شكراً لتحميلك هذا الملف من موقع المناهج العمانية

ملخص شرح درس منحني التوزيع الطبيعي

التواصل الاجتماعي بحسب الصف الثاني عشر

روابط مواد الصف الثاني عشر على تلغرام

التربية الاسلامية	اللغة العربية	اللغة الانجليزية	الرياضيات

المزيد من الملفات بحسب الصف الثاني عشر والمادة رياضيات تطبيقية في الفصل الثاني

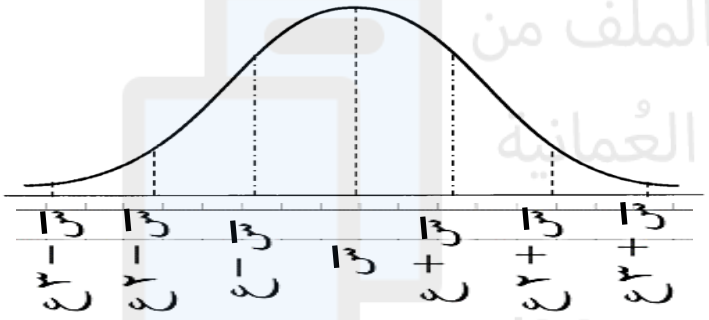
1	ملخص شامل للوحدة الرابعة إدارة الموارد البشرية
2	مراجعة الوحدة الرابعة الموارد البشرية
3	مراجعة الوحدة السادسة المحاسبة في مؤسسة الأعمال
4	مراجعة الوحدة الخامسة الإحصاء والإحتمالات
5	اختبار قصير ثاني مع نموذج الإجابة

الموضوع : منحنى التوزيع الطبيعي

مقدمة:

تعريفه	هو أحد صور التوزيعات التكرارية ويمتاز بأنه متماثل حول الوسط الحسابي ويأخذ المنحنى المرسوم منه شكل الجرس
أمثله عليه	الأطوال ، الاوزان , الحجوم , الزمن , المسافات , درجات الحرارة الأسعار , معدلات الذكاء... وجميع الظواهر الطبيعية
اكتشافه	يرجع اكتشافه إلى أعمال مجموعة من علماء الرياضيات منهم دي لوفير ولا بلاس وجاوس خلال القرنين الثامن عشر والتاسع عشر
أهميته	دراسة وتحليل الظواهر الاحصائية المختلفة وعلى الخصوص في ايجاد احتمال تحقق أي حادثة كما أنه هام جدا في النواحي الاقتصادية ونواحي إدارة الأعمال.

خواص منحنى التوزيع الطبيعي:



١- منحنى متماثل حول الوسط الحسابي (س̄)

٢- يأخذ المنحنى شكل الجرس وله قمة واحدة.

٣-فيه المتوسط الحسابي = الوسيط = المنوال.

٤-يمتد طرفاه إلى ما لانهاية مقتربين من المحور الأفقي دون أن يمساه أو يقطعاه.

٥- يتحدد شكل المنحنى تماما بمعرفة الوسط الحسابي (س̄) والانحراف المعياري(ع).

٦- المساحة تحت منحنى التوزيع الطبيعي تساوى (١ وحدة المربعة) وهذه المساحة تعبر عن مجموع الاحتمالات.

٧- تتوزع أغلب تلك المساحة على ٦ انحرافات معيارية وهي موزعة بالنسب التالية:

- **المساحة المحصورة بين (س̄+ ع) و (س̄-ع) = ٠,٦٨٣ = ٦٨,٣٪**
- **المساحة المحصورة بين (س̄+ ٢ع) و (س̄-٢ع) = ٠,٩٥٤ = ٩٥,٤٪**
- **المساحة المحصورة بين (س̄+ ٣ع) و (س̄-٣ع) = ٠,٩٩٧ = ٩٩,٧٪**

ملاحظات :

 # س= هو متغير عشوائي يمثل درجة خام في الظاهرة التي تتبع التوزيع الطبيعي ، فمثلا أذا كانت الظاهرة قيد الدراسة هي الوزن فإن س = تعبر عن الوزن.... وهكذا.

 # ع = هو الانحراف المعياري ويعبر عن مدى تباعد القيم عن بعضها ، وطريقة حسابه غير هامة في هذا الدرس ويمكنك الرجوع لقانونه في موضوع معادلة الانحدار.

تدريب(١): اختر الصواب

١) واحدة فقط مما يلي من خواص منحنى التوزيع الطبيعي

أ) المساحة أسفله = ٢ ب) الانحراف المعياري يقسمه لنصفين

جـ) يعتمد شكله على المتوسط الحسابي فقط د) يقع بأكمله فوق المحور الافقي

٢) في منحنى التوزيع الطبيعي إذا كان المتوسط الحسابي = ١٠ ، فإن مجموع قيمتي المنوال والوسيط تساوي

أ) ٢٠ ب) ١٥ جـ) ١٠ د) ٥

مثال: إذا كانت درجات طلاب صف ما في اختبار مادة الرياضيات تتبع توزيعا طبيعيا ، بوسط حسابي ١٢ درجة وانحراف معياري ٣ درجات ، فأجب عما يلي:

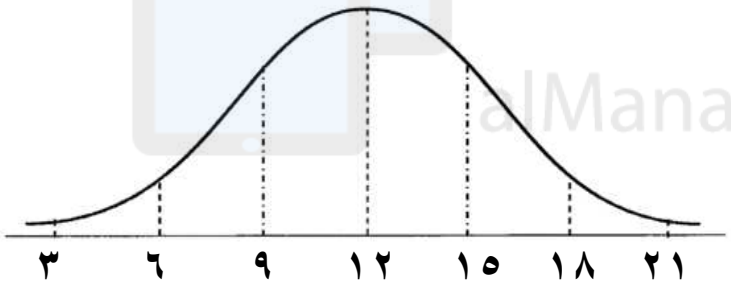
١-ارسم شكل توضيحي لمنحنى التوزيع الطبيعي

٢- اذا كان عدد طلاب الصف ٢٠ طالبا فكم عدد الطلاب الذين درجاتهم

أ) أقل من ١٢ درجة ب) محصورة بين ١٥ و ٩ درجات

الحـــل :

١) الرسم المقابل هو لمنحنى التوزيع الطبيعي



٢) أ) عدد الطلاب الذين درجاتهم أقل من١٢

∵ المساحة على يسار الدرجة ١٢ = ٠,٥

∴ عدد الطلاب = ٠,٥ × ٢٠ = ١٠ طلاب

ب) عدد الطلاب الذين درجاتهم بين ١٥ و ٩ درجات

∵ المساحة بين($\bar{س}$ +ع=١٥) و ($\bar{س}$-ع=٩) = ٠,٦٨٣

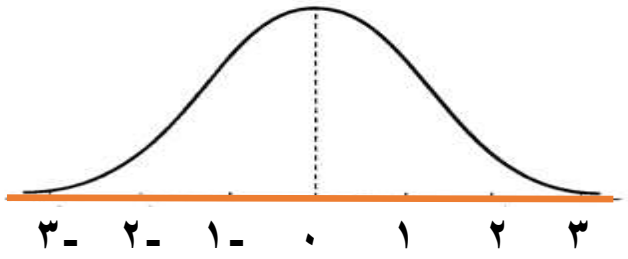
∴عدد الطلاب = ٠,٦٨٣×٢٠= ١٣,٦٦ ≃ ١٤طالبا

تمرين (١): مزرعة لتربية الخراف يوجد بها ١٥٠ رأس ، أوزانها تتبع توزيعا طبيعيا بمتوسط ٢٤ كغم وانحراف معيار ٢ كغم ، فأجب عما يلي:

أ) ارسم شكلا تخطيطيا لمنحنى التوزيع الطبيعي

ب) إذا وضعت إدارة المزرعة شرطا بعدم ذبح الخراف التي يقل زنها عن ٢٠ كغم ، فكم عدد الخراف التي تصلح للذبح ؟

منحنى التوزيع الطبيعي المعياري



تعريفه: هو نفس منحنى التوزيع الطبيعي

بوسط حسابي = ٠، وانحراف معياري=١

وله نفس خواص منحنى التوزيع الطبيعي

وتسمى الدرجات التي تتبع منحنى التوزيع الطبيعي المعياري بالدرجات المعياري ويرمز لها بالرمز (ز) ، بينما الدرجات التي تتبع التوزيع الطبيعي تسمى درجات خام ويرمز لها بالرمز (س) ويمكن تحويل (س)إلى (ز) باستخدام العلاقة التالية : $ز = \frac{س - \bar{س}}{ع}$

مثال (٢) :

تقدم ٥٠٠ شاب لإدارة التجنيد فإذا كانت أطوالهم (س) تتبع توزيع طبيعي بمتوسط حسابي $\bar{س}$ = ١٧٠ سم ، وانحراف معياري ع = ٤ سم فأوجد:

أ) الدرجة المعيارية (ز) التي تقابل الطول ١٧٧ سم

ب)الطول(س) الذي يقابل الدرجة المعياري ز = -٢,٢٥

ج) المساحة أسفل منحنى التوزيع الطبيعي التي تقع على يسار ١٦٦ سم

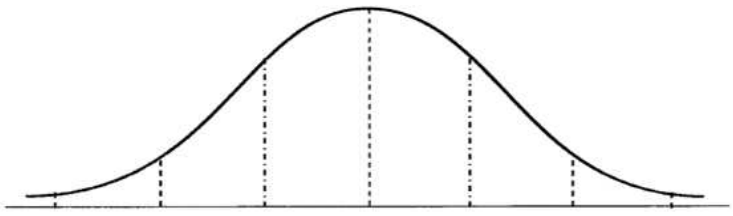
د) عدد الشباب غير المقبولين للتجنيد إذا كان الحد الادنى للطول ١٦٦ سم

الحل أ) $ز = \frac{س - \bar{س}}{ع} = \frac{١٧٧ - ١٧٠}{٤} = \frac{٧}{٤} = ١,٧٥$

ب) $ز = \frac{س - \bar{س}}{ع} \Longleftarrow -٢,٢٥ = \frac{س - ١٧٠}{٤}$

∴ ٤ × -٢,٢٥ = س-١٧٠ ⟸ -٩= س-١٧٠ ⟸ س= -٩+١٧٠= ١٦١ سم

ج) المساحة على يسار ١٦٦ سم



- المساحة على يسار ١٧٠ سم = ٠,٥

- المساحة بين١٧٠ سم و ١٦٦ سم

تساوي نصف المساحة بين الطول ١٧٤ والطول ١٦٦ = ٠,٥ × ٠,٦٨٣=٠,٣٤١٥

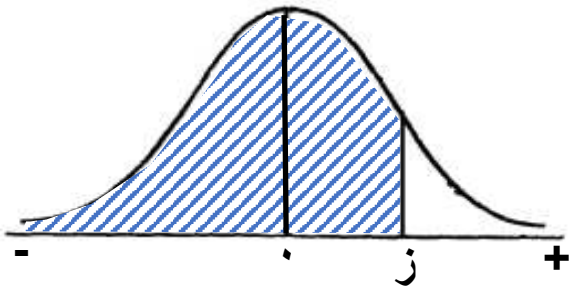
- المساحة المطلوبة = ٠,٥ ـ ٠,٣٤١٥= ٠,١٥٨٥

د) عدد الشباب الغير مقبولين = المساحة × العدد الكلي

= ٠,١٥٨٥×٥٠٠= ٧٩,٢٥ ≃ ٧٩ متقدم

حساب المساحة تحت منحنى التوزيع الطبيعي المعياري

① المساحة يسار (ز) الموجبة = تستخرج من الجدول مباشرة " القيمة الجدولية "



مثال : أكمل حساب المساحة يسار كل من

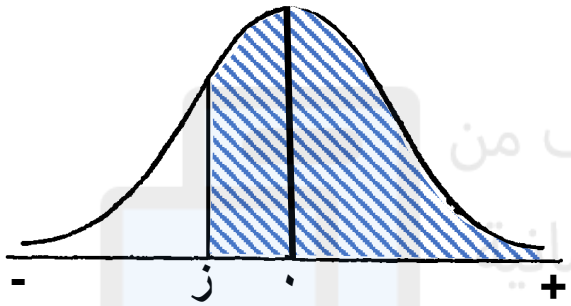
* (ز = ١,٣١) =.....

* (ر = ٢,٨٧) = ...

* (ز = ٣,٠٨) = ...

② المساحة يمين (ز) السالبة = المساحة يسار (ز) الموجبة

= القيمة الجدولية



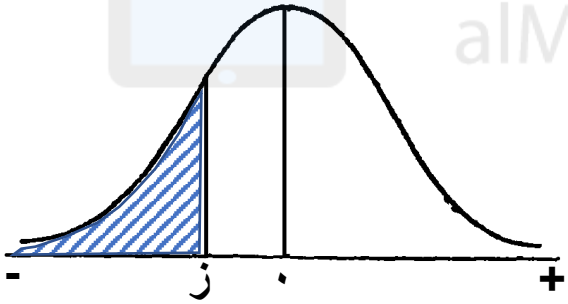
مثال : أكمل حساب المساحة يمين كل من

* (ز = - ٠,٩٨) =.....

* (ر = -٢,٥٥) = ...

③ المساحة يسار (ز) السالبة = ١ – المساحة يمين (ز) السالبة

= ١- القيمة الجدولية



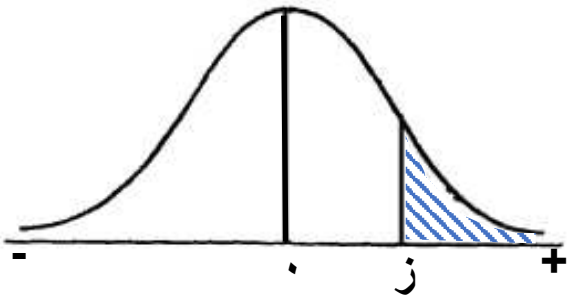
مثال : أكمل حساب المساحة يسار كل من

* (ز = - ٢) =.....

* (ر = -٠,٥) = ...

④ المساحة يمين قيمة (ز) الموجبة = ١ – المساحة يسار (ز) الموجبة

= ١- القيمة الجدولية



مثال : أكمل حساب المساحة يمين كل من

* (ز = ١,١١) =.....

* (ر = ٣) = ...

ملاحظة : لسهولة تحديد مساحة المنطقة تحت منحنى التوزيع الطبيعي نتبع الآتي

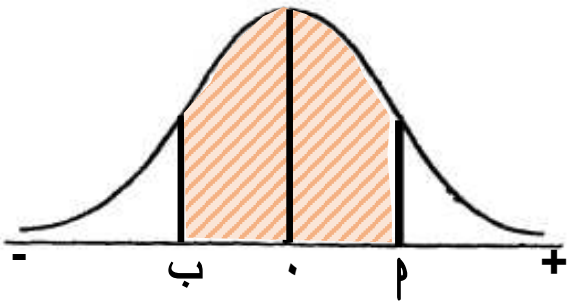
- إذا كانت المساحة أكبر من نصف فإنها تستخرج من الجدول مباشرة
- إذا كانت المساحة أقل من نصف فإننا نطرح القيمة الجدولية من الواحد

تم تحميل هذا الملف من موقع المناهج العُمانية
alManahj.com/om

⑤ المساحة المحصورة بين قيمتين معياريتين (أ، ب) حيث أ أكبر من ب

المساحة المحصورة

= المساحة على يسار(أ) - المساحة يسار (ب)



مثال (١)

اوجد المساحة تحت المنحنى الطبيعي المعياري والمحصورة بين ز= ٢,٣ و ز = -٠,٧٥

الحـل: نلاحظ ان (ز = ٢,٣) أكبر من (ز = -٠,٧٥)

- المساحة على يسار (ز= ٢,٣٠) = ٠,٩٨٩٣ "من الجدول مباشرة"
- المساحة على يسار (ز= -٠,٧٥) = ١- ٠,٧٧٣٤= ٠,٢٢٦٦ " لأنها قيمة سالبة "

∴ المساحة المحصورة =٠,٩٨٩٣ – ٠,٢٢٦٦ = ٠,٧٦٢٧

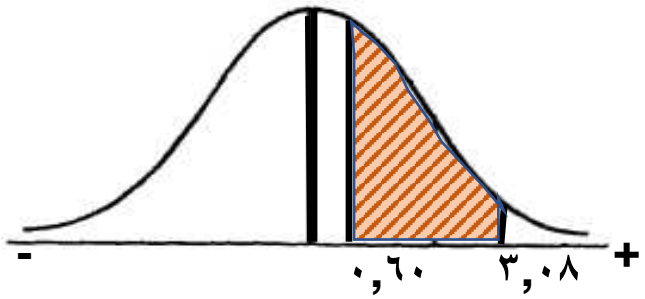
تذكر دائما أن : ١) قيمة المساحة دائما موجبة

٢) أسفل منحنى التوزيع الطبيعي لا يمكن أن تكون المساحة أكبر من ١

٣) عندما تكون المساحة المطلوبة أكبر من نصف نستخرجها من الجدول مباشرة

والا نطرح القيمة الجدولية من الواحد ، كما هو الحال في المساحة يسار " ز " السالبة

تدريب (١) في الشكل المجاور ما مساحة المنطقة المظللة؟

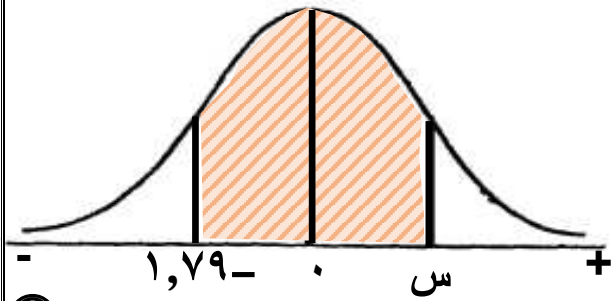


أ) ٢,٤٨ ب) ٠,٩٩٩٠

جـ) ٠,٧٢٥٧ د) ٠,٢٧٣٣

تمرين (١)

إذا كانت المساحة المظللة في الشكل المجاور = ٠,٩٤٠٥ ، فما قيمة س؟



تطبيقات حياتيه على حساب المساحة تحت منحنى التوزيع الطبيعي المعياري

نعلم من خواص منحنى التوزيع الطبيعي أن المساحة أسفله تعبر عن احتمال ظهور حدث في أي ظاهرة تتبع التوزيع الطبيعي ، ويمكننا حساب عدد عناصر ذلك الحدث إذا علم عدد عناصر الظاهرة الطبيعية وكذلك النسبة المئوية لعدد عناصر تلك الفئة .

وبشكل عام نقول أن: ١) الاحتمال = المساحة تحت منحنى التوزيع الطبيعي.

٢) النسبة المئوية لعدد عناصر حدث معين = المساحة × ١٠٠ %

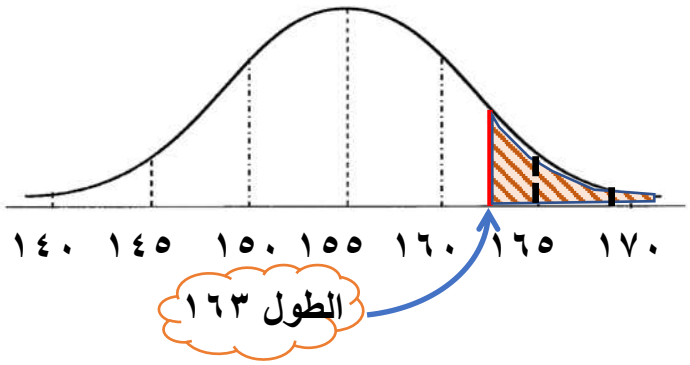
٣) عدد عناصر حدث ما = المساحة × العدد الكلي للظاهرة الطبيعية.

وتذكر أنه يجب تحويل القيم المطلوب حساب المساحة لها من درجات خام (س) - تتبع التوزيع الطبيعي - إلى درجات معيارية (ز) والتي تتبع التوزيع الطبيعي المعياري

مثال (٢)

إذا كان أطوال ٨٠ طالبا للرياضيات التطبيقية بمدرسة ما تتبع توزيعا طبيعيا ، بوسط حسابي ١٥٥ سم وانحراف معياري ٥ سم ، فكم عدد الطلاب الذين تزيد أطوالهم عن ١٦٣ سم.

الحـــل :



نحول الطول(س) المطلوب حساب المساحة حوله من درجة خام(س) إلى درجة معيارية (ز)

إذا عندما يكون الطول س= ١٦٣سم فإن

$$ز = \frac{س - \bar{س}}{ع} = \frac{١٦٣-١٥٥}{٥} = ١,٦$$

ولكن الحدث المطلوب هو حدث أن يكون طول الطالب أكبر من س= ١٦٣ سم

أي يجب حساب المساحة اليمنى عند (ز=١,٦٠) = ١- ٠,٩٤٥٢ =٠,٠٥٤٨

إذا عدد الطلاب الذين تزيد أطوالهم عن ١٦٣ سم = المساحة × العدد الكلي

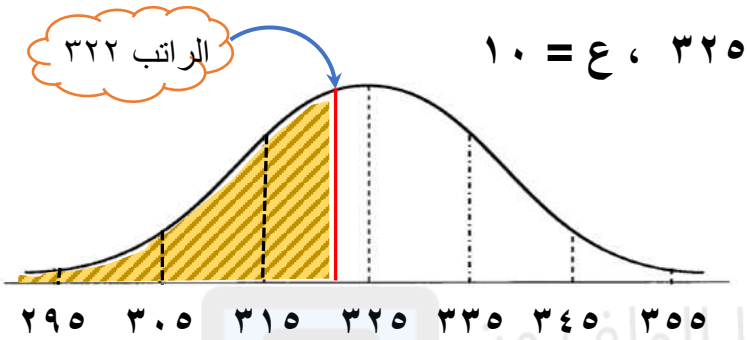
= ٠,٠٥٤٨ × ٨٠ = ٤,٣ ≃ ٤ طلاب تقريبا

تدريب(٢)

في أحد المصانع يتبع أجور العمال توزيعاً طبيعياً بوسط حسابي ٣٢٥ ريال ، وانحراف معياري ١٠ ريال ، (أ) ما النسبة المئوية لعدد العمال الذين تقل رواتبهم عن ٣٢٢ ريال

(ب) إذا اختير عامل عشوائيا ، فما احتمال أن يكون أجره بين ٣٢٢ و ٣٠٥ ريال

الإجابة من المعطيات نجد أن $\bar{س}$ = ٣٢٥ ، ع = ١٠



أ) س = ٣٢٢ $\Longleftarrow$ $ز = \frac{س - \bar{س}}{ع}$

$ز = \frac{٣٢٢ - ٣٢٥}{١٠}$ = ز = -٠,٣ = -٠,٣٠

العمال الذين تقل رواتبهم عن س= ٣٢٢ يقعون على اليسار منها

نوجد المساحة على يسار (ز= - ٠,٣٠) = ١ – ٠,٦١٧٩ = ٠,٣٨٢١

∴ النسبة المئوية لعدد العمال الذين تقل رواتبهم عن ٣٢٢ ريال

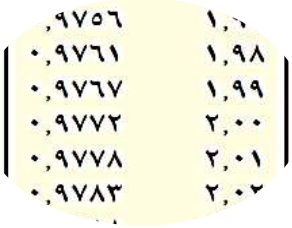
= المساحة × ١٠٠٪ = ٠,٣٨٢١ × ١٠٠٪ = ٣٨,٢١٪

ب) مطلوب الاحتمال أن يكون أجر العامل بين

س= ٣٢٢ $\Longleftarrow$ ز = - ٠,٣٠

و س= ٣٠٥ $\Longleftarrow$ ز = - ٢ لماذا؟

المساحة المظللة = المساحة على يسار (ز = - ٠,٣٠) - المساحة على يسار (ز = -٢)



= (١ – ٠,٦١٧٩) – (١ – ٠,٩٧٧٢)

= ٠,٣٨٢١ – ٠,٠٢٢٨ = ٠,٣٥٩٣

∴ احتمال أن يكون العامل المختار أجره بين ٣٢٢ و ٣٠٥ = المساحة بين (-٠,٣ و -٢)

= ٠,٣٥٩٣

تمارين عامة على موضوع منحنى التوزيع الطبيعي

أولاً : الأسئلة الموضوعية (اختر الصواب من بين البدائل المعطاة)

١) المتوسط الحسابي في التوزيع الطبيعي المعياري يساوي

أ) -١ ب) صفر ج) ١ د) ٢

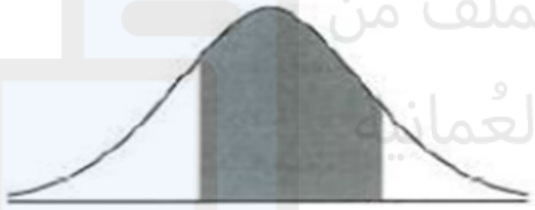
٢) إذا كان توزيع الطلاب على قاعات الاختبار في أحد مراكز الامتحانات يتبع توزيعا طبيعيا بمتوسط حسابي ٢٠ طالبا وانحراف معياري طالبين ، فما عدد الطلاب (س) في إحدى القاعات التي تقابل القيمة المعيارية (ز= -١,٥)؟

أ) ٢٣ ب) ٢٢ ج) ٢٠ د) ١٧

٣) إذا كان كتل محصول البطيخ في مزرعة ما تأخذ شكل التوزيع الطبيعي بوسط حسابي ٨ كجم وانحراف معياري (ع) كجم ، وكانت الدرجة المعيارية (ز= ٢) تقابل الكتلة (س= ١١ كجم) ، فما قيمة ع؟

أ) ٣ ب) ٢,٥ ج) ٢ د) ١,٥

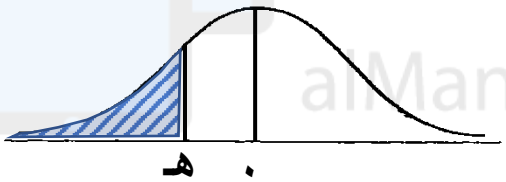
٤) في الشكل المجاور مساحة المنطقة المظللة الواقعة تحت منحنى التوزيع الطبيعي المعياري تساوي



أ) ٠,٠٦٦٨ ب) ٠,٤٦٥١

جـ) ٠,٧٢١٣ د) ٠,٩٣٣٢

٥) الشكل المقابل يمثل منحنى التوزيع الطبيعي المعياري



إذا كانت مساحة الجزء المظلل تساوي٠,٣٣ فما قيمة هـ؟

أ) -٠,٤٤ ب) -٠,٦٧ جـ) -١,٤٤ د) -١,٦٧

٦) ما مساحة المنطقتين المظللتين الواقعتين تحت منحنى التوزيع الطبيعي المعياري في الشكل التالي ؟

أ) ٠,٩٧٧٢ ب) ٠,٨٦٤١

جـ) ٠,٨٤١٣ د) ٠,١٣٥٩

٧) إذا كانت ٠,٠٤٠١ تمثل المساحة تحت المنحنى الطبيعي المعياري والواقعة على يمين (ز=ل) ، فإن المساحة الواقعة على يسار (ز= ٢ ل) تساوي:

أ) ٠,٩٩٩٨ ب) ٠,٩٥٩٩ جـ) ٠,٠٤٠١ د) ٠,٠٠٠٢

ثانيا : أجب عن السؤال أدناه

إذا كان مؤشر إغلاق سوق الأوراق المالية خلال خمسين يوما يتبع توزيعا طبيعيا متوسطه الحسابي ٤٠٠٠ نقطة لليوم الواحد، وانحرافه المعياري ٥٠٠ نقطة ، إذا اخترنا يوماً عشوائياً لتقييم السوق فأوجد

١) احتمال أن يكون مؤشر إغلاق السوق في ذلك اليوم يساوي ٤٦٢٠ نقطة على الأقل

٢) عدد الأيام التي يكون فيها مؤشر إغلاق السوق أكبر من ٤٦٢٠ نقطة

تم تحميل هذا الملف من موقع المناهج العُمانية
alManahj.com/om