ملخص درس التحويلات الهندسية للدوال المثلثية

تم تحميل هذا الملف من موقع المناهج العمانية	
موقع فايلاتي ⇦ المناهج العمانية ⇦ الصف الثاني عشر ⇦ رياضيات متقدمة ⇦ الفصل الأول ⇦ ملفات متنوعة ⇦ الملف	
تاريخ إضافة الملف على موقع المناهج: 2025-11-03 10:44:26	
المزيد من مادة رياضيات متقدمة:	ملفات ا كتب للمعلم ا كتب للطالب ا اختبارات الكترونية ا اختبارات ا حلول ا عروض بوربوينت ا أوراق عمل منهج انجليزي ا ملخصات وتقارير ا مذكرات وبنوك ا الامتحان النهائي ا للمدرس

التواصل الاجتماعي بحسب الصف الثاني عشر					
صفحة المناهج العمانية على فيسبوك					

المزيد من الملفات بحسب الصف الثاني عشر والمادة رياضيات متقدمة في الفصل الأول	
1	دفترية الوحدة الثالثة مقدمة في النهايات والاتصال
2	ملخص شامل وحل تمارين الكتاب للوحدة الأولى القياس الدائري من سلسلة العبير
3	حل تمارين الوحدة الثانية حساب المثلثات
4	حل أسئلة نهاية الوحدة الأولى القياس الدائري
5	مراجعة شاملة لدروس وحدات المنهج

التحويلات الهندسية للدوال المثلثية

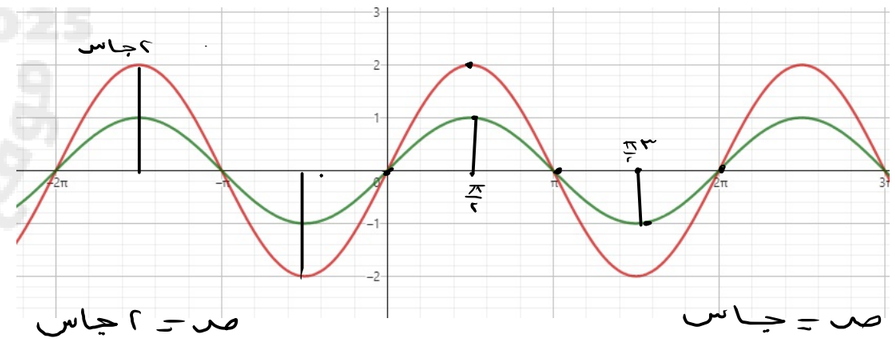
تعلمت في الصف ١١، الوحدة ٢ كيف تجري بعض التحويلات الهندسية على الدالة د(س). وهذه التحويلات هي ص = أ د (س)، ص = د (أ س)، ص = د (س) + أ، ص = د (س + أ)

- ص = أ د (س): تمدد رأسي في محور الصادات معامله أ
- ص = د (أ س): تمدد أفقي في محور السينات معامله $\frac{1}{أ}$
- ص = د (س) + أ: انسحاب رأسي في محور الصادات بالمتجه (أ)
- ص = د (س + أ): انسحاب أفقي في محور السينات بالمتجه (-أ)

التمثيل البياني للدالة ص = أ جا س

ص = جا س

س	٠	٩٠	١٨٠	٢٧٠	٣٦٠
ص	٠	١	٠	-١	٠



المدى $-1 \leq ص \leq 1$
السعة = ١
الدورة = $\frac{2\pi}{1} = 2\pi = 360°$
المجال = ح

ص = ٢ جا س

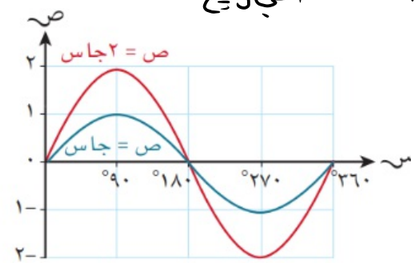
س	٠	٩٠	١٨٠	٢٧٠	٣٦٠
ص	٠	٢	٠	-٢	٠

المدى $-2 \leq ص \leq 2$
السعة = ٢
الدورة = $\frac{2\pi}{1} = 2\pi = 360°$
المجال = ح

السعة = $\frac{1}{2}$

التمثيل البياني للدالة ص = ٢جا س هو تمدد لبيان الدالة ص = جا س، معامله ٢ باتجاه موازٍ للمحور الصادي.

سعة الدالة ص = ٢جا س تساوي ٢، ودورتها تساوي ٣٦٠°



التمثيل البياني للدالة ص = جا (ب س)

