص^2 + ٢ل س + ٢ك ص + د = ٠$

#١  $س^2 - ٢س + ص + ص^2 = ٤$

متن تحت  
الرياضيات  
مع: احمد هجرس

$$\#3 \quad ٠ = ١٠ + ٦س - ٧ص + ٣ص^٢ + ٢س^٢$$

$$\#4 \quad ٢٥ = ٦س - ٩ص + ٣ص^٢ + ٢س^٢$$

$$\#5 \quad ٠ = ١٠ + ٨ص - ٤س + ٢ص^٢ - ٢س^٢$$

$$\#6 \quad ٩ = ٢ص + ٢س^٢$$

$$\#7 \quad ١ = \frac{٢ص^٢}{١٦} + \frac{٢س^٢}{٢٥}$$

$$\#8 \quad ١ = \frac{٢ص^٢}{١٦} - \frac{٢س^٢}{٢٥}$$

$$\#9 \quad ١٦س = ٢ص^٢$$

$$\#10 \quad \pm = ٢٥س - ٢ص^٢$$



## التحويل بين الصورتين الكمية والقياسية

من الصورة القياسية للعامة	من الصورة العامة للقياسية
<p><b>المعطيات</b></p> <p>(س - أ) + (ص - ب) = نق<sup>٢</sup> نحدد أولاً : المركز = (أ ، ب) ونصف القطر = نق</p>	<p><b>من الصورة العامة للقياسية</b></p> <p>س<sup>٢</sup> + ص<sup>٢</sup> + ٢ل + ٢ك + د = ٠</p>
<p><b>الطريقة الأولى</b></p> <p>(١) معامل س = - ضعف أ (٢) معامل ص = - ضعف ب (٣) د = ل<sup>٢</sup> + ك<sup>٢</sup> - نق<sup>٢</sup> (٤) نكتب الصورة العامة</p>	<p>(١) نوجد المركز = (- نصف معامل س ، - نصف معامل ص) (٢) نوجد نصف القطر : نق<sup>٢</sup> = ل<sup>٢</sup> + ك<sup>٢</sup> - د (٣) نكتب الصورة القياسية</p>
<p><b>الطريقة الثانية</b></p> <p>طريقة فك الأقواس : الأول × نفسه + ٢ × الأول × الثاني + الثاني × نفسه + الثاني في نفسه</p>	<p>طريقة إكمال المربع : (١) نضع المجاهيل في طرف والأعداد في طرف بحيث يكون معامل س<sup>٢</sup> = ص<sup>٢</sup> = ١ (٢) نضيف (نصف معامل س) للطرفين (٢) نحولها للصورة : (س - عدد)<sup>٢</sup> + (ص - عدد)<sup>٢</sup> = عدد</p>

حول معادلات الدوائر الآتية إلى الصورة العامة : أوجد المركز ونصف القطر

$$\begin{aligned} \#1 \quad (س - ١) + (ص + ١) - ٥ &= ٠ \\ \#2 \quad ٣س + ٢ص - (٢ - ص) &= ٣ \\ \#3 \quad (س - ٣) + ٢ص &= ١ \\ \#4 \quad (س + ٤) + (ص - ١) &= ٥ \end{aligned}$$

حول معادلات الدوائر الآتية إلى الصورة القياسية : ثم أوجد إحداثيات المركز وطول نصف القطر :

$$\begin{aligned} \#1 \quad ٢س + ٢ص - ٨س + ٦ص + ٩ &= صفر \\ \#2 \quad ٦س - ١٢س + ٦ص + ٣٦ + ٣٦ &= ٣٦ \\ \#3 \quad ٢س + ٢ص - ٤س + ١٢ص + ٢٩ &= ٠ \end{aligned}$$

(٢) أوجد في الصورة العامة معادلة دائرة مركزها (١ ، ٢) وطول نصف قطرها ٣ سم .

(٣) أوجد معادلة دائرة مركزها (٣ ، ٤) وطول نصف قطرها ٢ سم .

٤) أوجد معادلة الدائرة :  $S^2 + V^2 - 4S = 7$

إذا تعرضت لانسحاب ( س ، ص ) إلى ( س + ١ ، ٢ ص - ٣ )

٥) أوجد معادلة الدائرة :  $S^2 + V^2 - 6S - 2V = 0$

تحت تأثير الانسحاب ( س ، ص ) إلى ( ٢ س ، ٣ ص )

٦) أوجد إحداثيات المركز وطول نصف قطر كل من الدوائر الآتية :

$$\bullet \text{ #٢ } S^2 + V^2 - 3S + 3V - 8 = 0$$

$$\bullet \text{ #١ } S^2 + V^2 - S + 2V + 1 = 0$$

$$\bullet \text{ #٤ } S^2 + V^2 - 4S - 7 = 0$$

$$\bullet \text{ #٣ } S^2 + V^2 + 1 = 4S - 2V$$

٧) أوجد إحداثيات المركز وطول نصف قطر كل من الدوائر الآتية :

$$\bullet \text{ #٢ } S^2 + V^2 - 8S + 6V + 25 = 0$$

$$\bullet \text{ #١ } S^2 + V^2 - S + 2V - 12 = 0$$

$$\bullet \text{ #٤ } S^2 + V^2 - 8S + 6V + 24 = 0$$

$$\bullet \text{ #٣ } S^2 + V^2 - 8S + 6V + 26 = 0$$

$$\bullet \text{ #٦ } S^2 + V^2 - 2S - 4V + 1 = 0$$

$$\bullet \text{ #٥ } S^2 + V^2 + 4S - 6V + 12 = 0$$

$$\bullet \text{ #٨ } S^2 + V^2 + 24S + 36V + 23 = 0$$

$$\bullet \text{ #٧ } S^2 + V^2 + 2S + 2V + 1 = 0$$

٨) أوجد معادلة دائرة تمر بالنقطتين ( ٢ ، ٥ ) ، ( - ١ ، ١ ) ومركزها يقع علي محور السينات .

٩) أوجد معادلة دائرة تمر بالنقطتين ( ١ ، ٣ ) ، ( - ٢ ، ١ ) ومركزها يقع علي المستقيم :  $2S + 3V = 0$

١٠) أوجد معادلة الدائرة التي مركزها ( ٣ ، ١ ) وتمس المستقيم :  $3S - 4V = 10$

١١) أوجد معادلة الدائرة التي مركزها ( ٠ ، ٠ ) وتمس المستقيم :  $3S + 4V = 25$

١٢) أوجد معادلة دائرة مركزها ( - ٢ ، ٥ ) ويمر محيطها بمركز الدائرة :  $S^2 + V^2 - 2S - 2V + 7 = 0$

١٣) اثبت أن الدائرتين  $S^2 + V^2 - 6S + 8V + 16 = 0$  ،  $S^2 + V^2 - 4S + 4V - 69 = 0$

متحدتا المركز ثم أوجد البعد بين محيطيهما .



