

حل تمارين درس مشتقات الدوال الأسية



تم تحميل هذا الملف من موقع المناهج العمانية

موقع فايلاتي ← المناهج العمانية ← الصف الثاني عشر ← رياضيات متقدمة ← الفصل الثاني ← ملفات متنوعة ← الملف

تاريخ إضافة الملف على موقع المناهج: 12:07:10 2025-03-19

ملفات اكتب للمعلم اكتب للطالب | اختبارات الكترونية | اختبارات | حلول | عروض بوربوينت | أوراق عمل
منهج انجليزي | ملخصات وتقارير | مذكرات وبنوك | الامتحان النهائي | للمدرس

المزيد من مادة
رياضيات
متقدمة:

إعداد: أمل المقدشية

التواصل الاجتماعي بحسب الصف الثاني عشر



صفحة المناهج
العمانية على
فيسبوك

الرياضيات

اللغة الانجليزية

اللغة العربية

التربية الاسلامية

المواد على تلغرام

المزيد من الملفات بحسب الصف الثاني عشر والمادة رياضيات متقدمة في الفصل الثاني

من أجل التميز والإبداع تمارين درس مشتقة قسمة دالتين

1

ملخص شرح درس قاعدة مشتقة قسمة دالتين من الوحدة الخامسة المزيد من التفاضل

2

ملخص شرح درس قاعدة مشتقة ضرب دالتين من الوحدة الخامسة المزيد من التفاضل

3

ملخص شرح درس إيجاد ثابت التكامل

4

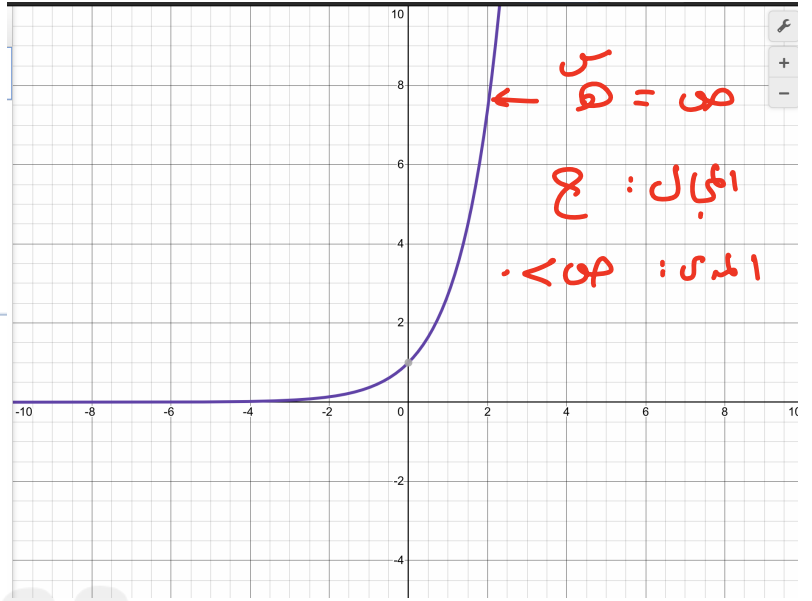
ملخص شرح درس حل المعادلات من الوحدة السابعة الأعداد المركبة

5

٣-٥ مشتقات الدوال الأسية Derivatives of exponential functions

نتيجة ٣

$$\frac{d}{ds} h^s = h^s (\ln h)$$



نتيجة ٤

إذا كانت $h = h^{(s)}$ ، فإن:

$$\frac{d}{ds} h^{(s)} = h^{(s)} \ln h$$

وبصورة خاصة:

$$\frac{d}{ds} h^{(a+s)} = h^{(a+s)} \ln h$$

تمارين ٣-٥

(١) أوجد مشتقة كل ممّا يأتي بالنسبة إلى s :

هـ $h^{\frac{s}{2}} = \text{ص}$

أ $h^s = \text{ص}$

* $\frac{d}{ds} h^{\frac{s}{2}} = \text{ص}$ \times الدالة \times مشتقة أسها

$\frac{d}{ds} h^s = \text{ص}$ \times الدالة \times مشتقة أسها

$\frac{1}{2} \times h^{\frac{s}{2}} = \text{ص}$

$h^s = \text{ص}$

$\frac{1}{2} h^{\frac{s}{2}} = \text{ص}$

$h^s = \text{ص}$

ح $h^{2s+3} = \text{ص}$

$h^{2s+3} = \text{ص}$

$\frac{d}{ds} h^{2s+3} = \frac{d}{ds} h^{2s} + \frac{d}{ds} h^3 = h^{2s} \ln h + h^3 \ln h$

