شكراً لتحميلك هذا الملف من موقع المناهج العمانية

ملخص شرح درس علاقة مستقيم بالدائرة

موقع المناهج ⇦ المناهج العمانية ⇦ الصف الحادي عشر ⇦ رياضيات متقدمة ⇦ الفصل الأول ⇦ الملف

تاريخ نشر الملف على موقع المناهج: 20-11-2023 05:19:21 | اسم المدرس: مصطفى محمود طه

التواصل الاجتماعي بحسب الصف الحادي عشر

روابط مواد الصف الحادي عشر على تلغرام

التربية الاسلامية	اللغة العربية	اللغة الانجليزية	الرياضيات

المزيد من الملفات بحسب الصف الحادي عشر والمادة رياضيات متقدمة في الفصل الأول

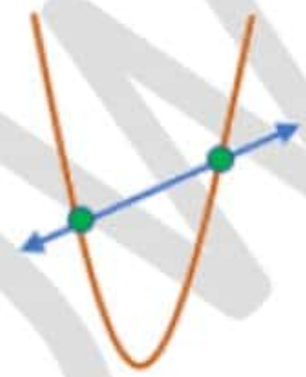
1	ملخص شرح درس معادلة الدائرة
2	ملخص شرح درس المستقيمات المتوازية والمستقيمات المتعامدة
3	حل أسئلة تمارين الوحدة الرابعة من كتاب الطالب
4	حل كتاب النشاط
5	مراجعة الوحدة الأولى

تعلمنا سابقا علاقة مستقيم بمنحنى الدالة التربيعية

علاقة المستقيم بمنحنى الدالة التربيعية تتلخص في ثلاث حالات

الحالة الأولى

عندما يقطع المستقيم المنحنى في نقطتين

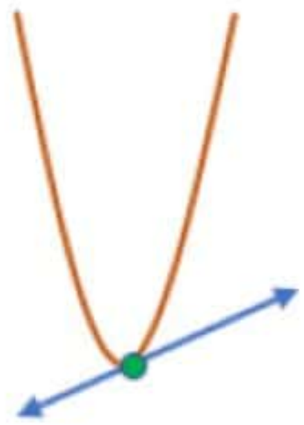


في هذه الحالة عند حل معادلتي المستقيم والمنحنى آنيا نحصل على معادلة تربيعية مميزها > ٠

∴ ب^{٢} − ٤ أ جـ > ٠

الحالة الثانية

عندما يمس المستقيم المنحنى في نقطة واحدة

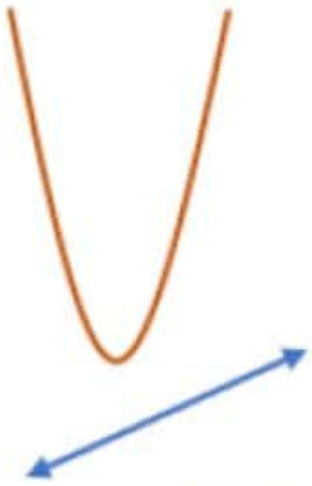


في هذه الحالة عند حل معادلتي المستقيم والمنحنى آنيا نحصل على معادلة تربيعية مميزها = ٠

∴ ب^{٢} − ٤ أ جـ = ٠

الحالة الثالثة

المستقيم لا يقطع المنحنى (لا توجد نقط تقاطع)



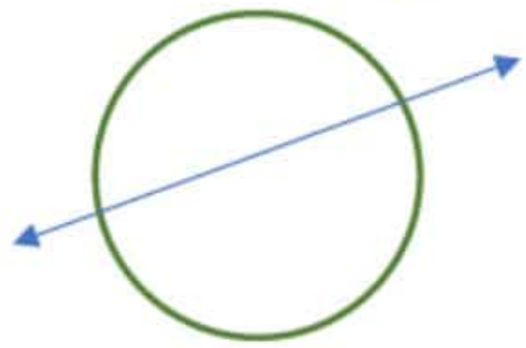
في هذه الحالة عند حل معادلتي المستقيم والمنحنى آنيا نحصل على معادلة تربيعية مميزها < ٠