ص = جا س

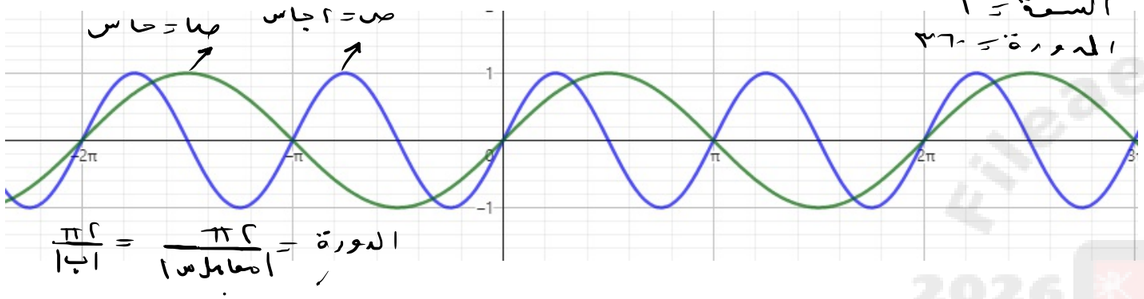
س	٠	٩٠	١٨٠	٢٧٠	٣٦٠
ص	٠	١	٠	-١	٠

المدى $-1 \leq ص \leq 1$
السعة = ١
الدورة = ٣٦٠

ص = جا ٢س

س	٠	٤٥	٩٠	١٣٥	١٨٠	٢٢٥	٢٧٠	٣١٥	٣٦٠
ص	٠	١	٠	-١	٠	١	٠	-١	٠

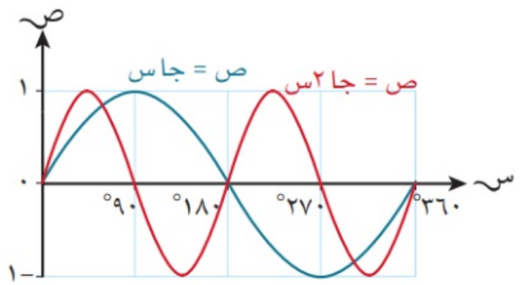
المدى $-1 \leq ص \leq 1$
السعة = ١
الدورة = ١٨٠



الدورة = $\frac{2\pi}{|ب|} = \frac{2\pi}{|معامل\ س|}$

التمثيل البياني للدالة ص = جا ٢س هو تمدد لبيان الدالة ص = جا س، معامله $\frac{1}{2}$ باتجاه موازٍ للمحور السيني.

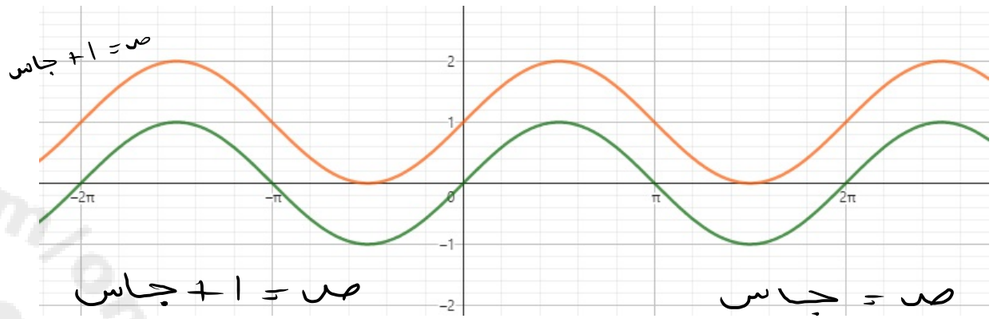
سعة الدالة ص = جا ٢س تساوي ١، ودورتها تساوي ١٨٠°



التمثيل البياني للدالة ص = ك + جا س

ص = جاس

س	٠	٩٠	١٨٠	٢٧٠	٣٦٠
ص	٠	١	٠	١-	٠



المدى $-1 \leq ص \leq 1$

السعة = ١

الدورة = $2\pi = 360°$

ص = ١ + جاس

س	٠	٩٠	١٨٠	٢٧٠	٣٦٠
ص	١	٢	١	٠	١

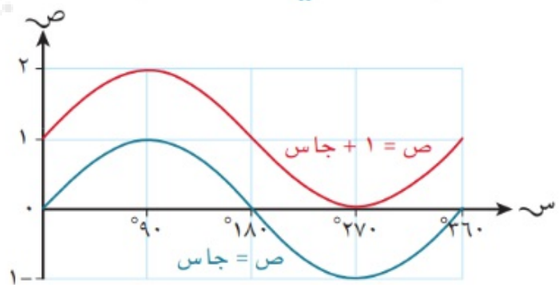
المدى $0 \leq ص \leq 2$

السعة = ١

الدورة = $2\pi = 360°$

التمثيل البياني للدالة ص = ١ + جاس هو انسحاب لبيان الدالة ص = جا س بالمتجه $\begin{pmatrix} ٠ \\ ١ \end{pmatrix}$.

سعة الدالة ص = ١ + جا س تساوي ١، ودورتها ٣٦٠°



التمثيل البياني للدالة ص = جا(س + جـ°)

ص = جاس

س	٠	٩٠	١٨٠	٢٧٠	٣٦٠
ص	٠	١	٠	١-	٠

المدى $-1 \leq ص \leq 1$

السعة = ١

الدورة = $2\pi = 360°$

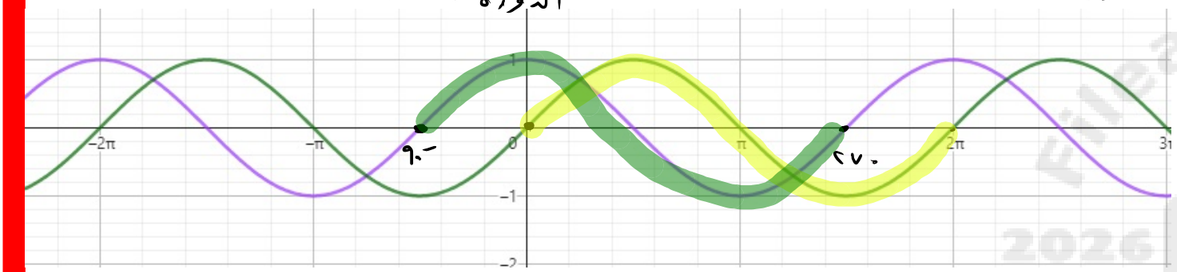
ص = جا(س + ٩٠°)