$h^{2s+3} = \text{ص}$ \times الدالة \times مشتقة أسها

$h^{2s+3} = \text{ص}$ \times الدالة \times مشتقة أسها

أحد المقدر

$\frac{d}{ds} h^{2s+3} = \frac{d}{ds} h^{2s} + \frac{d}{ds} h^3 = h^{2s} \ln h + h^3 \ln h$

ل ص = ٥ (هـ س^٢ - س^٢)

$$\frac{ص}{س} = ٥ (هـ س - س^٢)$$

$$١٠ = ١٠ هـ س - ١٠$$

ط ص = ٥ √هـ س - ١/هـ س^٢

$$ص = ٥ (هـ س)^{\frac{1}{2}} - \frac{1}{هـ س^2}$$

$$٥ هـ س^{\frac{1}{2}} - \frac{1}{هـ س^2}$$

$$٥ \times \frac{1}{2} هـ س^{-\frac{1}{2}} + \frac{2}{هـ س^3}$$

$$\frac{5}{2} هـ س^{-\frac{1}{2}} + \frac{2}{هـ س^3}$$

$$= \frac{5 \sqrt{هـ س} + \frac{2}{هـ س^3}}{2}$$

$$= \frac{5 \sqrt{هـ س} + \frac{2}{هـ س^3}}{2}$$

٤) أوجد مشتقة كل مما يأتي بالنسبة إلى س:

أ ص = س هـ س

$$\frac{ص}{س} = \frac{د}{دس} = \text{الذول} \times \text{مشتقة الثانية} + \text{الثانية} \times \text{مشتقة الذول}$$

$$= س \times هـ س + ١ \times هـ س$$

$$= س هـ س + هـ س$$

د ص = ٢ √هـ س = ٢ هـ س^{\frac{1}{2}}

$$= ٢ \times \frac{1}{2} هـ س^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{هـ س^{\frac{1}{2}}}$$

$$\frac{ص}{س} = \frac{د}{دس} = \frac{1}{هـ س^{\frac{1}{2}}} \times هـ س^{\frac{1}{2}} + ٢ هـ س^{\frac{1}{2}} \times -\frac{1}{2} هـ س^{-\frac{3}{2}}$$

$$= \frac{١ - هـ س}{هـ س^{\frac{3}{2}}}$$

أعد ملحقاً

$$= \frac{هـ س (١ + هـ س)}{٥}$$

$$\text{ز} \quad \frac{1 - \frac{s}{h}}{2 + \frac{s}{h}} = \text{ص}$$

$$\frac{h \times (1 - \frac{s}{h}) - h \times (\frac{s}{h} + 2)}{(\frac{s}{h} + 2)} = \frac{\frac{s}{h}}{\frac{s}{h}}$$

$$\frac{\cancel{h} + \cancel{\frac{s^2}{h}} - \cancel{h}s + \cancel{\frac{s^2}{h}}}{(\frac{s}{h} + 2)} =$$

$$\frac{h^3}{(\frac{s}{h} + 2)} =$$

$$\text{ح} \quad \text{ص} = \frac{s^3}{h^2} + \frac{s^6}{2}$$

$$\begin{aligned} \text{ص} &= \frac{s^3}{h^2} + \frac{s^6}{2} \\ \frac{s^3}{h^2} + \frac{s^6}{2} &= \frac{\frac{s}{h}}{\frac{s}{h}} \\ \frac{s^3}{h^2} + \frac{s^6}{2} &= \frac{s}{h} \end{aligned}$$

$$\text{ط} \quad \frac{s^2 \frac{s}{h} - s}{2 + \frac{s}{h}} = \text{ص}$$

$$\frac{h \times (s - \frac{s^2}{h}) - [1 - s \times \frac{s}{h} + \frac{s}{h} \times s](\frac{s}{h} + 2)}{(\frac{s}{h} + 2)} = \frac{\frac{s}{h}}{\frac{s}{h}}$$

$$\frac{\cancel{h}s + \cancel{\frac{s^2}{h}} - \cancel{h} - \cancel{\frac{s^2}{h}} + \cancel{h}s + \cancel{\frac{s^2}{h}} - \cancel{h} - \cancel{\frac{s^2}{h}}}{(\frac{s}{h} + 2)} =$$

$$\frac{s^2 \frac{s}{h} + \frac{s}{h} - \frac{s^2}{h} - \frac{s}{h}}{(\frac{s}{h} + 2)} =$$

