

مذكرة تدريبية للوحدة الخامسة (مقاييس التثنت)



تم تحميل هذا الملف من موقع المناهج العمانية

موقع فايلاتي ⇨ المناهج العمانية ⇨ الصف الحادي عشر ⇨ رياضيات أساسية ⇨ الفصل الأول ⇨ مذكرات وبنوك ⇨ الملف

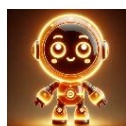
تاريخ إضافة الملف على موقع المناهج: 14:11:32 2025-09-30

ملفات اكتب للمعلم اكتب للطالب | اختبارات الكترونية | اختبارات | حلول | عروض بوربوينت | أوراق عمل
منهج انجليزي | ملخصات وتقارير | مذكرات وبنوك | الامتحان النهائي | للمدرس

المزيد من مادة
رياضيات
أساسية:

إعداد: إبراهيم السعدي

التواصل الاجتماعي بحسب الصف الحادي عشر



صفحة المناهج
العمانية على
فيسبوك

المزيد من الملفات بحسب الصف الحادي عشر والمادة رياضيات أساسية في الفصل الأول

مذكرة تدريبية للوحدة الخامسة (مقاييس التثنت)	1
مراجعة شاملة للوحدة من سلسلة تفوقي مدرسة صحارى للبنين	2
ملخص الوحدة الأولى المعادلات والمتباينات والدوال التربيعية مدرسة الحواسنة	3
ملخص الوحدة الثانية الدوال مدرسة الحواسنة	4
ملخص درس مقاييس النزعة المركزية للبيانات غير المجمعة (المتوسط الحسابي، المنوال)	5

٥-١ المدى للبيانات المجمعة وغير المجمعة

[أ. إبراهيم السعدي]

في البيانات **غير المجمعة ungrouped**، يكون **المدى range** أبسط مقياس للتشتت، حيث يسهل حسابه، ويساوي الفرق بين أكبر قيمة وأصغر قيمة في التوزيع الإحصائي.

أما بالنسبة للبيانات **المجمعة grouped** فلا يمكننا حساب القيمة الدقيقة للمدى، ولكن يمكننا تقديرها من خلال إيجاد القيمتين اللتين يقع بينهما. تُعرف هاتان القيمتان بـ **الحد الأدنى lower boundary** و**الحد الأعلى upper boundary** للمدى.

يُعدّ المدى أبسط مقاييس التشتت حيث يتميز بسهولة حسابه، ويستخدم في مواقف كثيرة من الحياة اليومية.

مثال ١

إذا كان عدد طلبة ستة فصول في مدرسة ما هو: ٢٣ ، ٢٦ ، ٢٨ ، ٢٤ ، ٢١ ، ٢٢ ، فأوجد مدى عدد الطلبة في فصول هذه المدرسة.

الحل:

مثال ٢

في إحدى شركات النقل، يعمل ١٢ شخصًا يتقاضى كل منهم ٣,٢٥٠ ريالًا عُمانيًا في الساعة، وخمسة أشخاص آخرون يتقاضى كل منهم ٥,٥٠٠ ريالًا عُمانيًا في الساعة، وشخصان يتقاضى كل منهما ٩,٢٥٠ ريالًا عُمانيًا في الساعة.

١ ما مدى الدخل في الساعة؟

ب مدى الدخل في شركة أخرى هو ٥ ريالًا عُمانيًا في الساعة، علمًا بأنها تعطي للوظائف العليا الراتب نفسه الذي تعطيه الشركة الأولى لموظفيها، أي الشركتين أكثر اتساقًا في طريقة الدفع؟

الحل:

أ

ب

مثال ٣

يبين مخطط الساق والورقة الآتي عدد المركبات التي عبرت جسرًا في الأسبوعين الماضيين (أربعة عشر يومًا).

٣	١	المفتاح:	٢	٤	٧	٩
		يمثل ٣١ مركبة	٣	١	١	٢
			٤	٣	٦	٨
			٥	٥	٧	

أوجد مدى عدد المركبات.

الحل:

مثال ٤

يبين الجدول الآتي التوزيع التكراري للمتغير ل. أوجد المدى للمتغير ل.

ل	١٧	٢٤	٣١	٢٨	٤٥	٥٢	٥٩
التكرار	١	٤	٧	١١	١٣	٨	٦

مثال ٥

طول أطول طالب وأقصر طالب في أحد الصفوف بعد تقريبهما إلى أقرب سنتيمتر، هما ١٦٩ سم، ١٥٠ سم على الترتيب. أوجد أصغر مدى وأكبر مدى ممكنًا لأطوال الطلبة.

مُساعدة

الحد الأدنى للمدى =

الحد الأدنى للفئة الأخيرة

- الحد الأعلى للفئة الأولى

الحد الأعلى للمدى =

الحد الأعلى للفئة الأخيرة

- الحد الأدنى للفئة الأولى

الحل:

[أ. إبراهيم السعدي]

(١) أوجد مدى كل مجموعة من مجموعات الأعداد الآتية:

أ ٤ ، ٧ ، ٧ ، ٩ ، ١٣ ، ٢١

= المدى

ب ٢١ ، ١٣ ، ٢٢ ، ٢٨ ، ١٥ ، ٢٣

= المدى

ج ٣- ، ٥ ، ١٨ ، ٢٤ ، ٢٩ ، ٣٧

= المدى

(٢) تبين الجداول الآتية التوزيع التكراري لثلاثة متغيرات س، ص، ع. اذكر مدى كل منها:

ب التوزيع التكراري للمتغير ص

المتغير (ص)	التكرار (ت)
٧	٠
٩	١٥
١١	٢٠
١٣	١٤

= المدى

أ التوزيع التكراري للمتغير س

المتغير (س)	التكرار (ت)
١٠	٥
١١	٧
١٢	٩
١٣	٤

= المدى

مثال ٦

يبين جدول التكرار الآتي أطوال ٢٠ نبتة من نبات دوّار الشمس.

طول النبتة (ل) سم	عدد نباتات دوّار الشمس
$80 > l \geq 40$	١
$100 > l \geq 80$	٤
$110 > l \geq 100$	٥
$120 > l \geq 110$	٥
$150 > l \geq 120$	٤

أ أوجد

(١) الحد الأدنى لمدى أطوال نباتات دوّار الشمس،

(٢) الحد الأعلى لمدى أطوال نباتات دوّار الشمس.

ب لخص ما تعرفه عن مدى أطوال نباتات دوّار الشمس.

الحل:

أ

ب

مثال ٧

يبين الجدول التكراري الآتي أطوال ٣٠ قلم رصاص مقربة إلى أقرب سنتيمتر:

طول الأقلام (ل إلى أقرب سم)	عدد الأقلام (ت)
٨	١١
٩	١٠
١٠	٦
١٢	٥

أ أوجد

(١) الحد الأدنى لمدى الأطوال.