س	٩٠-	٠	٩٠	١٨٠	٢٧٠	٣٦٠				
ص	٠	١	٠	١-	٠	١				

المدى $-1 \leq ص \leq 1$

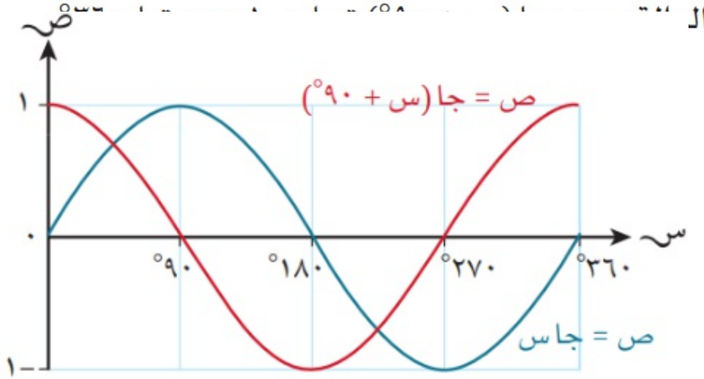
السعة = ١

الدورة = $2\pi = 360°$



التمثيل البياني للدالة ص = جا (س + ٩٠°) هو انسحاب لبيان الدالة ص = جا س بالمتجه $\begin{pmatrix} -٩٠° \\ ٠ \end{pmatrix}$.

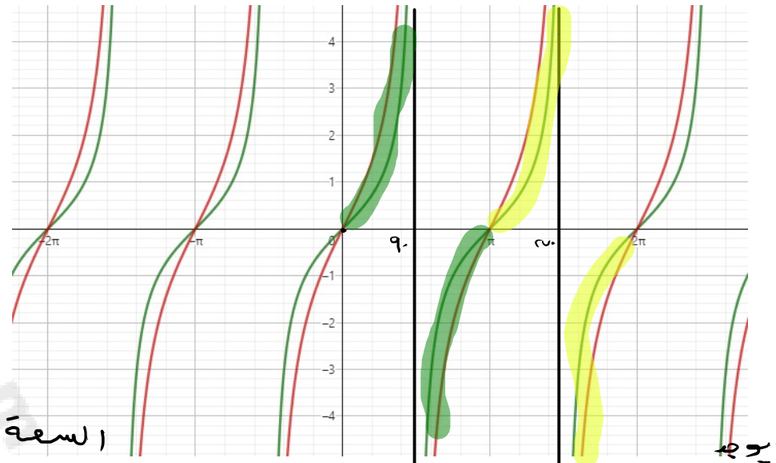
سعة الـ



التمثيل البياني للدالة ص = ٢ ظا س

ص = ظا س

ص = ٢ ظا س



المدى = ح

المجال ح − { ... −٦π، −٩٠، ٩٠، ٦π، ... }

المجال = { ... −٦π، −٩٠، ٩٠، ٦π، ... }

المدى = ح

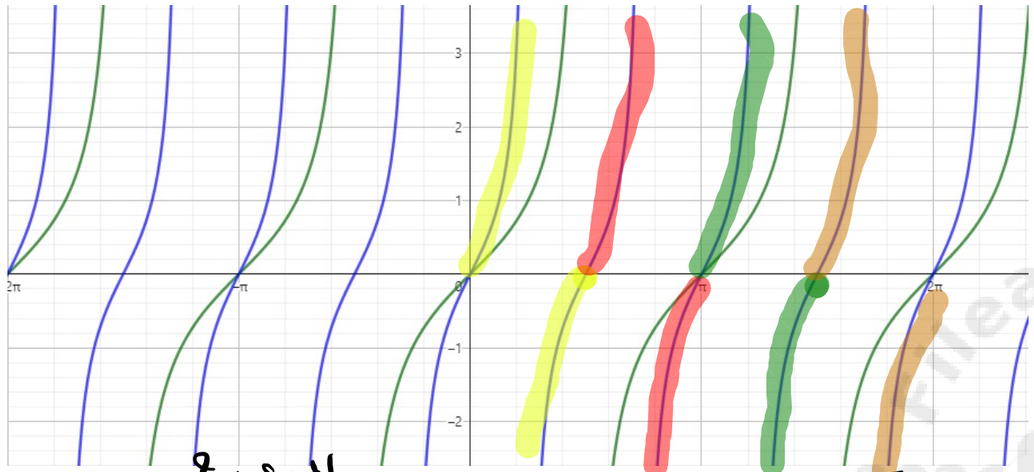
السعة = لايوجد

الدورة = π

التمثيل البياني للدالة ص = ظا ب س

ص = ظا س

ص = ظا ٢ س



المدى = ح

السعة = لايوجد

الدورة = π

المجال ح − { ... −٦π، −٩٠، ٩٠، ٦π، ... }

المجال = { ... −٦π، −٩٠، ٩٠، ٦π، ... }

المدى = ح

السعة = لايوجد

الدورة = $\frac{\pi}{2}$ = ٩٠

المجال

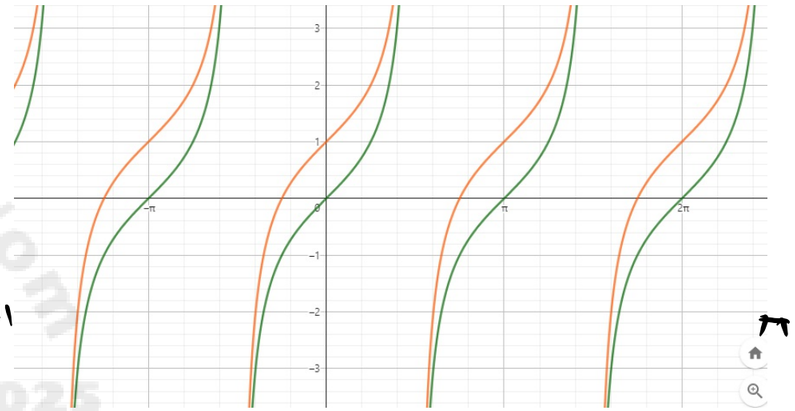
ح − { $\frac{\pi}{2}$ ± ن π، ن = ٠، ١، ٢، ... }