∴ ب^{٢} − ٤ أ جـ < ٠

وبالمثل علاقة مستقيم بالدائرة

الحالة الأولى

عندما يقطع المستقيم الدائرة في نقطتين



في هذه الحالة عند حل معادلتي المستقيم و الدائرة آنيا نحصل على معادلة تربيعية مميزها > ٠

∴ ب^{٢} − ٤ أ جـ > ٠

الحالة الثانية

عندما يمس المستقيم الدائرة في نقطة واحدة

في هذه الحالة عند حل معادلتي المستقيم و الدائرة آنيا نحصل على معادلة تربيعية مميزها = ٠

∴ ب^{٢} − ٤ أ جـ = ٠

الحالة الثالثة

المستقيم لا يقطع الدائرة (لا توجد نقط تقاطع)

في هذه الحالة عند حل معادلتي المستقيم و الدائرة آنيا نحصل على معادلة تربيعية مميزها < ٠

∴ ب^{٢} − ٤ أ جـ < ٠

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

تطبيق التعلم

(١) أوجد نقاط تقاطع المستقيم ص= س-٣ مع الدائرة (س-٣)^{٢}+ (ص+٢)^{٢} =٢٠

الحل

بحل المعادلتين آنياً

بالتعويض عن قيمة ص = س -٣ في معادلة الدائرة

(س-٣)^{٢}+ (س-٣+٢)^{٢} =٢٠

(س-٣)^{٢}+ (س-١)^{٢} =٢٠ بفك الأقواس

س^{٢} +٩ -٦س + س^{٢} +١ -٢س = ٢٠ بتجميع الحدود المتشابهة

٢س^{٢} -٨س +١٠ =٢٠

٢س^{٢} -٨س +١٠ -٢٠ = ٠

٢س^{٢} -٨س -١٠ =٠ بالقسمة على ٢

س^{٢} -٤س -٥ =٠

(س-٥) (س+١)=٠

س – ٥= ٠ س +١ =٠

س = ٥ س =-١

عند س = ٥ ص = ٥-٣ =٢ نقطة التقاطع هي (٥، ٢)	عند س = -١ ص = -١ -٣ =-٤ نقطة التقاطع هي (-١، -٤)

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

(٢) يقطع المستقيم ٢س -ص +٣ = ٠ الدائرة س^{٢} +ص^{٢} -٤س +٦ص -١٢ = ٠ في النقطتين د، هـ.

اوجد طول القطعة المستقيمة د هـ

الحل

من معادلة الخط المستقيم يمكن الحصول على قيمة ص = ٢س +٣

بالتعويض عن قيمة ص في معادلة الدائرة

∴ س^{٢} + (٢س+٣)^{٢} -٤س + ٦ (٢س+٣) -١٢= ٠

س^{٢} + ٤ س^{٢} + ٩ +١٢س -٤س + ١٢ س +١٨ -١٢ =٠

٥ س^{٢} -٢٠س +١٥ =٠

س^{٢} -٤س +٣ =٠

(س-٣) (س-١) =٠

س = ٣ س=١

احداثي النقطة د	احداثي النقطة هـ
عند س = ٣	عند س =١
ص = ٢×٣ +٣ = ٩	ص = ٢×١ +٣ = ٥
نقطة التقاطع هي (٣، ٩)	نقطة التقاطع هي (١، ٥)

طول القطعة المستقيمة د هـ

طول دهـ = $\sqrt{(٣-١)^{٢} + (٩-٥)^{٢}}$

= $\sqrt{(٢)^{٢} + (٤)^{٢}}$

= $\sqrt{٤+١٦}$

= $\sqrt{٢٠}$ = $\sqrt{٤\times٥}$ = ٢ $\sqrt{٥}$

Math Show
الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

(٣) بين أن المستقيم ٣س +ص = ٦ مماس للدائرة س^{٢} +ص^{٢} +٤س +١٦ ص +٢٨ = ٠

الحل

من معادلة المستقيم نحصل على ص = ٦ – ٣س

بالتعويض عن قيمة ص في معادلة الدائرة

س^{٢} +(٦-٣س)^{٢} +٤س +١٦ (٦-٣س) +٢٨ = ٠

س^{٢} + ٣٦ +٩ س^{٢} -٣٦ س+ ٤س + ٩٦ -٤٨ س +٢٨ =٠

١٠ س^{٢} -٨٠ س +١٦٠ =٠ بالقسمة على ١٠

س^{٢} -٨س +١٦ = ٠

المميز = (-٨) ^{٢} – ٤ ×١× ١٦ = ٦٤ – ٦٤ = ٠

∴ المستقيم ٣س +ص = ٦ مماس للدائرة س^{٢} +ص^{٢} +٤س +١٦ ص +٢٨ = ٠

---

(٤) أوجد قيم م بحيث يقطع المستقيم ص= م س +١ الدائرة (س-٧)^{٢}+ (ص- ٥)^{٢} =٢٠ في نقطتين مختلفتين