أحمد المقرئ

(٢) لتكن الدالة $v = 1 - 2h^2$. أوجد معادلة العمودي على مماس المنحنى عند النقطة $v = 0$.

$$0 = 1 - 2h^2$$

$$(٠.٥) \quad \boxed{v=0} \quad \leftarrow \quad 0 = 1 - 2h^2 \quad \leftarrow \quad h^2 = \frac{1}{2} \quad \leftarrow \quad h = \pm \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\frac{dv}{dh} = 0 - 4h = 1 - 2h^2 = 1 - 2 \times \frac{1}{2} = 0$$

$$\text{عند } v=0 \quad \leftarrow \quad h = \pm \frac{1}{\sqrt{2}} \quad \leftarrow \quad \frac{dv}{dh} = 0$$

ميل العمود = - مقلوب ميل المماس = -1

معادلة العمود :

$$v - 0 = -1(h - \frac{1}{\sqrt{2}})$$

$$v = -h + \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$v = -h + \frac{1}{\sqrt{2}}$$

(٣) مادة مشعة كتلتها m جرام، وبقيت n سنة بعد زمن معيّن معرفة بالصيغة

$$m = 300 - 0.00012n$$

أوجد معدل تناقص الكتلة عندما $n = 2000$

$$\frac{dm}{dn} = -0.00012 \quad \text{عند } n = 2000$$

$$= -0.00012 \quad \text{عند } n = 2000$$

$$\text{عند } n = 2000 \quad \leftarrow \quad \frac{dm}{dn} = -0.00012 \quad \leftarrow \quad \frac{dm}{dn} = -0.00012$$

(٥) أوجد ميل المماس لمنحنى للدالة $v = \frac{8}{h^2 + 5}$ عند $v = 0$.

$$v = \frac{8}{h^2 + 5}$$

أحمد ملحق

$$\frac{5}{5} = 1 - x \quad \text{و} \quad \frac{5}{5} = \frac{16 - x}{(5 + x)}$$

$$\frac{5}{9} = \frac{16 - x}{36} = \frac{1 \times 16 - x}{(1 + 5)} = \frac{5}{5} \quad \text{،} \quad \text{عنه س} = 0.$$

(٦) أوجد إحداثيات النقطة الحرجة على منحنى الدالة $v = s - h$.

$$\frac{5}{5} = s - h + 1 \times h$$

$$h = (1 + s)$$

$$1 + s = 1 \quad \text{،} \quad s = 0$$

$$\frac{1}{h} = 1 - s = 1 \quad \text{،} \quad s = 0$$

∴ النقطة الحرجة هي $(1, \frac{1}{h})$

(٧) يقطع المنحنى $v = 2h - s + h^2$ محور الصادات في النقطة ل. أوجد معادلة المماس لمنحنى الدالة عند النقطة ل، وحدد إحداثيات النقطة التي يقطع عندها المماس محور السينات.

أحد المقترحات

$$\text{عنه س} = 0 \quad \text{،} \quad v = 1 + 1 \times 1 = 2$$

$$\therefore \text{ل} (2, 0)$$

يوجد نقطة تقاطع المماس مع محور السينات
نضع $v = 0$.

$$2 + s + s^2 = 0$$

$$s^2 + s + 2 = 0 \quad \text{،} \quad s = -1 \quad \text{،} \quad s = -2$$

نقطة تقاطع المماس مع محور السينات $(-1, 0)$

$$\frac{5}{5} = \frac{2}{5} = 1 - x + 1 \times h = 1 - x + h$$

$$\text{عنه س} = 0 \quad \text{،} \quad 2 = 1 - x + h = 1 - x + 1$$

$$\text{معادلة المماس:} \quad 2 = 1 - x + 1$$

$$2 + s + s^2 = 0$$

(٩) أوجد إحداثيات النقطة الحرجة على المنحنى $\frac{h^2}{s} = \frac{h^2}{s^2}$ ، وحدد نوعها.

$$h^2 = s^2 \cdot \frac{h^2}{s^2} \quad , \quad s \neq 0$$

$$\frac{(1-s)h^2}{s^2} = \frac{(1-s)h^2}{s^2} = \frac{s^2 \times h^2 - h^2 \times s^2}{s^2} = \frac{s^2}{s^2}$$

$$\frac{(1-s)h^2}{s^2} = 0$$

$$(1-s)h^2 = 0 \Rightarrow s = 1$$

عند $s = 1$ ، $h^2 = \frac{h^2}{1} = h^2$ النقطة الحرجة هي $(1, h^2)$

لتحديد نوع النقطة الحرجة نستخدم إما اختبار المشتقة الأولى أو الثانية

سأستخدم اختبار المشتقة الثانية

$$\frac{(1-s)h^2}{s^2} = \frac{s^2}{s^2}$$

$$\frac{s^2 \times h^2 - [h^2 \times (1-s) + 1 \times h^2] \times s^2}{s^2} = \frac{s^2}{s^2}$$

$$= \frac{s^2 h^2 + s^2 (1-s) h^2 - h^2 (1-s) s^2}{s^2}$$

عند $s = 1$ ، $h^2 = \frac{s^2}{s^2} = \frac{1}{1} = 1 < 0$ ، \therefore النقطة الحرجة $(1, h^2)$ نقطة صغرى

أحد المقترحات

٨) أوجد إحداثيات النقطة الحرجة على المنحنى $v = (s - 4)h^3$ ، وحدد نوعها.

$$\frac{dv}{ds} = (s-4) \times 3h^2 + h^3 \times 1 = 0$$

$$h^3 (3s-12+1) = 0$$

$$h^3 (3s-11) = 0 \Rightarrow s = \frac{11}{3}$$

↓
موجبة دائماً

$$\text{عند } s = \frac{11}{3}, v = (s-4)h^3 = 0 \Rightarrow h = 0$$

∴ النقطة الحرجة هي $(\frac{11}{3}, 0)$

لقد نوعها باستخدام اختبار المسعة الثانية

$$\frac{dv}{ds} = (s-4)h^3$$

$$\frac{d^2v}{ds^2} = 3h^2 \times 1 + (s-4) \times 3h^2 = 0$$

$$\text{عند } s = \frac{11}{3}, h = 0 \Rightarrow \frac{d^2v}{ds^2} = 0$$

∴ النقطة الحرجة $(\frac{11}{3}, 0)$ نقطة مفردة

١٠) منحنى معادلته $v = s^2 h^3$:

أ) أوجد الإحداثيات السينية للنقاط الحرجة للمنحنى، وحدد نوع كل منها.

ب) بيّن أن معادلة العمودي على مماس المنحنى عند $s = 1$ هي $h^3 + h^2 = 1$.

$$v = s^2 h^3$$

$$\frac{dv}{ds} = 2s h^3 + s^2 \times 3h^2 = 0$$

$$h^2 (2s + 3s^2 h) = 0$$

$$h^2 (2s + 3s^2 h) = 0 \Rightarrow h = 0 \text{ أو } s = -\frac{2}{3}$$

↓
دائماً موجبة

أحمد المقرئ

أو $s = -\frac{2}{3}$

إذاً $s = 0$

$$\frac{D_{\text{ص}}}{D_{\text{س}}} = \frac{D_{\text{ص}}}{D_{\text{س}}} (1 - c) + (1 - c) \times \frac{D_{\text{ص}}}{D_{\text{س}}} - \frac{D_{\text{ص}}}{D_{\text{س}}}$$

$$\text{عند } c = 0, \frac{D_{\text{ص}}}{D_{\text{س}}} = 1 < 1$$

∴ توجد نقطة صفري عند $c = 0$.

$$\text{عند } c = 1, \frac{D_{\text{ص}}}{D_{\text{س}}} = \frac{1 - c}{1 - c} > 1$$

∴ توجد نقطة عظمى عند $c = 1$.

$$\boxed{\text{ن}} \quad \frac{D_{\text{ص}}}{D_{\text{س}}} = \frac{D_{\text{ص}}}{D_{\text{س}}} (1 - c) + (1 - c) \times \frac{D_{\text{ص}}}{D_{\text{س}}}$$