ح − { ± ٩٠ ن، ن = ٠، ١، ٢، ... }

Tiflieae.com

التمثيل البياني للدالة

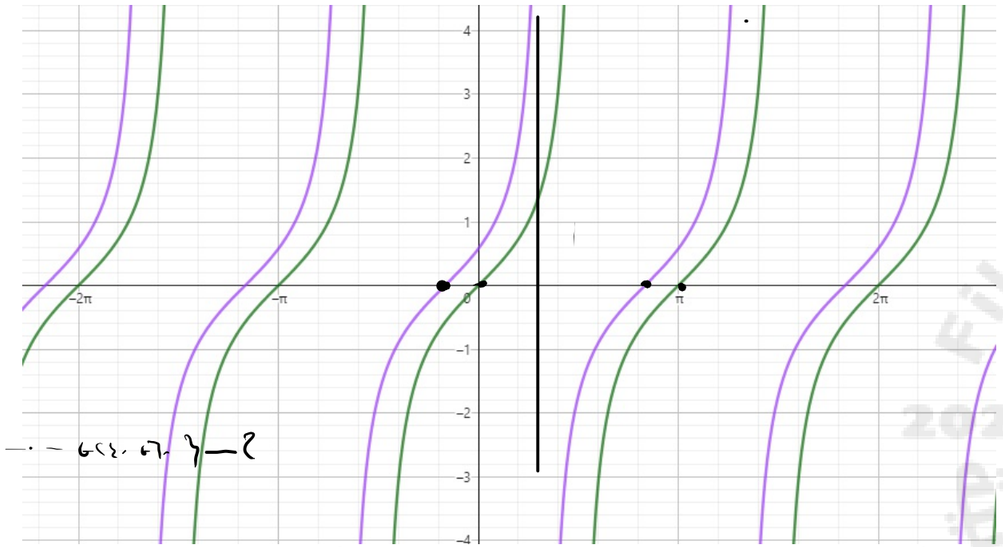
ص = ظاس



التمثيل البياني للدالة

ص = ظاس

ص = ظا(س + ٣٠)



ص = م ظا (س + ج) + ك

المجال = ح - { $\frac{\pi}{ب}$ ن + ج : ن ∈ ص }

المدى = ح (مجموعة الأعداد الحقيقية)

السعة = لا يوجد

الدورة = $\frac{\pi}{|ب|}$

طول الفترة للرسم = $\frac{\text{الدورة}}{٤}$

١) ص = ٣ ظا ($\frac{١}{٢}$ س)

الدورة = $\frac{\pi}{\frac{١}{٢}}$ = ٢π = ٣٦٠°

المدى = ح

المجال = ح - { $\frac{\pi}{\frac{١}{٢}}$ ن + $\frac{\pi}{٢}$: ن ∈ ص }

= ح - { ٢ن π + π : ن ∈ ص }

ح - { ... -٣π ، ٢π ، π ، ... }

ص = ظا (س - ٣٠°)

الدورة = $\frac{\pi}{١}$ = π

المدى = ح

المجال = ح - { $\frac{\pi}{٢}$ + ن π : ن ∈ ص }

ح - { ... -٣π ، -٢π ، -π ، ... }

ح - { ... -٢٧٠° ، -١٨٠° ، -٩٠° ، ... }

Fileae.com/om
2026 2025
موقع فايلاتي العمانية

$ص = P\ جا[ب(س + ج)] + ك$

$ص = P\ جتا[ب(س + ج)] + ك$

- P: تمدد فى الصادى معامله P
- $ب$: تمدد فى السينى معامله $\frac{1}{ب}$
- $ج$: انسحاب فى السينى عكس جهته $(-ج)$
- $ك$: انسحاب فى الصادى بالمتجه $(ك)$

المدى $\quad -P + ك \leq ص \leq P + ك$

السعة $= \frac{\text{العظمى} - \text{الصغرى}}{2} = \frac{P + ك - (-P + ك)}{2} = \frac{2P}{2} = P$

الدورة $= \frac{2\pi}{|ب|}$

المجال لدالتى الجيب وجيب التمام دائما ح إن لم تكن معرفة على مجال معين

طول الفترة للرسم $= \frac{\text{الدورة}}{4}$

اكتب الدورة والسعة والمدى لكل من الدوال الآتية

(١) $ص = جا ٣س$

الدورة $= \frac{2\pi}{3} = \frac{360}{3} = 120°$

السعة $= 1$

المدى $\quad -1 + 0 \leq ص \leq 1 + 0$

$-1 \leq ص \leq 1$

(٢) $ص = 3 + 2\ جتا س$

الدورة $= \frac{2\pi}{1} = 360$

السعة $= 2$

المدى $\quad -2 + 3 \leq ص \leq 2 + 3$

$1 \leq ص \leq 5$

(٣) $ص = 1 + 2\ جا(3س)$

الدورة $= \frac{2\pi}{3} = \frac{360}{3} = 120$

السعة $= 2$

المدى $\quad -2 + 1 \leq ص \leq 2 + 1$

$-1 \leq ص \leq 3$

(٤) $ص = 5\ جتا(2س + 45)$

$= 5\ جتا 2(س + 22{,}5)$

الدورة $= \frac{2\pi}{2} = \pi = 180$

السعة $= 5$

المدى $\quad -5 \leq ص \leq 5$

ملاحظة: تنطبق جميع التحويلات الهندسية الخاصة بدالة الجيب على دالة جيب التمام.

تُلخص التحويلات الهندسية للتمثيلات البيانية للدوال ص = جاس، ص = جتاس،

ص = جا س
ص = جتا س
ص = ظا س

- تمدد معامله أ باتجاه موازٍ للمحور الصادي ←
  - ص = أ جا س
  - ص = أ جتا س
  - ص = أ ظا س
- تمدد معامله $\frac{1}{أ}$ باتجاه موازٍ للمحور السيني ←
  - ص = جا أس
  - ص = جتا أس
  - ص = ظا أس
- انسحاب بالمتجه $\begin{pmatrix} 0 \\ أ \end{pmatrix}$ ←
  - ص = أ + جا س
  - ص = أ + جتا س
  - ص = أ + ظا س
- انسحاب بالمتجه $\begin{pmatrix} -جـ° \\ 0 \end{pmatrix}$ ←
  - ص = جا (س + جـ°)
  - ص = جتا (س + جـ°)
  - ص = ظا (س + جـ°)

ملاحظات هامة:

- التمدد الموازي للمحور الرأسي يؤثر على سعة دالة الجيب، ودالة جيب التمام فقط.
- التمدد الموازي للمحور الأفقي يؤثر على دورة دالة الجيب، ودالة جيب التمام، ودالة الظل.
- لا يؤثر الانسحاب على السعة أو الدورة لأيّ من هذه الدوال المثلثيّة.
- نعرف في الدالتين الدوريتين ص = أ جا ب(س + جـ°) + ك، ص = أ جتا ب(س + جـ°) + ك أن:

١) السعة = |أ|

٢) الدورة = $\frac{\pi ٢}{|ب|}$

٣) المدى هو: −أ + ك ≤ ص ≤ أ + ك، حيث −أ + ك هي أقل قيمة (القيمة الصغرى)، أ + ك هي أعلى قيمة (القيمة العظمى).

نجد من الجزئية (٣) أن السعة = $\frac{\text{أعلى قيمة} - \text{أدنى قيمة}}{٢} = \frac{أ + ك - (-أ + ك)}{٢} = أ$

مثّل بيانيًا كل دالة من الدوال الآتية في الفترة ° ٠ ≤ س ≤ ٣٦٠°:

هـ ص = ١ + ٣جتا س

السعة = ٣

الدورة = $\frac{٢\pi}{١} = \pi ٢ = ٣٦٠$

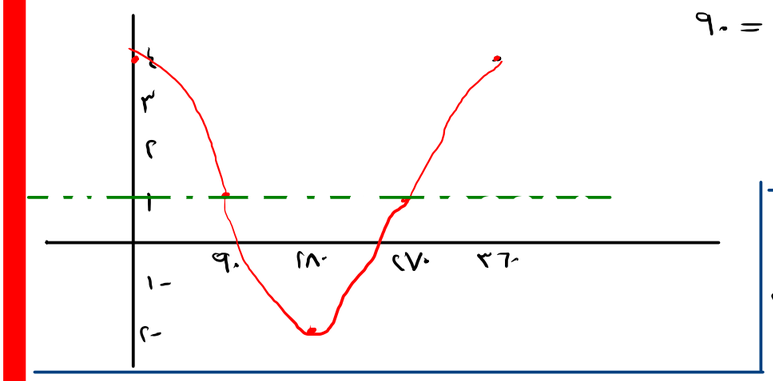
س	٠	٩٠	١٨٠	٢٧٠	٣٦٠
ص	٤	١	٢-	١	٤

المدى $-٣+١ \leq ص \leq ٣+١$

$-٢ \leq ص \leq ٤$

طول الفترة للرسم = $\frac{٣٦٠}{٤} = ٩٠$

س = ٠



ص = جا $\left(٢س + \frac{\pi}{٤}\right)$ = جتا (س + ٤٥°)