الحل

بالتعويض عن قيمة ص = م س+١ في معادلة الدائرة

(س-٧)^{٢}+ (م س +١ - ٥)^{٢} =٢٠

(س-٧)^{٢}+ (م س - ٤)^{٢} =٢٠

س^{٢} + ٤٩ – ١٤ س +م^{٢}س^{٢} +١٦ -٨م س -٢٠ =٠

(١+ م^{٢}) س^{٢} +س (-١٤ -٨م) +٤٥ = ٠

أ = (١+ م^{٢}) ب= (-١٤ -٨م) جـ = ٤٥

المميز > ٠

(-١٤ -٨م)^{٢} – ٤ (١+ م^{٢}) × ٤٥ >٠

١٩٦ + ٦٤ م^{٢} +٢٢٤ م -١٨٠ – ١٨٠ م^{٢} >٠

Math Show

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

-١١٦ م^{٢} + ٢٢٤ م +١٦ < ٠ بالقسمة على -٤ واقلب علامة التباين

٢٩ م^{٢} - ٥٦ م - ٤ < ٠

(٢٩م +٢) (م -٢) <٠

م = $\frac{-٢}{٢٩}$ م = ٢

∴ $\frac{-٢}{٢٩}$ < م < ٢

---

(٥) إذا علمت أن المستقيم ٢ص -س = ١٢ يقطع الدائرة س^{٢} +ص^{٢} -١٠ س -١٢ ص +٣٦ = ٠ في النقطتين أ، ب والعمود المنصف للقطعة المستقيمة أ ب يقطع الدائرة في النقطتين د، ل أوجد:

- احداثيات النقطتين أ، ب
- معادلة العمود المنصف للقطعة المستقيمة أ ب
- احداثيات النقطتين د، ل
- مساحة الشكل الرباعي أ د ب ل

الحل

من معادلة المستقيم نحصل على س = ٢ص -١٢

بالتعويض عن س في معادلة الدائرة

(٢ص-١٢)^{٢} +ص^{٢} -١٠ (٢ص-١٢) -١٢ ص +٣٦ = ٠

٤ ص^{٢} +١٤٤ - ٤٨ ص + ص^{٢} – ٢٠ ص +١٢٠ -١٢ص +٣٦ =٠

٥ ص^{٢} – ٨٠ ص + ٣٠٠ = ٠ بالقسمة على ٥

ص^{٢} – ١٦ ص + ٦٠ = ٠

(ص-١٠) (ص-٦) =٠

ص = ١٠ ص= ٦

احداثي النقطة أ	احداثي النقطة ب
عند ص = ١٠	عند ص = ٦
س = ٢×١٠ -١٢ = ٨	س = ٢×٦ -١٢ = ٠
نقطة التقاطع هي (٨، ١٠)	نقطة التقاطع هي (٠، ٦)

Math Show
الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

منتصف القطعة المستقيمة أ ب = $\left(\frac{٨+٠}{٢}، \frac{١٠+٦}{٢}\right)$ = (٤، ٨)

ميل القطعة المستقيمة أ ب= $\frac{١٠-٦}{٠-٨}$ = $\frac{٤}{٨}$ = $\frac{١}{٢}$

ميل العمودي على أ ب = -٢

معادلة العمودي على أ ب هي

ص -٨ = -٢ (س -٤)

(ص -٨) = - ٢(س – ٤)

ص -٨ = - ٢س +٨

٢س + ص = ١٦

هذا المستقيم يقطع الدائرة في النقطتين د، ل وللحصول على احداثياتهما نحل معادلة المستقيم مع الدائرة