(٢) الحد الأعلى لمدى الأطوال.

ب حدّد مدى الأطوال.

الحل:

أ

ب

٣) يبيّن الجدول الآتي عدد الأخوة وعدد الأخوات لـ ٢٧ طفلاً:

الأخوة						الأخوات
٥	٤	٣	٢	١	٠	
٠	٠	٠	١	٢	١	
٠	١	١	٢	٢	٢	
١	٠	٠	٤	٣	١	
٠	٠	١	٢	٠	٣	

أوجد مدى عدد:

١) الأخوة. المدى =

ب) الأخوات. المدى =

ج) الأخوة والأخوات. المدى =

٤) يبيّن الجدول الآتي الزمن الذي يستغرقه ٥٠ طالباً بين دخول قاعة الطعام والخروج منها وقت الغداء، مقرباً إلى أقرب دقيقة:

الوقت المستغرق (دقيقة)	٢١-٢٠	٢٤-٢٢	٣٠-٢٥
عدد الطلبة (ت)	٦	٣٩	٥

أوجد الحد الأدنى والحد الأعلى لمدى الزمن المستغرق.

الوقت المستغرق، دقيقة	$\geq$	$>$	$\geq$	$>$
عدد الطلبة ت	٦	٣٩	٥	

الحد الأدنى لمدى الزمن =

الحد الأعلى لمدى الزمن =

٥) ١) تم قياس طول ٥٠ فتاة فكانت أطوال كل منهن بين ١٤٠ سم و ١٦٠ سم مقربة إلى أقرب ١٠ سم. أوجد الحد الأعلى لمدى الأطوال.

أ) الحد الأعلى للمدى =

ب) سجل محل لبيع العصافير كتل العصافير مقربة إلى أقرب غرام، فكانت بين ٢٢غم، ٣٠غم. أوجد الحد الأعلى لمدى كتل العصافير.

ب) الحد الأعلى للمدى =

ج) في هذا الموسم، اجتازت عداءة سباق ١٠٠ م في زمن (مقرب إلى أقرب منزلة عشرية) يقع بين ١٠,٤ و ١٠,٩ ثانية. أوجد الحد الأدنى لمدى زمن السباق.

ج) الحد الأعلى للمدى =

٦) الوسط الحسابي لأطوال فريق كرة السلة في مدرسة للتعليم ما بعد الأساسي هو ١٨٢ سم ومدى الطول هو ١٨ سم. والوسط الحسابي لأطوال فريق السباحة في المدرسة هو ١٧٥ سم ومدى الطول هو ٤٢ سم. قارن بين أطوال الفريقين.

مُسَاعَدَة

الحد الأدنى للفئة ٢٤-٢٢ دقيقة هو ٢١,٥ والحد الأعلى هو ٢٤,٥

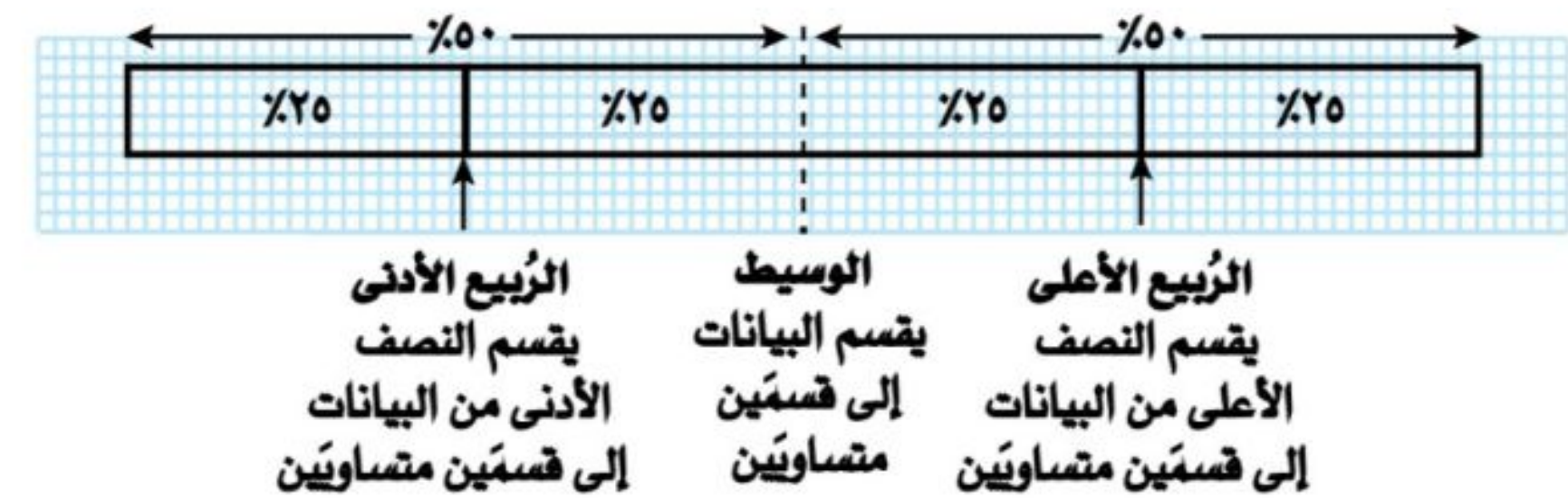
٧) تم رسم مخطط الساق والورقة لإظهار درجة الحرارة الدنيا (بالدرجات السيليزية) في موقع صحراوي ما لمدة ٢٠ يوماً متتالياً. وكانت أعلى درجة حرارة مسجلة على مخطط الساق والورقة هي ١٢ درجة سيليزية ومدى درجات الحرارة ١٧ درجة سيليزية. ما أدنى درجة حرارة مسجلة على مخطط الساق والورقة؟

٥-٢ المدى الربيعي

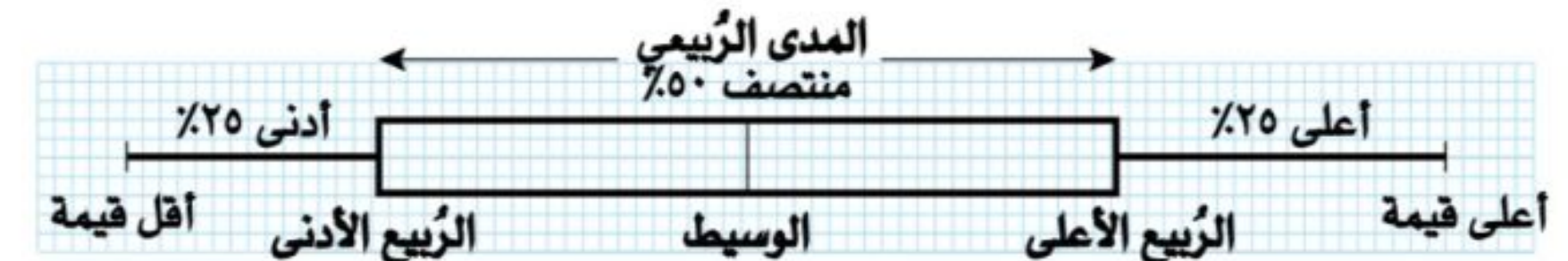
[أ. إبراهيم السعدي]

إذا احتوى التوزيع على قيمة واحدة متطرفة فإن المدى لن يكون مقياسًا ممثلًا للانتشار، ويمكن أن يقود إلى تضليل النتائج .

المدى الربيعي interquartile range هو مقياس التشتت الذي يعطي مدى نصف توزيع القيم (منتصف ٥٠٪) لذا فإنه لا يتأثر بالقيم المتطرفة .
الوسيط يقسم توزيع القيم إلى قسمين متساويين، حيث يكون عدد القيم نفسه في كل قسم.
الربيع الأدنى lower quartile يقسم النصف الأدنى إلى قسمين متساويين، **والربيع الأعلى** upper quartile يقسم النصف الأعلى إلى قسمين متساويين.



المدى الربيعي هو الفرق بين الربيع الأعلى والربيع الأدنى للتوزيع. وعليه، فإن الوسيط والربيعيات تقسم توزيع القيم إلى أربعة أقسام متساوية كما هو مبين في المخطط الآتي:



نتيجة ١

المدى الربيعي = الربيع الأعلى - الربيع الأدنى أو
المدى الربيعي = $Q_3 - Q_1$
الوسيط يعرف بـ Q_2

نتيجة ٢

إذا كان المدى الربيعي لمجموعة من القيم أقل من المدى الربيعي لمجموعة قيم أخرى تكون المجموعة أكثر ثباتًا وأقل انتشارًا.

مثال ١

أوجد المدى الربيعي للقيم الآتية: ٦٩، ١٧، ٤٣، ٦، ٧٣، ٧٧، ٣٩
الحل:

مُساعدَة

يفضل ترتيب القيم ترتيبًا تصاعديًا عند التعامل مع الربيعيات.

مثال ٢

أوجد المدى الربيعي للقيم الثماني المرتبة: ٥٥، ٤٩، ٣٣، ٢٩، ١٣، ٩، ٥، ٢
الحل:

مثال ٣

أوجد المدى الربيعي للقيم الثلاث عشرة المبينة في مخطط الساق والورقة الآتي:

المفتاح: ١٤ ٢	١٤ ٢ ٢ ٤ ٨ ٩
تمثل ١٤٢	١٥ ١ ٣ ٥ ٦ ٧ ٩
	١٦ ٥ ٨

الحل:

[أ. إبراهيم السعدي]

مثال ٤

[أ. إبراهيم السعدي]

يمتد عامر أن مزود خدمة الإنترنت لديه (وهي الأرخص بين الخدمات المتوافرة) لا يقوم بعمل جيد لأنه يستغرق وقتاً طويلاً لتنزيل أفلامه الوثائقية المفضلة.

اتفق مع صديقه منصور على اختبار ذلك عن طريق تنزيل خمسة أفلام معينة، بحيث يتم تنزيل فيلم كل يوم في الساعة ٦ مساءً لمدة ٥ أيام.

يتم عرض الأوقات التي يستغرقها عامر ومنصور لتنزيل الأفلام في الجدول الآتي:

الفيلم	أ	ب	ج	د	ك
الوقت المستغرق من عامر (دقائق)	١٨	٤٠	٢٠	٣٦	٢٤
الوقت المستغرق من منصور (دقائق)	١٠	٤٨	١٤	٢٤	٢٢

١ استخدم الوسيط والمدى الربيعي لمقارنة مجموعتي أوقات التنزيل.

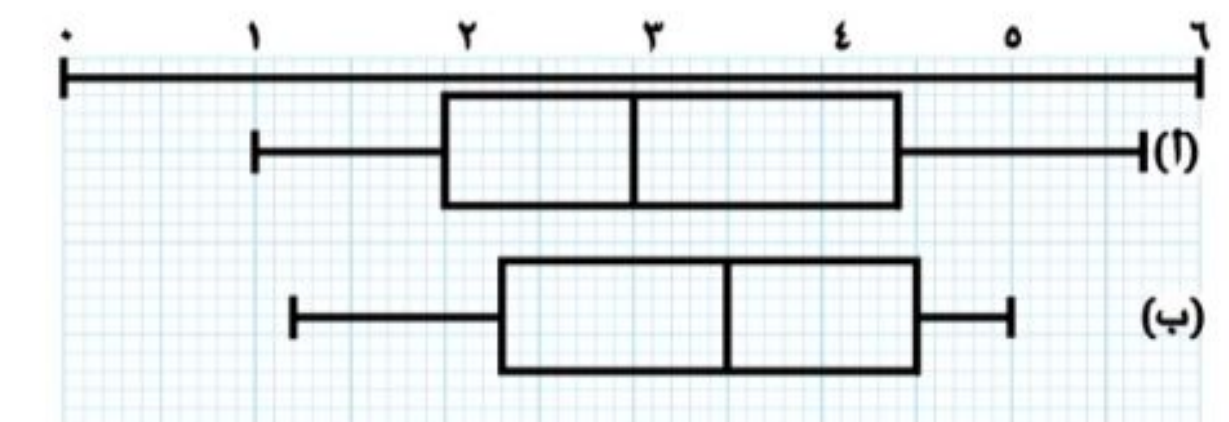
ب ما السبب المحتمل الذي دفع عامر إلى عدم تغيير مزود خدمة الإنترنت كالمزود الذي يستخدمه منصور؟

أ

ب

مثال ٥

يبين المخطط الصندوقي الآتي بيانات كل توزيع من التوزيعين (أ)، (ب) قارن بين التوزيعين.



الحل:

نحسب كل من الوسيط، المدى والمدى الربيعي لكل من التوزيعين. ويبين الجدول الآتي قيم كل منها:

الوسيط	المدى	المدى الربيعي
التوزيع (أ)		
التوزيع (ب)		

مثال ٦

[أ. إبراهيم السعدي]

يبين الجدول الآتي التوزيع التكراري للمتغير س، أوجد المدى الربيعي للمتغير س:

س	١	٢	٣	٤	٥	٦
ت	١٠	١٤	١٨	١٧	١٤	٦

الحل:

س	١	٢	٣	٤	٥	٦
ت	١٠	١٤	١٨	١٧	١٤	٦
الموقع						

رتبت قيم س التسع والسبعون ترتيباً تصاعدياً. يجب النظر إلى مواقع هذه القيم لمساعدتنا على تحديد مواقع الربيعيات.