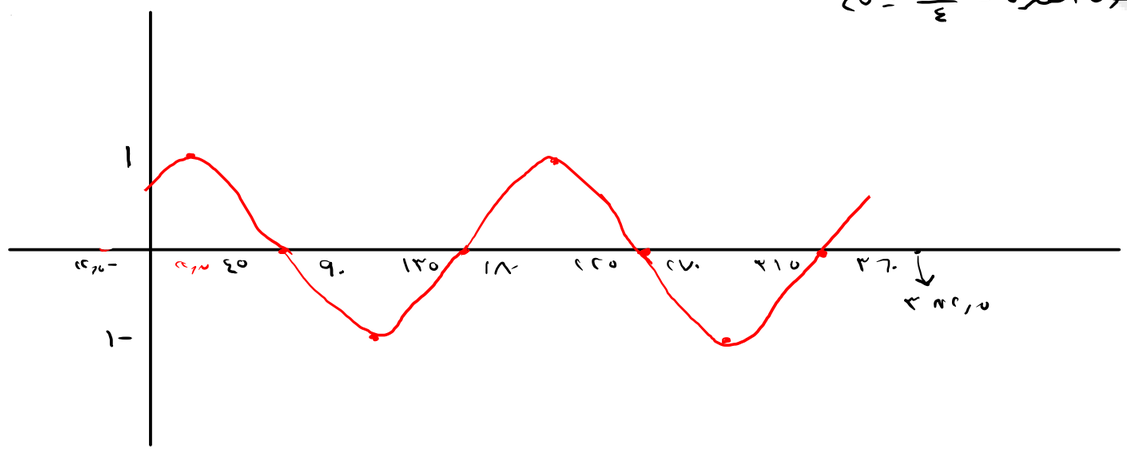
السعة = ١

الدورة = $\frac{٣٦٠}{٢} = ١٨٠°$

المدى $-١ \leq ص \leq ١$

س = ٤٥°

س	-٤٥°	٠	٤٥°	٩٠	١٣٥°	١٨٠	٢٢٥°	٢٧٠	٣١٥°	٣٦٠
ص	٠	١	٠	-١	٠	١	٠	-١	٠	١



طول الفترة = $\frac{١٨٠}{٤} = ٤٥$

مثّل بيانيًا كل دالة من الدوال الآتية في الفترة $0° \leq س \leq 360°$:

$ص = جا(\frac{1}{2}س)$

المدى $-1 \leq ص \leq 1$

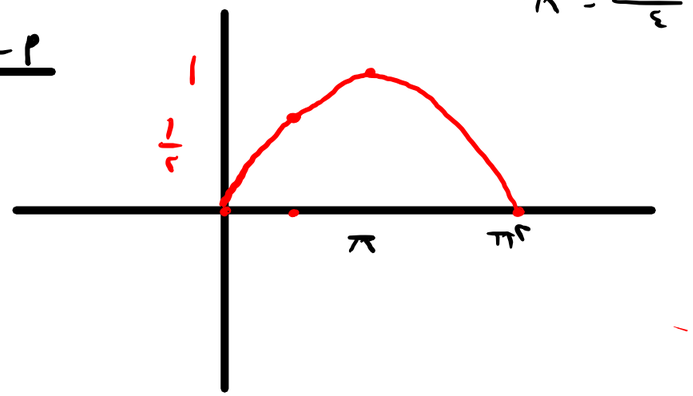
السعة $= \frac{\text{أ} - (-\text{أ})}{2} = \frac{2}{2} = 1$

الدورة $= \frac{2\pi}{|\text{ب}|} = \frac{2\pi}{\frac{1}{2}} = 4\pi$

س	0			180	360
ص	0			1	0

$\pi 4$

$\pi = \frac{4\pi}{4}$



$ص = \text{م} جا(س + \text{ج}) + \text{ك}$

م: معامل ص
ب: معامل س
ج: زاوية الطور
ك: الإزاحة الرأسية

المدى: $\text{م} + \text{ك} \leq ص \leq -\text{م} + \text{ك}$

السعة $= |\text{م}|$

$\frac{\text{العظمى} - \text{الصغرى}}{2}$

$\frac{\text{م} + \text{ك} - (-\text{م} + \text{ك})}{2}$

$|\text{م}| = \frac{2\text{م}}{2} = \frac{\text{م} + \text{ك} + \text{م} - \text{ك}}{2}$

$ص = -1 + 2جا(3س)$

المجال: $0 \leq س \leq 360$

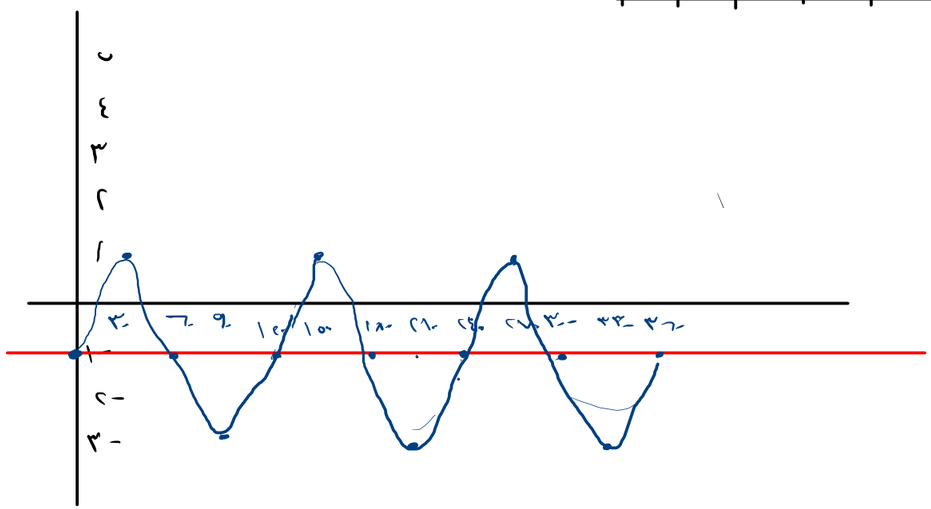
المدى $= -2 + (-1) \leq ص \leq 2 + (-1)$

$-3 \leq ص \leq 1$

السعة $= \frac{2 - (-4)}{2} = 3$

الدورة $= \frac{2\pi}{3} = \frac{360}{3} = 120$

س	0	30	60	90	120	150	180	210	240	270	300	330	360
ص	-1	2	-1	-3	-1	1	-1	-3	-1	1	-1	-3	-1