من معادلة المستقيم نحصل على ص= ١٦ -٢س

بالتعويض عن ص في معادلة الدائرة

$س^٢$ +$(١٦- ٢س)^٢$ -١٠ س -١٢ (١٦ -٢س) +٣٦ = ٠

$س^٢$ + ٢٥٦ + ٤ $س^٢$ -٦٤ س -١٠ س -١٩٢ + ٢٤س +٣٦ =٠

٥ $س^٢$ -٥٠ س +١٠٠ =٠ بالقسمة على ٥

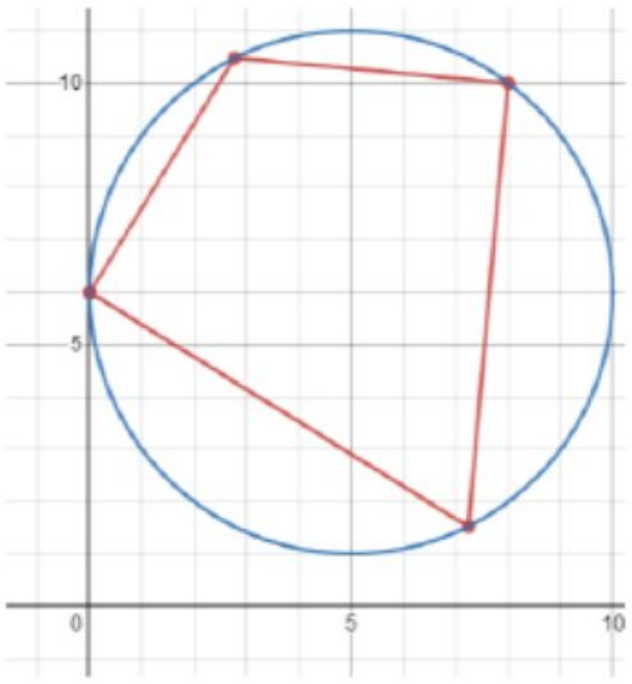
$س^٢$ -١٠ س + ٢٠ = ٠ باستخدام الصيغة التربيعية

$$س = \frac{-(-١٠) \pm \sqrt{(-١٠)^٢ - ٤ \times ١ \times ٢٠}}{٢ \times ١}$$

$$س = \frac{١٠ \pm \sqrt{٢٠}}{٢}$$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

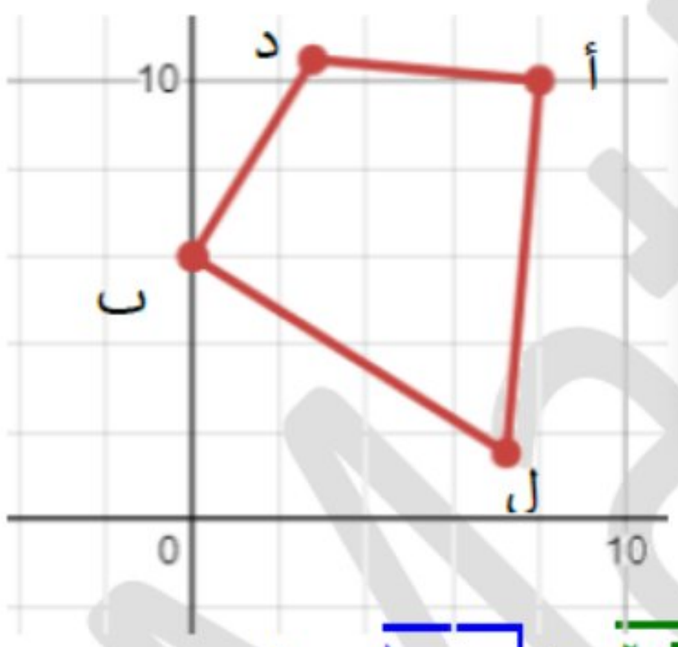
احداثي النقطة د	احداثي النقطة ل
عند س = ٥ + $\sqrt{٥}$	عند س = ٥ − $\sqrt{٥}$
ص = ١٦ - ٢(٥ + $\sqrt{٥}$)	ص = ١٦ - ٢ (٥ − $\sqrt{٥}$)
ص = ٦ -٢ $\sqrt{٥}$	ص = ١١+ $\sqrt{٥}$
النقطة د هي (٥ + $\sqrt{٥}$، ٦ -٢ $\sqrt{٥}$)	النقطة ل هي (٥ − $\sqrt{٥}$، ٦ +٢ $\sqrt{٥}$)