مناقشة تمارين ٥-٢ ص ١٦٦ - ١٧٠

١ لكل مجموعة من مجموعات الأعداد الآتية، أوجد:

• الربيع الأدنى • الربيع الأعلى • المدى الربيعي

أ ٢٠، ٦، ٢٨، ٣٤، ١٦ • ب ٦، ١٣، ٢، ٢٠، ٩، ٢٥، ٣١

ج ٥، ٨، ١١، ٧، ١٤، ٠، ٢٣، ١٩، ٢، ١٠، ٥ • د ٨، ٢، ٢٢، ٣٠، ٤، ١٤

هـ ١٢٠، ٩٢، ٧٤، ٨٨، ١٠٤، ٥٨، ٥٠، ٦٢ • و ١٥، ٢٥، ٢٩، ٣٧، ٧١، ٤٣، ١٧، ١٥، ٧، ١٤

(أ)	(ب)
(ج)	(د)
(هـ)	(و)

[أ. إبراهيم السعدي]

٢) يبين الجدول الآتي قيم المتغير ك:

ك	١٠	٢٠	٣٠	٤٠	٥٠	٦٠	
التكرار	٢	١٣	٥	١١	١٣	١٥	٥٩ = Σ ك

أ حدّد موقع (رتبة) الرّبيع الأدنى والرّبيع الأعلى.

ب أوجد المدى الرّبيعي لقيم المتغير ك

(أ)	(ب)

٣) احتفظت طالبة بسجل درجاتها للواجب المنزلي الأسبوعي لمدة ثلاث سنوات، ونظمتها في الجدول الآتي:

الدرجة	٠	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠
التكرار	١	٣	٤	٦	١٠	١٤	١٧	١٦	١٢	١١	١

أ ما عدد الواجبات المنزلية التي سجلت طالبة درجاتها؟

ب أوجد الرّبيع الأدنى والرّبيع الأعلى للدرجات، ثم أوجد المدى الرّبيعي.

(أ)	(ب)

٤) يبين الجدول الآتي قيم المتغير المنفصل ك:

ك	١,٠	١,١	١,٢	١,٣	١,٤	١,٥	١,٦	١,٧	١,٨	١,٩	٢,٠
التكرار	٨	١١	١٣	١٧	٢٢	٢٧	١١	٧	٦	٥	٢

أ حدّد موقع (رتبة) الرّبيع الأدنى والرّبيع الأعلى.

ب أوجد قيمة الرّبيع الأدنى والرّبيع الأعلى للمتغير ك

ج أوجد قيمة المدى الرّبيعي.

(أ) (ب) (ج)

٥) يبين الجدول الآتي قياسات أحذية مجموعة من النساء:

قياس الحذاء	٣٥	٣٦	٣٧	٣٨	٣٩	٤٠	٤١	
عدد النساء (ت)	٥	٦	٩	١٠	٧	٧	٥	٤٩ = Σ ك

أوجد قيمة المدى الرّبيعي لقياسات الأحذية.

٦) يبين الجدول الآتي عدد الأبناء وعدد البنات لدى ٢٥٩ أسرة: [أ. إبراهيم السعدي]

الأبناء					البنات	المجموع
٠	١	٢	٣	المجموع		
٤	٤١	١٩	٧	٧١		
٣١	٥٨	١١	٥	١٠٥		
٢٢	١٩	١٠	٦	٥٧		
٧	٨	٧	٤	٢٦		
٦٤	١٢٦	٤٧	٢٢	٢٥٩		

أوجد المدى الرّبيعي لأعداد:

أ البنات	ب الأبناء

٧) يعتقد طارق أن الرحلة إلى المدرسة تستغرق وقتاً طويلاً بسبب عدد مرات التوقف عند إشارات المرور الضوئية. وقد سجّل عدد مرات الانتظار عند الإشارة الحمراء وهو في طريقه إلى المدرسة لمدة سبعة أيام. في حين يسلك صديقه سليمان طريقاً مختلفاً إلى المدرسة ويعتقد أنه الطريق الأفضل. طلب إليه طارق أن يجمع البيانات نفسها في رحلته. يبيّن الجدول أدناه البيانات التي سجلها كلّ منهم.

اليوم	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧
طارق	٦	٢	٧	٥	١	١	٥
سليمان	٣	٤	٤	٣	٣	٤	٣

استخدم الوسيط والمدى الربيعي لتقارن بين طريقي طارق وسليمان، وتقرر ما إذا كان على طارق أن يغيّر طريقه.

الحل:

الوسيط	المدى الربيعي
طارق	
سليمان	

٨) يبيّن مخطّط الساق والورقة الآتي عدد المرضى الذين يراجعون طبيب الأسنان كل يوم لمدة ١٥ يوماً:

[أ. إبراهيم السعدي]

المفتاح: ٦ ١	١	٦	٦	٧	٨	٩		
تمثّل ١٦ مريضاً	٢	٠	١	٢	٣	٥	٧	٩
	٣	٠	٠	٢				

أ) أوجد وسيط عدد المرضى.

ب) أوجد الربيع الأدنى والربيع الأعلى والمدى الربيعي.

(أ)	(ب)

٩) يبيّن مخطّط الساق والورقة الآتي درجات (من ٥٠) لـ ٢٥ شخصاً في اختبار قيادة السيارات:

المفتاح: ٣ ١	١	٣	٥	٦	٦														
تمثّل الدرجة ١٣ من ٥٠	٢	٠	٧	٧	٧	٨	٩	٩											
	٣	١	٢	٢	٥	٥	٥	٦	٧	٩									
	٤	٠	٠	٣	٤	٥													

أ) اكتب المدى.

ب) أوجد المدى الربيعي للدرجات.

