

تم تحميل هذا الملف من موقع المناهج الكويتية



زيدان العجمي

الملف دورة تدريبية شاملة للوحدة السابعة مندسة المثلث

[موقع المناهج](#) ← [ملفات الكويت التعليمية](#) ← [الصف التاسع](#) ← [رياضيات](#) ← [الفصل الثاني](#)

روابط مواقع التواصل الاجتماعي بحسب الصف التاسع



روابط مواد الصف التاسع على تلغرام

[الرياضيات](#)

[اللغة الانجليزية](#)

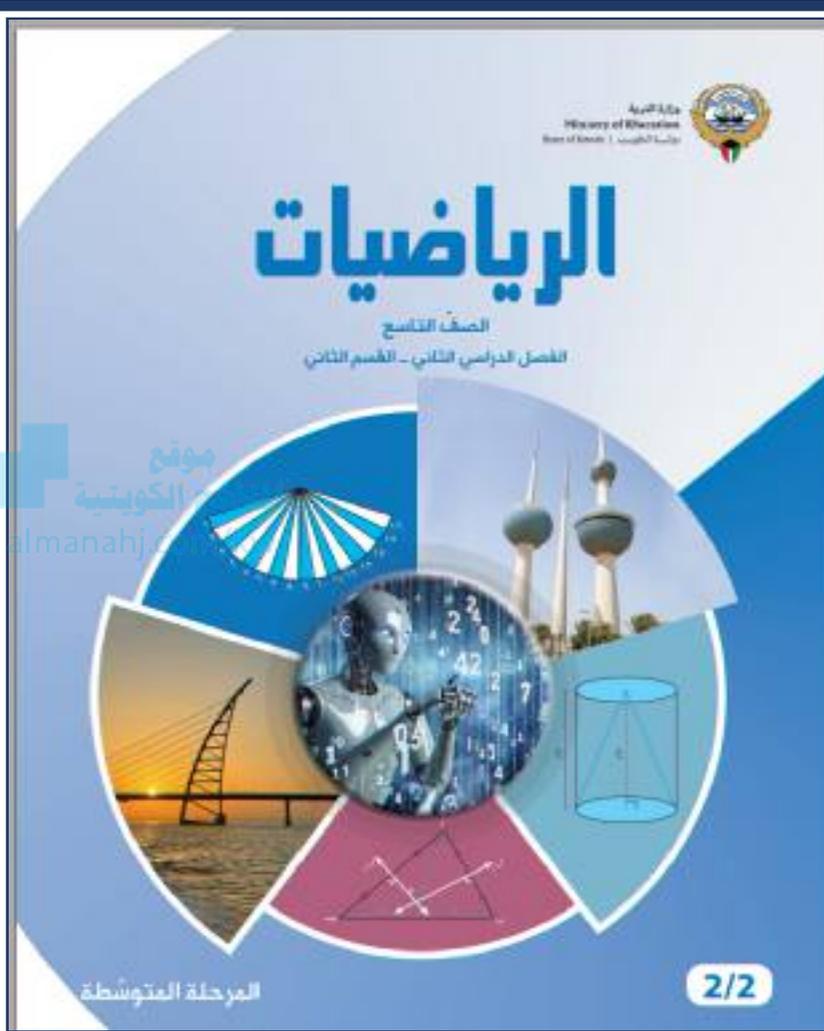
[اللغة العربية](#)

[التربية الاسلامية](#)

المزيد من الملفات بحسب الصف التاسع والمادة رياضيات في الفصل الثاني

<a href="#">مراجعة شاملة</a>	1
<a href="#">الكتاب الثاني</a>	2
<a href="#">توقعات ليلة الامتحان القصير الثاني (أسئلة)</a>	3
<a href="#">مراجعة شاملة</a>	4
<a href="#">تدريبات مهمة جدا ومبسطة</a>	5

وزارة التربية  
الإدارة العامة للتعليم الخاص  
العام الدراسي ٢٠٢٥ - ٢٠٢٦ م



دورة التدريب على محتوى  
وتخطيط  
الوحدة السابعة ( هندسة المثلث )  
للفصل التاسع  
للمرحلة المتوسطة  
إعداد وتقديم الموجة الفني  
أ: زيدان العجمي

# الوحدة التعليمية السابعة



موقع  
المناهج الكويتية  
kuwanahj.com/kw

## مقارنة بين المنهج الجديد والمنهج القديم

### الوحدة التعليمية السابعة هندسة المثلث

رقم الصفحة	المحتوى
١٢٦	معايير المنهج ومؤشرات الأداء للوحدة التعليمية السابعة
١٢٧	مخطط تنظيمي للوحدة التعليمية السابعة
١٢٨	هل أنت مستعد؟ للوحدة التعليمية السابعة
١٢٩	(١-٧) القطعة المستقيمة الواصلة بين منتصفَي ضلعين في مثلث
١٥٣	(٢-٧) القطعة المستقيمة الواصلة من رأس الزاوية القائمة إلى منتصف الوتر
١٦١	(٣-٧) محاور أضلاع المثلث
١٦٨	(٤-٧) منصفات الزوايا الداخلة للمثلث
١٧٨	(٥-٧) الأعمدة المرسومة من رؤوس المثلث على أضلاعه
١٨٣	(٦-٧) القطع المتوسطة للمثلث
١٩١	تقويم الوحدة التعليمية السابعة

### الوحدة الثامنة : هندسة المثلث الموضوع : العلوم الهندسية والجسور

١٠٤	مشروع الوحدة الثامنة
١٠٥	مخطط تنظيمي للوحدة الثامنة
١٠٦	إستعداد للوحدة الثامنة
١٠٨	١-٨ القطعة المستقيمة الواصلة بين منتصفَي ضلعين في مثلث
١١١	٢-٨ القطعة المستقيمة الواصلة من رأس الزاوية القائمة إلى منتصف الوتر
١٢٥	٣-٨ محاور أضلاع المثلث
١٣٢	٤-٨ منصفات الزوايا الداخلة للمثلث
١٤٠	٥-٨ الأعمدة المرسومة من رؤوس المثلث على أضلاعه
١٤٦	٦-٨ القطع المتوسطة للمثلث
١٥٤	٧-٨ مراجعة الوحدة الثامنة

## الوحدة التعليمية السابعة هندسة المثلث

رقم الصفحة	المحتوى
١٣٦	معايير المنهج ومؤشرات الأداء للوحدة التعليمية السابعة
١٣٧	مخطط تنظيمي للوحدة التعليمية السابعة
١٣٨	هل أنت مستعد؟ للوحدة التعليمية السابعة
١٤٠	(١ - ٧) القطعة المستقيمة الواصلة بين منتصفَي ضلعين في مثلث..... 3
١٥٣	(٢ - ٧) القطعة المستقيمة الواصلة من رأس الزاوية القائمة إلى منتصف الوتر..... 3
١٦١	(٣ - ٧) محاور أضلاع المثلث..... 2
١٦٨	(٤ - ٧) منصفات الزوايا الداخلة للمثلث..... 2
١٧٨	(٥ - ٧) الأعمدة المرسومة من رؤوس المثلث على أضلاعه..... 2
١٨٣	(٦ - ٧) القطع المتوسطة للمثلث..... 3
١٩١	تقويم الوحدة التعليمية السابعة..... 1

## محتوى الوحدة التعليمية السابعة

تحتوي الوحدة على 6 بنود  
بالإضافة الى تقويم الوحدة

مجموع الحصص  
16 حصة

## الوحدة التعليمية السابعة

### هندسة المثلث

رقم الصفحة	المحتوى
١٣٦	معايير المنهج ومؤشرات الأداء للوحدة التعليمية السابعة
١٣٧	مخطط تنظيمي للوحدة التعليمية السابعة
١٣٨	هل أنت مستعد؟ للوحدة التعليمية السابعة
١٤٠	(١-٧) القطعة المستقيمة الواصلة بين منتصفَي ضلعين في مثلث..... 3
١٥٣	(٢-٧) القطعة المستقيمة الواصلة من رأس الزاوية القائمة إلى منتصف الوتر..... 3
١٦١	(٣-٧) محاور أضلاع المثلث..... 2
١٦٨	(٤-٧) منصفات الزوايا الداخلة للمثلث..... 2
١٧٨	(٥-٧) الأعمدة المرسومة من رؤوس المثلث على أضلاعه..... 2
١٨٣	(٦-٧) القطع المتوسطة للمثلث..... 3
١٩١	تقويم الوحدة التعليمية السابعة..... 1

## توزيع حصص الوحدة التعليمية السابعة

المجال  
ومعايير المنهج  
ومؤشرات الأداء  
للوحة التعليمية  
السابعة

المجال

معايير المنهج

مؤشرات الأداء

مؤشر الأداء	معايير المنهج	المجال
التذكر - التعرف - الفهم - التعاون - العمل الجماعي - الاستكشاف والتقضي - المقارنة والتمييز - العلاقات - التعليل - الاستدلال - الاستنتاج - التقويم - حل المشكلات - القوانين - التخطيط - الوسائط	استخدام التصور البصري والتعليل المكاني والنمذجة الهندسية لتمثيل عالم المادي ووصفه وحل مشكلاته . تحليل صفات وخصائص الأشكال الهندسية ثنائية وثلاثية الأبعاد ، وتنمية التفكير الرياضي حول العلاقات الهندسية ، والمقارنة بين الأشكال وتصنيفها .	الهندسة والقياس

## مخطّ تنظيمي للوحدة التعليمية السابعة

هندسة المثلث

القطع  
المتوسطة  
للمثلث

الأعمدة  
المرسومة من  
رؤوس المثلث

منصّقات  
زوايا المثلث

محاوّر أضلاع  
المثلث

القطعة المستقيمة  
الواصلة من رأس  
الزاوية القائمة إلى  
منتصف الوتر

القطعة  
المستقيمة  
الواصلة بين  
منتصفي ضلعين

موقع

المناهج الكويتية

almanah.com/kw

# يراجع مفاهيم سابقة نحتاجها في تدريس الوحدة

## هل أنت مستعد؟

- 1 في الشكل المقابل :  
أوجد بالبرهان طول  $ص$  .  
ثم أوجد مساحة المثلث .



- 2 حل المعادلة التالية :  $ص = 2(ص + 3)$  حيث  $ص > 0$

- 3 أوجد ناتج كل مما يلي في أبسط صورة :

- 1  $10 \times \frac{1}{7}$
- 2  $9 \sqrt{2}$
- 3  $18 \times \frac{2}{7}$
- 4  $300 \sqrt{2}$
- 5  $27 \times \frac{2}{7}$
- 6  $36 \times \frac{2}{7}$

## في الشكل المقابل - أكمل :

- 1 نوع المثلث  $أ ب ج$  بالنسبة إلى أضلاعه  
2 محيط المثلث  $أ ب ج$  =

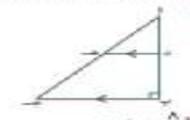


## في الشكل المقابل - أكمل :

- 1 نوع المثلث  $ص ع ح$  بالنسبة إلى أضلاعه  
2  $ص = (ص) - (ع) - (ح)$   
3 أكمل ما يلي :



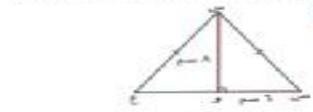
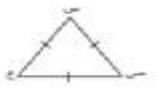
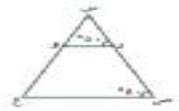
$ص = \frac{3}{4}$   
السبب =



$ص = (3 + 4) - 5$   
السبب =

## في الشكل التالي :

أثبت أن :  $د و ه$   $||$   $ص ح$



$و ح =$  السبب =  
 $ص ص =$  السبب =

## في الشكل المقابل ، التقطعة و

تقسم  $أ ب$  بنسبة  $٢ : ١$  من جهة  $أ$   
أكمل ما يلي :



- 1  $أ و =$   $و ب =$
- 2  $أ ب =$   $أ و =$
- 3  $أ و =$   $و ب =$
- 4  $أ ب =$   $و ب =$

## بند 7-1 : على 3 حصص

### القطعة المستقيمة الواصلة بين منتصفَي ضلعين في مثلث

٧ - ١

#### The Midsegment of a Triangle

سوف تتعلم : تطبيق نظرية القطعة المستقيمة الواصلة بين منتصفَي ضلعين في مثلث  
لحل تمارين هندسية .

المفردات والمفردات :

Segment

قطعة مستقيمة

Triangle

مثلث

استكشاف (1)

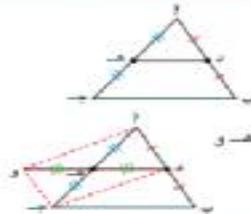
اللوازم

أدوات هندسية .

المنهج الكويتية

تذكر

من خواص متوازي الأضلاع  
القطران ينصف كل منهما الآخر



في المثلث  $أ ب ج$  :  
د منتصف  $أ ب$  . ه منتصف  $أ ج$  .  
ما العلاقة بين  $د ه$  . ب ج ؟

العمل : نمد  $د ه$  إلى  $و$  . حيث  $د ه = ه و$  .  
ثم نصل  $أ و$  . د ج . و ج .

هل الشكل  $أ د ج و$  متوازي أضلاع ؟ لماذا ؟

١ //  $د و$  .  $أ د = د و$  .

هل الشكل ب ج و د متوازي أضلاع ؟ لماذا ؟

٢  $د و // د ه$  .  $د و = د ه$  .

٣  $د ه // د ه$  .  $د ه = د ه$  . ب ج

نظرية :

القطعة المستقيمة الواصلة بين منتصفَي ضلعين في مثلث توازي الضلع الثالث . وطولها يساوي نصف طول هذا الضلع .

الحصّة الاولى	الحصّة الثانية	الحصّة الثالثة
استكشاف (1)	مثال (3,4)	استكشاف (2)
دورك الان (1)	دورك الان (2)	دورك الان (5)
مثال (2,1)	دورك الان (3)	مثال (5,6)
تمارين ذاتية (1)	تمارين ذاتية (2)	تمارين ذاتية (5)

## القطعة المستقيمة الواصلة بين منتصفَي ضلعين في مثلث

١ - ٧

### The Midsegment of a Triangle

سوف تتعلم : تطبيق نظرية القطعة المستقيمة الواصلة بين منتصفَي ضلعين في مثلث  
لحلّ تمارين هندسية .