مِثْلُ الخاسر عند $c = 1$ هو

$$\frac{D_{\text{ص}}}{D_{\text{س}}} = \frac{D_{\text{ص}}}{D_{\text{س}}} (1 - 1) = \frac{1}{1} = 1$$

مِثْلُ المودى = - هـ

حتاج أيضًا للنقطة

$$\text{عند } c = 1, \frac{D_{\text{ص}}}{D_{\text{س}}} = 1 \times \frac{D_{\text{ص}}}{D_{\text{س}}} = \frac{1}{1}$$

∴ النقطة (1, 1)

$$\text{معادلة المودى: } \frac{D_{\text{ص}}}{D_{\text{س}}} - 1 = \frac{D_{\text{ص}}}{D_{\text{س}}} (1 - c) - 1 \times \frac{D_{\text{ص}}}{D_{\text{س}}}$$

$$\frac{D_{\text{ص}}}{D_{\text{س}}} - 1 = \frac{D_{\text{ص}}}{D_{\text{س}}} (1 - c) - \frac{D_{\text{ص}}}{D_{\text{س}}}$$

$$\frac{D_{\text{ص}}}{D_{\text{س}}} - 1 = \frac{D_{\text{ص}}}{D_{\text{س}}} - \frac{D_{\text{ص}}}{D_{\text{س}}} c$$

$$\frac{D_{\text{ص}}}{D_{\text{س}}} - 1 = \frac{D_{\text{ص}}}{D_{\text{س}}} - \frac{D_{\text{ص}}}{D_{\text{س}}} c$$

أحمد المقرئ

(٢) إذا علمت أن للمنحنى $ص = س هـ^{-ك}$ نقطة حرجة عند $س = \frac{2}{5}$ ، فأوجد قيمة $ك$.

$$\frac{دص}{دس} = س - ك هـ^{-ك} + هـ^{-ك} \times 1$$

$$= س - ك ه^{-ك} + ه^{-ك}$$

$$. = س - ك \times \frac{ك}{ه} ه^{-ك} + \frac{ك}{ه} ه^{-ك}$$

$$. = \frac{ك}{ه} ه^{-ك} [1 - ك] \iff \frac{ك}{ه} = 1 + ك$$

$$\frac{ك}{ه} = 1 + ك$$

$$\frac{ك}{ه} = 1 + ك$$

(٣) أوجد معادلتَي المماسَّين للمنحنى $ص = س هـ^{-س}$ عند $س = 1$ ، $س = -1$

لإيجاد معادلة المماس عند $س = 1$ نحتاج لحساب النقطة $(1, ه)$

$$\frac{دص}{دس} = س \times ه^{-س} + ه^{-س} \times 1 = س ه^{-س} + ه^{-س}$$

$$\text{عند } س = 1, \frac{دص}{دس} = ه + ه = 2ه$$

معادلة المماس: $ص - ه = 2ه(س - 1)$

$$ص = 2هس - ه \iff ص = ه(2س - 1)$$

$$\text{عند } س = -1, \frac{دص}{دس} = -ه + ه = 0, \text{ النقطة } (-1, \frac{1}{ه})$$

$$\text{معادلة المماس: } ص = 0 \iff ص = \frac{1}{ه}$$

أحد المقرئين

ب) أوجد الإحداثي السيني لنقطة التقاطع بين المماسَّين، واكتب الإجابة في أبسط صورة.

لايجاد نقاط التقاطع حل معادلتين الخماسين معاً

$$ص = هـ (١ - ص)$$

$$\frac{1}{هـ} = ص$$

$$\frac{1}{هـ} = (١ - ص)$$

$$١ - = هـ (١ - ص)$$

$$١ - هـ = هـ (١ - ص)$$

$$ص = \frac{١ - هـ}{هـ} = \frac{1}{هـ} (١ - هـ)$$

(٥) أوجد معادلة المماس للمنحنى $ص = هـ^٣ + ص$ الموازي للمستقيم $ص = ٣س$.