(أ)	(ب)

[أ. إبراهيم السعدي]

(١٠) يبين مخطط الساق والورقة الآتي الدرجات من ٤٤ لـ ١٠٠ مرشحاً في اختبار جامعي:

المفتاح: ٨ | ٤
تمثل الدرجة ٨٤ من ١٠٠

٢	٠	١	٨						
٣	٣	٥	٦	٦					
٤	٢	٢	٧	٨	٨				
٥	٢	٥	٧	٩	٩	٩			
٦	١	٣	٤	٦	٧	٩			
٧	٠	٠	١	٥	٦	٧	٧		
٨	٠	٤	٤	٦	٧	٧	٨	٩	
٩	٣	٣	٥	٩					

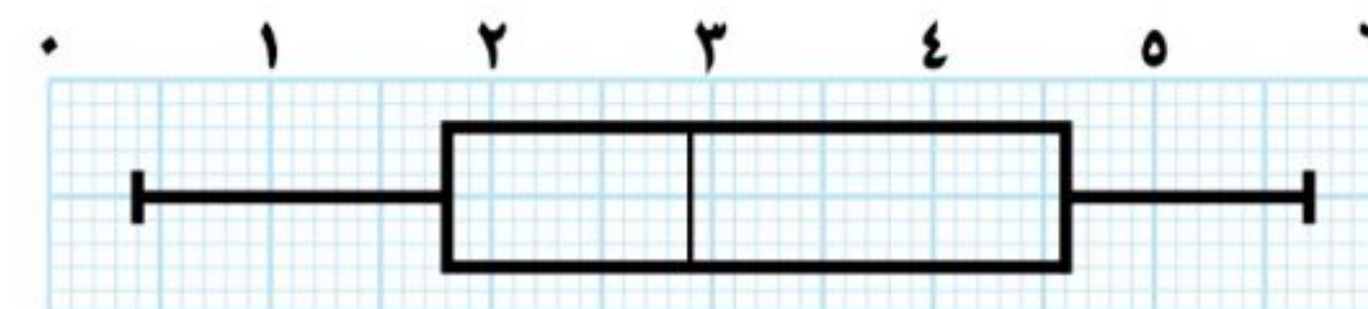
أوجد:

١ مدى الدرجات. ب وسيط الدرجات. ج المدى الربيعي للدرجات.

(أ)	(ب)	(ج)
-----	-----	-----

(١١) لكل مخطط من المخططات الصندوقية المبينة أدناه، أوجد:

● المدى ● المدى الربيعي



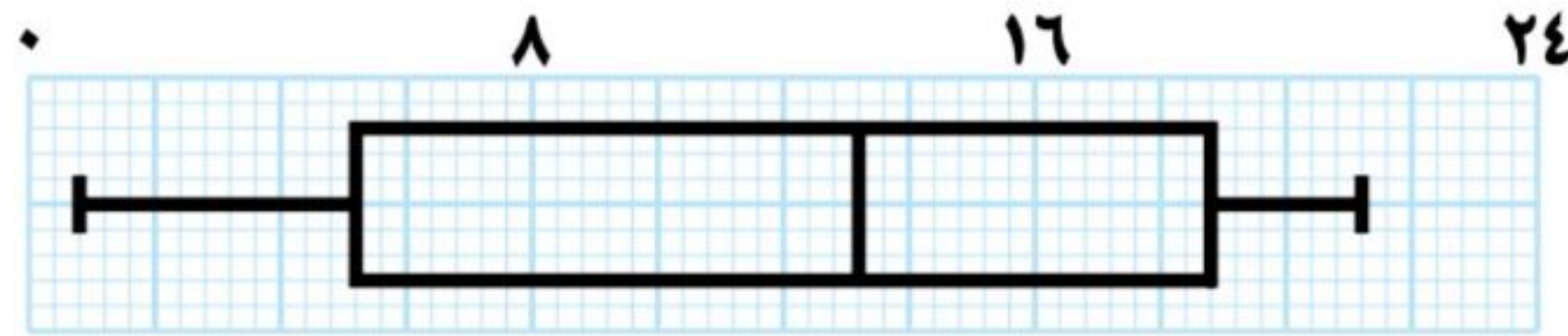
المدى:	المدى الربيعي:
--------	----------------



[أ. إبراهيم السعدي]

المدى:

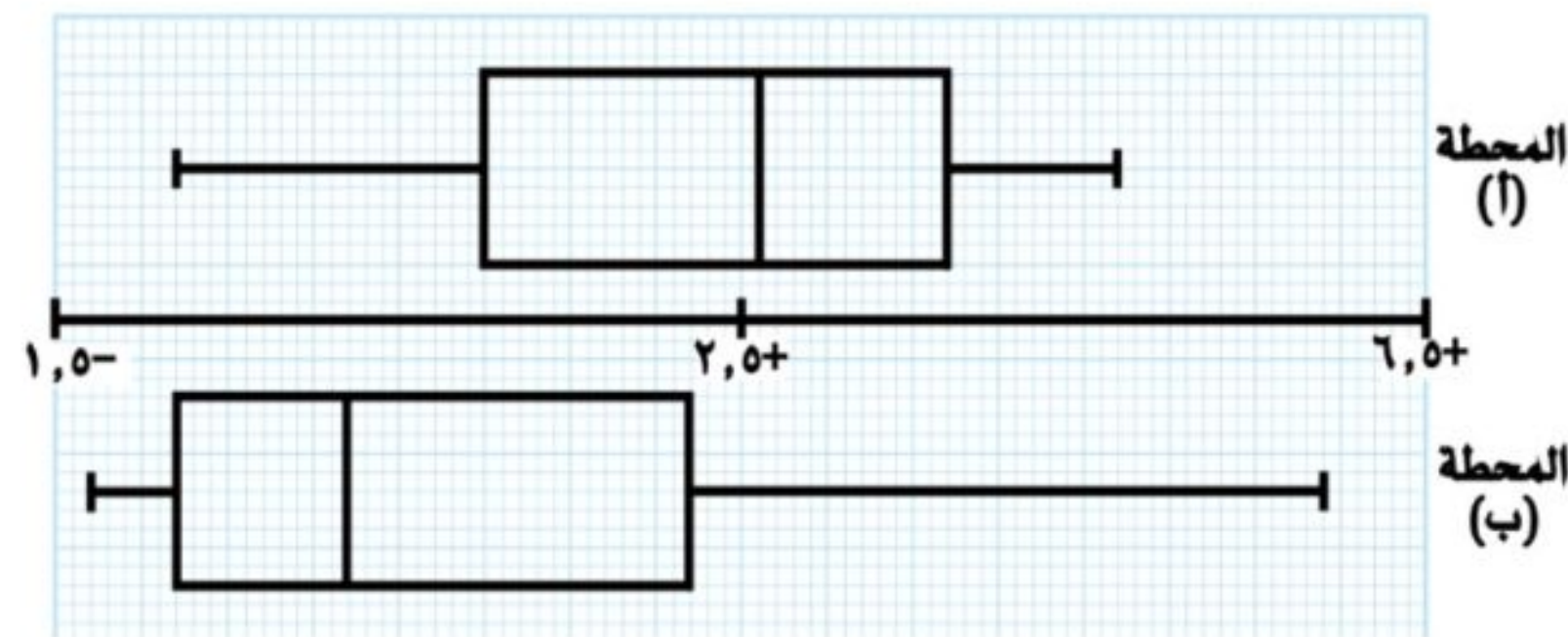
المدى الربيعي:



المدى:

المدى الربيعي:

(١٢) يبين المخططان الصندوقيان الآتيان معدل درجة الحرارة الصباحية في محطتي رصد جوي (أ)، (ب). سُجِّلَت درجات الحرارة على مدى ثلاثة أشهر:



انسخ الجدول الآتي وأكمه، مبيناً سبعة مقاييس لكل من محطتي الرصد الجوي:

القيمة الصغرى	القيمة العظمى	الربيع الأدنى	الوسيط	الربيع الأعلى	المدى	المدى الربيعي

[أ. إبراهيم السعدي]

٥-٣ إيجاد التباين والانحراف المعياري

[أ. إبراهيم السعدي]

الانحراف المعياري Standard deviation: مقياس واسع الاستخدام لقياس تشتت مجموعة قيم عن الوسط الحسابي فكلما اقتربت قيمة الانحراف المعياري لمجموعة البيانات من الصفر فهذا يشير إلى اقتراب القيم من وسطها الحسابي (تشتتها قليل). بينما تشير قيمة الانحراف المعياري الكبيرة إلى تشتت (ابتعاد) القيم عن متوسطها الحسابي.

نتيجة ٣

التباين $\sigma^2 =$ الوسط الحسابي لمربعات القيم - مربع الوسط الحسابي

الانحراف المعياري $\sigma = \sqrt{\text{تباين (س)}}$

لمجموعة تتضمن n عددًا، يرمز إليها بالمتغير s :

$$\text{الانحراف المعياري } \sigma = \sqrt{\frac{\sum s^2}{n} - \left(\frac{\sum s}{n}\right)^2} \text{ حيث } \bar{s} = \frac{\sum s}{n}$$

مُساعدة

لتوجد $\sum s^2$ فإننا نجمع مربعات القيم. من الأخطاء الشائعة إيجاد مجموع القيم ثم تربيع الناتج، يعتبر عن ذلك بالرمز $(\sum s)^2$

نتيجة ٤

التوزيع التكراري للمتغير s وتكراراتها t يكون:

$$\text{الانحراف المعياري } \sigma = \sqrt{\frac{\sum s^2 t}{\sum t} - \left(\frac{\sum s t}{\sum t}\right)^2} \text{ حيث } \frac{\sum s t}{\sum t} \text{ هو الوسط الحسابي (س)}$$

مثال ٣

أوجد الانحراف المعياري لقيم s في الجدول الآتي مقربًا الناتج إلى أقرب عدد مكون من ٣ أرقام معنوية:

س	ت
١٢	١٣
١٤	٢٨
١٦	١٠

الحل:

س	ت	س ت	س ^٢ ت = س × س ت
١٢	١٣		
١٤	٢٨		
١٦	١٠		
	$\sum t = ٥١$		

الانحراف المعياري (ع) =

=

=

مثال ١

أوجد التباين والانحراف المعياري مقربة إلى أقرب عدد صحيح لمجموعة الأعداد ٣، ٦٠، ٩٠ **الحل:**

مثال ٢

لمجموعة الأعداد الآتية ٣، ٩، ١٥، ٢٤، ٢٩، أوجد الانحراف المعياري مقربًا إلى أقرب عدد عشري: **الحل:**

(١) احسب لكل مجموعة من مجموعات الأعداد الآتية:

• الوسط الحسابي. • التباين. • الانحراف المعياري.

- ١ ١٤، ١٢، ٩، ٥
ج ٨٩، ٣، ٢، ٢، ٢، ١
هـ ٣٢، ٣١، ٢٥، ٢٥، ٢٢، ١٦، ٧، ٣
ب ٣٢، ٢٧، ٢٣، ١٦، ١١
د ٩٠، ٨٥، ٨٣، ٧٧، ٦٣، ٤٥، ١٠
و ٢، ١، ٤، ٥، ١، ٤، ٥، ٤، ١، ٥

(أ)	(ب)
(ج)	(د)
(هـ)	(و)

(٢) سجّل حارس في متنزه ما عدد الحيوانات التي تتراد بركة المياه كل يوم لمدة أسبوع.

جاءت النتائج كالآتي: ١٦، ٢١، ٣٣، ١٩، ٢٧، ٢٢، ٢٥

- ١ أوجد مقرباً إلى أقرب عدد صحيح الوسط الحسابي لعدد الحيوانات التي تذهب إلى بركة المياه كل يوم.
ب استخدم قيمة الوسط الحسابي الدقيقة لتحسب الانحراف المعياري مقرباً إلى أقرب عدد مكون من ٣ أرقام معنوية.

(أ)	(ب)
-----	-----

(٣) استخدم التوزيع التكراري للمتغيرات أ، ب، ج، د، هـ لتحسب: [أ. إبراهيم السعدي]

• الوسط الحسابي. • التباين. • الانحراف المعياري.

أ التوزيع التكراري للمتغير أ
ب التوزيع التكراري للمتغير ب

ب	١٣	١٤	١٥	١٦	Σ
ت	٤	٧	٩	٥	

أ	١٠	٢٠	٣٠	Σ
ت	٦	٩	٥	

[أ. إبراهيم السعدي]

ج. التوزيع التكراري للمتغير ج.

ج	ت		
١١	١٥		
١٢	٢٤		
١٣	٣٠		
١٤	٢٥		
١٥	٦		
Σ			

د. التوزيع التكراري للمتغير د.

د	ت		
١,٠	٨		
١,٥	١١		
٢,٠	١٧		
٢,٥	٣		
٣,٠	١		
Σ			

٤. يبين الجدول الآتي عدد العمال (٥٠ عاملاً) الذين سجلوا نصف يوم غياب في السنة الماضية:

عدد غيابات نصف يوم	٠	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠	Σ
عدد العمال (ت)	٢	٣	٤	٧	٣	٨	٩	٣	٧	١	٣	

أ. احسب الوسط الحسابي لغياب العامل في السنة الماضية.

ب. احسب الانحراف المعياري.

ج. حوّل إجابة الجزئية (ب) إلى دقائق إذا علمت أن عدد ساعات العمل اليومي ٨ ساعات.

(أ)	(ب)	(ج)

٥. كشفت دراسة مسحية على عينة من ٣٠٠ طالب أن ١٤٥ طالباً لم يقرأوا أية رواية، و٨٤ منهم قرأوا رواية واحدة، و٦٣ قرأوا روايتين، و٧ قرأوا ٣ روايات، وطالباً واحداً قرأ ٦ روايات في العام الماضي.

أ. مثل هذه البيانات في جدول توزيع تكراري.

ب. احسب الوسط الحسابي لعدد الروايات التي قرأها الطلبة في العام الماضي.

ج. احسب الانحراف المعياري تقريباً الإجابة إلى أقرب عدد مكون من ٣ أرقام معنوية.

د. بالمقابل، الوسط الحسابي لعدد الروايات التي قرأها ٣٠٠ موظف هو ٤,٥ والانحراف المعياري ١,٢، اذكر تعليقين لتقارن بين عادة القراءة عند الموظفين وتلك التي عند الطلبة.

[أ. إبراهيم السعدي]

حل تمرين ٥:

[أ. إبراهيم السعدي]

عدد الروايات المقروءة						
التكرار						

الوسط الحسابي =

الانحراف المعياري =

(د)

٦) مجموعة من ١٣ عددًا: ٨، ٨، ٨، ٨، ٨، ٨، ٨، ٨، ٨، ٩، ٩، ٩، ٩

أ أي مقياسي تشتت لهما القيمة نفسها لهذه البيانات؟ حدد القيمة.

أضيف العدد الرابع عشر س إلى هذه الأعداد.

ب إذا علمت أن $S = 10$ ، فاشرح ما يحصل لكل من المقياسين في إجابة الجزئية (أ).

ج إذا علمت أن $S = 0$ ، ماذا يحصل للمقياس الذي لم يظهر في إجابة الجزئية (أ)؟

(أ)

(ب)

(ج)

[أ. إبراهيم السعدي]

مثال ٢

بيّن الجدول التكراري الآتي أعمار ٢٠ طفلاً، بالسنوات الكاملة، قدر الانحراف المعياري:

العمر (سنة)	٩-٥	١٤-١٠	١٩-١٥	Σ
عدد الأطفال (ت)	٧	٨	٥	

الحل:

مناقشة تمارين ٣-٥ ص ١٧٧-١٧٨:

١) بيّن الجدول التكراري الآتي بيانات المتغير المتصل س:

س	١٠ > س ≥ ٠	٢٠ > س ≥ ١٠	٣٠ > س ≥ ٢٠	٤٠ > س ≥ ٣٠	Σ
التكرار (ت)	٨	١٢	٦	٤	

- ١) احسب الوسط الحسابي التقديري للمتغير س
٢) احسب الانحراف المعياري التقديري للمتغير س مبيّناً كامل عملك.

(ب)

(أ)

٣-٥ حساب تقديرات التباين والانحراف المعياري

نستخدم صيغ الانحراف المعياري السابقة لإيجاد الانحراف المعياري التقديري للبيانات المجمعة مع استبدال القيم (س) بمراكز الفئات (م).

نتيجة

$$\text{الانحراف المعياري التقديري} = \sqrt{\frac{\sum M^2}{\sum T} - \left(\frac{\sum M}{\sum T}\right)^2}, \text{ حيث}$$

$$\text{الوسط الحسابي التقديري} = \frac{\sum M}{\sum T}$$

من المهم جداً حساب قيم مراكز الفئة بدقة. إذا كانت هناك فجوات بين الفئات، يجب أن نتأكد من استخدام حدود الفئة الصحيحة لحساب قيم المراكز.

مثال ١

بيّن الجدول التكراري للبيانات المجمعة ارتفاعات ٢٠ شجرة (بالمتر) في حديقة كبيرة.

الارتفاع بالمتر (ل)	عدد الأشجار (ت)
٢,٨ ≤ س < ٢,٠	٤
٢,٠ ≤ س < ٢,٤	٧
٢,٤ ≤ س < ٤,٠	٥
٤,٠ ≤ س < ٦,٥	٤

أوجد

- ١) الوسط الحسابي التقديري للارتفاع،
٢) الانحراف المعياري للارتفاعات مقرب إلى أقرب ثلاث منازل عشرية.

الحل:

٢) يبين الجدول الآتي سعة ٨٥ وعاء:

السعة (س لتر)	عدد الأوعية (ت)			
$20 \leq s < 24$	٧			
$24 \leq s < 28$	١٥			
$28 \leq s < 30$	٢٩			
$30 \leq s < 32$	٢٢			
$32 \leq s < 35$	١٢			
Σ				

١ احسب الوسط الحسابي التقديري للسعة.

ب احسب الانحراف المعياري التقديري للسعة باللتر، مبيناً كامل عملك، واكتب إجابتك مقرباً الناتج إلى أقرب ١٠ مللتر.

(ب)	(أ)
-----	-----

٣) نُظِّمَتْ مجموعة من الألعاب في حفل شارك فيها ١٦٨ طفلاً. قُسم الأطفال إلى ست مجموعات متساوية بحسب أعمارهم بالسنوات الكاملة:

مجموعات العمر هي: ٢-٥، ٦-٨، ٩-١٠، ١١-١٢، ١٣، ١٤-١٦

١ استخدم حدود الفئات الفعلية لتنشئ جدولاً تكرارياً يعرض البيانات المعطاة أعلاه.

ب احسب الوسط الحسابي التقديري للأعمار.

ج احسب الانحراف المعياري التقديري للأعمار مقرباً إلى أقرب شهر.

[أ. إبراهيم السعدي]

الحل:

(أ)

العمر/ سنة					
التكرار (ت)					

(ب)	(ج)
-----	-----

٤) يبين الجدول الآتي جزءاً من مشروع مدرسي زراعي لإحدى الطالبات، حيث زرعت ٣٥٠ بذرة طماطم، وسجلت الزمن الذي تتطلبه كل بذرة للنمو:

الزمن (ساعة)	٢٤-٢٦	٢٦-٣٠	٣٠-٣٥	٣٥-٤٠	٤٠-٤٥	٤٥-٥٠	٥٠-٥٥	Σ
عدد البذور (ت)	١	٣	٧	٧٢	١٩٢	٥٥		

١ للبيانات التي نمت، احسب:

(١) الوسط الحسابي التقديري. (٢) الانحراف المعياري التقديري.

--	--

ب ما الصعوبة التي ستواجهك لو طُلب إليك أن تحسب الانحراف المعياري التقديري للزمن اللازم لنمو الـ ٣٥٠ بذرة؟

٤-٥ خصائص مقاييس التشتت

عند اختيار مقياس للتشتت ليمثل انتشار توزيع مجموعة من القيم، وبناءً على خصائص تلك البيانات والسياق المذكورة فيه يكون أحد المقاييس أكثر ملاءمة للاستخدام من المقاييس الأخرى. الجدول أدناه يعرض بعض خصائص كل مقياس من المقاييس الآتية:

المدى	• سهولة حسابه. • سهولة استخدامه في مقارنة الانتشار بين مجموعتي بيانات متشابهة. • يعطي معلومات عن القيم العظمى والقيم الصغرى. • يعتمد على قيمتين فقط في مجموعة البيانات. • يتأثر بالقيم المتطرفة.
المدى الربيعي	• لا يتأثر بالقيم المتطرفة. • يمكن حسابه من دون التسجيل الدقيق لجميع البيانات. • يعتمد على الوسيط كونه مقياساً إحصائياً مناسباً. • يعتمد على قيمتين فقط في مجموعة البيانات.
الانحراف المعياري	• يأخذ جميع القيم في مجموعة البيانات بالحسبان. • يمكن استخدامه في حسابات إضافية. • يعتمد على قيمة الوسط الحسابي فقط وليس أي قيمة أخرى. • يتأثر بالقيم المتطرفة وأخطاء التدوين.

على الرغم من أن الانحراف المعياري أكثر استخداماً من المدى الربيعي كمقياس للتشتت، إلا أنه ليس مثاليًا على الإطلاق لأنه يتأثر بصورة جوهرية بالقيم المتطرفة. وقد يكون المدى الربيعي أفضل.

مثال ١

في شهر ديسمبر، سجلت درجات الحرارة منتصف النهار في بلدة ما بشكل يومي فكانت بين ٢٥ و ٢٩ درجة سيليزية باستثناء يومين كانت درجة حرارتها ٣٧ درجة سيليزية و ١٩ درجة سيليزية. أعط سبباً يجعل المدى الربيعي أو الانحراف المعياري أنسب مقياس للتشتت لاستخدامه في قياس درجات الحرارة في منتصف النهار في شهر ديسمبر.

الحل:

مثال ٢

قام اثنان من لاعبي الكريكت أ، ب، بوضع قائمة بأعداد الضربات التي سجلوها في آخر ١٠ مباريات.

٢٩	٣١	٢٦	٢٩	٣٣	٢٦	٣٢	٢١	٢٨	٢٥	اللاعب أ
١٧	١	٤٥	٣٨	٨٩	٠	٥٠	٣	٧	٤٠	اللاعب ب

يحتاج قائد فريق الكريكت المحلي إلى ضارب جديد. يسمح له باختيار واحد من اللاعبين: اللاعب 'أ' أو اللاعب 'ب'.

أ لماذا يجب على القائد أن يفكر في مقاييس التشتت، بدلاً من المتوسطات، لمساعدته في تحديد اللاعب الذي يختاره؟ اشرح إجابتك.

ب نصح نائب القائد باختيار اللاعب 'ب' لأنه حائز على درجات عالية، في حين أن اللاعب 'أ' لا يمتلكها. اشرح السبب في أفضلية عدم تقديم هذه النصيحة للقائد.

الحل:

أ

ب

١) يدعي أحد الطلبة أن المدى الربيعي لأي مجموعة من البيانات دائماً ما يكون أقل من مدى البيانات.

أ هل ادعاء الطالب صحيح؟ إذا لم يكن كذلك، فهل يمكنك تصحيح ادعاء الطالب؟

ب انسخ العبارتين التاليتين اللتين تنطبقان على جميع مجموعات البيانات، وأدخل الرموز الرياضية الصحيحة لدعم إجابتك على الجزئية (أ):

العبرة (١): الربيعي الأعلى القيمة الكبرى.

العبرة (٢): الربيعي الأدنى القيمة الصغرى.

الحل:

أ الطالب على خطأ، يكون المدى الربيعي دائماً أصغر من المدى أو مساوياً له.

ب العبرة ١ : الربيعي الأعلى $\geq$ القيمة الكبرى (الربيع الأعلى يمكن أن يساوي القيمة الكبرى).

العبرة ٢: الربيعي الأدنى $\leq$ القيمة الصغرى (الربيع الأدنى يمكن أن يساوي القيمة الصغرى).

٢) بالنسبة لمجموعة معينة من البيانات، من المتفق عليه أن الوسط الحسابي ليس معدلاً مناسباً للاستخدام.

ما هو مقياس التشتت الذي تعتقد أنه لن يكون مناسباً لاستخدامه كمقياس لانتشار هذه المجموعة من البيانات؟ أعط سبباً لاختيارك.

الحل:

الانحراف المعياري، وهو مبني على الانحرافات عن الوسط الحسابي، والوسط الحسابي ليس مناسباً. إذا الانحراف المعياري لا يمكن أن يكون مناسباً.

٣) توفر ثلاث شركات س، ص، ع وسائل النقل العام بين المدينة (أ) والمدينة (ب)، والتي تبعد مسافة ١٥٠ كم عن بعضها البعض، الحد الأقصى للسرعة على الطريق بين المدينة (أ) والمدينة (ب) ٨٠ كم/ ساعة.

تم تسجيل الأوقات التي تستغرقها كل حافلة من حافلات الشركات للقيام بـ ٥٠٠ رحلة من هذه الرحلات وتم الحصول على النتائج التالية:

الوسط الحسابي لوقت الرحلة لكل من هذه الشركات يقع بين ساعتين و ١٠ دقائق وساعتين و ٢٠ دقيقة.

مدى أوقات الرحلات للشركة س هو ٢٩ دقيقة.

الانحراف المعياري لأوقات الرحلات للشركة ص هو ١٠ دقائق.

المدى الربيعي لأوقات الرحلات للشركة ع هو ٢٥ دقيقة.

أ ما الشركة الأكثر موثوقية برأيك؟

ب ناقش أي من الشركات الثلاث التي تعتقد أنها توظف أكثر السائقين غير المسؤولين.

أعط بعض التفسيرات لكل إجابة من إجاباتك.

الحل:

أ الأكثر موثوقية هي الشركة ص؛ يشير الانحراف المعياري القليل إلى اكتمال معظم الرحلات في وقت

متشابه، لذلك يتم قيادة الحافلات بسرعات متشابهة.

ب الشركة التي توظف أكثر السائقين غير المسؤولين هي ع؛ المدى الربيعي مرتفع، ويشير إلى أن نحو نصف

السائقين إما يقودون ببطء شديد أو بسرعة كبيرة، وكلاهما يمكن أن يكون خطراً.

٤) أ قم بإدراج مقاييس التشتت الثلاثة التي تعلمتها للقيم الثلاث ٠، ١٠٠، ٢٠٠، بترتيب تصاعدي.

ب اكتب، بترتيب تصاعدي، مجموعة من خمسة أرقام ليست كلها متشابهة، بحيث يتساوى فيها المدى والمدى الربيعي.

الحل:

أ الانحراف المعياري، المدى الربيعي، المدى

ب أي خمسة أرقام بترتيب تصاعدي حيث الأول = الثاني، والرابع = الخامس.