الان يجب علينا تحديد نوع الشكل الرباعي أ د ب ل (مربع، معين ، .... شكل رباعي) وذلك إما :

- بوضع النقاط على الشبكة البيانية
- حساب أطوال الأضلاع وأطوال الأقطار
- العلاقة بين الأقطار

في هذا الشكل نجد أن القطران أب ، دل متعامدان



معلومة هامة جدا

في أي شكل رباعي فيه القطران متعامدان يكون هذا الشكل إما مربع أو معين أو دالتون وفي جميع هذه الحالات تكون مساحة الشكل هي نصف حاصل ضرب طولا قطريه

طول القطر أ ب = $\sqrt{(٨ - ٠)^{٢} + (١٠ - ٦)^{٢}}$ = $\sqrt{٨٠}$

طول القطر ل د = $\sqrt{(٥ + \sqrt{٥} - ٥ + \sqrt{٥})^{٢} + (٦ - ٢\sqrt{٥} - ٦ - ٢\sqrt{٥})^{٢}}$ = $\sqrt{١٠٠}$ = ١٠

مساحة الشكل الرباعي أ د ب ل = $\frac{١}{٢}$ × ١٠ × $\sqrt{٨٠}$ = ٢٠ $\sqrt{٥}$ وحدة مربعة

مثل هذه التمارين تهدف الى تنمية العديد من المهارات وأهمها مهارة التفكير الناقد

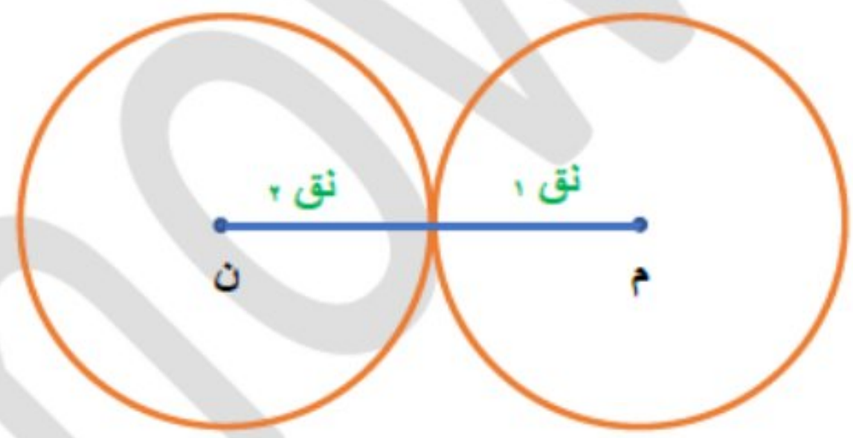
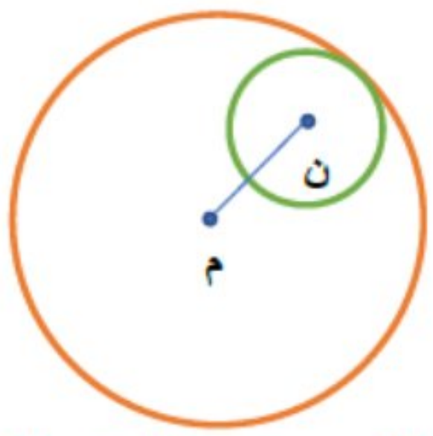
الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

(٦) بين أن الدائرتان س^{٢} + ص^{٢} =٢٥ ، س^{٢} +ص^{٢} -٢٤ س -١٨ ص +١٢٥ = ٠ متماستان ثم أوجد احداثيات نقطة التماس.