## معادلات دائرة بمعلومية نهايتي القطر

إيجاد معادلة دائرة إذا كان أ (س١ ، ص١) ، ب (ص١ ، ص٢) نهايتي قطر فيها

الطريقة الأولى	$س٢ + ص٢ - (س١ + ص١)س - (س١ + ص١)ص + ص١ص١ + ص٢ص٢ = ٠$
الطريقة الثانية	$٠ = (س١ - ص١)(س١ - ص٢) + (س١ - ص٢)(س١ - ص٢)$
الطريقة الثالثة	<p>(١) نوجد المركز = <math>(\frac{\text{مجموع السينات}}{2}, \frac{\text{مجموع الصادات}}{2})</math></p> <p>(٢) نصف القطر = المسافة من المركز لأحد النهايتين</p> <p>(٣) نعوض في الصورة القياسية</p>
الطريقة الرابعة	<p>(١) نفرض نقطة ج (س ، ص) تنتمي لمحيط الدائرة</p> <p>(٢) ميل أ ج × ميل ب ج = -١</p> <p>لأن زاوية أ ج ب محيطية مرسومة علي قطر قياسها = ٩٠°</p>

أوجد معادلة دائرة احداثيات نهايتي قطرها كما هو مبين في كل من الحالات الآتية :

#٢ (١ ، ٣) ، (٥ ، ٦)

#١ (٥ ، ١ -) ، (٤ ، ٢)

#٤ (٣ ، ٠) ، (٥ ، ٢)

#٣ (٤ - ، ٦) ، (٨ ، ٢)

٥) أوجد معادلة دائرة أحد أقطارها يصل بين مركزي الدائرتين :

$$س^٢ + ص^٢ + ٤س - ٨ص - ٥ = ٠ ، س^٢ + ص^٢ + ١٢س + ٨ص + ٣ = ٠$$

٦) دائرتان متحدتا المركز م ، احداثيات نهايتي قطر الدائرة الصغرى ( ٢ ، ٣ ) ، ( ٦ ، ٧ )  
فإذا كان الفرق بين نصفى قطري الدائرتين يساوى ٣ وحدات ، فأوجد معادلة الدائرتين .

إذا علمت أن النقطتين ( ٢ ، ٤ ) ، ( ١- ، ٩ ) نهايتي قطر في دائرة وكانت هذه الدائرة تمر بالنقطة ( ١ ، ٣ ) فما قيمة ٩ ، ثم اكتب معادلة هذه الدائرة.

أوجد نقاط التقاء المستقيم س-٣ص=٠ مع الدائرة س^٢+ص^٢-١٠س-٥ص+٢٥=٠ ،  
ثم أوجد معادلة الدائرة التي تكون هاتان النقطتان نهايتي قطر فيها.

## معادلات دائرة معلوم مركزها وتمس أحد المحاور



مع : المجد هجرس إذا كان المركز ( - ، - )		المركز	
نقطة التماس	نصف القطر		
( - ، - )	نق = ٥	( عدد ، نق )	تمس محور السينات
( - ، ٥ )	نق = ٤	( نق ، عدد )	تمس محور الصادات
( ٥ ، ٠ ) ، ( ٠ ، ٥ )	نق = س = ص	( نق ، نق )	تمس المحاور
( نق ، نعوض في معادلة المستقيم عن س = نق )			مركزها يقع على المستقيم
نق = طول العمود الساقط من المركز على الخط المستقيم			معلوم مركزها وتمس مستقيم

الدائرة تمس المحاور : احداثي المركز متساويين ( وقد يختلفا في الاشارة حسب الربع الذي يقع فيه المركز ).



(١) أوجد معادلة دائرة مركزها ( ٣ - ، ٤ ) وتمس محور السينات .

(٢) أوجد معادلة دائرة مركزها ( ١ - ، ٢ - ) وتمس محور الصادات .

(٣) أوجد معادلة دائرة تمس محور السينات في النقطة ( ٠ ، ٣ ) ويقع مركزها على المستقيم : ص = ٤

(٤) أوجد معادلة دائرة تمس محوري الاحداثيات وطول نصف قطرها ٣ وحدات وتقع في الربع الثاني .

(٥) أوجد معادلة دائرة تمس المحاور عند ( ٠ ، ٢ ) ، ( ٢ ، ٠ )

(٦) أوجد معادلة دائرة تمس المحاور ومركزها يقع على المستقيم : ص = ٣ - ما عدد الحلول ؟

(٧) أوجد معادلة دائرة تمس محور السينات في النقطة ( ٠ ، ٥ ) وتمر بالنقطة ( ٣ ، ٢ )

(٨) أوجد دائرة تمس المحاور وتمر بالنقطة ( ٢ ، ١ )

(٩) أوجد دائرة تمس المحاور وتمس المستقيم : ص = ٤

(١٠) أوجد معادلة دائرة تمس الدائرة : س<sup>٢</sup> + ص<sup>٢</sup> = ٤ ومركزها ( ٥ ، ٠ )

(١١) أوجد معادلة دائرة تمس محور السينات والمستقيم : ص = ٨ والاحداثي السيني للمركز ضعف الاحداثي الصادي

(١٢) أوجد معادلة دائرة يقع مركزها على المستقيم : س + ص = ٤ وتمس كلا من محوري الاحداثيات .

## معادلات دائرة تمر بثلاث نقاط ليست على استقامة واحدة

**طريقة الحل :** (١) نعوض بالنقاط الثلاثة في المعادلة العامة للدائرة .

(٢) نحل المعادلات الثلاثة عن طريق : # نطرح الأولى والثانية

## نطرح الأولى والثالثة

(٣) نحل المعادلتين الناتجتين ثم التعويض في أحد المعادلات الثلاث .

**ويمكن الحل باستخدام الآلة الحاسبة للتأكد من الحل .**



(١) أوجد معادلة دائرة تمر بالنقاط  $(٠, ٠)$  ،  $(٢, -٤)$  ،  $(٦, ٨)$

(٢) أوجد معادلة دائرة تمر بالنقاط  $(١, ٥)$  ،  $(٠, ١)$  ،  $(٢, ١)$

(٣) أوجد معادلة دائرة تمر بنقطة الأصل

وتقطع من محوري السينات والصادات جزأين موجبين طولاهما ٣ ، ٤ علي الترتيب

(٤) أوجد معادلة دائرة تمر بالنقطتين  $(١, ٣)$  ،  $(٣, -٩)$  ويقع مركزها علي محور الصادات .

(٥) أوجد معادلة دائرة تمر بالنقطتين  $(١, ٣)$  ،  $(١, ٥)$  ويقع مركزها علي محور السينات .

(٦) أوجد معادلة دائرة تمر بالنقطتين  $(٣, ١)$  ،  $(٠, ٠)$  ويقع مركزها علي محور السينات .

(٧) أوجد معادلة دائرة تمر بالنقطتين  $(٤, -٤)$  ،  $(٢, -٦)$  ويقع مركزها علي المستقيم :  $س + ص = ٢$

(٨) أوجد معادلة دائرة تمر بالنقطتين  $(٤, ١)$  ،  $(٣, ٠)$  ويقع مركزها علي المستقيم :  $س - ٢ ص = ١$



## موضع نقطة بالنسبة لدائرة

لتحديد موضع النقطة (س، ص) بالنسبة للدائرة .

الطريقة الأولى	الطريقة الثانية						
<p>(١) نحدد المركز وطول نصف القطر .</p> <p>(٢) نوجد طول : م أ</p> <p>(٣) نستخدم الشكل</p>	<p>(١) نعوض بالنقطة في معادلة الدائرة فإذا كان الناتج</p> <table border="1"> <tr> <td>موجب</td> <td>سالِب</td> <td>صفر</td> </tr> <tr> <td>خارج الدائرة</td> <td>داخل الدائرة</td> <td>على الدائرة</td> </tr> </table>	موجب	سالِب	صفر	خارج الدائرة	داخل الدائرة	على الدائرة
موجب	سالِب	صفر					
خارج الدائرة	داخل الدائرة	على الدائرة					

## علاقة مستقيم بالدائرة :

مماس : م أ = نق

خارج : م أ < نق

قاطع : م أ > نق

(١) نوجد طول العمود الساقط من المركز على الخط المستقيم = م أ

(٢) نحدد المركز ونوجد نق

(٣) نستخدم الشكل

# مركز الدائرة هو نقطة تقاطع قطرين فيها .

# نصف القطر عمودي على المماس من نقطة التماس

الإسم	الرسم	نقاط التقاطع	المماسات المشتركة	المماسات الخارجية	المماسات الداخلية
متحدتا المركز		لا يوجد	لا يوجد	٠	٠
إحداهما داخل الأخرى		لا يوجد	لا يوجد	٠	٠
مماستان من الداخل		١	١	١	٠
متقاطعتان		٢	٢	٢	٠
مماستان من الخارج		١	٣	٢	١
متباعدتان		لا يوجد	٤	٢	٢

خط المركزين : هو القطعة المستقيمة الواصلة بين المركزين .

الوتر المشترك : قطعة مستقيمة تقطع كلاً من الدائرتين في نقطتين .

المماس المشترك : مستقيم يقطع كلاً من الدائرتين في نقطة واحدة .

المماس المشترك الخارجي : تقع الدائرتين في جهة واحدة من المماس المشترك .

المماس المشترك الداخلي : تقع الدائرتين في جهتين مختلفتين من المماس المشترك .

@ معادلة الوتر المشترك لدائرتين متقاطعتين = الفرق بين معادلتا الدائرتين  
بعد توحيد معاملات س<sup>٢</sup> ، ص<sup>٢</sup> في كلتا المعادلتين .

## معادلتا المماس وطول

طريقة الحل : (١) نحدد المركز وطول نصف القطر .

(٢) نوجد طول : م أ لتحديد موضع النقطة (س<sup>١</sup> ، ص<sup>١</sup>) بالنسبة للدائرة .

موضع النقطة	عدد المماسات	طول المماس	معادلة المماس
م أ = ٠	لا يمكن رسم مماس	-	-
م أ > نق	لا يمكن رسم مماس	-	-
م أ = نق	مماس واحد	لا يمكن إيجاد طوله	(١) نوجد ميل نصف القطر (فرق الصادات ÷ فرق السينات) (٢) منه نوجد ميل المماس (المقلوب بإشارة مخالفة) (٣) معادلة المماس : ص - ص <sup>١</sup> = الميل (س - س <sup>١</sup> )
م أ < نق	مماسان متساويان في الطول	@ من فيثاغورس : (المماس) <sup>٢</sup> = (م أ) <sup>٢</sup> - نق <sup>٢</sup>	(١) نضع المعادلة : ص - ص <sup>١</sup> = م (س - س <sup>١</sup> ) في الصورة العامة : أ س + ب ص + ج = ٠ (٢) نوجد قيمة م بالتعويض في : العمود الساقط من المركز على المماس $\text{نق} = \frac{ أس + ب ص + ج }{\sqrt{٢١ + ٢٢}}$

- (١) أوجد معادلة المماس للدائرة :  $S^2 + 2S - 4S + 6V + 9 = 0$  والمرسوم من النقطة  $(3, 4)$
- (٢) أوجد طول ومعادلة المماس للدائرة :  $S^2 + 2S - 4S + 6V + 9 = 0$  والمرسوم من النقطة  $(2, 2)$
- مع : **الهدرس**
- (٣) أوجد طول ومعادلة المماس للدائرة :  $S^2 + 2S - 4S + 6V + 9 = 0$  والمرسوم من النقطة  $(1, 3)$

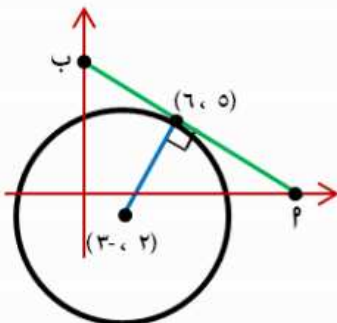
- (١) أوجد معادلة المماس للدائرة :  $S^2 + 2S - 8S + 2V + 7 = 0$  عند النقطة  $(2, 3)$
- (٢) أوجد معادلة المماس للدائرة :  $S^2 + 2S - 8S + 2V = 0$  عند النقطة  $(5, 3)$
- (٣) أوجد معادلة المماس للدائرة :  $S^2 + 2S + 2S + 4V - 12 = 0$  عند النقطة  $(3, -1)$
- (٤) أوجد معادلة المماس للدائرة :  $2S^2 + 2S - 8S - 5V - 1 = 0$  عند النقطة  $(1, -1)$

- (٥) أوجد معادلة الوتر المشترك للدائرتين :  
 $S^2 + 2S - 4S + 6V + 9 = 0$  &  $S^2 + 2S - 4S + 6V - 10 = 0$

- (٦) أوجد طول المماس المرسوم للدائرة :  $S^2 + 2S - 4S + 6V - 12 = 0$  من النقطة  $(3, 4)$
- (٧) أوجد طول المماس المرسوم للدائرة :  $S^2 + 2S - 4S + 6V + 9 = 0$  من النقطة  $(2, 2)$
- (٨) أوجد طول المماس المرسوم للدائرة :  $S^2 + 2S - 4S + 6V + 9 = 0$  من النقطة  $(7, 5)$
- (٩) أوجد طول المماس المرسوم للدائرة :  $S^2 + 2S - 10S + 8V + 5 = 0$  من النقطة  $(4, 5)$
- (١٠) أوجد طول المماس المرسوم للدائرة :  $S^2 + 2S + 2L + 2K + 7 = 0$  من النقطة  $(0, 0)$

- (١١) اثبت أن الخط المستقيم :  $S - V - 3 = 0$  هو مماس مشترك للدائرتين :

$$S^2 + 2S - 2S - 4V = 0, \quad S^2 + 2S + 2S + 4V - 13 = 0$$



المماس المرسوم للدائرة  $S^2 + 2S - 4S + 6V - 77 = 0$  من النقطة  $(6, 5)$

يلاقي المحورين الإحداثيين في النقطتين P ، B ، أوجد إحداثيات كل من P ، B واستنتج مساحة المثلث P B حيث M نقطة الأصل.

## مراجعة الوحدة الثالثة

أسئلة اختبارات الأعوام : ٢٠٠٩ - ٢٠١٩

almanahj.com/lom

(١١) طول المماس المرسوم من النقطة ( ٢ ، ٥ ) للدائرة  $s^2 + ص^2 + ٤س = ١$  يساوي :

١ ☐ ٤ ☐ ٦ ☐ ٣٦ ☐

(١٢) إذا كانت  $s^2 + ص^2 + ل + س + ١٠ص + ٤ = ٠$  تمثل معادلة دائرة مركزها يقع في الربع

الرابع وتمس المستقيم  $ص = ٠$  فإن قيمة ل تساوي :

١٦ ☐ ٤ ☐ ٤ ☐ ١٦ ☐

(١٣) دائرة معادلتها  $s^2 + ص^2 + ٤س - ٦ص = ١٧$  فإن معادلة قطرها الذي يعامد المستقيم

$٥س - ٢ص = ١٣$  هي :

$٠ = ١١ + ٥س + ٢ص$  ☐

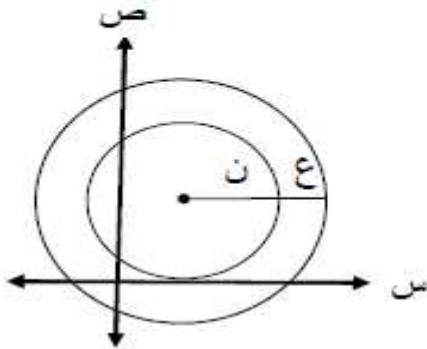
$٠ = ١١ - ٥س + ٢ص$  ☐

$٠ = ١١ + ٥ص + ٢س$  ☐

$٠ = ١١ - ٥ص + ٢س$  ☐

(١٤) دائرتان متحدتا المركز، مركزيهما ( ٣ ، ٦ ) والدائرة الصغرى تمس المحور السيني كما في

الشكل المقابل ، فإذا كان نسبة ع : ن كنسبة ٢ : ٣ ، فإن معادلة الدائرة الكبرى هي :



$١٦ = (٣ - س)^2 + (٦ - ص)^2$  ☐

$٨١ = (٣ - س)^2 + (٦ - ص)^2$  ☐

$١٠٠ = (٣ - س)^2 + (٦ - ص)^2$  ☐

$١٠٠ = (٦ - س)^2 + (٣ - ص)^2$  ☐

(٢٤) إذا كان طول نصف قطر الدائرة  $s^2 + ص^2 + ٦س + ١٠ص - ج = ٠$  يساوي ٥ :

أ) أوجد قيمة ج

ب) وضع النقطة ( -٢ ، ٣ ) بالنسبة للدائرة

(٢٥) أوجد الصورة العامة لمعادلة الدائرة التي تمس المحور الصادي في النقطة ( ٠ ، ٢ ) والمستقيم  $ص = -٣$  ويقع مركزها في الربع الثاني .

## اختبار ١٧-١٨ تدريبي

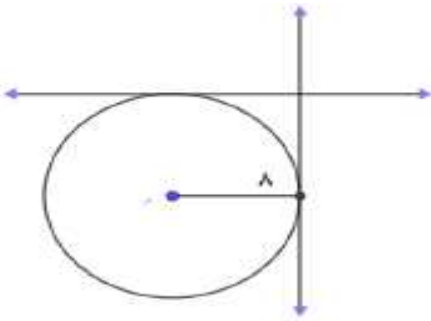
(١١) المستقيم الذي يمس الدائرة  $س^2 + ص^2 = ٩$  هو :

☐  $٣س + ٤ص = ١٥$

☐  $س + ص = ٩$

☐  $س - ٣ = ٤ص$

☐  $٣س - ٤ = ص$



(١٢) معادلة الدائرة في الشكل المقابل هي :

☐  $٦٤ = ٢(٨ - ص) + ٢(٨ - س)$

☐  $٦٤ = ٢(٨ - ص) + ٢(٨ + س)$

☐  $٦٤ = ٢(٨ + ص) + ٢(٨ - س)$

☐  $٦٤ = ٢(٨ + ص) + ٢(٨ + س)$

(١٣) إذا كانت النقطة  $(١ - م, ٦)$  تقع على الدائرة  $س^2 + ص^2 - ٢س + ٤ص - ٦ = ٠$  فإن قيمة  $م$  تساوي :

☐ ١ -

☐ ٦ -

☐ ٧ -

☐ ٨ -

(١٤) إذا كان المستقيم  $ل$  يمس الدائرة  $م$  التي مركزها  $(١ - ٤)$ ، عند النقطة  $(٢ - ٦)$ ، فإن معادلة المستقيم  $ل$  هي :

☐  $(٢ - س) - \frac{١}{٢} = (٦ - ص)$

☐  $(٢ - س) - ٢ = (٦ - ص)$

☐  $(١ - س) - \frac{١}{٢} = (٤ - ص)$

☐  $(١ - س) - ٢ = (٤ - ص)$

(٤) أوجد معادلة الدائرة التي تمر بالنقاط الآتية: أ  $(١, ٠)$ ، ب  $(٧, ٠)$ ، ج  $(٥, -٣)$ .

(٤) إذا كانت النقطتان  $(٣ - ٢)$ ،  $(٨ - ج)$  هما نهايتا قطر لدائرة تمس محور الصادات، فأوجد قيمة  $ج$  ومعادلة الدائرة.

(٤) أوجد معادلة الدائرة التي تمس محور الصادات عند النقطة  $(٠, ٤)$  وتقطع الجزء الموجب لمحور السينات في نقطتين البعد بينهما ٦ وحدات.

(١١) إذا علم أن نصف قطر الدائرة  $س + ص - ٤ = ج$  يساوي  $٢٤٧$  فإن قيمة  $ج$  يساوي:

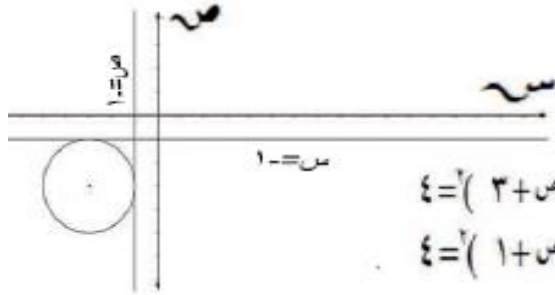
٩ ☐  
١ ☐

٩ ☐  
٢ ☐

(١٢) إذا كانت الدائرة  $س + ص - ٨ = ج$  تمس محور السينات في النقطة  $(٠, ٢)$  فإن قيمتي  $ب$  ،  $د$  على الترتيب تساوي:

٤ ، ٤ ☐  
٤ ، ٤ ☐

٤ ، ٨ ☐  
٤ ، ٨ ☐



(١٣) مستعينا بالشكل المجاور : معادلة الدائرة التي نصف قطرها ٢ وحدة هي:

$٤ = (٣ + س)^2 + (١ + ص)^2$  ☐  
 $٤ = (١ + س)^2 + (٣ + ص)^2$  ☐

$٤ = (٣ - س)^2 + (١ - ص)^2$  ☐  
 $٤ = (١ - س)^2 + (٣ - ص)^2$  ☐

(١٤) إذا كان طول المماس المرسوم من النقطة  $(٥, ٧)$  للدائرة  $س + ص - ٤ = ج$  يساوي  $٢١٧$  فإن قيمة  $ج$  تساوي :

٩ ☐  
٢ ☐

٩ ☐  
٢ ☐

(٢١) أوجد معادلة الدائرة التي تمر بنقطة الأصل وتقطع من محوري الصادات و السينات الموجبين ٤ وحدات و ٦ وحدات على الترتيب

(٢٤) برهن أن المستقيم  $س + ص = ١$  يمس الدائرة  $س + ص - ٨ = ج$  ثم أوجد إحداثيات نقطة التماس

(٢٥) أثبت أن المستقيم  $س - ص = ٣$  مماس مشترك للدائرتين

$س + ص - ٢ = ج$  ،  $س + ص + ٤ = ج$  ،  $س - ص - ٣ = ج$  ،  $س - ص + ١ = ج$

اختبار ١٥ - ١٦ تدريب

(١١) نصف قطر الدائرة التي مركزها (٣، ٢) وتمس محور الصادات يساوي :