$ص = ٢جتا(س + ٦٠°)$

المدى $-٢ \leq ص \leq ٢$

السعة $= ٢$

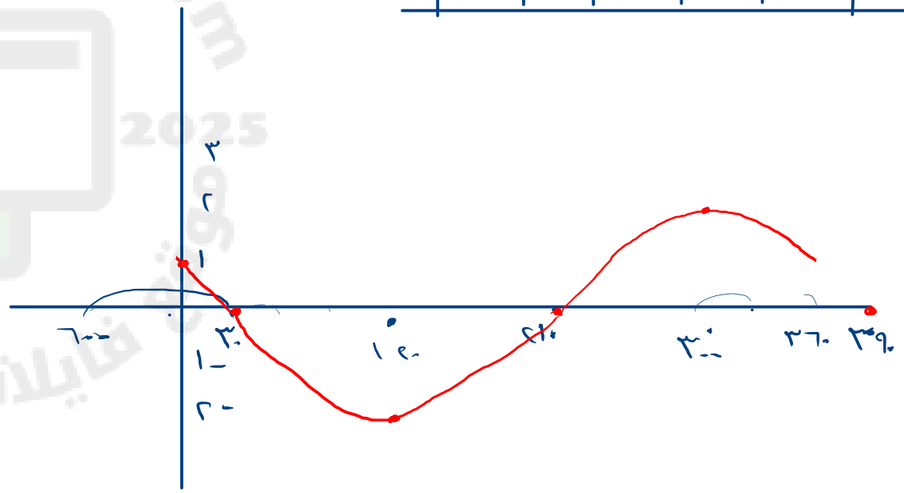
الدورة $= \frac{٣٦٠}{١} = ٣٦٠$

$\frac{٣٦٠}{٤} = ٩٠$

س	-٦٠	٣٠	١٢٠	٢١٠	٣٠٠	٣٩٠	
ص	٢	٠	-٢	٠	٢	٠	

$س + ٦٠ = ٠$

$س = -٦٠$



$ص = ظا(٣س)$

الدورة $= \frac{\pi}{٣} = \frac{١٨٠}{٣} = ٦٠°$

المدى

المجال $= ح - \{\frac{\pi}{٦} \pm \frac{\pi}{٣} ن : ن = ٠، ١، ٢، ...\}$

$ح - \{-\frac{\pi}{٦}، \frac{\pi}{٦}، \frac{\pi}{٢}، ١٥٠\}$

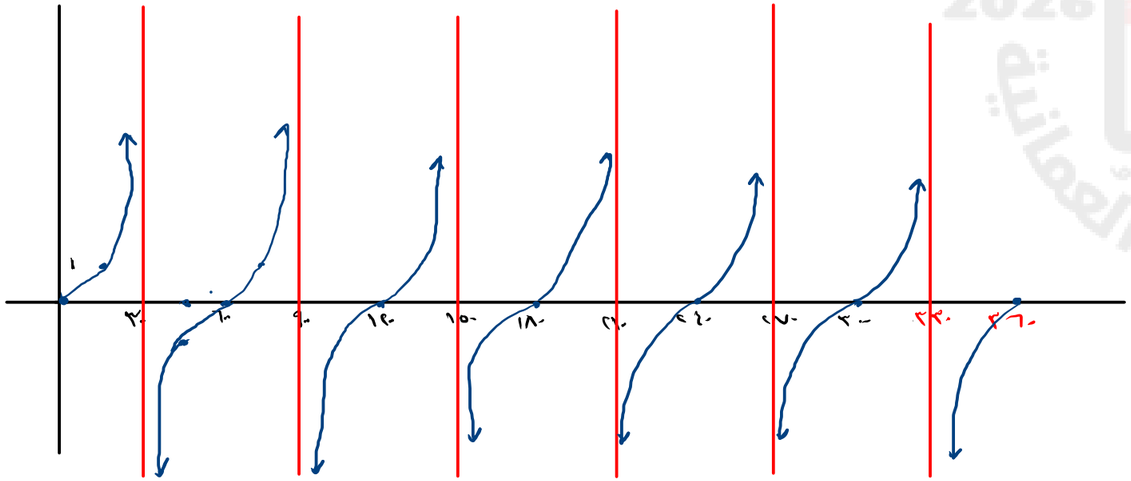
$٣س = ٠$

$س = ٠$

طول الفترة $= \frac{٦٠}{٤} = ١٥$

س	٠	١٥	٣٠	٤٥	٦٠	٧٥	٩٠	١٠٥	١٢٠	١٣٥	١٥٠	١٦٥	١٨٠	١٩٥	٢١٠	٢٢٥
ص	٠	١	م.ع	-١	٠	١	م.ع	-١	٠	١	م.ع	-١	٠	١	م.ع	-١

								٣٦٠	٣٩٥	٣٣٠	٢٩٥	٣٠٠	٢٨٥	١٧٠	١٥٥	٢٤٠	
								٠	-١		١	٠	-١	م.ع	١	٠	



أ ارسم على المستوى الإحداثي نفسه بيان الدالة ص = ٢جا س، وبيان الدالة ص = ٢ + جتا ٣س في الفترة ٠ ≤ س ≤ ٢π

ب حدد عدد حلول المعادلة ٢جا س = ٢ + جتا (٣س) في الفترة ٠ ≤ س ≤ ٢π

ص = ٢ جا س

السعة = ٢

المدى $-2 \leq ص \leq 2$

الدورة = ٣٦٠°

ص = ٢ + جتا ٣س

السعة = ١

المدى $-1+2 \leq ص \leq 1+2$

$1 \leq ص \leq 3$

الدورة = $\frac{2\pi}{3}$ = ١٢٠°

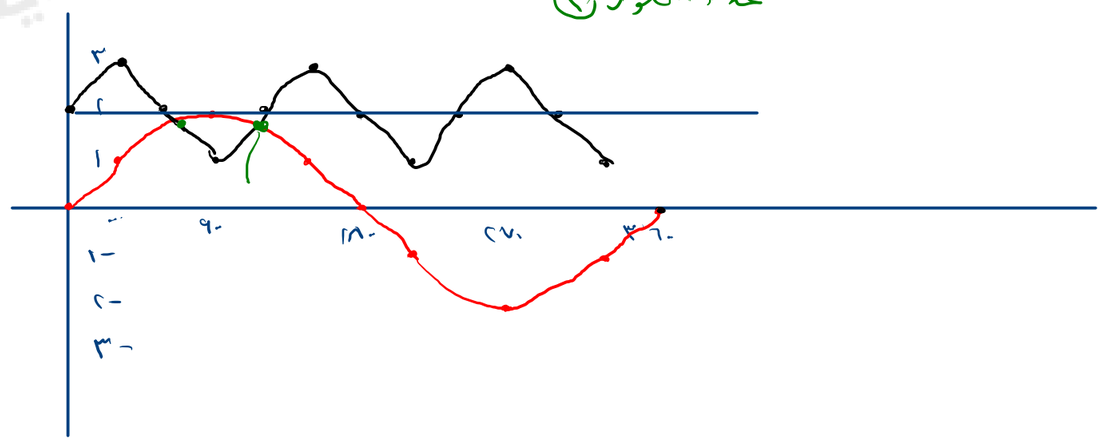
س	٠	٣٠	٦٠	٩٠	١٢٠	١٥٠	١٨٠	٢١٠	٢٤٠	٢٧٠	٣٠٠	٣٣٠	٣٦٠
ص	٠	١	٢	١	٠	-١	-٢	-١	٠	١	٢	١	٠

٢ جا س

س	٠	٣٠	٦٠	٩٠	١٢٠	١٥٠	١٨٠	٢١٠	٢٤٠	٢٧٠	٣٠٠	٣٣٠	٣٦٠
ص	٢	٤	٢	١	٢	٣	٢	١	٢	٣	٢	١	٢

٢ + جتا (٣س)

عدد الحلول ٢



إذا علمت أن د (س) = أ + ب جا س في الفترة ٠ ≤ س ≤ ٢π،

د (٠) = ٣، د $\left(\frac{7\pi}{6}\right)$ = ٢، فأوجِد:

أ قيمة كل من أ، ب.

ب مدى الدالة د (س). والدورة والسعة

د (٠) = ٣

أ + ب جا ٠ = ٣

أ = ٣

د $\left(\frac{7\pi}{6}\right)$ = ٢

أ + ب جا $\frac{7\pi}{6}$ = ٢ ← أ − $\frac{1}{2}$ ب = ٢ ، أ = ٣

٣ − $\frac{1}{2}$ ب = ٢

٣ − ٢ = $\frac{1}{2}$ ب

$\frac{1}{2}$ ب = ١

ب = ٢

ص = ٣ + ٢ جا س

المجال ٠ ≤ س ≤ ٣٦٠

المدى $-2+3 \leq ص \leq 2+3$ ← $1 \leq ص \leq 5$

السعة = ٢

الدورة = $\frac{2\pi}{1}$ = ٢π = ٣٦٠°

د (س) = أ + ٥ جتا (ب س) في الفترة ° ٠ ≤ س ≤ ° ١٢٠

القيمة العظمى للدالة د (س) هي ٧، ودورتها هي °٦٠

أ اكتب قيمة كل من أ، ب.

ب اكتب سعة الدالة د (س).

المدى

$-٥ + أ \leq ص \leq ٥ + أ$

العظمى $٥ + أ = ٧$

$أ = ٧ - ٥ = ٢$

الدورة $= \frac{٣٦٠}{|ب|} = ٦٠$

$|ب| = \frac{٣٦٠}{٦٠} = ٦$

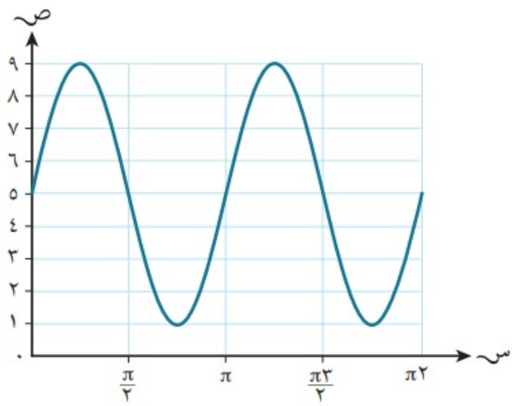
$ب = \pm ٦$

السعة $= ٥$

٨ يبيّن الرسم المجاور جزءًا من بيان الدالة

ص = جـ + أ جا (ب س).

أوجِد قيم أ، ب، جـ.



المدى

$أ + جـ \leq ص \leq أ + جـ$

$أ + جـ = ٩$

$-أ + جـ = ١$

$٢جـ = ١٠$

$جـ = ٥$

$أ + ٥ = ٩$

$أ = ٤$

السعة $= ٤$

الدورة $= \frac{٣٦٠}{|ب|} = \pi$

$|ب| = ٢$

$ب = \pm ٢$