الحل

تماس الدائرتان

تكون الدائرتان متماستان بإحدى الصورتين

دائرتان متماستان من الخارج	دائرتان متماستان من الداخل
	
يكون طول القطعة المستقيمة الواصلة بين المركزين = نق$_{١}$ + نق$_{٢}$	يكون طول القطعة المستقيمة الواصلة بين المركزين = نق$_{١}$ - نق$_{٢}$

الدائرة الأولى

المركز = (٠ ، ٠)

نق$_{١}$ = ٥

الدائرة الثانية

المركز = (١٢ ، ٩)

نق$_{٢}$ = $\sqrt{(١٢)^{٢} + (٩)^{٢} - ١٢٥}$ = ١٠

نق$_{١}$ + نق$_{٢}$ = ١٥

طول القطعة المستقيمة الواصلة بين المركزين = $\sqrt{(١٢ - ٠)^{٢} + (٩ - ٠)^{٢}}$ = $\sqrt{٢٢٥}$ = ١٥

∴ طول القطعة المستقيمة الواصلة بين المركزين= نق$_{١}$ + نق$_{٢}$

∴ الدائرتان س^{٢} + ص^{٢} =٢٥ ، س^{٢} +ص^{٢} -٢٤ س -١٨ ص +١٢٥ = ٠ متماستان

ولكن ماذا عن نقطة التماس؟

تقع نقطة التماس على خط المركزين وعلى المماس المشترك بين الدائرتين عند نقطة التماس

بالتالي بالحصول على هاتين المعادلتين وحلهما آنياً نحصل على نقطة التماس

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

معادلة خط المركزين

ميل خط المركزين = $\frac{٠-٩}{٠-١٢}$ = $\frac{٣}{٤}$

تكون معادلة خط المركزين

المار بالنقطة (٠، ٠) وميله $\frac{٣}{٤}$ هي

ص-٠ = $\frac{٣}{٤}$ (س-٠)

ص = $\frac{٣}{٤}$ س

٤ص = ٣س

٣س -٤ص = ٠

بحل المعادلتين آنياً

١٢س +٩ص = ٧٥

٣س -٤ص = ٠ ×(-٤)

١٢س +٩ص = ٧٥

-١٢س+ ١٦ص = ٠ والجمع

٢٥ص = ٧٥

ص = ٣

بالتعويض في معادلة خط المركزين

٣س – ٤(٣) = ٠

٣س= ١٢

س =٤

نقطة التماس هي (٤، ٣)

معادلة المماس المشترك للدائرتين

نحصل على المماس المشترك للدائرتين المتماستين بطرح أو مساواة معادلتي الدائرتين.

س^{٢} +ص^{٢} -٢٤ س -١٨ ص +١٢٥= س^{٢} +ص^{٢} -٢٥

-٢٤ س -١٨ ص +١٢٥= -٢٥

-٢٤ س -١٨ ص = -٢٥ -١٢٥

٢٤ س +١٨ ص = ١٥٠

١٢س +٩ص = ٧٥

Math Show

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

(٧) دائرتان لهما الخواص الآتية:

المحور السيني مماس مشترك لكلا الدائرتين

تقع النقطة (٨، ٢) على كلتا الدائرتين

يقع مركز كل من الدائرتين على المستقيم س+٢ص =٢٢

- أوجد معادلة كل الدائرة
- بين أن المستقيم ٤س +٣ص = ٨٨ مماس لكلا الدائرتين

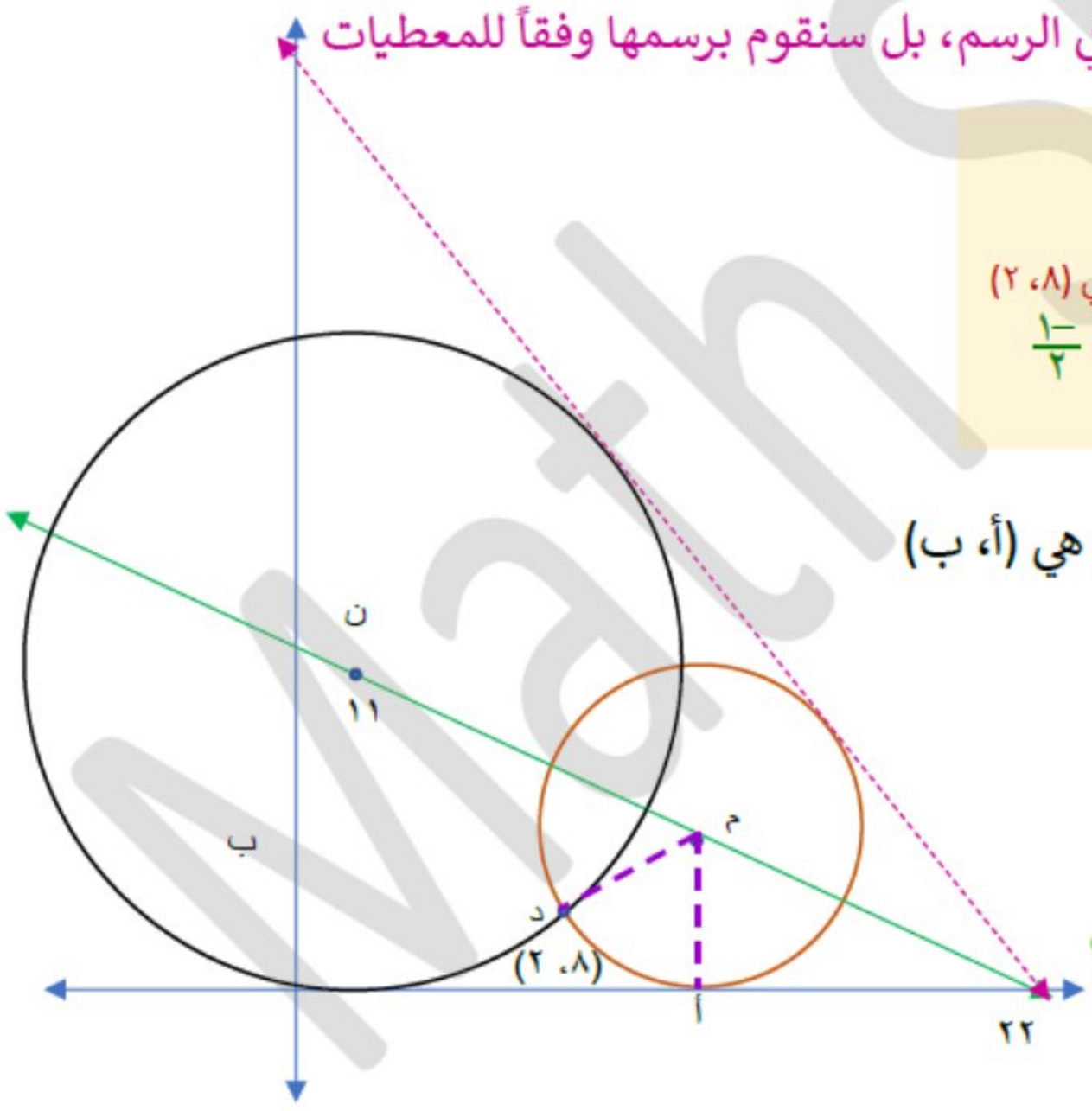
الحل

من الأفضل في التعامل مع هذه التمارين هو عمل رسم استرشادي (تقديري) يتم وضع المعطيات عليه لمحاولة استنتاج بعض الحقائق

وفي هذا المثال لن استخدام البرمجيات في الرسم، بل سنقوم برسمها وفقاً للمعطيات

ملاحظات للرسم

- رسم المحور السيني مماس لكلا الدائرتين
- الدائرتان متقاطعتان و إحدى نقط التقاطع هي (٨، ٢)
- رسم المستقيم س+٢ص =٢٢ ، حيث ميله = $\frac{-١}{٢}$ ويقطع من محور الصادات جزء مقداره ١١



نفرض أن احداثيات نقطة مركز الدائرة م هي (أ، ب)

من الرسم نجد أن م أ = م د = نق

∵ الدائرة تمس محور س

∴ نق = ب

طول م د = $\sqrt{(٨ - أ)^٢ + (٢ - ب)^٢}$ = ب

بتربيع الطرفين

$(٨-أ)^٢ + (٢-ب)^٢ = ب^٢$

$٦٤ + أ^٢ - ١٦أ + ٤ + ب^٢ - ٤ب = ب^٢$

$أ^٢ - ١٦أ - ٤ب + ٦٨ = ٠$ (١)

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

∵ مركز الدائرة م يقع على المستقيم س +٢ص =٢٢

∴ أ + ٢ب = ٢٢

٢ب = ٢٢ – أ ب = $\frac{٢٢-أ}{٢}$

بالتعويض عن ب في المعادلة (١)