المفردات والمفردات :

Segment قطعة مستقيمة Triangle مثلث

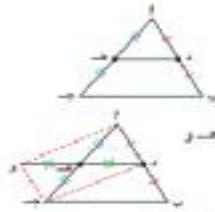
استكشاف (١)

النوازم

أدوات هندسية

تذكر

من خواص متوازي الأضلاع  
القطران يتكافئ كل منهما لأخر



في المثلث  $ABC$  :  
د منتصف  $AB$  ، ه منتصف  $AC$  .  
ما العلاقة بين  $DE$  ،  $BC$  ؟

العمل : نمد  $DE$  إلى  $و$  ، حيث  $DE = EW$  .  
ثم نصل  $AW$  ،  $DC$  ،  $و$  ،  $ج$  .

١ حل الشكل أ د ج و متوازي أضلاع ؟ لماذا ؟

٢  $AD // DE$  ،  $AD = DE$  ؟

٣ حل الشكل ب ج و د متوازي أضلاع ؟ لماذا ؟

٤  $DE // BC$  ،  $DE = \frac{1}{2} BC$  ؟

٥  $DE // BC$  ،  $DE = \frac{1}{2} BC$  ؟

نظرية :

القطعة المستقيمة الواصلة بين منتصفَي ضلعين في مثلث توازي الضلع الثالث ، وطولها يساوي نصف  
طول هذا الضلع .

١٤٠

مؤشر الأداء

معايير المنهج

المجال

التذكر - التعرف - الفهم -  
التعاون - العمل الجماعي -  
الاستكشاف والتقصي -  
المقارنة والتمييز - العلاقات -  
التعليل - الاستدلال - الاستنتاج -  
التقويم - حل المشكلات - القوانين -  
التخطيط - الوسائط

استخدام التصور البصري  
والتعليل المكاني والنمذجة  
الهندسية لتمثيل عالمه  
المادي ووصفه وحل  
مشكلاته .

تحليل صفات وخصائص  
الأشكال الهندسية ثنائية  
وثلاثية الأبعاد ، وتنمية  
التفكير الرياضي حول  
العلاقات الهندسية ،  
والمقارنة بين الأشكال  
وتصنيفها .

الهندسة  
والقياس

• معيار الدرس

• المجال

## نتائج التعلم :

- يوظف نظرية القطعة المستقيمة الواصلة بين منتصفين ضلعين في المثلث لحل تمارين هندسية .

## العبارات والمفردات :

مثلث - قطعة مستقيمة

### القطعة المستقيمة الواصلة بين منتصفين ضلعين في مثلث

٧ - ١

#### The Midsegment of a Triangle

سوف تتعلم : توظيف نظرية القطعة المستقيمة الواصلة بين منتصفين ضلعين في مثلث لحل تمارين هندسية .

#### المفردات والمفردات :

مثلث Triangle ، قطعة مستقيمة Segment

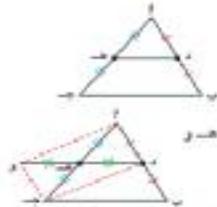
#### استكشاف (١)

#### الواجب

أدوات هندسية

#### تذكر

من خواص متوازي الأضلاع القطران يتكافئ كل منهما لأخر



في المثلث  $ABC$  ،  
د منتصف  $AB$  ، ه منتصف  $AC$  ،  
ما العلاقة بين  $d$  ،  $BC$  ؟

العمل : نمد  $d$  إلى  $و$  ، حيث  $د ه = ه و$  ،  
ثم نصل  $AO$  ،  $د ج$  ، و  $ج و$  .

١ حل الشكل أ د ج و متوازي أضلاع ؟ لماذا ؟

٢  $AO // د ج$  ،  $AO = د ج$  ؟

٣ حل الشكل ب ج و د متوازي أضلاع ؟ لماذا ؟

٤  $د و // د ج$  ،  $د و = د ج$  ؟

٥  $د ه // د ج$  ،  $د ه = د ج$  ؟

#### نظرية :

القطعة المستقيمة الواصلة بين منتصفين ضلعين في مثلث توازي الضلع الثالث ، وطولها يساوي نصف طول هذا الضلع .

## القطعة المستقيمة الواصلة بين منتصفَي ضلعين في مثلث

٧ - ١

### The Midsegment of a Triangle

سوف تتعلم : توظيف نظرية القطعة المستقيمة الواصلة بين منتصفَي ضلعين في مثلث  
لحل تمارين هندسية .

المعاني والمفردات :

Segment      قطعة مستقيمة      Triangle      مثلث

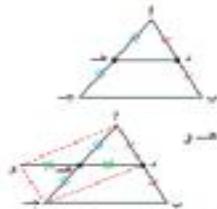
استكشاف (١)

اللوازم

أدوات هندسية -

تذكري

من خواص متوازي الأضلاع  
القطران يتكافئ كل منهما لأخر



في المثلث  $ABC$  جـ د  
د منتصف  $AB$  ، هـ منتصف  $AC$  .  
ما العلاقة بين  $DE$  ،  $BC$  ؟

العمل : نمد  $DE$  إلى  $و$  ، حيث  $DE = EW$  .  
ثم نصل  $AW$  ،  $DC$  ، و  $BC$  .

١ حل الشكل أ د جـ و متوازي أضلاع ؟ لماذا ؟

٢  $AD //$  ،  $AD =$  \_\_\_\_\_

٣ حل الشكل ب جـ و د متوازي أضلاع ؟ لماذا ؟

٤  $DE //$  ،  $DE =$  \_\_\_\_\_

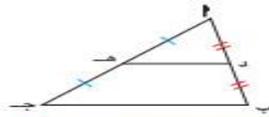
٥  $DE //$  ،  $DE =$  \_\_\_\_\_ ب جـ

نظرية :

القطعة المستقيمة الواصلة بين منتصفَي ضلعين في مثلث توازي الضلع الثالث ، وطولها يساوي نصف  
طول هذا الضلع .

## مؤشرات الأداء

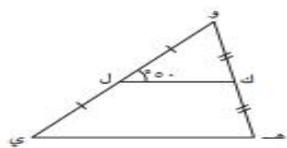
- يوظف خواص متوازي الاضلاع في استنتاج نظرية القطعة المستقيمة الواصلة بين منتصفَي ضلعين في مثلث.
- يستنتج نظرية القطعة المستقيمة الواصلة بين منتصفَي ضلعين في مثلث.



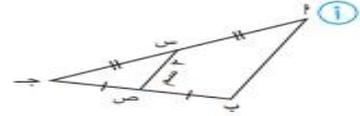
في المثلث  $ABC$  :  
 إذا كان  $D$  منتصف  $AB$  ،  $E$  منتصف  $AC$   
 فإن  $DE \parallel BC$  ،  $DE = \frac{1}{2} BC$

دورك الآن (١)

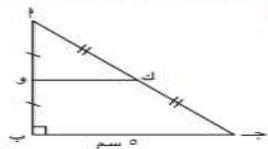
في كلٍّ من المثلثات التالية ، أكمل ( دون استخدام الأدوات الهندسية ) :



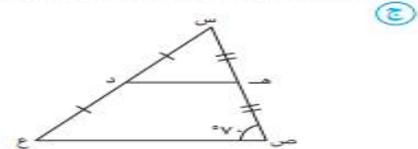
$\angle E = \angle \dots$



$AB = \dots$

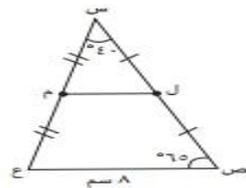


$OK = \dots$



$\angle (S, H, D) = \dots$

مثال (١) :



في الشكل المقابل  $S$  من  $AC$  منتصف فيه :  
 $L$  منتصف  $AS$  ،  $M$  منتصف  $SC$  ،  
 $ص = 8$  سم ،  $\angle (S, م, ع) = 40^\circ$  ،  $\angle (S, ل, ع) = 65^\circ$  .  
 أوجد بالبرهان : (١) طول  $LM$   
 (٢)  $\angle (S, ل, م)$   
 (٣)  $\angle (S, م, ل)$

مؤشرات الأداء

- يوظف نظرية القطعة المستقيمة الواصلة بين منتصفي ضلعين في المثلث لإيجاد المطلوب.
- يوظف خواص التوازي لإيجاد الزوايا المجهولة.

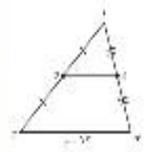
## مؤشرات الأداء

- يتذكر ان محيط الشكل = مجموع أطوال أضلاعة .

الحل:

المعطيات:  $\triangle ABC$  متساوية الساقين،  $AB = AC = 10$  سم،  $BC = 12$  سم.  
 المطلوب: إيجاد (1) طول  $AD$ ، (2)  $\sin A$ ، (3)  $\cos A$ .  
 البرهان: في  $\triangle ABC$ ،  
 $\because AB = AC$  (معطى)  
 $\therefore \angle B = \angle C$  (زاوية الزوايا المتساوية)  
 $\therefore AD \perp BC$  (خط من الرأس إلى القاعدة في مثلث متساوية الساقين)  
 $\therefore BD = DC = 6$  سم (خط من الرأس إلى القاعدة في مثلث متساوية الساقين)  
 $\therefore AD = \sqrt{10^2 - 6^2} = 8$  سم (نقطة بيثاغورس)  
 $\therefore \sin A = \frac{8}{10} = \frac{4}{5}$  و  $\cos A = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$  (نقطة تعريف الجيب وجيب التمام)

الدرس الأول  
 دوائر التماس



مثال (7):

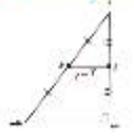
أب جد مقداره:  
 1-  $\triangle ABC$  متساوية الساقين،  $AB = AC = 10$  سم،  $BC = 12$  سم.  
 2-  $\triangle ABC$  متساوية الساقين،  $AB = AC = 10$  سم،  $BC = 12$  سم،  $AD$  خط من الرأس إلى القاعدة.  
 3-  $\triangle ABC$  متساوية الساقين،  $AB = AC = 10$  سم،  $BC = 12$  سم،  $AD$  خط من الرأس إلى القاعدة.

الحل:

المعطيات:  $\triangle ABC$  متساوية الساقين،  $AB = AC = 10$  سم،  $BC = 12$  سم.  
 المطلوب: إيجاد (1) طول  $AD$ ، (2)  $\sin A$ ، (3)  $\cos A$ .  
 البرهان: في  $\triangle ABC$ ،  
 $\because AB = AC$  (معطى)  
 $\therefore \angle B = \angle C$  (زاوية الزوايا المتساوية)  
 $\therefore AD \perp BC$  (خط من الرأس إلى القاعدة في مثلث متساوية الساقين)  
 $\therefore BD = DC = 6$  سم (خط من الرأس إلى القاعدة في مثلث متساوية الساقين)  
 $\therefore AD = \sqrt{10^2 - 6^2} = 8$  سم (نقطة بيثاغورس)  
 $\therefore \sin A = \frac{8}{10} = \frac{4}{5}$  و  $\cos A = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$  (نقطة تعريف الجيب وجيب التمام)

دورة الآن (8):

في الشكل المقابل، أ ب جد مقدار الزاوية  $\alpha$  في  $\triangle ABC$  متساوية الساقين،  $AB = AC = 10$  سم،  $BC = 12$  سم.  
 أوجد بالبرهان: (1) طول  $AD$ ، (2)  $\sin A$ ، (3)  $\cos A$ .



المعطيات:

المطلوب:

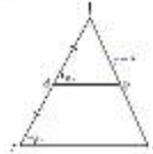




# مؤشرات الأداء

- يتذكر خواص المستطيل

## تجربة الآن (6)

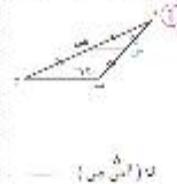
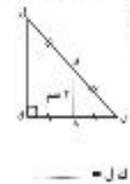
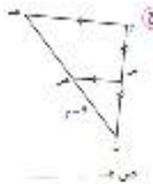


أب جد مثلث فيه :  
 له منتصف  $A$  ،  $B$  (  $\frac{1}{2}$  )  $C$  (  $\frac{1}{2}$  )  $AB$  -  $AC$  .  
 أي  $5$  سم .  
 أوجد بالبرهان طول  $AB$  .  
 المعطيات :

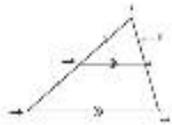
المطلوب :  
 البرهان :

## تجارب ثالثة :

في كل من المثلثات التالية ، اكمل ( دون استخدام الأدوات الهندسية ) :



## مثال (5) :



أب جد مثلث فيه : هذا منتصف  $A$  ،  $B$  .  
 هذا  $AC$  =  $10$  سم .  
 أوجد بالبرهان طول  $AB$  .

الحل :

المعطيات : أب جد ،  $A$  ،  $B$  هذا منتصف  $AC$  ،  $AC = 10$  سم .

المطلوب : إيجاد طول  $AB$  .

البرهان : في المثلث  $ABC$  :

1-  $A$  ،  $B$  منتصف  $AC$  ، وهذا  $AC$  =  $10$  سم .

2-  $B$  ،  $C$  منتصف  $AB$  .

3-  $AB = BC$  =  $5$  سم .

( معطى )  
 ( نظرية )

## مثال (6) :



أب جد مستطيل فيه :  $AC$  =  $12$  سم .  
 هذا  $AB$  ،  $C$  منتصف  $AO$  .  
 أوجد بالبرهان طول  $AB$  .

الحل :

المعطيات : أب جد ، مستطيل ،  $AC = 12$  سم .  
 وهذا  $AB$  ،  $C$  ، منتصف  $AO$  .

المطلوب : إيجاد طول  $AB$  .

البرهان :  $AB$  جد مستطيل

1- قطره  $AC$  يتقاطعان  $BO$  ،  $AO$  كل ما هو  $AO$  =  $BO$  ( خواص المستطيل )

2-  $AO = BO = 6$  سم

3-  $AO = BO = 6$  سم

4-  $AO = BO$  :

1-  $AB$  ،  $C$  ، منتصف  $AO$  ، وهذا  $AO$  =  $6$  سم .

2-  $AC$  ، منتصف  $BO$  .

3-  $AB = BC$  =  $6$  سم .

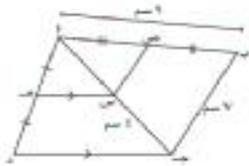
( معطى )  
 ( نظرية )

### تذكر

من خواص المستطيل : القطران متساويان ويتقاطعان كل ما هو  $AO$  =  $BO$  =  $CO$  =  $DO$  .



• مهارات تفكير العليا



1 في الشكل المقابل - أ ب ج د شكل رباعي فيه -  
 هـ . من منتصف ا ب . ا ب على الترتيب  
 من هـ جـ بحيث هـ جـ // جـ د . جـ د = 4 سم .  
 إذا كان ب جـ = 7 سم ، أ ب = 9 سم .  
 أوجد : ( ١ ) طول ا هـ .  
 ( ٢ ) محيط ا هـ جـ د .

---

---

---

---

---

---

---

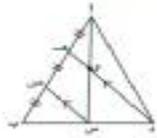
---

موقع

المنهاج الكويتية

almanahj.com/kw

مهارات تفكير العليا



1 في الشكل المقابل :  
 من جـ // د هـ . و هـ = 4 سم .  
 أ هـ = جـ د = ٦ سم .  
 أوجد بالبرهان : طول د هـ .

---

---

---

---

---

---

---

---

في  $\Delta$  ا ح س

$\therefore$  هـ منتصف ا ح .  $\overline{وه} \parallel \overline{س ح}$  .

$\therefore$  هـ منتصف ا ح .

$\therefore$   $\overline{وه} \parallel \overline{س ح}$  .  $\therefore$   $\frac{ا ح}{٢} = س ح$

و هـ = ٤ سم ، س ح = ٨ سم

$\Delta$  هـ د س فيه س منتصف د ب .  $\overline{ص هـ}$  منتصف هـ ب

$\therefore$  س ح =  $\frac{١}{٢}$  هـ ب ،  $\therefore$  هـ ب = ٨ سم ،  $\therefore$  د ب = ١٦ - ٤ = ١٢ سم

القضبة المستقيمة الواصلة من رأس الزاوية القائمة إلى منتصف الوتر

٧ - ٢

The Segment Joining the Vertex of Right Angle to the Midpoint of the Hypotenuse

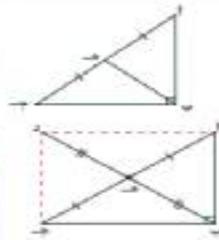
سوف تتعلم : توظيف نظرية القضبة المستقيمة الواصلة من رأس الزاوية القائمة في المثلث القائم الزاوية إلى منتصف الوتر لحل تمارين هندسية .

المصطلحات والمفردات :

Hypotenuse	وتر المثلث	Vertex Right Angle	رأس زاوية قائمة
------------	------------	-----------------------	--------------------

استكشاف (1)

الواجب أدوات مختصة - المناهج الكويتية



أ ب جـ مثلث قائم الزاوية في ب .  
هـ منتصف الوتر جـ د .

ما العلاقة بين طول ب هـ ، طول جـ د ؟

العمل :

١ تأخذ نقطة د ب هـ بحيث تكون ب هـ = هـ د

٢ أرسم جـ د - جـ د ليكون شكلاً رباعياً .

أجب عما يلي :

١ هل أ ب جـ د متوازي أضلاع ؟ لماذا ؟

٢ هل أ ب جـ د مستطيل ؟ لماذا ؟

٣ هل ب هـ = هـ د = جـ د ؟ لماذا ؟

٤ ما العلاقة بين ب هـ ، أ جـ د ب هـ = هـ د = جـ د

تذكر

في المثلث القائمة الزاوية ضلعا القائمة هما الضلعان الكتان بمقدار الزاوية القائمة ، والوتر هو أطول ضلع في المثلث وهو الضلع المقابل للزاوية القائمة .

معلومة مفيدة :

يستخدم المهندسون نظرية القضبة المستقيمة الواصلة من رأس الزاوية القائمة في مثلث إلى منتصف الوتر ، لمعرفة طول الدعائم الحديدية المستخدمة في الجسور .

بند 2-7 : على 3 حصص

الحصّة الاولى	الحصّة الثانية	الحصّة الثالثة
استكشف (1)	استكشف (2)	مثال (3)
دورك الان (1)	دورك الان (3)	دورك الان (4)
مثال (1) دورك الان (2)	مثال (2)	تمارين ذاتية (3)
تمارين ذاتية (1)	تمارين ذاتية (2,1)	تمارين ذاتية (4)

القطة المستقيمة الواصلة من رأس الزاوية القائمة إلى منتصف الوتر

٧ - ٢

The Segment Joining the Vertex of Right Angle to the Midpoint of the Hypotenuse

سوف تتعلم : توظيف نظرية القطة المستقيمة الواصلة من رأس الزاوية القائمة في المثلث القائم الزاوية إلى منتصف الوتر لحل تمارين هندسية .

المصطلحات والمفردات :

Hypotenuse	وتر المثلث	Vertex	رأس زاوية قائمة
		Right Angle	

استكشاف (1)

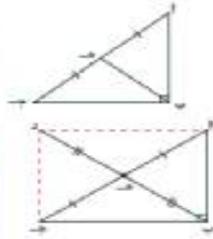
الواجب

الواجب الهندسي الكويتية

almanahj.com/kw

تذكر

في المثلث القائمة الزاوية شلعا القائمة هما الضلعان القان بحدان الزاوية القائمة ، والوتر هو أطول ضلع في المثلث وهو الضلع المقابل للزاوية القائمة .



أ ب جـ مثلث قائم الزاوية في ب ، هـ منتصف الوتر جـ د .

ما العلاقة بين طول ب هـ ، طول جـ د ؟

العمل :

١ تأخذ نقطة د ب هـ بحيث تكون ب هـ = هـ د

٢ أرسم جـ د ليكون شكلا رباعيا .

أجب عما يلي :

١ هل أ ب جـ د متوازي أضلاع ؟ لماذا ؟

٢ هل أ ب جـ د مستطيل ؟ لماذا ؟

٣ هل ب هـ = هـ د = جـ د ؟ لماذا ؟

٤ ما العلاقة بين ب هـ ، جـ د ؟ ب هـ = هـ د = جـ د

معلومة مفيدة :



يستخدم المهندسون نظرية القطة المستقيمة الواصلة من رأس الزاوية القائمة في مثلث إلى منتصف الوتر ، لمعرفة طول الدعائم الحديدية المستخدمة في الجسور .

مؤشر الأداء

معايير المنهج

المجال

التذكر - التعرف - الفهم - التعاون - العمل الجماعي - الاستكشاف والتقصي - المقارنة والتمييز - العلاقات - التعليل - الاستدلال - الاستنتاج - التقويم - حل المشكلات - القوانين - التخطيط - الوسائط

إستخدام التصور البصري والتعليل المكاني والنمذجة الهندسية لتمثيل عالمه المادي ووصفه وحل مشكلاته .

تحليل صفات وخصائص الأشكال الهندسية ثنائية وثلاثية الأبعاد ، وتنمية التفكير الرياضي حول العلاقات الهندسية ، والمقارنة بين الأشكال وتصنيفها .

الهندسة والقياس

• معيار الدرس

• المجال

القطة المستقيمة الواصلة من رأس الزاوية القائمة إلى منتصف الوتر

٧ - ٢

The Segment Joining the Vertex of Right Angle to the Midpoint of the Hypotenuse

سوف تتعلم : توظيف نظرية القطعة المستقيمة الواصلة من رأس الزاوية القائمة في المثلث القائم الزاوية إلى منتصف الوتر لحلّ تمارين هندسية .

العبارات والمفردات :

Hypotenuse	وتر المثلث	Vertex Right Angle	رأس زاوية قائمة
------------	------------	-----------------------	--------------------

إسكثيف (1)

الواجب

الأدوات الهندسية

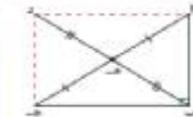
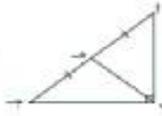
almanahj.com/kw

تذكر

في المثلث القائمة الزاوية ضلعا القائمة هما الضلعان القتان بمقدار الزاوية القائمة ، والوتر هو أطول ضلع في المثلث وهو الضلع المقابل للزاوية القائمة .

معلومة مفيدة :

يستخدم المهندسون نظرية القطعة المستقيمة الواصلة من رأس الزاوية القائمة في مثلث إلى منتصف الوتر ، لمعرفة طول الدعائم الحديدية المستخدمة في الجسور .



أ ب جـ مثلث قائم الزاوية في ب ،  
هـ منتصف الوتر جـ د .

ما العلاقة بين طول ب هـ ، طول جـ د ؟

العمل :

1 تأخذ نقطة د ب هـ بحيث تكون ب هـ = هـ د

2 أرسم أ د - جـ د ليكون شكلاً رباعياً .

أجب عما يلي :

1 هل أ ب جـ د متوازي أضلاع ؟ لماذا ؟

2 هل أ ب جـ د مستطيل ؟ لماذا ؟

3 هل ب هـ = هـ د = جـ د ؟ لماذا ؟

4 ما العلاقة بين ب هـ ، جـ د ؟  
ب هـ = جـ د

## نتائج التعلم

يوظف نظرية القطعة المستقيمة الواصلة من رأس الزاوية القائمة إلى منتصف الوتر .

## العبارات والمفردات

رأس - زاوية قائمة - وتر المثلث

## مؤشرات الأداء

- يحدد الوتر في المثلث القائم .
- يستكشف نظرية القطعة المستقيمة الواصلة من رأس الزاوية القائمة إلى منتصف الوتر .

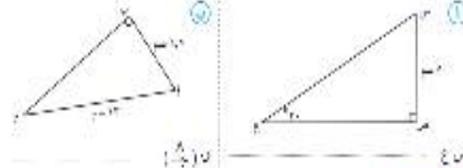


# مؤشرات الأداء

## يتعرف علي المثلث الثلاثيني الستييني .

### دورك الآن ٣١

أقبل ما يلي ( دون استخدام الآلات الهندسية ) :



### مثال (٢)

في الشكل المقابل : دو حد مثلث قائم الزاوية في و .  
 دو و ك = ٣ سم ، ك منتصف د هـ .  
 أوجد بالمخارطة : (١)  $\hat{A}$  (٢)  $\hat{D}$  (٣)  $\hat{E}$  (٤)  $\hat{C}$

الحل :

للعضات : د هـ = مثلث قائم الزاوية في و . دو = ٣ سم ،  
 وك = ٣ سم ، ك منتصف د هـ .

للتعليل : إيجاد (١)  $\hat{A}$  (٢)  $\hat{D}$  (٣)  $\hat{E}$  (٤)  $\hat{C}$

البرهان : لأن  $\hat{D}$  و  $\hat{E}$  قائم الزاوية في و  
 ك منتصف د هـ .

∴ وك =  $\frac{1}{2}$  د هـ ( نظرية )

∴ د هـ = ٢ × ٣ = ٦ سم

∴ دو =  $\frac{1}{2}$  د هـ

∴ دو =  $\frac{1}{2}$  × ٦ = ٣

∴ دو = ٣ سم ،  $\hat{D}$  و  $\hat{E}$  قائم الزاوية في و ( نتيجة )

∴  $\hat{A}$  (١)  $\hat{D}$  (٢)  $\hat{E}$  (٣)  $\hat{C}$  (٤)

### الدرس الثالث

### صورة المثلث

### استكشاف (٢)

أب جد مثلث ثلاثيني مستقيم .

أب (  $\hat{A}$  ) = ٣٠° ، ب (  $\hat{B}$  ) = ٦٠° ، ج (  $\hat{C}$  ) = ٩٠°

تلاحظ : ب = ٢ × أ

فإن أ = ١

ب = ٢

ج = ٢√٣

∴ أ ب ج = ( ١ ) ( ٢ ) ( ٢√٣ )

هل أ ب ج متساوي الأضلاع ؟

إن

أ ب ج = ١ : ٢ : ٢√٣

### نتيجة (١)

في المثلث الثلاثيني المستقيم ، يكون طول الضلع المقابل للزاوية التي قياسها ٣٠° مساويًا لنصف طول الوتر .

∴ أب جد مثلث قائم الزاوية في ب ، أ ب ج = ( ١ ) ( ٢ ) ( ٢√٣ )

∴ أ ب ج = ١ : ٢ : ٢√٣

ومثل ذلك أيضًا خارج :

### نتيجة (٢)

في المثلث القائم الزاوية ، إذا كان طول أحد ضلعي الزاوية القائمة مساويًا لنصف طول الوتر ، فإن قياس الزاوية المقابلة لهذا الضلع = ٣٠° وتسمى المثلث ثلاثينيًا مستقيمًا .

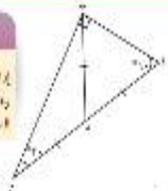
∴ أب جد مثلث قائم الزاوية في ب ، أ ب ج = ١ : ٢ : ٢√٣

∴ أ ب ج = ( ١ ) ( ٢ ) ( ٢√٣ )

∴ المثلث أ ب ج الثلاثيني مستقيم

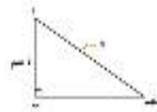
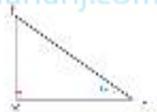
### نظر

إذا كان المثلث قائم الزاوية في ب ، وكان طول أحد ضلعي الزاوية القائمة مساويًا لنصف طول الوتر ، فإن المثلث يكون مثلثًا ثلاثينيًا مستقيمًا .



### لاحظ

المثلث القائم المستقيم : مثلثًا ثلاثينيًا مستقيمًا .



## مؤشرات الأداء

- يتذكر مجموع قياس الزاويتان المتتامتان .
- يوظف خواص المثلث الثلاثيني الستيني في حل المسائل.

### تمارين ثالثة:

1. من ضلع  $BC$  مثلث قائم الزاوية في  $C$ ، و  $M$  منتصف  $BC$  .

أوجد بالبرهان كلًا مما يلي: (1) طول  $AM$

(2) طول  $CM$  و

(3)  $\angle A$  و  $\angle B$  (س)



### تذكر

الزاوية القائمة = 90°  
والزاوية الحادة = < 90°

2. في الشكل المقابل: مثلث  $ABC$  حاد الزاوية في  $C$ ، و  $M$  منتصف  $BC$  .

أوجد بالبرهان كلًا مما يلي: (1) طول  $AM$

(2) طول  $CM$  و



### دورك الأول (8)

في الشكل المقابل:  $AB$  مثلث قائم الزاوية في  $B$ ، فيه:

•  $D$  منتصف  $AB$ ،  $E$  منتصف  $BC$  .

و  $DE$  موازي  $AC$ ،  $F$  هي  $DE$  مع

أوجد بالبرهان كلًا مما يلي: (1) طول  $AD$  (2) طول  $BE$  و

المعطيات:

المطلوب:

البرهان:  $AB$  مثلث قائم الزاوية في  $B$ ،  $D$  منتصف  $AB$ ،  $E$  منتصف  $BC$  .

$\therefore DE \parallel AC$  (نظرية)

$AD = DB = \frac{1}{2} AB$  (نظرية)

$BE = EC = \frac{1}{2} BC$  (نظرية)

$\therefore DE = \frac{1}{2} AC$  (نظرية)

$\therefore DE \perp AC$  (نظرية)

$\therefore DE \perp AC$  (نظرية)

### مثال (9):

في الشكل المقابل: أوجد بالبرهان قيمة  $\angle C$ .

الحل:

المعطيات:  $\angle A = 70^\circ$ ،  $\angle B = 30^\circ$

المطلوب: إيجاد قيمة  $\angle C$ .

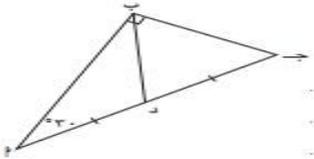
البرهان:  $\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$  (نظرية)

$\therefore 70^\circ + 30^\circ + \angle C = 180^\circ$

$\therefore 100^\circ + \angle C = 180^\circ$  (الجمع)

$\therefore \angle C = 180^\circ - 100^\circ$

$\therefore \angle C = 80^\circ$



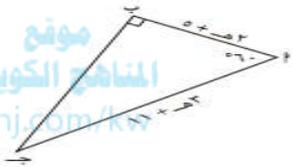
٣ في الشكل المقابل :  
 المثلث  $\triangle$  ب ج د قائم الزاوية في ب ،  $\angle \hat{ب} = 30^\circ$  .  
 أثبت أن المثلث ب د ج متطابق الأضلاع .

.....

.....

.....

.....



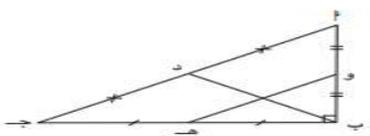
٤ في الشكل المقابل : أوجد بالبرهان طول  $\overline{ب د}$  .

.....

.....

.....

.....



٥ في الشكل المقابل :  $\triangle$  ب ج د مثلث قائم الزاوية في ب ،  
 و منتصف  $\overline{ب د}$  ، ه منتصف  $\overline{ب ج}$  ،  
 د منتصف  $\overline{ب د}$  .  
 أثبت أن  $ه د = ب د$

.....

.....

.....

.....

## محاور أضلاع المثلث Perpendicular Bisectors of a Triangle

٣ - ٧

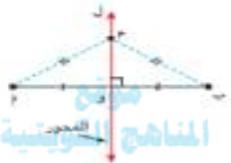
المحور المتعامد : الخطوط المستقيمة المحاور المتعامدة لكل الأضلاع الثلاثة .

### البيانات والمفردات :

Perpendicular Bisector

محور القطعة المستقيمة

تعلم أن محور القطعة المستقيمة هو العمود المنصف لها .  
في الشكل المقابل :  $\vec{L}$  محور  $\vec{AB}$   
 $\therefore \vec{L} \perp \vec{AB}$  ،  $AO = BO$



### خواص محور قطعة مستقيمة

- أي نقطة تنتمي إلى محور قطعة مستقيمة تكون على أبعاد متساوية من طرفي القطعة المستقيمة .
- أي نقطة على أبعاد متساوية من طرفي قطعة مستقيمة تنتمي إلى محور هذه القطعة المستقيمة .

### استكشاف



أكمل :  
 $\vec{L}$  محور  $\vec{m} \Rightarrow \vec{L} \perp \vec{m}$  (١)  
 $\vec{m} \perp \vec{L} \Rightarrow \vec{m} \perp \vec{L}$  (٢)

من (١) ، (٢) :

$\therefore \vec{m} \perp \vec{m}$

$\therefore \vec{m} \perp \vec{m}$  محور

$\therefore$  محاور أضلاع المثلث

بند 3-7 : على حصتين ←

الحصة الثانية	الحصة الاولى
مثال (2)	استكشاف
دورك الان (2)	دورك الان (1)
دورك الان (3)	مثال (1)
تمارين ذاتية (3)	تمارين ذاتية (2،1)

## محاور أضلاع المثلث

٣ - ٧

### Perpendicular Bisectors of a Triangle

سيوف تتعلم : توظيف نظرية محاور أضلاع المثلث لحلّ تمارين هندسية .

#### العبارة والمفردات :

Perpendicular Bisector

محور القطعة المستقيمة

تعلم أنّ محور القطعة المستقيمة هو العمود المنصف لها .

في الشكل المقابل :  $ل$  محور  $أب$   
 $ل \perp \overline{أب}$  ،  $ل$  هو  $ل$  و  $ب$  و

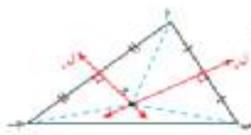


المنهاج الكويتية  
 almanahj.com/kw

#### خواص محور قطعة مستقيمة

- أي نقطة تنتمي إلى محور قطعة مستقيمة تكون على أبعاد متساوية من طرفي القطعة المستقيمة .
- أي نقطة على أبعاد متساوية من طرفي قطعة مستقيمة تنتمي إلى محور هذه القطعة المستقيمة .

#### استكشاف



أكمل :  
 $ل$  محور  $أب$  ،  $ل$  هو  $ل$  و  $ب$  و  
 م  $أ$  - (١)  
 م  $أ$  - (٢)

من (١) ، (٢)

$م$  ب -

$م$  هو محور

$م$  محاور أضلاع المثلث

#### مؤشر الأداء

- التذكر - التعرف - الفهم -
- التعاون - العمل الجماعي -
- الاستكشاف والتقصي -
- المقارنة والتمييز - العلاقات -
- التعليل - الاستدلال - الاستنتاج -
- التقويم - حلّ المشكلات - القوانين -
- التخطيط - الوسائط

#### معايير المنهج

إستخدام التصوّر البصري والتعليل المكاني والنمذجة الهندسية لتمثيل عالمه المائي ووصفه وحلّ مشكلاته .

تحليل صفات وخصائص الأشكال الهندسية ثنائية وثلاثية الأبعاد ، وتنمية التفكير الرياضي حول العلاقات الهندسية ، والمقارنة بين الأشكال وتصنيفها .

#### المجال

الهندسة والقياس

• معيار الدرس

• المجال

## محاور أضلاع المثلث

٣ - ٧

### Perpendicular Bisectors of a Triangle

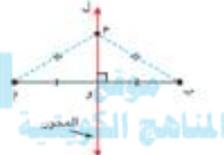
سوف تتعلم : توظيف نظرية محاور أضلاع المثلث لحل تمارين هندسية .

#### العبارات والمفردات :

Perpendicular Bisector

محور القطعة المستقيمة

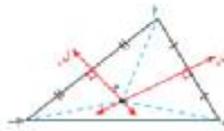
تعلم أن محور القطعة المستقيمة هو العمود المنصف لها .  
في الشكل المقابل :  $\vec{L}$  محور  $\vec{AB}$   
 $\therefore \vec{L} \perp \vec{AB}$  ،  $AO = BO$



#### خواص محور قطعة مستقيمة

- أي نقطة تنتمي إلى محور قطعة مستقيمة تكون على أبعاد متساوية من طرفي القطعة المستقيمة .
- أي نقطة على أبعاد متساوية من طرفي قطعة مستقيمة تنتمي إلى محور هذه القطعة المستقيمة .

#### استكشاف



أكمل :  
 $\vec{L}$  محور  $\vec{AB}$  ،  $\vec{M}$  محور  $\vec{BC}$  ،  $\vec{N}$  محور  $\vec{AC}$   
بالمثال :  
 $\vec{L}$  محور  $\vec{AB}$  ،  $\vec{M}$  محور  $\vec{BC}$  ،  $\vec{N}$  محور  $\vec{AC}$   
(١) ————— م  
(٢) ————— م

من (١) ، (٢)

$\therefore$  م ب =

$\therefore$  م  $\ni$  محور

$\therefore$  محاور أضلاع المثلث

## ناتج التعلم

- يوظف نظرية محاور أضلاع المثلث
- لحل تمارين هندسية

## العبارات والمفردات

محور قطعة مستقيمة

## مؤشرات الأداء

- يتعرف علي محور القطعة المستقيمة .
- يتعرف علي خواص محور القطعة المستقيمة .

## مؤشرات الأداء

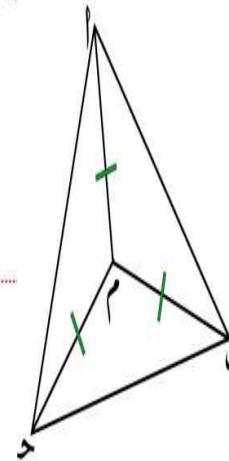
يستنتج ان محاور اضلاع المثلث تتقاطع في نقطة واحدة .  
يفرق بين نقطة تقاطع محاور اضلاع المثلث في المثلثات المختلفة .

## عبر عن فهمك

• م نقطة تقع على أبعاد متساوية من رؤوس المثلث.

• م نقطة تقاطع محاور اضلاع المثلث.

لأن م هي مركز الدائرة المارة برؤوس المثلث.



### عبر عن فهمك (1)

لنشر م نقطة تقع على أبعاد متساوية من رؤوس مثلث . قبل م من نقطة تقاطع محاور المثلث م نفس النقطة .

### مثال (1)

(أ) جد مثلث فيه : أ ب = ٨ سم ، و منتصف أ ب م نقطة تقاطع محاور اضلاع المثلث ، م = ٢ سم .  
أوجد بالمعنى : (١) طول م ب . (٢) طول م ج .

الحل :  
المعطيات : أ ب = ٨ سم ، م = ٢ سم ، و منتصف أ ب م نقطة تقاطع محاور اضلاع المثلث ، م = ٢ سم

المطلوب : (١) طول م ب (٢) طول م ج

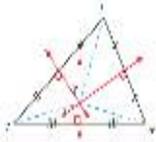
الحل : أ ب = ٨ سم ، و منتصف أ ب م نقطة تقاطع محاور اضلاع المثلث ، م = ٢ سم

ب م = ٤ سم

المطلوب : (١) طول م ب (٢) طول م ج

ب م = ٤ سم

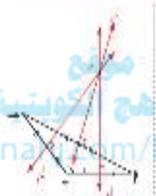
### النظرية : محاور اضلاع المثلث تتقاطع في نقطة واحدة .



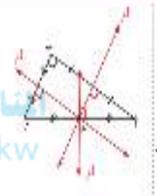
من م (م نقطة تقاطع محاور اضلاع المثلث) .  
م نقطة تقاطع محاور اضلاع المثلث .  
م نقطة تقاطع محاور اضلاع المثلث .

### النتيجة :

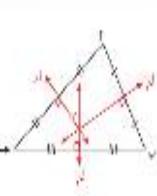
نقطة تقاطع محاور اضلاع المثلث تقع على أبعاد متساوية من رؤوسه .



محلل مخرج الزاوية



محلل قائم الزاوية

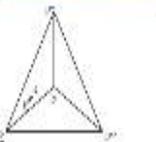


محلل حاد الزاوية

من الأشكال السابقة لاحظ أن :

- نقطة تقاطع محاور اضلاع المثلث هي نقطة تقاطع دوائر المثلث .
- نقطة تقاطع محاور اضلاع المثلث هي نقطة تقاطع دوائر المثلث .
- نقطة تقاطع محاور اضلاع المثلث هي نقطة تقاطع دوائر المثلث .

### دورك الآن (1)

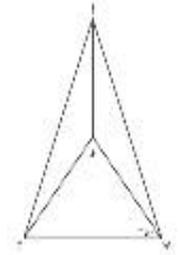


المثلث من م م م . و نقطة تقاطع محاور اضلاع المثلث .  
و م = ٧ سم . أكل عدون استخدام الأدوات الهندسية :  
و م = ٧ سم .  
و م = ٧ سم .

## مؤشرات الأداء

يتذكر خواص المثلث المتطابق الضلعين .  
 يتذكر ان مجموع قياسات زوايا المثلث الداخلية  $180=$   
 يتذكر نظرية فيثاغورث .

### مثال (2):

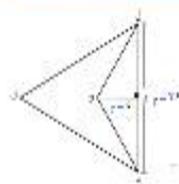


أ ب ج مثلث فيه : و نقطة تقاطع محاور أضلاعه .  
 إذا كان  $\angle \text{أ} = 50^\circ$  .  
 (1) أثبت أن  $\angle \text{ب} = \angle \text{ج}$  .  
 (2) أوجد  $\angle \text{ب}$  و  $\angle \text{ج}$  .  
**الحل:**  
 المعطيات : أ ب ج مثلث فيه : و نقطة تقاطع محاور أضلاعه .  
 المطلوب : إثبات (1) المثلث ب و ج متطابق الضلعين .  
 إيجاد (2) ( و  $\angle \text{ج}$  ) .  
 البرهان :  $\therefore$  و نقطة تقاطع محاور أضلاع المثلث  
 $\therefore \text{ب} = \text{ج}$  .  
 $\therefore \text{أ} = \text{ب} = \text{ج}$  .  
 $\therefore \text{ب} = 50^\circ$  و  $\angle \text{ج} = 50^\circ$  .  
 $\therefore \angle \text{ب} = \angle \text{ج} = 50^\circ$  .  
 (مجموع قياسات زوايا المثلث الداخلية =  $180^\circ$ )  
 (مجموع قياسات زوايا المثلث الداخلية =  $180^\circ$ )

(معطى)  
 (نتيجة)

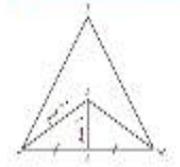
(زاوية القاعدة لـ مثلث متساوي الساقين متطابقتان)  
 (مجموع قياسات زوايا المثلث الداخلية =  $180^\circ$ )

### مثال (3):



أ ب ج مثلث فيه :  
 و نقطة تقاطع محاور أضلاع المثلث أ ب ج .  
 إذا كان  $\angle \text{أ} = 50^\circ$  ،  $\angle \text{ب} = 60^\circ$  .  
 أوجد بالبرهان كلا من : (1)  $\angle \text{ج}$  و (2) محيط  $\triangle \text{أ ب ج}$  .  
**المعطيات:**  
 المطلوب : إيجاد (1)  $\angle \text{ج}$  و (2) محيط  $\triangle \text{أ ب ج}$  .  
 البرهان :  $\therefore$  و نقطة تقاطع محاور أضلاع المثلث أ ب ج ، و  $\angle \text{أ} = 50^\circ$  ،  $\angle \text{ب} = 60^\circ$  .  
 $\therefore \angle \text{ج} = 180^\circ - 50^\circ - 60^\circ = 70^\circ$  .  
 $\therefore \angle \text{ج} = 70^\circ$  .  
 $\therefore$  محيط  $\triangle \text{أ ب ج} = 5 + 6 + 7 = 18$  .