- (أ) ٥ (ب) ٣ (ج) ٢ (د) ١

(١٢) إذا كانت النقطتان م (٣، ١) ، ب (٣، ٧) نهايتي قطر في دائرة فإن معادلتها هي :

(أ)  $٩ = (٣ + ص)^2 + (٤ + س)^2$  (ب)  $٣ = (٣ - ص)^2 + (٢ - س)^2$

(ج)  $٩ = (٣ - ص)^2 + (٢ - س)^2$  (د)  $٣ = (٣ + ص)^2 + (٤ + س)^2$

(١٣) إذا كان  $س^2 + ص^2 + ٦س - (١ + هـ)ص + ٩ = ٠$  تمثل معادلة دائرة تلمس محور السينات وطول نصف قطرها يساوي ٢ فإن قيمة هـ تساوي :

- (أ) ٥ (ب) ٣ (ج)  $٢\sqrt{٢}$  (د)  $٢ - \sqrt{٢}$

(١٤) عدد المماسات المشتركة للدائرتين  $س^2 + ص^2 + ٢س + ١٠ + ص + ٥ = ٠$  ،  $س^2 + ص^2 + ٤س + ١٠ + ص + ٦٥ = ٠$  يساوي :

- (أ) ٤ (ب) ٣ (ج) ٢ (د) ١

(٢١) أوجد معادلة الدائرة إذا كان معادلة القطرين المتعامدين فيها  $ص = ٠$  ،  $س = ٠$  وطول قطرها  $\sqrt{٦}$

(٢٤) إذا كانت م (٢، ١) ب (٢، ٤) جـ (٥، ٤) د (٥، ١) تمثل رؤوس مربع فأوجد :

(أ) معادلة الدائرة التي تلمس أضلاع المربع من الداخل

(ب) معادلة الدائرة التي تمر برؤوس المربع



### اختبار ١٥ - ١٦ دور أول

(١١) إحداثيات مركز الدائرة (س)  $1 - 2$  + (ص)  $2 + 10 =$  هو:

(١، ٢-) ☐

(٢-، ١) ☐

(١-، ٢) ☐

(٢، ١-) ☐

(١٢) إحدى معادلتى المماسين للدائرة  $س^2 + ص^2 - ٨س + ٢ص + ١٣ = ٠$  والموازي لمحور السينات هي:

$س = ٢$  ☐

$س = ١$  ☐

$ص = ٢$  ☐

$ص = ١$  ☐

(١٣) إذا كانت الدائرة تمس محوري الإحداثيات وتمر بالنقطتين (٢-، ٩-)، (١-، ٢-)، فإن معادلتها هي:

$٢٥ = ٢(٥ + ص) + ٢(٥ + س)$  ☐

$٢٧٩ = ٢(١٧ + ص) + ٢(١٧ + س)$  ☐

$١ = ٢(١ + ص) + ٢(١ + س)$  ☐

$٥٠ = ٢(١ + ص) + ٢(٢ + س)$  ☐

(١٤) في الشكل المجاور إذا كان المنحنى د(س) =  $٢س^٣ + ١$  يمر بمركز الدائرة،

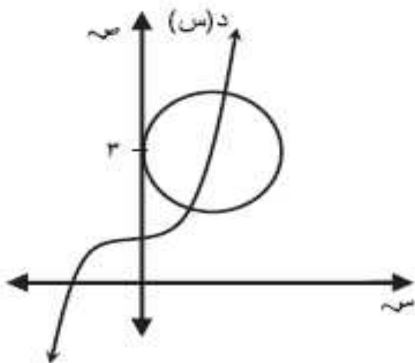
فإن طول نصف قطر الدائرة يساوي:

$\frac{٣}{٢}$  ☐

٢ ☐

$\frac{١}{٢}$  ☐

١ ☐



(٢١) بين موقع النقطة (٢، ٣) بالنسبة للدائرة التي معادلتها (س)  $١ + ٢(٢ + ص) + ٧ =$

(٢٤) أوجد طول المماس المرسوم للدائرة  $س^2 + ص^2 - ٦س - ٨ص + ١٦ = ٠$  من النقطة (٠، ٢-).

(٢٥) أوجد معادلة الدائرة التي تمر بالنقطتين  $٢(٣، ٢)$ ،  $٣(٤، ٧)$  إذا علمت أن المماسين لها عند  $١$ ،  $٢$  متوازيان.

### اختبار ١٤ - ١٥ تجريبي

(١١) إذا كانت  $3س^2 + 3ص^2 - 2س - 2ص + 4 = 0$  تمثل دائرة فإن قيمة  $أ$  تساوي :

- (أ) ٤ (ب) ٣ (ج) ٢ (د) صفر

(١٢) معادلة الدائرة التي تمس المحورين عند النقطتين  $(0, 9)$  ،  $(9, 0)$  هي

- (أ)  $س^2 + ٩ = ٩$  (ب)  $س^2 + ٩ = ٨١$   
(ج)  $٩ = (٩ - س)^2 + (٩ + ص)^2$  (د)  $٨١ = (٩ - س)^2 + (٩ + ص)^2$

(١٣) دائرة تمس المستقيمين  $س = ٥$  و  $س = ١$  ، فإن مركزها الذي يقع على المستقيم  $ص = ٢$  هو :

- (أ)  $(٢, ١)$  (ب)  $(٢, ٢)$  (ج)  $(٢, ٣)$  (د)  $(٢, ٥)$

(١٤) إذا كان المستقيم  $٣س + ٤ص = ٠$  يمس الدائرة  $س^2 + (٣ - ص)^2 = ١$  ، فإن قيمة  $ب$  تساوي:

- (أ)  $\frac{٣}{٥}$  (ب)  $\frac{٤}{٥}$  (ج)  $\frac{٥}{٤}$  (د)  $\frac{٥}{٣}$

(٢١) النقطة  $(٢, -٣)$  هي مركز دائرة تمس محور الصادات، أوجد كلاً من:

- (١) الربع الذي يقع فيه مركز الدائرة. (٢) نصف قطرها. (٣) معادلة الدائرة.

(٢٤) أوجد معادلة الدائرة التي تمس المحورين وتمس المستقيم  $١٥س + ٨ص - ٦٠ = ٠$  وتقع في الربع الاول .

(٢٥) إذا كان  $ع$  ،  $ل$  نهايتي قطر في الدائرة  $س^2 + ٦س - ١٥ = ٠$  ، أوجد إحداثي النقطة  $ل$  حيث  $ع(٣, ٠)$  ،  $م$  عدد حقيقي.

(١١) معادلة الدائرة التي مركزها النقطة (٢، ٠) وطول قطرها ٨ وحدات هي :

$$\square \quad (س - ٢) + ص^2 = ١٦$$

$$\square \quad (س - ٢) + ص^2 = ٦٤$$

$$\square \quad (س + ٢) + ص^2 = ١٦$$

$$\square \quad (س + ٢) + ص^2 = ٦٤$$

(١٢) إذا كانت النقطتان (٢، ١) ، (٤، ١) نهايتا قطر في دائرة تمر بنقطة الأصل ، فإن قيمة  $P$  تساوي :

$$\square \quad ٣ -$$

$$\square \quad ٨ -$$

$$\square \quad \frac{1}{2}$$

$$\square \quad \frac{1}{8}$$

(١٣) إذا كانت  $س^2 + ص^2 - ٣س + ٤ص = ٠$  تمثل معادلة دائرة ، فإن مركز الدائرة هو :

$$\square \quad (٢، -٦)$$

$$\square \quad (٤، -١٢)$$

$$\square \quad (-٢، ٦)$$

$$\square \quad (-٤، ١٢)$$

(١٤) دائرتان معادلتيهما  $س^2 + ص^2 - ٩ = ٠$  ،  $س^2 + ص^2 - ١ = ٠$  ، عدد المماسات المشتركة للدائرتين يساوي :

$$\square \quad ٢$$

$$\square \quad ١$$

$$\square \quad ٤$$

$$\square \quad ٣$$

(٢١) حوّل معادلة الدائرة  $س^2 + ص^2 - ٨س + ١٦ص + ٧٩ = ٠$  إلى الصورة القياسية ، ثم أوجد إحداثيات المركز ، وطول نصف القطر.

(٢٤) أوجد طول المماس المرسوم للدائرة  $س^2 + ص^2 + ١٤ص = ١٥$  من النقطة (٠، ٦) .

(٢٥) دائرة تمس المستقيم  $س = ٢$  ، وتمر بالنقطتين (٠، ٠) ، (٣، ١) . أوجد طول نصف قطر الدائرة إذا علمت أن مركزها يقع في الربع الثالث .

(١١) مركز الدائرة  $S^2 + C^2 - 4C = 8$  هو:

☐  $(0, -2)$

☐  $(0, 2)$

☐  $(-2, 0)$

☐  $(2, 0)$

(١٢) الدائرة التي مركزها  $(-4, 1)$  ونصف قطرها ٢ ، تمس المستقيم:

☐  $C = 1$

☐  $S = 2$

☐  $C = -3$

☐  $S = -6$

(١٣) إذا كانت  $3C^2 + S^2 + (2 + C)C = 9$  ، تمثل معادلة دائرة، فإن قيمة  $m$  تساوي:

☐ ١

☐ ٣

☐  $\frac{1}{3}$

☐  $\frac{1}{2}$

(١٤) إذا كان المستقيم  $C = S$  يقطع الدائرة  $S^2 + C^2 + (C - N)C = 2$  في نقطتين، فإن قيم  $N$  تنتمي إلى الفترة:

☐  $[-4, 4]$

☐  $[-2, 2]$

☐  $[-\infty, 2]$

☐  $[4, \infty]$

(٢١) دائرة معادلتها  $(S + 5)^2 + (C - 4)^2 = 9$  ، حدد كلاً مما يأتي:

(أ) موقع النقطة  $(-6, 1)$  بالنسبة للدائرة.

(ب) وضع المستقيم  $C + 2S = 0$  بالنسبة للدائرة.

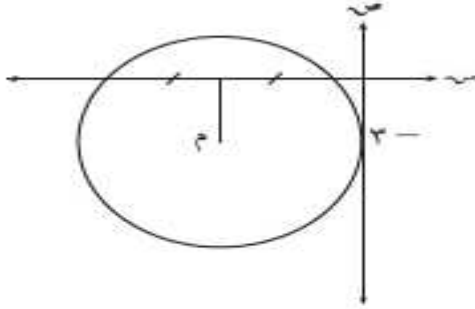
(٢٤) إذا كان الفرق بين قطري دائرتين متحدتي المركز يساوي ٨ ، وكانت معادلة الدائرة الكبرى هي  $(S - 1)^2 + (C - 2)^2 = 36$  . فأوجد معادلة الدائرة الصغرى.

(٢٥) دائرة تمس المستقيمين  $S = 5$  ،  $C = 7$  ، ويقع مركزها على المستقيم  $C = -S$  . أوجد طول نصف قطرها .

( ١١ ) نصف قطر الدائرة التي معادلتها  $x^2 + y^2 - 6x - 4y + 9 = 0$  يساوي:

- ٢ ☐ ٣ ☐ ٤ ☐ ٩ ☐

( ١٢ ) من الشكل المجاور مركز الدائرة م التي تمس محور الصادات وتقطع من محور السينات السالب وترأ طوله ٨ وحدات هو :



- ( ٣- ، ٤- ) ☐ ( ٤- ، ٣- ) ☐

- ( ٣- ، ٥- ) ☐ ( ٥- ، ٣- ) ☐

( ١٣ ) معادلة الدائرة التي تمر بالنقطتين P (٢، ٢) ، B (٢، ٤) والمماسين لها عند A ، B متوازيين هي:

$x^2 + y^2 - 12x - 10y + 54 = 0$  ☐  $x^2 + y^2 - 6x - 8y + 26 = 0$  ☐

$x^2 + y^2 + 6x + 6y - 23 = 0$  ☐  $x^2 + y^2 - 6x - 10y + 29 = 0$  ☐

( ١٤ ) إذا كان معادلتا القطرين  $x = 3 - y$  ،  $x = 2 - y$  في دائرة طول نصف قطرها يساوي  $2\sqrt{3}$  وحدة، فإن معادلة الدائرة هي :

$4 = (x-1)^2 + (y-3)^2$  ☐  $12 = (x+1)^2 + (y-3)^2$  ☐

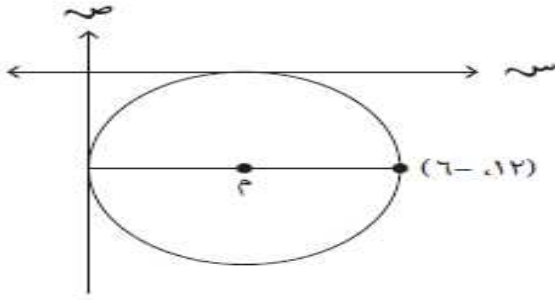
$4 = (x-1)^2 + (y+3)^2$  ☐  $12 = (x-1)^2 + (y+3)^2$  ☐

(٢١) أوجد معادلة الدائرة التي تمر بالنقاط ( ٠ ، ٠ ) ، ( ٠ ، ٤ ) ، ( ٦ ، ٠ ) .

(٢٤) أوجد المحل الهندسي لنقطة تتحرك في المستوى بحيث يكون بعدها عن النقطة ( ٣- ، ٤ ) يساوي ثلاثة أمثال بعدها عن النقطة ( ٣- ، ٤ ) .

(٢٥) أوجد معادلتَي المماسين المرسومين للدائرة  $x^2 + y^2 - 8x - 8y + 8 = 0$  من النقطة ( ٠ ، ٠ )

## اختبار ١٣ - ١٤ دور ثاني



(١١) من الشكل المجاور معادلة الدائرة التي مركزها م هي:

$$36 = (3 + ص)^2 + (6 - س)^2 \quad \square$$

$$36 = (6 + ص)^2 + (6 - س)^2 \quad \square$$

$$144 = (3 + ص)^2 + (6 - س)^2 \quad \square$$

$$144 = (6 + ص)^2 + (6 - س)^2 \quad \square$$

(١٢) مركز الدائرة التي معادلتها  $س^2 - ٢ص + ٢س + ٢ك + ٥ = ٠$  ، حيث  $ك \in \mathbb{C}$  ، وطول نصف قطرها  $\sqrt{٥}$  هو:

$$(٦، ١) \quad \square$$

$$(٣، ١) \quad \square$$

$$(٦، ١) \quad \square$$

$$(٣، ١) \quad \square$$

(١٣) طول نصف قطر الدائرة التي معادلتها  $٣٦ = (٣ - ص)^2 + (٦ + س)^2$  يساوي :

$$٦ \quad \square$$

$$٩ \quad \square$$

$$٢ \quad \square$$

$$٤ \quad \square$$

(١٤) إذا كان طول المماس المرسوم من نقطة  $(٣، ٧)$  للدائرة  $س^2 + ٢ص + ٢س + ٢ل = ٠$  يساوي وحدتين ، حيث  $ل \in \mathbb{C}$  ، فإن قيمة ل تساوي :

$$\frac{٢٩}{٧} \quad \square$$

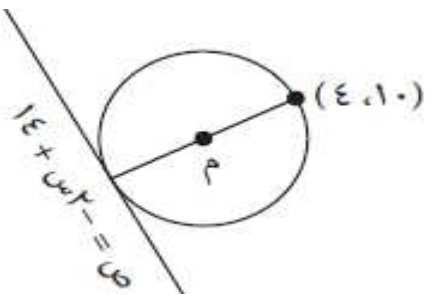
$$\frac{٢٧}{٧} \quad \square$$

$$\frac{٥٨}{٧} \quad \square$$

$$\frac{٥٤}{٧} \quad \square$$

(١٨) أوجد معادلة العمودي على مماس المنحنى  $ص^2 + ٢ص - ٢س = ٤$  عند النقطة  $(٢، ١)$

(٢٢) ضع معادلة الدائرة  $س^2 + ٢ص^2 - ١٦س - ١٢ص = ٢٤$  في الصورة القياسية ثم أوجد مركزها ونصف قطرها.



(٢٥) من الشكل المجاور، أوجد معادلة الدائرة التي مركزها م .

(٢٦) أوجد معادلة الدائرة التي تمس محور السينات في النقطة  $(٠، ٤)$  ، ويقع مركزها على المستقيم  $ص + ٢س - ١ = ٠$  صفر .

## اختبار ١٢ - ١٣ تدريبي

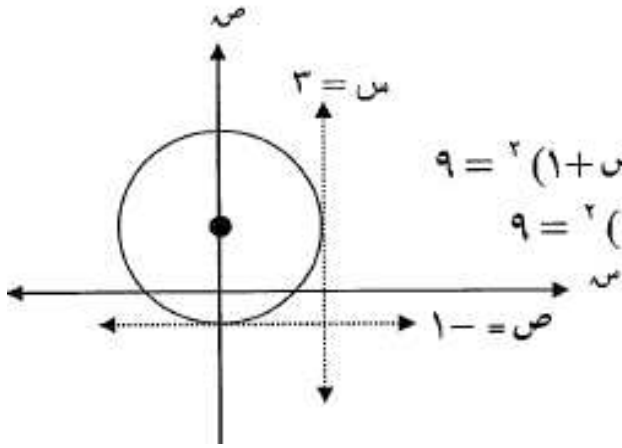
(١١) مركز الدائرة التي معادلتها  $4(2 + s) + 4(1 - s) = 9$  هي :

☐  $(-4, 1)$

☐  $(-4, 1)$

☐  $(2, -1)$

☐  $(-2, 1)$



(١٢) الشكل المقابل يمثل معادلة دائرة طول نصف

قطرها ٣ وحدات ، فإن معادلة الدائرة هي :

☐  $9 = (1 + s)^2 + (3 - s)^2$

☐  $9 = s^2 + (2 - s)^2$

☐  $9 = s^2 + (2 - s)^2$

☐  $9 = (1 - s)^2 + (3 + s)^2$

(١٣) المعادلة  $\frac{3 + s}{4 + s} = \frac{4 - s}{3 - s}$  تمثل معادلة دائرة طول نصف قطرها يساوي :

☐ ٦

☐ ٥

☐ ٤

☐ ٣

(١٤) قيم " هـ " التي تجعل المعادلة  $s^2 + 2s - 2s - 4 - ص - ٨ + ص = ٠$

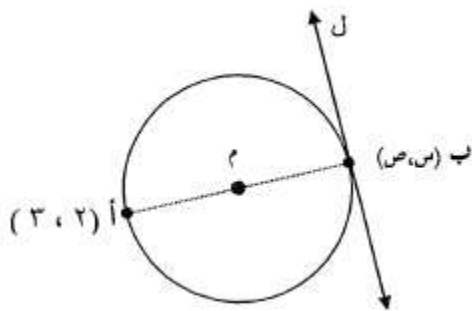
تمثل دائرة تنتمي إلى الفترة :

☐  $]-\infty, 3]$

☐  $]3, \infty - [$

☐  $]3, 3 - [$

☐  $]3 - , \infty - [$



ب ( الشكل المجاور يمثل معادلة الدائرة

$$4 = (5 - s)^2 + (8 - s)^2$$

أوجد معادلة المماس ل المرسوم لهذه الدائرة عند

النقطة ب ( س ، ص ) .

ج ( أوجد معادلة الدائرة التي يقع مركزها على محور السينات وتُمر بالنقطتين  $(1, 2)$  ،  $(-3, 4)$  )

(١١) مركز الدائرة  $س٢ - ٦س + ص٢ + ٨ص = ١١$  هو:

☐ (٣، -٤)

☐ (٨، -٦)

☐ (-٤، ٣)

☐ (٦، -٨)

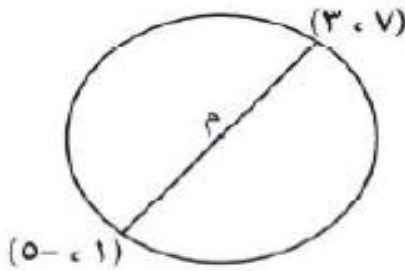
(١٢) معادلة الدائرة التي مركزها (م) والمرسومة في الشكل المجاور هي:

☐  $٢٥ = ٢(١ - ص) + ٢(٤ + س)$

☐  $١٠٠ = ٢(١ - ص) + ٢(٤ + س)$

☐  $٢٥ = ٢(١ + ص) + ٢(٤ - س)$

☐  $١٠٠ = ٢(١ + ص) + ٢(٤ - س)$



(١٣) إذا كانت دائرة تمس المحور السيني عند  $(٠، ١-)$  ، ومركزها يقع على المستقيم  $ص = ٢س + ٥$  ، فإن طول نصف قطرها يساوي :

☐ ٤

☐ ٣

☐ ٧

☐ ٥

(١٤) معادلة أحد مماسي الدائرة  $س٢ + ص٢ = ٤$  الموازي للمستقيم  $ص + س = ٠$  هي:

☐  $٠ = ٤ + س + ص$

☐  $٠ = ٨ + س + ص$

☐  $٠ = ٢\sqrt{٢} + س + ص$

☐  $٠ = ٢\sqrt{٢} + س + ص$

بين أن المستقيم  $ص + س = ٤$  يقطع الدائرة  $س٢ + ص٢ = ١٦$

أوجد معادلة الدائرة التي تمر بالنقطتين  $(٧، -٤)$  ،  $(٧، ٢)$  ، ومركزها يقع على المستقيم  $٣س - ٢ص - ٨ = ٠$

دائرة معادلتها  $(س - ٣)٢ + (ص - ٤)٢ = ١٦$  تمس أضلاع المثلث أ ب ج متطابق الأضلاع. أوجد معادلة المحل الهندسي لحركة رؤوس المثلث ، بحيث تبقى على بعد ثابت من مركز الدائرة. (علماً بأن القطع المتوسط للمثلث تتقاطع في نقطة واحدة تقسم كل منها بنسبة ٢ : ١ من جهة الرأس)

(١١) أي من المعادلات الآتية تمثل معادلة دائرة ؟

$$9 = (2 - \text{ص})^2 - (3 + \text{س})^2 \quad \square$$

$$9 = (2 - \text{ص})^2 + (3 + \text{س})^2 \quad \square$$

$$9 = (2 - \text{ص})^2 + (3 + \text{س})^3 \quad \square$$

$$9 = (2 - \text{ص})^2 + (3 + \text{س})^2 \quad \square$$

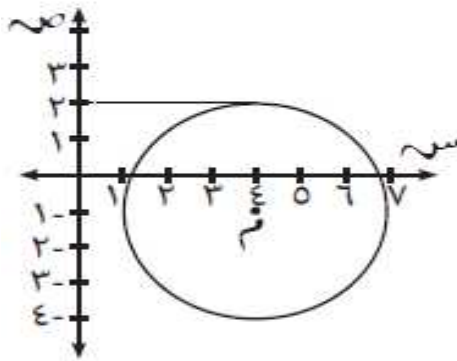
(١٢) طول المماس المرسوم من النقطة (٠ ، ٥) للدائرة  $\text{ص}^2 + \text{س}^2 = ١٦$  يساوي :

$$٥ \quad \square$$

$$٩ \quad \square$$

$$٣ \quad \square$$

$$٤ \quad \square$$



(١٣) معادلة الدائرة المرسومة في الشكل المجاور هي:

$$٠ = ٨ + \text{ص} - \text{س}^2 + ٢\text{س} + \text{ص}^2 \quad \square$$

$$٠ = ٨ + \text{ص} + ٢\text{س} + \text{ص}^2 - \text{س}^2 \quad \square$$

$$٠ = ١٣ + \text{ص} + ٢\text{س} + \text{ص}^2 - \text{س}^2 \quad \square$$

$$٠ = ١٣ + \text{ص} - \text{س}^2 + ٢\text{س} + ٢\text{ص} \quad \square$$

(١٤) طول نصف قطر الدائرة التي يقع مركزها على المستقيم  $\text{ص} = ٢ - \text{س}$  وقوس المستقيم  $\text{ص}_٢ = \text{س}$  يساوي:

$$\frac{1}{2} \quad \square$$

$$٢ \quad \square$$

$$\frac{1}{3\sqrt{2}} \quad \square$$

$$\frac{1}{3\sqrt{2}} \quad \square$$

أوجد معادلة الدائرة إذا كان أ (٣ ، ٢) ، ب (٤ ، -٥) نهايتي قطر فيها.

أوجد معادلة أحد المماسين للدائرة  $\text{ص}^2 + \text{س}^2 = ٢$  المرسومين من النقطة (٢ ، ٠)

دائرة مركزها نقطة الأصل ،  $\overline{AB}$  وتر فيها معادلته  $\text{ص}^2 + \text{س}^2 = ١٥$  وطوله  $3\sqrt{6}$  أوجد معادلة الدائرة.

### اختبار ١١ - ١٢ دور أول

١١) مركز الدائرة التي معادلتها  $(س - ٢)^2 + (ص + ١)^2 = ٤$  هو:

- ☐ (١-، ٢) ☐ (١، ٢-) ☐ (٢-، ١) ☐ (٢، ١-)

١٢) معادلة الدائرة التي مركزها  $(٢-، ٣)$  وقوس المحاور الصادي هي:

- ☐  $٠ = ٤ + ص^2 + س^2 - ٢ص + ٤س - ٩$  ☐  $٠ = ٤ + ص^2 + س^2 - ٢ص + ٤س - ٩$   
☐  $٠ = ٤ + ص^2 + س^2 - ٢ص + ٤س - ٩$  ☐  $٠ = ٤ + ص^2 + س^2 - ٢ص + ٤س - ٩$

١٣) النقطة التي لا يمكن رسم مماس منها للدائرة  $س^2 + ص^2 - ٢س + ٤س - ٢ص + ٨ = ٠$  هي:

- ☐ (١، ٢-) ☐ (٣، ٢) ☐ (٢-، ٣) ☐ (٣، ١)

١٤) معادلة الدائرة التي قوس المستقيمات  $س = ٢$ ،  $س = ٨$ ،  $ص = ٠$  وتقع في الربع الأول هي:

- ☐  $٣ = (س - ٣)^2 + (ص - ٥)^2$  ☐  $٩ = (س - ٣)^2 + (ص - ٥)^2$   
☐  $٩ = (س - ٣)^2 + (ص - ٥)^2$  ☐  $٩ = (س - ٣)^2 + (ص - ٥)^2$

أوجد معادلة الدائرة التي تمر بالنقاط الآتية: أ (٠، ٠)، ب (٨، ٠)، ج (٤، ٢).

أوجد معادلة المماس المشترك للدائرتين:

$$س^2 + ص^2 - ٢ص - ٤س + ٤ = ٠ \quad ، \quad س^2 + ص^2 - ٢ص + ٤س - ٤ = ٠$$

علماً بأن المماس يمر بنقطة تماسهما.

### اختبار ١١ - ١٢ دور ثاني

١١) نصف قطر الدائرة  $س^2 + ص^2 + ٢ص - ٦ = ٠$  يساوي:

- ☐  $\sqrt{١٥}$  ☐  $\sqrt{٣٠}$   
☐  $\sqrt{٤٢}$  ☐  $\sqrt{٣٠}$

١٢) الدائرة  $س^2 + ص^2 - ٢ص + ٨س + ٤ص + ٤ = ٠$  قوس المحاور الصادي عند النقطة:

- ☐ (٨، ٠) ☐ (٨-، ٠)  
☐ (٢، ٠) ☐ (٢-، ٠)

١٣) معادلة الدائرة التي يكون فيها النقطتان  $(٤، ٢)$ ،  $(٤، -٦)$  نهايتي قطر فيها هي:

- ☐  $٦٤ = (س - ٢)^2 + (ص - ٤)^2$  ☐  $٦٤ = (س - ٢)^2 + (ص - ٤)^2$   
☐  $١٦ = (س - ٢)^2 + (ص - ٤)^2$  ☐  $١٦ = (س - ٢)^2 + (ص - ٤)^2$

١٤) معادلة الدائرة التي قوس المستقيمات  $ص = ٥$ ،  $ص = ٩$ ،  $س = ٠$  وتقع في الربع الثاني هي:

- ☐  $٤ = (س - ٢)^2 + (ص - ٧)^2$  ☐  $٤ = (س - ٢)^2 + (ص - ٧)^2$   
☐  $١٦ = (س - ٢)^2 + (ص - ٧)^2$  ☐  $١٦ = (س - ٢)^2 + (ص - ٧)^2$

أوجد معادلة الدائرة المرسومة التي تمر بالنقاط  $(٠، ٠)$ ،  $(٠، ٢)$ ،  $(٦، ٠)$ .

أوجد معادلة مماس الدائرة  $س^2 + ص^2 - ٢ص - ٤س - ٤ = ٠$  عند النقطة  $(١، ٣)$ .