أ^{٢} -١٦ أ -٤($\frac{٢٢-أ}{٢}$)+ ٦٨ = ٠

أ^{٢} -١٦ أ -٤٤ +٢أ+ ٦٨ = ٠

أ^{٢} -١٤ أ +٢٤ = ٠

(أ-١٢) (أ-٢) = ٠

أ = ١٢ أ = ٢

عند أ = ١٢	عند أ = ٢
ب = (٢٢-١٢) ÷ ٢ = ٥	ب = (٢٢-٢) ÷ ٢ = ١٠
يكون مركز الدائرة م هو (١٢، ٥)	يكون مركز الدائرة ن هو (٢، ١٠)
يكون نصف قطرها = ٥	يكون نصف قطرها = ١٠
تكون معادلة الدائرة م هي	تكون معادلة الدائرة ن هي
(س-١٢)^{٢} + (ص-٥)^{٢} = ٢٥	(س-٢)^{٢} + (ص-١٠)^{٢} = ١٠٠

حتى يكون المستقيم ٤س + ٣ص -٨٨ = ٠ مماساً يجب أن يكون طول العمود الساقط من مركز الدائرة الى المستقيم = نق

طول العمود الساقط من الدائرة م على المستقيم	طول العمود الساقط من الدائرة ن على المستقيم
= $\frac{\lvert ٢\times١٢+٤\times٣-٨٨\rvert}{\sqrt{٣^{٢}+٤^{٢}}}$ = ٥	= $\frac{\lvert ٢\times٠+٤\times١٠-٨٨\rvert}{\sqrt{٣^{٢}+٤^{٢}}}$ = ١٠

∴ المستقيم مماس لكلا الدائرتين

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

(٨) يتم رسم المستقيم ص = س + ج على المحورَين نفسيهما حيث مركز الدائرة نقطة الأصل ونصف القطر ٢، أوجد قيم ج عندما يكون المستقيم

(أ) مماساً للدائرة	(ب) يقطع الدائرة في نقطتين	(ج) لا يتقاطع مع الدائرة
الحل	الحل	الحل
معادلة الدائرة هي	معادلة الدائرة هي	معادلة الدائرة هي
$س^٢ + ص^٢ = ٤$	$س^٢ + ص^٢ = ٤$	$س^٢ + ص^٢ = ٤$
بالتعويض عن قيمة ص من معادلة المستقيم	بالتعويض عن قيمة ص من معادلة المستقيم	بالتعويض عن قيمة ص من معادلة المستقيم
$س^٢ + (س+ج)^٢ = ٤$	$س^٢ + (س+ج)^٢ = ٤$	$س^٢ + (س+ج)^٢ = ٤$
$س^٢ + س^٢ + ج^٢ + ٢ س ج = ٤$	$س^٢ + س^٢ + ج^٢ + ٢ س ج = ٤$	$س^٢ + س^٢ + ج^٢ + ٢ س ج = ٤$
$٢ س^٢ + ٢ س ج + ج^٢ - ٤ = ٠$	$٢ س^٢ + ٢ س ج + ج^٢ - ٤ = ٠$	$٢ س^٢ + ٢ س ج + ج^٢ - ٤ = ٠$
أ = ٢ ب = ٢ج جـ = $س^٢ - ٤$	أ = ٢ ب = ٢ج جـ = $س^٢ - ٤$	أ = ٢ ب = ٢ج جـ = $س^٢ - ٤$
المميز = ٠	المميز > ٠	المميز < ٠
$(٢ج)^٢ - ٤ \times ٢ \times (ج^٢ - ٤) = ٠$	$(٢ج)^٢ - ٤ \times ٢ \times (ج^٢ - ٤) > ٠$	$(٢ج)^٢ - ٤ \times ٢ \times (ج^٢ - ٤) < ٠$
$٤ ج^٢ - ٨ ج^٢ + ٣٢ = ٠$	$٤ ج^٢ - ٨ ج^٢ + ٣٢ > ٠$	$٤ ج^٢ - ٨ ج^٢ + ٣٢ < ٠$
$-٤ج^٢ = -٣٢$	$-٤ج^٢ > -٣٢$	$-٤ج^٢ < -٣٢$
$ج^٢ = ٨$	$ج^٢ < ٨$	$ج^٢ > ٨$
$ج = \pm \sqrt{٨}$	$-\sqrt{٨} < ج < \sqrt{٨}$	$ج > \sqrt{٨}$ ، $ج < -\sqrt{٨}$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner