

كراسة الطالب الوحدة التاسعة التوزيع الإجمالي



تم تحميل هذا الملف من موقع المناهج العمانية

موقع فايلاتي ⇨ المناهج العمانية ⇨ الصف الحادي عشر ⇨ رياضيات متقدمة ⇨ الفصل الثاني ⇨ ملفات متنوعة ⇨ الملف

تاريخ إضافة الملف على موقع المناهج: 2026-04-15 12:10:00

ملفات اكتب للمعلم اكتب للطالب | اختبارات الكترونية | اختبارات | حلول | عروض بوربوينت | أوراق عمل
منهج انجليزي | ملخصات وتقارير | مذكرات وبنوك | الامتحان النهائي | للمدرس

المزيد من مادة
رياضيات
متقدمة:

إعداد: نصر حسنين

التواصل الاجتماعي بحسب الصف الحادي عشر



صفحة المناهج
العمانية على
فيسبوك

المزيد من الملفات بحسب الصف الحادي عشر والمادة رياضيات متقدمة في الفصل الثاني

كراسة الطالب الوحدة الثامنة التوافيق والتباديل ونظرية ذات الحدين	1
الوحدة التاسعة التبادل الاحتمالي استخدام التوافيق والتباديل في الاحتمالات	2
نموذج إجابة أسئلة الامتحان النهائي الرسمي الدور الأول الفترة الصباحية	3
تمارين محلولة على درس مضروب العدد الوحدة الثامنة (التباديل والتوافيق) من أكاديمية همم التعليمية	4
تمارين محلولة على الدرس السابع مثلث باسكال من الوحدة الثامنة التباديل والتوافيق	5



كراسة الطالب

الوحدة التاسعة

التوزيع الاحتمالي

إعداد : نصر حسنين



ماذا سنتعلم ؟

سنتعلم في هذه الوحدة كيف:

- ١-٩ تستخدم التباديل والتوافيق في إيجاد الاحتمالات.
- ٢-٩ تنشئ جدول التوزيع الاحتمالي المتعلق بموقف معين يتضمن متغيراً عشوائياً منفصلاً (س).
- ٣-٩ تحسب التوقعات (س)، والتباين ع^٢ (س)، والانحراف المعياري ع (س) لمتغير عشوائي منفصل.

لماذا ندرس التوزيع الاحتمالي؟

درست سابقاً التباديل والتوافيق واستخدمتها لتحديد عدد الطرق الممكنة لاختيار فريق ما أو لوضع عناصر في ترتيب معين.

في هذه الوحدة، سوف تقوم بتوسيع هذه الأفكار حتى تتمكن من حساب **احتمالات** probabilities وقوع أحداث مختلفة.



٩-١ استخدام التباديل والتوافيق في الاحتمالات

إذا كان حدث ما مكوناً من عدد من التباديل أو التوافيق المفضلة المتساوية الاحتمال، فإن احتمال وقوع الحدث يكون:

$$\begin{aligned} \text{ل (أ)} &= \frac{\text{عدد التباديل المفضلة}}{\text{عدد التباديل الممكنة}} , \text{ حيث أ الحدث المفضل} \\ \text{أو} \\ \text{ل (ب)} &= \frac{\text{عدد التوافيق المفضلة}}{\text{عدد التوافيق الممكنة}} , \text{ حيث ب الحدث المفضل} \end{aligned}$$

1

اختير طفلان عشوائياً من مجموعة مكونة من ستة أولاد وأربع بنات. استخدم التوافيق لتجد احتمال أن يكون الطفلان:

١ ولدين ٢ بنتين ٣ بنتاً وولداً

2

اختيرت أربع حبات موز عشوائياً من صندوق يحتوي على ١٧ حبة موز صفراء اللون و ٢٣ حبة موز خضراء اللون. أوجد احتمال:

١ أن لا توجد حبات موز خضراء ٢ أقل من نصف الحبات المختارة خضراء.

يختار أمين أحد المعارض عشوائياً ثماني قطع للعرض من بين ٣٦ لوحة تشكيلية و ٤٤ لوحة فنية. أوجد احتمال أن يتضمن العرض على الأقل ثلاث لوحات تشكيلية أكثر من اللوحات الفنية.

على رفّ ١٥ علبة لم يوضع اسم المحتوى لأيّ منها، لكن نعرف أن ٨ منها تحتوي على حساء، و ٤ منها تحتوي على فاصولياء، و ٣ تحتوي على بازلاء. إذا اختيرت ٧ علب عشوائياً بدون إعادة، فأوجد احتمال أن يكون ٥ منها تحتوي على الحساء.

درب نفسك

1 في علبة طعام لطالبة ١٣ حبة كرز أحمر، و٧ حبات كرز أسود. إذا أخذت الطالبة ٥ حبات كرز عشوائياً، فأوجد احتمال أن تكون قد أخذت كرزاً أحمر أكثر من الكرز الأسود.

2 في صندوق للأدوات الصناعية ٢٥ مفكاً، و١٦ رأس مثقاب، و٣٨ مفتاحاً، و١١ إزميلاً. أوجد احتمال اختيار أربع أدوات ليس من بينها أيّ إزميل.

3 اختير طالبان عشوائياً من بين مجموعة مكوّنة من ثلاثة طلاب وطالبتين لتشكيل فريق ثنائي في تحدي العلوم. أوجد احتمال أن لا يكون الفريق مكوّناً من طالبتين.

متع ذهنيك

8



حافلة ركاب صغيرة تحتوي على مقعد للسائق (س) ومقاعد لسبعة ركاب كما هو مبين. إذا جلس سبعة ركاب بترتيب عشوائي، فأوجد احتمال أن يجلس راكبان:

- أ في الجهة نفسها من الحافلة. ب في جهتين مختلفتين من الحافلة.

9



قفل حقيبة مكوّن من ثلاثة أقراص كل منها مرقم بالأعداد من ٠ إلى ٩، رقم واحد فقط من الثلاثة أرقام الممكنة يفتح الحقيبة. أوجد احتمال اختيار رقم سري لا يفتح الحقيبة.

9

X	0	0
0	X	X
0	0	X

خمس (0) وأربع (X) كُتبت على شبكة من تسعة مربعات. يبيّن الشكل واحدة من الترتيبات الممكنة. إذا علمت أن جميع (0) و (X) قد كُتبت عشوائياً، فأوجد احتمال أن تشكّل ثلاثة (X) مستقيماً قطرياً.

تمارين أكثر

1 اختيار أربعة أحرف مختلفة عشوائياً من مجموعة حروف اللغة الإنجليزية التي تتكوّن من ٥ أحرف علة، و ٢١ حرفاً ساكناً. أوجد احتمال:

أ أن يكون الاختيار مكوّناً من حرف علة واحد، وثلاثة أحرف ساكنة.

ب أن يكون الاختيار مكوّناً من حرف علة واحد وثلاثة أحرف ساكنة، بحيث إن حرف العلة لا يقع بين حرفين ساكنين.

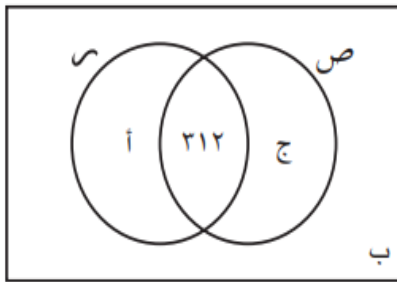
2 يزرع حمد ٩ شجيرات في حديقة منزله في صف واحد عشوائياً: ٣ منها تزهر ووروداً حمراء، و ٦ تزهر ووروداً صفراء. احسب احتمال أن:

أ تقع شجيرة منها تزهر وردة صفراء في المنتصف.

ب لا تكون الشجيرات الثلاث التي تزهر ووروداً حمراء متباعدة.

ج لا تكون الشجيرتان اللتان تزهران ووروداً حمراء متجاورتين.

3 مجموعة من ١٨٠ شخصاً، تضم ٨٨ رجلاً تسعة منهم يستخدمون يدهم اليسرى للكتابة، وتضم أيضاً ٨٥ أنثى لا يستخدمن اليد اليسرى. إذا اختير ستة أشخاص من المجموعة عشوائياً، فأوجد احتمال أن يكون أربعة منهم يستخدمون اليد اليسرى أو إنثاءً.



4 في مكتبة صغيرة ١٢٤٠ كتاباً مقسمة إلى: ٤٧٨ رواية ويرمز إليها (س)، منها ٣١٢ رواية مجلدة بغلاف صلب ويرمز إليها (ص)، ويوجد أيضاً ٤٤٠ كتاباً مجلداً بغلاف غير صلب. بعض هذه المعلومات مبين على مخطط فن.

أ أوجد قيمة كلٍّ من: أ، ب، ج.

ب اختير ٢٥ كتاباً عشوائياً ليتم التبرع بها إلى جمعية خيرية، وتأمل الجمعية أن يكون من بينها على الأقل ٢٢ رواية أو كتاباً مجلداً بغلاف صلب. احسب احتمال أن تحصل الجمعية الخيرية على ما تأمل.

٩-٢ المتغير العشوائي المنفصل (المتقطع)

مُسَاعَدَة



إذا أمكن للمتغير (س) أن يأخذ قيمًا محددة وقابلة للعد يسمى متغيرًا عشوائيًا منفصلًا.

تعطي المواقع التي يمكن اختيارها دون إعادة متغيرات عشوائية منفصلة.

مثال توضيحي 1

عندما نشترى صندوق مانجو يتسع ٦ حبات، فقد يكون عددٌ منها فاسدًا، لذلك قد تأخذ عدد الحبات الفاسدة القيم ٠، ١، ٢، ٣، ٤، ٥، ٦.

نلاحظ أن هذه القيم محددة وقابلة للعد، ويمكن أن نرمز إليها بالرمز (س)،

$$س \in \{٠, ١, ٢, ٣, ٤, ٥, ٦\}$$



مثال توضيحي 2

إذا اخترنا عشوائيًا ثلاثة أطفال من مجموعة تتضمن أربعة أولاد وبنيتين، نسمي عدد الأولاد الذين تم اختيارهم متغيرًا عشوائيًا منفصلًا، ونرمز إليه (و)، حيث $و \in \{٠, ١, ٢, ٣\}$ وكذلك نسمي عدد البنات اللاتي تم اختيارهن متغيرًا عشوائيًا منفصلًا، ونرمز إليه (ب)، حيث $ب \in \{٠, ١, ٢\}$.

التوزيع الاحتمالي

التوزيع الاحتمالي probability distribution لمتغير عشوائي منفصل هو عرض جميع قيم المتغير العشوائي الممكنة مع الاحتمالات المناظرة لها، وطريقة العرض المعتادة هي جداول التوزيع الاحتمالي.

مثال توضيحي

افترض أنك رميت قطعتي نقد منتزمتين، فيكون عدد الصور التي يمكن الحصول عليها

س	٠	١	٢
ل (س)	٠,٢٥	٠,٥	٠,٢٥

مُسَاعَدَة



النواتج الممكنة لتجربة رمي قطعتي نقد معدنية منتزمتين هي:
(صورة ، صورة)
(صورة ، كتابة)
(كتابة ، صورة)
(كتابة ، كتابة)



لاحظ أن $\sum L(S) = 1$

1

التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي المنفصل (س) كما في الجدول الآتي:
أوجد قيمة الثابت ك.

س	٦	٧	٨	٩	١٠
L(S)	ك - ١, ٠	ك	١ - ٣ ك	٢ - ٦ ك	$\frac{1}{5} ك + ٠, ٠٥$

2

يمثل الجدول الآتي التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي (س):

س	٢	٣	٤	٥
L(S)	ب	٢ ب	$\frac{1}{4} ب$	٣ ب

أ أوجد قيمة ب

ب احسب $L(2 > S > 5)$.

المتغير العشوائي المنفصل (ط) حيث $\tau \in \{2, 4, 6, 8\}$ ، ل (ط) = $\frac{K}{\tau}$ ، أوجد قيمة الثابت ك، وقيمة ط الأكثر حدوثاً.

يمثل الجدول الآتي التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي (س):

				س
				ل (س)

رُمي حجر نرد منتظم مرتين له ٤ أوجه مرقمة بالأرقام ١، ٢، ٣، ٥ إذا عرف المتغير العشوائي (س) بأنه مجموع العددين الظاهرين على وجهي الحجرين.

أ. بين أن ل (س = ٨) = $\frac{1}{8}$

٥	٣	٢	١	
				١
				٢
				٣
				٥

ب. أنشئ جدول التوزيع الاحتمالي للمتغير (س)، ثم أوجد ل (س < ٦).

								س
								ل (س)

درب نفسك

يمثل الجدول الآتي التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي (ح):

١٥	١٢	٩	٦	٣	ح
$\frac{13}{50}$	$\frac{4}{5} - 3ك$	$\frac{ك}{2}$	$ك^2$	$2ك$	ل (ح)

- اكتب معادلة بدلالة ك ثم حلها.
- لماذا حل واحد فقط من حلولك مقبول؟ اشرح إجابتك.
- أوجد ل ($6 \leq ح < 10$).



تم تدوير القرص المقابل مرتين.
عرّف المتغير العشوائي (س) على أنه مجموع الرقمين اللذين يقف عندهما المؤشر.

- كوّن مخطط الفضاء الاحتمالي للمتغير (س)
- أنشئ جدول التوزيع الاحتمالي للمتغير (س)

٨	٧	٦	٥	٤	٣	٢	س
							ل (س)

المجموع = ١

الدوران الأول				الدوران الثاني
٤	٣	٢	١	

يرغب ثمانية يافعين، ورجل واحد، وامرأة واحدة في ركوب حافلة، حيث توجد ٣ مقاعد شاغرة.

قرر السائق اختيار ٣ منهم عشوائياً للصعود إلى الحافلة.
أنشئ جدول توزيع احتمالي للمتغير (ص) الذي يمثل 'عدد اليافعين المختارين'.

انتبه

نستخدم التوافق



على الأقل سيتم اختيار واحد من اليافعين
لأنه يوجد فقط اثنان من غير اليافعين.



تمارين أكثر

1 بيّن الجدول الآتي التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي (ص):

ص	١	١,١	١,٢	١,٣	١,٤	١,٥
ل(ص)	أ	٠,١٤	٠,٢٧	٠,١٨	٠,٠٨	ب

أ أوجد قيمة أ + ب. ب أوجد ل (ص < ١,٣) إذا علمت أن أ = ٢ ب.

2 بيّن الجدول الآتي التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي (س):

س	٤	٥	٦	٧	٨
ل(س)	٠,٣	٠,٣٤	٠,١٨	٠,١٢	٠,٠٦

أوجد قيمة ل (٥ < س ≤ ٨).

3 المتغير العشوائي المنفصل (ق) حيث $Q \in \{1, 2, 3, 5\}$ ، وإذا علمت أن ل(ق) = $\frac{1}{p} - k$ ، حيث ك عدد ثابت:

أ بيّن أن ك = $\frac{1}{11}$ ب احسب احتمال أن تكون قيمة ق عاملاً من عوامل ٦

4 في يومين من كل أسبوع، تستضيف فاطمة واحدة من صديقاتها الثلاث، احتمال أن تستضيف نوال في أيّ يوم يساوي ٤, ٠، بينما فرصة استضافة بدرية وهند متساوية.

أ أوجد احتمال أن لا تستضيف هند في أيّ يوم في الأسبوع.

ب كوّن جدول توزيع احتمالي للمتغير أ الذي يمثل 'عدد الأيام في أيّ أسبوع تستضيف فاطمة صديقتها نوال'.

5 قرص منتظم مقسم إلى خمسة أجزاء مرقمة ١، ٢، ٣، ٤، ٥، دوّر ثلاث مرات وعرّف المتغير العشوائي (س) 'عدد مرات ظهور عدد فردي'.

أ بيّن أن ل(س = ١) = $\frac{36}{125}$

ب أنشئ جدول التوزيع الاحتمالي للمتغير (س). ج أوجد قيمة $\frac{ل(س=٢)}{ل(س=٣)}$

٣-٩ القيمة المتوقعة والتباين للمتغير العشوائي المنفصل

تذكير

الانحراف المعياري =
 $\sqrt{\text{التباين}}$

$$\frac{\sum x \cdot L(x)}{\sum L(x)} = \text{ت (س)} = \text{القيمة المتوقعة}$$

$$\text{التباين} = \sum x^2 \cdot L(x) - (\text{ت (س)})^2$$

يبيّن الجدول الآتي التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي (س). أوجد القيمة المتوقعة، والتباين والانحراف المعياري للمتغير (س):

٢٠	١٥	٥	٠	س
$\frac{3}{12}$	$\frac{5}{12}$	$\frac{3}{12}$	$\frac{1}{12}$	ل (س)

يبيّن الجدول الآتي التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي (ص):

٤	٣	٢	١	٠	ص
٠,٠٥	م	٠,٣٢	م٢	٠,٠٣	ل (ص)

أوجد قيمة م.

احسب كلاً من: ت (ص)، ع (ص).

درب نفسك

1 (ح) متغير عشوائي حيث $\exists \{1, 3, 6, 10\}$. إذا علمت أن احتمالية حدوث قيم ح متساوية، فأوجد ت (ح)، ع^٢(ح).

2 يبين الجدول الآتي التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي (ف):

ف	١	٣	٩	م
ل(ف)	٠,٤	٠,٢٨	٠,١٤	٠,١٨

إذا علمت أن ت (ف) = ٥,٢٨، فأوجد قيمة كل من: م، ع^٢(ف).

(ر) متغير عشوائي حيث $\exists \{10, 20, 70, 100\}$. إذا علمت أن ل (ر) تتناسب مع قيم (ر)، فبين أن
ت (ر) = 77 ثم أوجد $E^2(r)$.

صندوق يحتوي على أربع قطع بسكويت سادة وحبتي بسكويت بالشكولاتة. اختيرت حبتا بسكويت عشوائيًا
من الصندوق دون إعادة.

بين أن احتمال اختيار حبتي بسكويت بالشكولاتة يساوي $\frac{1}{15}$

تمارين أكثر

1 الجدول الآتي يمثل التوزيع الاحتمالي للمتغير (ر):

٥٧	أ	٣٣	٢٧	ر
٠,١	٠,٤	٠,٣	٠,٢	ل(ر)

إذا علمت أن $T = (R, 2, 38)$ ، فأوجد قيمة أ، واحسب $E(R)$.

2 لوحة مفاتيح تتألف من عشرة أزرار كل زر يمثل رقمًا واحدًا من ٠ إلى ٩، طُلب إلى فتاة أن تختار عشوائيًا زرًا وتتقره. أوجد القيمة المتوقعة للاختيار.

3 قرص منتظم له ثلاثة أجزاء مرقمة ١، ٥، أ وقرص آخر منتظم له ثلاثة أجزاء مرقمة ٢، ٦، ب
أ أوجد قيم أ، ب إذا علمت أن القيمة المتوقعة لأعداد القرصين هو ٥، ٦ على الترتيب.

4 دُور كل قرص مرة واحدة وجمع العدان اللذان يقف عندهما المؤشران لنحصل على قيم المتغير (ط).
(١) أنشئ جدول التوزيع الاحتمالي للمتغير (ط).
(٢) استخدم الجدول لتجد $T(ط)$ ، $E(ط)$.

5 تحتوي سلة على ٨ بكرات قطن: ٤ منها خضر، و٣ حمر، وواحدة صفراء. اختيرت ٣ بكرات قطن عشوائيًا من السلة.

- أ بين أن القيمة المتوقعة للبكرة الصفراء هي ٠,٣٧٥
- ب أوجد القيمة المتوقعة لعدد البكرات الحمر.
- ج أوجد القيمة المتوقعة لعدد البكرات الخضر.