المماس // المستقيم : $ص = ٣س$

∴ ميل المماس = ميل المستقيم = ٣

$$\frac{ص}{س} = ٣ = ١ + هـ$$

$$٣ = ١ + هـ$$

$$هـ = ٢$$

$$لظ هـ = لظ = ٣ \leftarrow ص = لظ$$

$$ص = هـ + لظ$$

$$ص = ٢ + لظ$$

معادلة الخماس : $ص = (٢ + لظ) = ٣ (٣ - لظ)$

$$ص = ٣ - ٣لظ + لظ + ٢$$

$$ص = ٣ - ٣لظ + لظ + ٢ = ٥ - ٢لظ$$

أحد المقترحات

٦) أوجد مشتقة $v = (3s^2 - s + 2)h^2$ ، وأعط الإجابة في صورة $L(s)h^2$ ، حيث $L(s)$ كثيرة حدود.

$$\begin{aligned} \frac{dv}{ds} &= (3s^2 - s + 2) \times 2h^2 + h^2 \times (6s - 1) \\ &= (6s^2 - 2s + 4)h^2 + (6s - 1)h^2 \\ &= (12s^2 + 4s + 3)h^2 \end{aligned}$$

★ ٨) نظير مشع يتحلل وفقاً للصيغة $m = 600 + 80e^{-0.0004t}$ ، حيث m الكتلة بالجرام، t الزمن بالسنوات بدءاً من الملاحظة الأولى، أوجد:

أ) قيمة m عندما $t = 630$

$$\begin{aligned} m &= 600 + 80e^{-0.0004 \times 630} \\ &= 600 + 80e^{-0.252} \\ &= 600 + 80 \times 0.777 \\ &= 600 + 62.16 \\ &= 662.16 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{لح } h &= e^{-0.0004t} \\ \text{لح } h &= e^{-0.252} \\ &= 0.777 \end{aligned}$$

أحد المقترحات

ب) معدل التغير $\frac{dm}{dt}$ الذي تتناقص عنده كتلة النظير عندما $t = 120$ لأقرب ٣ أرقام معنوية.

$$\begin{aligned} \frac{dm}{dt} &= \frac{d}{dt} (600 + 80e^{-0.0004t}) \\ &= 0 + 80 \times (-0.0004) \times e^{-0.0004t} \\ &= -0.032e^{-0.0004t} \\ \text{عند } t &= 120, \quad \frac{dm}{dt} = -0.032e^{-0.0004 \times 120} \\ &= -0.032e^{-0.048} \\ &= -0.032 \times 0.954 \\ &= -0.0305 \text{ جم/سنة} \end{aligned}$$

★ (٩) بقعة زيت دائرية مساحتها م = ٢ هـ^(١٠٠)، حيث ن الزمن بالدقائق، م المساحة بالمتر المربع. أوجد:

أ المعدل الذي تتزايد عنده مساحة بقعة الزيت بالدقيقة عندما ن = ٣

$$\begin{aligned} \frac{dA}{dt} &= \frac{d(200t)}{dt} = 200 \text{ م}^2/\text{د} \\ \text{عند } n = 3, \quad \frac{dA}{dt} &= 200 \times 3 = 600 \text{ م}^2/\text{د} \end{aligned}$$

ب الزمن (الأقرب دقيقة) الذي تستغرقه بقعة الزيت لتصبح مساحتها ٦٥ م^٢

$$\begin{aligned} 65 &= 200t \\ t &= \frac{65}{200} = \frac{13}{40} \text{ د} \end{aligned}$$

أحد المقترنين

$$n = \frac{(100t)}{200} = \frac{1}{2}t = \frac{1}{2} \times \frac{13}{40} = \frac{13}{80}$$

(١٠) أوجد معادلة العمودي على المماس للمنحنى ص = ٣ هـ^٣ عند النقطة س = ل ط ٣، وأعط الإجابة في الصورة س + ك ص = ل + ل ط ق، حيث ك، ل، ق أعداد صحيحة.

$$\begin{aligned} \text{عند } س = ل ط ٣, \quad \frac{dv}{ds} &= \frac{9}{3} = 3 \\ \text{معادلة العمودي: } \frac{1}{3} &= 4 - ص \end{aligned}$$

$$\frac{1}{3} = 4 - ص \Rightarrow ص = 4 - \frac{1}{3} = \frac{11}{3}$$

$$١١ - ص ٩ = ٣ ل ط + ٣$$

$$٣ ل ط + ١١ = ٣٩ + ٣$$