### مثال (2):



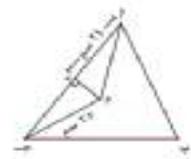
أ ب ج مثلث فيه :  
 و نقطة تقاطع محاور أضلاعه .  
 إذا كان  $\angle \text{أ} = 50^\circ$  ،  $\angle \text{ب} = 60^\circ$  .  
 أوجد بالبرهان كلا من : (1)  $\angle \text{ج}$  و (2) محيط  $\triangle \text{أ ب ج}$  .  
**المعطيات:**  
 المطلوب : إيجاد (1)  $\angle \text{ج}$  و (2) محيط  $\triangle \text{أ ب ج}$  .  
 البرهان :  $\therefore$  و نقطة تقاطع محاور أضلاع المثلث أ ب ج ، و  $\angle \text{أ} = 50^\circ$  ،  $\angle \text{ب} = 60^\circ$  .  
 $\therefore \angle \text{ج} = 180^\circ - 50^\circ - 60^\circ = 70^\circ$  .  
 $\therefore \angle \text{ج} = 70^\circ$  .  
 $\therefore$  محيط  $\triangle \text{أ ب ج} = 5 + 6 + 7 = 18$  .

(معطى)  
 (نتيجة)

(زاوية القاعدة لـ مثلث متساوي الساقين متطابقتان)  
 (مجموع قياسات زوايا المثلث الداخلية =  $180^\circ$ )

الدرس الثالث  
 جبراً في المثلث

١٦٧  
١.  $\Delta ABC$  فيه : م نقطة تقاطع محاور أضلاع المثلث ،  
جـ م = ٢٥ سم ، د م = ٢٤ سم .  
أوجد بالبرهان :  
(١) طول م  $\overline{AD}$   
(٢) محيط  $\Delta ABC$




---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

٢. س ص ج مثلث فيه : م نقطة تقاطع محاور أضلاعه ،  
إذا كان ص ج = ١٢ سم ،  $\hat{A} = 60^\circ$  .  
١) أثبت أن المثلث ص م ج متطابق الأضلاع .  
٢) أوجد طول م س .




---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

١٦٦  
١.  $\Delta ABC$  فيه : الزاوية في د  
(و هـ) =  $90^\circ$  ، (د هـ) =  $90^\circ$  ، (و د) =  $90^\circ$   
و هـ =  $\sqrt{(\quad)^2 + (\quad)^2}$   
=  $\sqrt{16 + 9}$   
=  $\sqrt{25}$   
= ٥  
∴ و هـ = ٥ سم  
∴ : و نقطة تقاطع محاور أضلاع المثلث ك ل هـ ، تقع على  
∴ ل و = ١٢ سم  
محيط  $\Delta ABC$  و هـ = ٢٤ + \_\_\_\_\_ + ١٢ = \_\_\_\_\_  
سم = \_\_\_\_\_

تمارين نالية :

١. س ص ج مثلث فيه :  
م نقطة تقاطع محاور أضلاع المثلث . م = ٩ سم ،  
س ص = ٢٤ سم . و منتصف س ص .  
أوجد بالبرهان كلاً مما يلي :  
(١) و س (٢) س م (٣) م ص




---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

## منصّفات الزوايا الداخلة للمثلث Interior Angles Bisectors of a Triangle

٧ - ٤

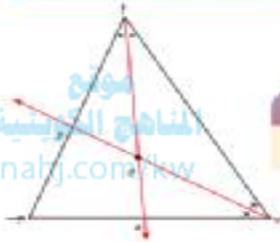
سوف تتعلم : توظيف نظرية منصّفات الزوايا الداخلة للمثلث لحل تمارين هندسية .

المبررات والمقررات :

Angle Bisectors

منصّفات الزوايا

استكشاف (1)



اللوازم

أدوات هندسية .

١.  $\Delta$  أ ب ج . مَنّت فيه :  
 $\hat{A}$  منصف ب و ،  $\hat{B}$  منصف أ ج ،  
 $\hat{C}$  منصف أ ب .  
 أجب عما يلي :

١ ما نوع المثلث بالنسبة إلى زواياه ؟

٢ أرسم جـ م و قطع أ ب في هـ .

٣ أوجد  $\hat{A}$  ( أ جـ م ) =

٤ أوجد  $\hat{A}$  ( ب جـ م ) =

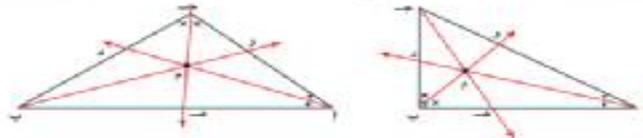
ماذا تلاحظ ؟

جـ هـ حنّف :  $\hat{A}$

بالمثل للمثلث القائم الزاوية والمستطوي الزاوية .

لتكرّر

منصف الزاوية هو شعاع مرسوم من رأس الزاوية يقسم الزاوية إلى زاويتين متطابقتين .



١٦٨

بند 4-7 : على حصتين

الحصة الثانية	الحصة الاولى
مثال (4,3)	استكشاف (2,1)
دورك الان (4,3)	دورك الان (2,1)
دورك الان (5)	مثال (2,1)
تمارين ذاتية (4,3)	تمارين ذاتية (2,1)

## منصّفات الزوايا الداخلة للمثلث Interior Angles Bisectors of a Triangle

٧ - ٤

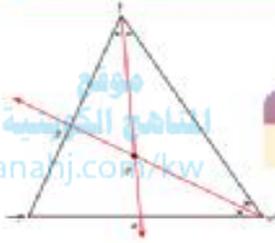
سيوف تتعلّم : توظيف نظرية منصّفات الزوايا الداخلة للمثلث لحلّ تمارين هندسية .

المبررات والمفردات :

Angle Bisectors

منصّفات الزوايا

استكشاف (١)



اللوازم

أدوات هندسية .

١.  $\Delta$  أ ب ج - منقّت فيه :  
 $\hat{A}$  منصف  $\hat{B}$  ،  $\hat{B}$  منصف  $\hat{A}$  ،  
 $\hat{C}$  منصف  $\hat{A}$  ،  $\hat{A}$  منصف  $\hat{C}$  ،  
 $\hat{B}$  منصف  $\hat{C}$  ،  $\hat{C}$  منصف  $\hat{B}$  .  
 أجب معاً يلي :

٢. ما نوع المثلث بالنسبة إلى زواياه ؟

٣. أرسم جـ م - يقطع  $\overline{AB}$  في هـ .

٤. أوجد  $\hat{M}$  ( أ جـ م ) -

٥. أوجد  $\hat{M}$  ( ب جـ م ) -

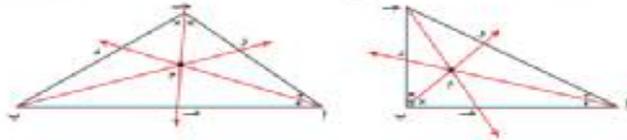
٦. ما لنا تلاحظ ؟

جـ هـ - منصف  $\hat{A}$

٧. بالمثلث للمثلث القائم الزاوية والمنفرج الزاوية .

لتفكر

منصف الزاوية هو شعاع مرسوم من رأس الزاوية يقسم الزاوية إلى زاويتين متطابقتين .



١٦٨

مؤشّر الأداء

معايير المنهج

المجال

التذكّر - التعرّف - الفهم -  
 التعاون - العمل الجماعي -  
 الاستكشاف والتقصّي -  
 المقارنة والتمييز - العلاقات -  
 التعليل - الاستدلال - الاستنتاج -  
 التقويم - حلّ المشكلات - القوانين -  
 التخطيط - الوسائط

إستخدام التصوّر البصري  
 والتعليل المكاني والنمذجة  
 الهندسية لتمثيل عالمه  
 المائي ووصفه وحلّ  
 مشكلاته .

تحليل صفات وخصائص  
 الأشكال الهندسية ثنائية  
 وثلاثية الأبعاد ، وتنمية  
 التفكير الرياضي حول  
 العلاقات الهندسية ،  
 والمقارنة بين الأشكال  
 وتصنيفها .

الهندسة  
 والقياس

• معيار الدرس

• المجال

## منصّفات الزوايا الداخلية للمثلث Interior Angles Bisectors of a Triangle

٤ - ٧

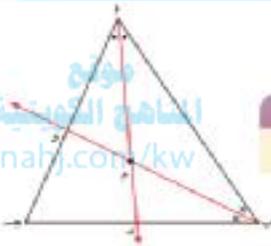
سوف تتعلم : توظيف نظرية منصّفات الزوايا الداخلية للمثلث لحلّ تمارين هندسية.

المصبرات والمفردات :

Angle Bisectors

منصّفات الزوايا

استكشف (1)



اللوازم

1 ما نوع المثلث بالنسبة إلى زواياه ؟ أدوات هندسية .

2 أرسم  $\triangle ABC$  بقلع  $AB$  في  $D$  .

3 أوجد  $\angle ADB$  .

4 أوجد  $\angle BDC$  .

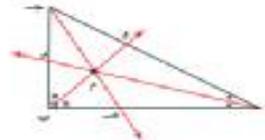
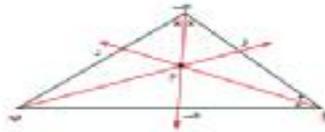
5 ماذا تلاحظ ؟

6  $\triangle ABC$  منصف  $\angle C$  .

بالمثل للمثلث القائم الزاوية والممتزج الزاوية .

تذكر

منصف الزاوية هو شعاع مرسوم من رأس الزاوية يقسم الزاوية إلى زاويتين متتامتين .



نتائج التعلم

- يوظف نظرية منصّفات الزوايا الداخلية للمثلث لحلّ تمارين هندسية

العبارات والمفردات

منصّفات الزوايا

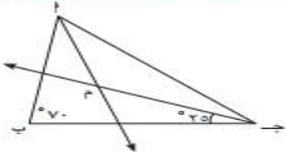
مؤشرات الأداء

يتذكر مفهوم منصف الزاوية .



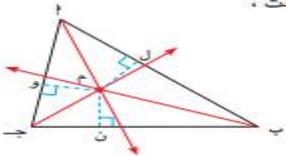
نظرية :  
منصفات الزوايا الداخلة للمثلث تتقاطع في نقطة واحدة .

### دورك الآن (١)



في الشكل المقابل :  
م نقطة تقاطع منصفات الزوايا الداخلة للمثلث أ ب ج .  
أكمل ما يلي ( دون استخدام الأدوات الهندسية ) :  
ن ( م ج ) = .....  
السبب .....  
ن ( أ ) = .....  
السبب .....

### استكشف (٢)



إذا كانت م هي نقطة تقاطع منصفات الزوايا الداخلة للمثلث أ ب ج ،  
م ل ، م ن ، م و هي الأعمدة المرسومة من النقطة م على أضلاع المثلث ،  
فأوجد باستخدام الأدوات الهندسية كلاً مما يلي :

- ١ طول م ل = .....
- ٢ طول م ن = .....
- ٣ طول م و = .....

• ماذا تلاحظ ؟ م ل = ..... = .....

### لاحظ أن

يُعد نقطة عن مستقيم هو طول  
العمود المرسوم من هذه النقطة  
على المستقيم .

نتيجة :  
نقطة تقاطع منصفات الزوايا الداخلة للمثلث على أبعاد  
متساوية من أضلاعه .

بالمثل تتحقق صحة النتيجة للمثلث القائم الزاوية  
والمثلث المنفرج الزاوية .

## مؤشرات الأداء

- يستنتج نظرية منصفات الزوايا  
الداخلية للمثلث لحل تمارين  
هندسية .
- يتعرف علي ان نقطة تقاطع  
منصفات الزوايا تقع علي ابعاد  
متساوية من اضلاعه .
- يتذكر بعد نقطة عن خط  
مستقيم .

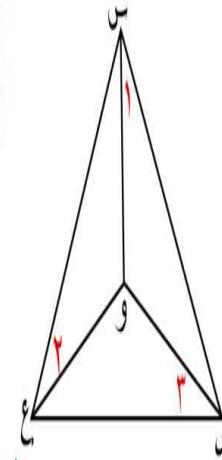
# مؤشرات الأداء يحدد الوتر في المثلث القائم .

## عبر عن فهمك

و نقطة تقاطع منصفات زوايا المثلث س ص ع .

$$\angle س + \angle ع + \angle و = 180^\circ$$

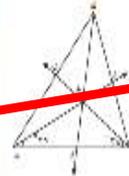
لأن مجموع قياسات زوايا المثلث الداخلية = 180°



البرهان : م نقطة تقاطع منصفات زوايا المثلث المثلث ( نظرية )  
 ( نظرية )  
 ( ج ) :  $60^\circ - 30^\circ = 30^\circ$   
 ! مجموع قياسات زوايا المثلث الداخلية يساوي 180°  
 :  $30^\circ + 30^\circ + 120^\circ = 180^\circ$   
 :  $30^\circ + 30^\circ + 120^\circ = 180^\circ$   
 :  $30^\circ + 30^\circ + 120^\circ = 180^\circ$   
 :  $30^\circ + 30^\circ + 120^\circ = 180^\circ$

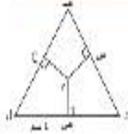
### دوره الآن (3)

أوجد بابرهان : م نقطة تقاطع منصفات زوايا المثلث المثلث ( نظرية )  
 ( نظرية )  
 ( ج ) :  $60^\circ - 30^\circ = 30^\circ$   
 ! مجموع قياسات زوايا المثلث الداخلية يساوي 180°  
 :  $30^\circ + 30^\circ + 120^\circ = 180^\circ$   
 :  $30^\circ + 30^\circ + 120^\circ = 180^\circ$   
 :  $30^\circ + 30^\circ + 120^\circ = 180^\circ$   
 :  $30^\circ + 30^\circ + 120^\circ = 180^\circ$



المستطرب :  
 البرهان : م نقطة تقاطع زوايا المثلث المثلث ( نظرية )  
 ( نظرية )  
 ( ج ) :  $60^\circ - 30^\circ = 30^\circ$   
 ! مجموع قياسات زوايا المثلث الداخلية يساوي 180°  
 :  $30^\circ + 30^\circ + 120^\circ = 180^\circ$   
 :  $30^\circ + 30^\circ + 120^\circ = 180^\circ$   
 :  $30^\circ + 30^\circ + 120^\circ = 180^\circ$   
 :  $30^\circ + 30^\circ + 120^\circ = 180^\circ$

### دوره الآن (1)



امثلت بدون ايده : م نقطة تقاطع منصفات زوايا المثلث المثلث ( نظرية )  
 ( نظرية )  
 ( ج ) :  $60^\circ - 30^\circ = 30^\circ$   
 ! مجموع قياسات زوايا المثلث الداخلية يساوي 180°  
 :  $30^\circ + 30^\circ + 120^\circ = 180^\circ$   
 :  $30^\circ + 30^\circ + 120^\circ = 180^\circ$   
 :  $30^\circ + 30^\circ + 120^\circ = 180^\circ$   
 :  $30^\circ + 30^\circ + 120^\circ = 180^\circ$

### نذكر

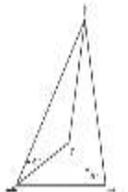
الوتر : هو الخط الذي يربط بين الزوايا المتقابلتين في المثلث القائم الزاوية .

### عبر عن فهمك (1)



بنا كانت : م نقطة تقاطع منصفات زوايا المثلث المثلث ( نظرية )  
 ( نظرية )  
 ( ج ) :  $60^\circ - 30^\circ = 30^\circ$   
 ! مجموع قياسات زوايا المثلث الداخلية يساوي 180°  
 :  $30^\circ + 30^\circ + 120^\circ = 180^\circ$   
 :  $30^\circ + 30^\circ + 120^\circ = 180^\circ$   
 :  $30^\circ + 30^\circ + 120^\circ = 180^\circ$   
 :  $30^\circ + 30^\circ + 120^\circ = 180^\circ$

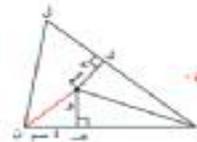
### مثال (1)



في المثلث القائم : م نقطة تقاطع منصفات زوايا المثلث المثلث ( نظرية )  
 ( نظرية )  
 ( ج ) :  $60^\circ - 30^\circ = 30^\circ$   
 ! مجموع قياسات زوايا المثلث الداخلية يساوي 180°  
 :  $30^\circ + 30^\circ + 120^\circ = 180^\circ$   
 :  $30^\circ + 30^\circ + 120^\circ = 180^\circ$   
 :  $30^\circ + 30^\circ + 120^\circ = 180^\circ$   
 :  $30^\circ + 30^\circ + 120^\circ = 180^\circ$

الحل :  
 المثلث : م نقطة تقاطع منصفات زوايا المثلث المثلث ( نظرية )  
 ( نظرية )  
 ( ج ) :  $60^\circ - 30^\circ = 30^\circ$   
 ! مجموع قياسات زوايا المثلث الداخلية يساوي 180°  
 :  $30^\circ + 30^\circ + 120^\circ = 180^\circ$   
 :  $30^\circ + 30^\circ + 120^\circ = 180^\circ$   
 :  $30^\circ + 30^\circ + 120^\circ = 180^\circ$   
 :  $30^\circ + 30^\circ + 120^\circ = 180^\circ$

مثال (3):



في الشكل المقابل - التثلاث ل م ن فيه :  
و نقطة تقاطع منصفات زواياه الداخلية ، و ك = م ، ن = ل = م .  
أوجد ون .  
الحل :

المعطيات :  $\Delta$  ل م ن فيه : و نقطة تقاطع منصفات زواياه الداخلية ،  
و ك = م ، ن = ل = م

المطلوب : إيجاد ون

البرهان :  $\therefore$  و نقطة تقاطع منصفات الزوايا في  $\Delta$  ل م ن  
تقع على أبعاد متساوية من أضلاعه ( نتيجة )

$$\therefore \text{و ك} = \text{م} = \text{ن} = \frac{\text{م}}{2}$$

$$\therefore \text{و ك} = \text{م} = \text{ن} = \frac{10}{2} = 5$$

$$\therefore \text{و ك} = \text{م} = \text{ن} = 5$$

$$\therefore \text{و ك} = \text{م} = \text{ن} = 5$$

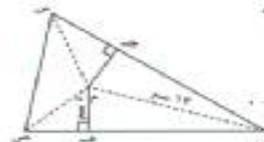
$$\therefore \text{و ك} = \text{م} = \text{ن} = 5$$

$$\therefore \text{و ك} = \text{م} = \text{ن} = 5$$

$$\therefore \text{و ك} = \text{م} = \text{ن} = 5$$

دورك الآن (E)

اصغرت س من ع فيه : م نقطة تقاطع منصفات زواياه الداخلية .  
م ع = 13 سم ، م هـ = 5 سم  
أوجد طول ع .



المعطيات :  $\Delta$  س من ع فيه : م نقطة تقاطع  
المطلوب : إيجاد طول

البرهان :  $\therefore$  م نقطة تقاطع

$\therefore$  م تقع على أبعاد متساوية من

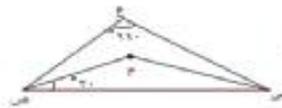
$$\text{م} = \frac{\text{م}}{2}$$

$$\text{م} = \frac{\text{م}}{2}$$

$$\text{م} = \frac{\text{م}}{2}$$

$$\text{م} = \frac{\text{م}}{2}$$

مثال (2):



$\Delta$  س من ع فيه : م نقطة تقاطع منصفات زواياه الداخلية .  
ك = م ، ن = ل = م .  
أوجد بالبرهان كل من :  
(1)  $\text{ك} = \frac{\text{م}}{2}$   
(2)  $\text{ك} = \frac{\text{م}}{2}$   
(3)  $\text{ك} = \frac{\text{م}}{2}$

الحل :

المعطيات : م نقطة تقاطع منصفات زواياه الداخلية .

$$\text{ك} = \frac{\text{م}}{2} \quad \text{ن} = \frac{\text{م}}{2} \quad \text{ل} = \frac{\text{م}}{2}$$

المطلوب : إيجاد : (1)  $\text{ك} = \frac{\text{م}}{2}$

$$\text{ك} = \frac{\text{م}}{2}$$

$$\text{ك} = \frac{\text{م}}{2}$$

$$\text{ك} = \frac{\text{م}}{2}$$

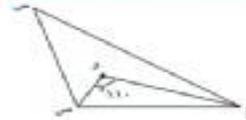
البرهان : في  $\Delta$  س من ع فيه ،

$\therefore$  م نقطة تقاطع منصفات زواياه الداخلية ( معطى )

$\therefore$  م من منتصف

$$\therefore \text{ك} = \frac{\text{م}}{2} = \frac{10}{2} = 5$$

دورك الآن (5)



في الشكل المقابل:  $\Delta$  من جنس  $\alpha$  فيه:  
و نقطة تقاطع منصفات زواياه الداخلة.  $\alpha + \beta + \gamma = 110^\circ$   
أوجد بالبرهان  $\alpha$  (س).  
العمليات:

المطلوب: إيجاد  $\alpha$  (س)  
البرهان: في  $\Delta$  من جنس  $\alpha$ .

$\alpha + \beta + \gamma = 110^\circ$  (معطى)

$\therefore$  مجموع قياسات زوايا المثلث الداخلة =

$\therefore \alpha + \beta + \gamma + \alpha + \beta + \gamma = 110^\circ - 180^\circ =$

$\therefore$  و نقطة تقاطع المثلث من جنس  $\alpha$

$\therefore \alpha + \beta + \gamma = 70^\circ \times 2 =$

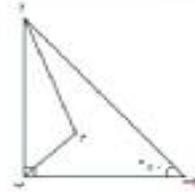
$\therefore \alpha + \beta + \gamma = 140^\circ =$  (مجموع قياسات الزوايا الداخلة للمثلث =  $180^\circ$ )

تمارين ذاتية:

أب جد مثلث قائم الزاوية في ب

م نقطة تقاطع منصفات زواياه الداخلة.  $\alpha + \beta = 50^\circ$ .

أوجد بالبرهان: 1)  $\alpha$  (م ب) 2)  $\beta$  (م ب)



\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

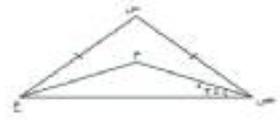
\_\_\_\_\_

الدرس الرابع  
المثلث المتساوي

(نظرية فيثاغورث)  

$$\begin{aligned} (ع ح)^2 &= (م ع)^2 + (م ح)^2 \\ \therefore ع ح &= \sqrt{(م ع)^2 + (م ح)^2} \\ &= \sqrt{16^2 + 30^2} \\ &= \sqrt{256 + 900} \\ &= \sqrt{1156} \\ &= 34 \end{aligned}$$

مثال (E):



المثلث من جنس  $\alpha$  متساوي الضلعين فيه: م هي نقطة تقاطع  
منصفات زواياه الداخلة.  $\alpha + \beta = 75^\circ$ .  
أوجد بالبرهان  $\alpha$  (م س ع).

العمليات: س من  $\alpha$  مثلث متساوي الضلعين:

م نقطة تقاطع منصفات زواياه الداخلة.  $\alpha + \beta = 75^\circ$  (م س ع)

المطلوب: إيجاد  $\alpha$  (م س ع)

البرهان:  $\therefore$  م نقطة تقاطع منصفات الزوايا الداخلة للمثلث من جنس  $\alpha$

$\therefore$  من متساوي الضلعين

$\therefore \alpha + \beta = 75^\circ \times 2 = 150^\circ$

$\therefore$   $\Delta$  من جنس  $\alpha$  متساوي الضلعين

$\therefore \alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$  (زاويتا القاعدة متطابقتان في المثلث المتساوي الضلعين)

$\therefore \alpha + \beta + \alpha + \beta = 180^\circ$  (مجموع قياسات الزوايا الداخلة للمثلث يساوي  $180^\circ$ )

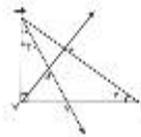
$2\alpha + 2\beta = 180^\circ$

$2\alpha = 180^\circ$

موقع  
المنهج الكويتية  
almanahj.com/kw

# مهارات تفكير عليا

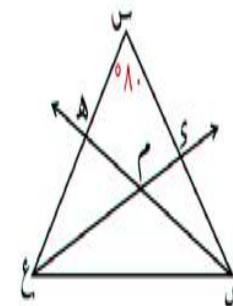
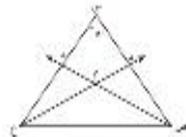
١١. جـ. مثلث قائم الزاوية في  $\hat{P}$  ،  
 $\hat{Q} = 30^\circ$  و  $\hat{R} = 60^\circ$  ،  
 إذا كان  $\overline{PQ}$  منصف  $\hat{R}$  ،  
 فـ  $\hat{QPR} = \dots$  و  $\hat{R} = \dots$  .  
 أثبت أن  $\overline{PQ}$  تقاطع مثلثان  
 متساويين  $\hat{QPR}$  و  $\hat{R}$  .



## مهارات تفكير عليا

اختر الإجابة الصحيحة .

١٢. مثلث قائم في  $\hat{C}$  ،  $\hat{A} = 30^\circ$  ،  
 $\hat{B} = 60^\circ$  ،  $\hat{C} = 90^\circ$  ،  
 إذا كان  $\overline{CD}$  منصف  $\hat{A}$  ،  
 فـ  $\hat{CDB} = \dots$  و  $\hat{D} = \dots$  .  
 أوجد  $\hat{CDB}$  و  $\hat{D}$  .



$$\hat{A} = 80^\circ$$

$$\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180^\circ$$

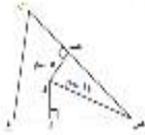
$$80^\circ + \hat{B} + \hat{C} = 180^\circ$$

$$\hat{B} + \hat{C} = 180^\circ - 80^\circ = 100^\circ$$

$$\hat{B} + \hat{C} = 100^\circ$$

$$\hat{B} + \hat{C} = 100^\circ$$

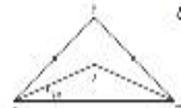
١٣. مثلث قائم في  $\hat{C}$  ،  $\hat{A} = 30^\circ$  ،  
 $\hat{B} = 60^\circ$  ،  $\hat{C} = 90^\circ$  ،  
 إذا كان  $\overline{CD}$  منصف  $\hat{A}$  ،  
 فـ  $\hat{CDB} = \dots$  و  $\hat{D} = \dots$  .  
 أوجد  $\hat{CDB}$  و  $\hat{D}$  .



١٤. مثلث قائم في  $\hat{C}$  ،  $\hat{A} = 30^\circ$  ،  
 $\hat{B} = 60^\circ$  ،  $\hat{C} = 90^\circ$  ،  
 إذا كان  $\overline{CD}$  منصف  $\hat{A}$  ،  
 فـ  $\hat{CDB} = \dots$  و  $\hat{D} = \dots$  .  
 أوجد  $\hat{CDB}$  و  $\hat{D}$  .



١٥. مثلث قائم في  $\hat{C}$  ،  $\hat{A} = 30^\circ$  ،  
 $\hat{B} = 60^\circ$  ،  $\hat{C} = 90^\circ$  ،  
 إذا كان  $\overline{CD}$  منصف  $\hat{A}$  ،  
 فـ  $\hat{CDB} = \dots$  و  $\hat{D} = \dots$  .  
 أوجد  $\hat{CDB}$  و  $\hat{D}$  .



## الأعمدة المرسومة من رؤوس المثلث على أضلعه Altitudes from Vertices of a Triangle to its Sides

٧ - ٥

سوف تتعلم : توظيف نظرية الأعمدة المرسومة من رؤوس المثلث على أضلعه لحلّ تمارين هندسية .

### المصارات والمفردات :

Heights

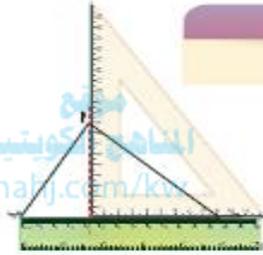
الارتفاعات

Altitudes

الأعمدة

### اللوازم

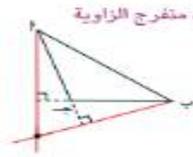
أدوات هندسية .



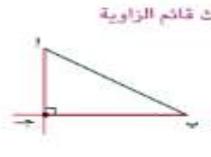
ارتفاع المثلث هو طول العمود المرسوم من رأس المثلث على قاعدته ( أو امتدادها ) .  
في المثلث  $\triangle$  ب جـ الموضّح في الشكل المقابل ،  
يمكن رسم العمود النازل من رأس المثلث  $\triangle$   
على الضلع المقابل له ب جـ باستخدام المثلث القائم  
والمسطرة كما في الشكل .

### استكشيف 66

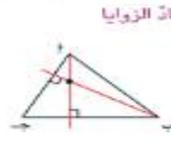
في المثلثات التالية ، تمّ رسم العمودين من الرأسين  $\triangle$  ب .  
على الضلعين المقابلين لهما ( أو امتدادهما ) كما في الشكل .  
أرسم العمود الثالث من الرأس جـ .



مثلث متفرج الزاوية



مثلث قائم الزاوية



مثلث حادّ الزوايا

ماذا تلاحظ ؟

نظرية : الأعمدة المرسومة من رؤوس المثلث على أضلعه تتقاطع في نقطة واحدة .

بند 5-7 : على حصتين ←

الحصة الثانية	الحصة الاولى
مثال (2)	استكشيف
تمارين ذاتية (2)	دورك الان (1)
تمارين ذاتية (3)	مثال (1)
تمارين ذاتية (4)	تمارين ذاتية (1)

## الأعمدة المرسومة من رؤوس المثلث على أضلاعه Altitudes from Vertices of a Triangle to its Sides

٥ - ٧

سوف تتعلم : توظيف نظرية الأعمدة المرسومة من رؤوس المثلث على أضلاعه لحلّ تمارين هندسية .

### العبارات والمفردات :

Heights

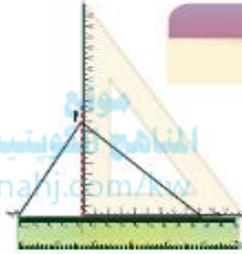
الارتفاعات

Altitudes

الأعمدة

### اللوازم

أدوات هندسية .

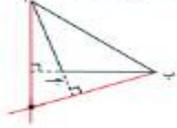


ارتفاع المثلث هو طول العمود المرسوم من رأس المثلث على قاعدته ( أو امتدادها ) .  
في المثلث  $P$  ب جـ الموضّح في الشكل المقابل ،  
يمكن رسم العمود النازل من رأس المثلث  $P$   
على الضلع المقابل له ب جـ باستخدام المثلث القائم والمسطرة كما في الشكل .

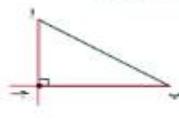
### إستكشيف 68

في المثلثات التالية ، تمّ رسم العمودين من الرأسين  $P$  ب .  
على الضلعين المقابلين لهما ( أو امتدادهما ) كما في الشكل .  
أرسم العمود الثالث من الرأس جـ .

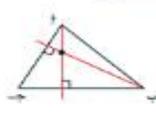
مثلث متفرج الزاوية



مثلث قائم الزاوية



مثلث حادّ الزوايا



• ماذا تلاحظ ؟

نظرية : الأعمدة المرسومة من رؤوس المثلث على أضلاعه تتقاطع في نقطة واحدة .

### مؤشّر الأداة

التذكّر - التعرّف - الفهم -  
التعاون - العمل الجماعي -  
الإستكشاف والتقصّي -  
المقارنة والتمييز - العلاقات -  
التعليل - الإستدلال - الإنتاج -  
التقويم - حلّ المشكلات - القوانين -  
التخطيط - الوسائط

### معايير المنهج

إستخدام التصوّر البصري  
والتعليل المكاني والنمذجة  
الهندسية لتمثيل عالمه  
المادي ووصفه وحلّ  
مشكلاته .

تحليل صفات وخصائص  
الأشكال الهندسية ثنائية  
وثلاثية الأبعاد ، وتنمية  
التفكير الرياضي حول  
العلاقات الهندسية ،  
والمقارنة بين الأشكال  
وتصنيفها .

### المجال

الهندسة  
والقياس

• معيار الدرس

• المجال

## الأعمدة المرسومة من رؤوس المثلث على أضلعه Altitudes from Vertices of a Triangle to its Sides

٧ - ٥

سوف تتعلم : توظيف نظرية الأعمدة المرسومة من رؤوس المثلث على أضلعه لحل تمارين هندسية .

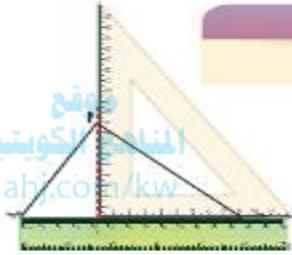
### العبارات والمفردات :

Heights

الارتفاعات

Altitudes

الأعمدة



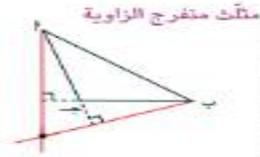
### اللوازم

أدوات هندسية .

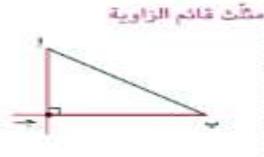
ارتفاع المثلث هو طول العمود المرسوم من رأس المثلث على قاعدته ( أو امتدادها ) .  
في المثلث  $\triangle ABC$  الموضح في الشكل المقابل ، يمكن رسم العمود النازل من رأس المثلث  $A$  على الضلع المقابل له  $BC$  باستخدام المثلث القائم والمسطرة كما في الشكل .

### 68 إستكشيف

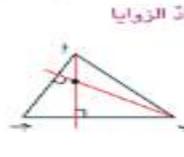
في المثلثات التالية ، تم رسم العمودين من الرأسين  $A$  ،  $B$  على الضلعين المقابلين لهما ( أو امتدادهما ) كما في الشكل .  
أرسم العمود الثالث من الرأس  $C$  .



مثلث متفرج الزاوية



مثلث قائم الزاوية



مثلث حاد الزوايا

• ماذا تلاحظ ؟

نظرية : الأعمدة المرسومة من رؤوس المثلث على أضلعه تتقاطع في نقطة واحدة .

## نتائج التعلم

- يوظف نظرية الأعمدة المرسومة من رؤوس المثلث على أضلعه لحل تمارين هندسية .

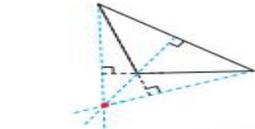
## العبارات والمفردات

الأعمدة - الارتفاعات

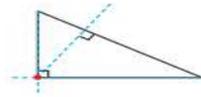
## مؤشرات الأداء

يستكشف الأعمدة المرسومة من رؤوس المثلث .

يستنتج ان الأعمدة المرسومة من رؤوس المثلث على أضلعه تتقاطع في نقطة واحدة



نقطة تقاطع الأعمدة المرسومة من رؤوس المثلث المنفرج الزاوية على أضلاعه ( أو امتدادها ) تقع خارج المثلث .



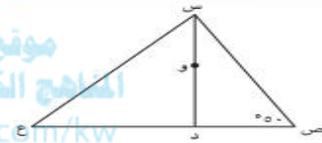
نقطة تقاطع الأعمدة المرسومة من رؤوس المثلث القائم الزاوية على أضلاعه هي رأس الزاوية القائمة .



نقطة تقاطع الأعمدة المرسومة من رؤوس المثلث الحادّ الزوايا على أضلاعه تقع داخل المثلث .

لاحظ أنّ :

دورك الآن ( ١ )



١ في المثلث س ص ع : و نقطة تقاطع الأعمدة المرسومة من رؤوس المثلث على أضلاعه ، و  $\exists$  س د .

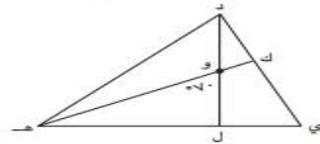
أكمل ما يلي :

- ن ( س د ) = ( س د ) السبب
- ن ( ص د ) = ( ص د ) السبب

٢ في المثلث د ه ي : و نقطة تقاطع الأعمدة المرسومة من رؤوس المثلث على أضلاعه .  
هـ ك  $\cap$  د ل = { و } . أكمل ما يلي :

**تذكّر**

مجموع قياسات زوايا الشكل الرباعي = ٣٦٠°



- ن ( و ل ) = ( و ل ) السبب
- ن ( هـ ي ) = ( هـ ي ) السبب

## مؤشرات الأداء

- يفرق بين نقطة تقاطع الأعمدة المرسومة من رؤوس المثلث في المثلثات المختلفة .
- يتذكر أن مجموع قياسات زوايا الشكل الرباعي = 360

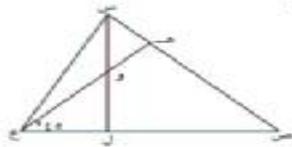
## مؤشرات الأداء

- يتذكر ان مجموع زوايا المثلث الداخلية = 180
- يتذكر ان مجموع قياسات زوايا الشكل الرباعي = 360

### تمارين ذاتية :

- 1 في الشكل المقابل، المثلث  $ABC$  فيه:  $\angle A = 70^\circ$ ،  $\angle B = 60^\circ$ ،  $\angle C = 50^\circ$ ،  $\angle D = 40^\circ$ ،  $\angle E = 30^\circ$ ،  $\angle F = 20^\circ$ ،  $\angle G = 10^\circ$ ،  $\angle H = 5^\circ$ ،  $\angle I = 2.5^\circ$ ،  $\angle J = 1.25^\circ$ ،  $\angle K = 0.625^\circ$ ،  $\angle L = 0.3125^\circ$ ،  $\angle M = 0.15625^\circ$ ،  $\angle N = 0.078125^\circ$ ،  $\angle O = 0.0390625^\circ$ ،  $\angle P = 0.01953125^\circ$ ،  $\angle Q = 0.009765625^\circ$ ،  $\angle R = 0.0048828125^\circ$ ،  $\angle S = 0.00244140625^\circ$ ،  $\angle T = 0.001220703125^\circ$ ،  $\angle U = 0.0006103515625^\circ$ ،  $\angle V = 0.00030517578125^\circ$ ،  $\angle W = 0.000152587890625^\circ$ ،  $\angle X = 0.0000762939453125^\circ$ ،  $\angle Y = 0.00003814697265625^\circ$ ،  $\angle Z = 0.000019073486328125^\circ$ ،  $\angle AA = 0.0000095367431640625^\circ$ ،  $\angle AB = 0.00000476837158203125^\circ$ ،  $\angle AC = 0.000002384185791015625^\circ$ ،  $\angle AD = 0.0000011920928955078125^\circ$ ،  $\angle AE = 0.00000059604644775390625^\circ$ ،  $\angle AF = 0.000000298023223876953125^\circ$ ،  $\angle AG = 0.0000001490116119384765625^\circ$ ،  $\angle AH = 0.00000007450580596923828125^\circ$ ،  $\angle AI = 0.000000037252902984619140625^\circ$ ،  $\angle AJ = 0.0000000186264514923095703125^\circ$ ،  $\angle AK = 0.00000000931322574615478515625^\circ$ ،  $\angle AL = 0.000000004656612873077392578125^\circ$ ،  $\angle AM = 0.0000000023283064365386962890625^\circ$ ،  $\angle AN = 0.00000000116415321826934814453125^\circ$ ،  $\angle AO = 0.000000000582076609134674072265625^\circ$ ،  $\angle AP = 0.0000000002910383045673370361328125^\circ$ ،  $\angle AQ = 0.00000000014551915228366851806640625^\circ$ ،  $\angle AR = 0.000000000072759576141834259033203125^\circ$ ،  $\angle AS = 0.0000000000363797880709171295166015625^\circ$ ،  $\angle AT = 0.00000000001818989403545856475830078125^\circ$ ،  $\angle AU = 0.000000000009094947017729282379150390625^\circ$ ،  $\angle AV = 0.0000000000045474735088646411895751953125^\circ$ ،  $\angle AW = 0.00000000000227373675443232059478759765625^\circ$ ،  $\angle AX = 0.000000000001136868377216160297393798828125^\circ$ ،  $\angle AY = 0.0000000000005684341886080801486968994140625^\circ$ ،  $\angle AZ = 0.00000000000028421709430404007434844970703125^\circ$ ،  $\angle AA = 0.000000000000142108547152020037174224853515625^\circ$ ،  $\angle AB = 0.0000000000000710542735760100185871124267578125^\circ$ ،  $\angle AC = 0.00000000000003552713678800500929355621337890625^\circ$ ،  $\angle AD = 0.00000000000001776356839400250046177810668953125^\circ$ ،  $\angle AE = 0.00000000000000888178419700125023088905334465625^\circ$ ،  $\angle AF = 0.0000000000000044408920985006251154445266722828125^\circ$ ،  $\angle AG = 0.0000000000000022204460492503125577222633361414140625^\circ$ ،  $\angle AH = 0.00000000000000111022302462515628886113166678070703125^\circ$ ،  $\angle AI = 0.000000000000000555111512312578144430565833389353515625^\circ$ ،  $\angle AJ = 0.0000000000000002775557561562890722152829166946767578125^\circ$ ،  $\angle AK = 0.000000000000000138777878078144536107641458347338390625^\circ$ ،  $\angle AL = 0.0000000000000000693889390390722680538207291736691953125^\circ$ ،  $\angle AM = 0.00000000000000003469446951953613402691036458683459765625^\circ$ ،  $\angle AN = 0.000000000000000017347234759768067013455182293417298828125^\circ$ ،  $\angle AO = 0.0000000000000000086736173798840335067275911467171494140625^\circ$ ،  $\angle AP = 0.00000000000000000433680868994201675336379573358557470703125^\circ$ ،  $\angle AQ = 0.0000000000000000021684043449710083766818978667927873515625^\circ$ ،  $\angle AR = 0.00000000000000000108420217248550418834094893339639367578125^\circ$ ،  $\angle AS = 0.000000000000000000542101086242752094170474466679196837890625^\circ$ ،  $\angle AT = 0.000000000000000000271050543121376047085237233339598418953125^\circ$ ،  $\angle AU = 0.0000000000000000001355252715606880235426186166679196837890625^\circ$ ،  $\angle AV = 0.0000000000000000000677626357803440117713093083339598418953125^\circ$ ،  $\angle AW = 0.000000000000000000033881317890172005885654654166979196837890625^\circ$ ،  $\angle AX = 0.000000000000000000016940658945086002942827327083489598418953125^\circ$ ،  $\angle AY = 0.000000000000000000008470329472543001471413653541744979196837890625^\circ$ ،  $\angle AZ = 0.000000000000000000004235164736271500735706826770872489598418953125^\circ$ ،  $\angle AA = 0.000000000000000000002117582368135750036785313388536144979196837890625^\circ$ ،  $\angle AB = 0.00000000000000000000105879118406787501839266694268072489598418953125^\circ$ ،  $\angle AC = 0.00000000000000000000052939559203393750091983347134036244979196837890625^\circ$ ،  $\angle AD = 0.000000000000000000000264697796016968750045991667367018244979196837890625^\circ$ ،  $\angle AE = 0.00000000000000000000013234889800848437500229958333635091244979196837890625^\circ$ ،  $\angle AF = 0.00000000000000000000006617444900424218750011497916667367018244979196837890625^\circ$ ،  $\angle AG = 0.000000000000000000000033087224502121093750005748958333635091244979196837890625^\circ$ ،  $\angle AH = 0.000000000000000000000016543612251060546875000287447916667367018244979196837890625^\circ$ ،  $\angle AI = 0.00000000000000000000000827180612553027343750001437223958333635091244979196837890625^\circ$ ،  $\angle AJ = 0.00000000000000000000000413590306276513671875000071861197916667367018244979196837890625^\circ$ ،  $\angle AK = 0.00000000000000000000000206795153138256839375000035930598958333635091244979196837890625^\circ$ ،  $\angle AL = 0.00000000000000000000000103397576569128419687500001796529947916667367018244979196837890625^\circ$ ،  $\angle AM = 0.000000000000000000000000516987882845642098437500000898264973958333635091244979196837890625^\circ$ ،  $\angle AN = 0.000000000000000000000000258493941422821049218750000044913248697916667367018244979196837890625^\circ$ ،  $\angle AO = 0.0000000000000000000000001292469707114105246093750000022456624348958333635091244979196837890625^\circ$ ،  $\angle AP = 0.000000000000000000000000064623485355705262304687500001122831217447916667367018244979196837890625^\circ$ ،  $\angle AQ = 0.000000000000000000000000032311742677852631152343750000056141587223958333635091244979196837890625^\circ$ ،  $\angle AR = 0.00000000000000000000000001615587133892631576171875000002807079361197916667367018244979196837890625^\circ$ ،  $\angle AS = 0.0000000000000000000000000080779356694631588308937500001403539680598958333635091244979196837890625^\circ$ ،  $\angle AT = 0.0000000000000000000000000040389678347315944154468750000070176984029947916667367018244979196837890625^\circ$ ،  $\angle AU = 0.0000000000000000000000000020194839173657972077234375000003508849201497916667367018244979196837890625^\circ$ ،  $\angle AV = 0.00000000000000000000000000100974195868289860386171875000001754424600748958333635091244979196837890625^\circ$ ،  $\angle AW = 0.0000000000000000000000000005048709793414493019308937500000087721230037447916667367018244979196837890625^\circ$ ،  $\angle AX = 0.000000000000000000000000000252435489670724650965446875000000438606150187447916667367018244979196837890625^\circ$ ،  $\angle AY = 0.0000000000000000000000000001262177448353623254727234375000000219303075093958333635091244979196837890625^\circ$ ،  $\angle AZ = 0.000000000000000000000000000063108872417681162736361718750000010965153754697916667367018244979196837890625^\circ$ ،  $\angle AA = 0.000000000000000000000000000031554436208840581368180893750000005482576877348958333635091244979196837890625^\circ$ ،  $\angle AB = 0.000000000000000000000000000015777218104420290684094468750000002741288438697916667367018244979196837890625^\circ$ ،  $\angle AC = 0.00000000000000000000000000000788860905221014534204723437500000013706442193093958333635091244979196837890625^\circ$ ،  $\angle AD = 0.00000000000000000000000000000394430452610507267102361718750000006853221096497916667367018244979196837890625^\circ$ ،  $\angle AE = 0.00000000000000000000000000000197215226305253633551180893750000003426610548248958333635091244979196837890625^\circ$ ،  $\angle AF = 0.000000000000000000000000000000986076131526268167775594468750000001713305274124497916667367018244979196837890625^\circ$ ،  $\angle AG = 0.00000000000000000000000000000049303806576313408388779723437500000008566526370624497916667367018244979196837890625^\circ$ ،  $\angle AH = 0.000000000000000000000000000000246519032881570421943898617187500000042832631853124497916667367018244979196837890625^\circ$ ،  $\angle AI = 0.00000000000000000000000000000012325951644078521097194446875000000214163159266124497916667367018244979196837890625^\circ$ ،  $\angle AJ = 0.000000000000000000000000000000061629758220392605485972234375000000107081596330624497916667367018244979196837890625^\circ$ ،  $\angle AK = 0.0000000000000000000000000000000308148791101963027429861718750000000535407981653124497916667367018244979196837890625^\circ$ ،  $\angle AL = 0.00000000000000000000000000000001540743955509815137149308937500000002677039908266124497916667367018244979196837890625^\circ$ ،  $\angle AM = 0.000000000000000000000000000000007703719777549075685724746875000000013385199541330624497916667367018244979196837890625^\circ$ ،  $\angle AN = 0.0000000000000000000000000000000038518598887745378428623734375000000066925997706653124497916667367018244979196837890625^\circ$ ،  $\angle AO = 0.00000000000000000000000000000000192592994438726892143118671875000000334629988533266124497916667367018244979196837890625^\circ$ ،  $\angle AP = 0.00000000000000000000000000000000096296497219385391071559343750000001673149942666330624497916667367018244979196837890625^\circ$ ،  $\angle AQ = 0.000000000000000000000000000000000481482486096926955357967187500000008365749713331653124497916667367018244979196837890625^\circ$ ،  $\angle AR = 0.0000000000000000000000000000000002407412430484634776789834375000000041828748566658266124497916667367018244979196837890625^\circ$ ،  $\angle AS = 0.00000000000000000000000000000000012037062152423173883949171875000000209143742833291330624497916667367018244979196837890625^\circ$ ،  $\angle AT = 0.000000000000000000000000000000000060185310762115869419746875000000104571871416658266124497916667367018244979196837890625^\circ$ ،  $\angle AU = 0.00000000000000000000000000000000003009265538105934720987343750000000522859357083291330624497916667367018244979196837890625^\circ$ ،  $\angle AV = 0.000000000000000000000000000000000015046327690529673604936718750000002614296785416456653124497916667367018244979196837890625^\circ$ ،  $\angle AW = 0.0000000000000000000000000000000000075231638452648368024683437500000013071483927082278266124497916667367018244979196837890625^\circ$ ،  $\angle AX = 0.00000000000000000000000000000000000376158192263241840123417187500000065357419635411391330624497916667367018244979196837890625^\circ$ ،  $\angle AY = 0.000000000000000000000000000000000001880790961316209200617089375000000326787098177056956653124497916667367018244979196837890625^\circ$ ،  $\angle AZ = 0.0000000000000000000000000000000000009403954806581046003085446875000001633935490885284783266124497916667367018244979196837890625^\circ$ ،  $\angle AA = 0.00000000000000000000000000000000000047019774032905230015427234375000000081696774544264783266124497916667367018244979196837890625^\circ$ ،  $\angle AB = 0.00000000000000000000000000000000000023509887016452615007713617187500000040848387272132391330624497916667367018244979196837890625^\circ$ ،  $\angle AC = 0.000000000000000000000000000000000000117549435082263075038568089375000000204241936360661956653124497916667367018244979196837890625^\circ$ ،  $\angle AD = 0.0000000000000000000000000000000000000587747175411315375192843750000001021209681803309783266124497916667367018244979196837890625^\circ$ ،  $\angle AE = 0.000000000000000000000000000000000000029387358770565768759642187500000051060484090165489163266124497916667367018244979196837890625^\circ$ ،  $\angle AF = 0.000000000000000000000000000000000000014693679385282884379821093750000002553024204507724456653124497916667367018244979196837890625^\circ$ ،  $\angle AG = 0.0000000000000000000000000000000000000073468396926414421999104687500000012765121022538622283266124497916667367018244979196837890625^\circ$ ،  $\angle AH = 0.0000000000000000000000000000000000000036734198463207210999552343750000006382560511269311391330624497916667367018244979196837890625^\circ$ ،  $\angle AI = 0.00000000000000000000000000000000000000183670992316036054997761718750000003191280255634556653124497916667367018244979196837890625^\circ$ ،  $\angle AJ = 0.000000000000000000000000000000000000000918354961580180274988808937500000015956401278172783266124497916667367018244979196837890625^\circ$ ،  $\angle AK = 0.000000000000000000000000000000000000000459177480790090137494404687500000007978200639086391330624497916667367018244979196837890625^\circ$ ،  $\angle AL = 0.0000000000000000000000000000000000000002295887403950450687472023437500000039891003195431956653124497916667367018244979196837890625^\circ$ ،  $\angle AM = 0.000000000000000000000000000000000000000114794370197522534373611171875000000199455015977159783266124497916667367018244979196837890625^\circ$ ،  $\angle AN = 0.005739718509876126718655589375000000099727507988779891330624497916667367018244979196837890625^\circ$ ،  $\angle AO = 0.002869859254938063359327796875000000498637519944399456653124497916667367018244979196837890625^\circ$ ،  $\angle AP = 0.00143492962746903167966389843750000002493187597222497916667367018244979196837890625^\circ$ ،  $\angle AQ = 0.000717464813734515848831949218750000012465937986112449791666736701824497$

- ٢ في الشكل المقابل ، س ص ع مثلث فيه :  $\angle \text{هـ} = 45^\circ$   
 و نقطة تقاطع الأعمدة المرسومة من رؤوسه على أضلعه ،  
 س ل  $\cap$  هـ ع = { و } .  
 (١) أوجد بالبرهان  $\angle \text{هـ} و س$  )  
 (٢) ما نوع المثلث هـ و س بالنسبة إلى أضلعه ؟




---

---

---

---

---

---

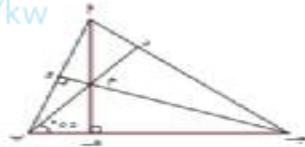
---

---

---

---

- ٣ ا ب ج مثلث فيه :  
 $\overline{\text{أهـ}} \perp \overline{\text{ب ج}} ، \overline{\text{ج و}} \perp \overline{\text{أ ب}} .$   
 $\angle \text{م ب هـ} = 55^\circ$   
 (١) أثبت أن :  $\overline{\text{ب د}} \perp \overline{\text{أ ج}} .$   
 (٢) أوجد  $\angle \text{م أ ج} .$




---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

## القطع المتوسطة للمثلث Medians of a Triangle

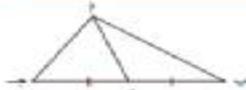
٦-٧

سوف تتعلم : تعريف نظرية القطع المتوسطة للمثلث لحلّ تمارين هندسية .

العبارات والمفردات :

Median of a Triangle

القطع المتوسطة للمثلث



في  $\Delta$   $ABC$  :  
 $D$  منتصف  $BC$  ،  
 $AD$  تسمى ( قطعة متوسطة للمثلث  $ABC$  ) .

القطعة المتوسطة للمثلث : هي القطعة المستقيمة التي تصل بين أي رأس في المثلث ومنتصف الضلع المقابل له .

استكشف 88

في  $\Delta$   $ABC$  : ومنتصف  $AB$  ،  $E$  منتصف  $AC$  ،  
 $DE$  و  $BC$  :  $DE \parallel BC$  و  $DE = \frac{1}{2} BC$  ؟

هل  $AM$  ينصف  $BC$  ؟

للتحقق من ذلك ، نضع ما يلي :

العمل : نرسم  $AM$  يقطع  $BC$  في  $D$  ، بحيث  $AD = DM = MD$  ، ثم نصل  $DE$  و  $DM$  .

في  $\Delta$   $ABE$  : و  $M$  و  $D$  //  $BE$  و  $AD = DM$  ؟

في  $\Delta$   $ACM$  :  $DM \parallel AC$  ؟

هل الشكل  $BCDE$  متوازي أضلاع ؟ وضح إجابتك .

∴ قطرا متوازي الأضلاع

∴  $BD = DC$  ،

∴  $AD$  قطعة

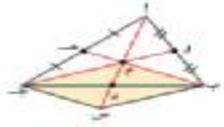
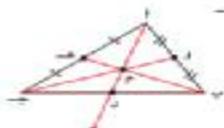
$AD = DM$  ،

∴  $D$  منتصف  $BC$  و  $AD = DM$  ،

∴  $AD = DM = MD$  ،

الواجب

أبواب هندسية .



بند 6-7 : على

الحصة الأولى	الحصة الثانية	الحصة الثالثة
استكشف (1)	مثال (2)	مثال (3)
دورك الان (1)	تمارين ذاتية (2)	دورك الان (3)
دورك الان (2)	تمارين ذاتية (3)	تمارين ذاتية (4)
تمارين ذاتية (1)		

## القطع المتوسطة للمثلث Medians of a Triangle

٦ - ٧

سوف تتعلم : توظيف نظرية القطع المتوسطة للمثلث لحل تمارين هندسية

### العبارات والمفردات :

Median of a Triangle

القطع المتوسطة للمثلث



في  $\Delta$   $ABC$  :  
د منتصف  $BC$  ،  
  $AD$  تُسمى ( قطعة متوسطة للمثلث  $ABC$  ) .

القطع المتوسطة للمثلث : هي القطعة المستقيمة التي تصل بين أي رأس في المثلث ومنتصف الضلع المقابل له .

### استكشاف

في  $\Delta$   $ABC$  : ومنتصف  $AB$  ، ه منتصف  $AC$  ،  
  $DE$   $\parallel$   $BC$  و  $D$  -  $E$   $\parallel$   $BC$  .

هل  $AM$  ينصف  $BC$  ؟

للتحقق من ذلك ، نتبع ما يلي :

العمل : نرسم  $AM$  يقطع  $DE$  في  $N$  ، بحيث  $AN = NM$  ، ثم نصل  $BN$  ،  $EN$  .

في  $\Delta$   $ABN$  :  $DN \parallel EN$  و  $D$  -  $E$   $\parallel$   $BC$  ؟ لماذا ؟

في  $\Delta$   $ACN$  :  $EN \parallel DN$  و  $D$  -  $E$   $\parallel$   $BC$  ؟

هل الشكل  $BNEN$  متوازي أضلاع ؟ وضح إجابتك .

∴ قطرا متوازي الأضلاع

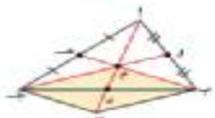
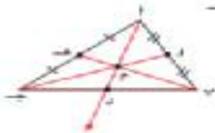
∴  $BN = EN$  ،

∴  $AD = DC$  ،

∴  $AN = CN$  ،

∴  $AN = CN = BN = EN$  ،

∴  $AN = CN = BN = EN = \frac{1}{2} BC$  .



١٨٢

مؤشر الأداء

معايير المنهج

المجال

التذكر - التعرف - الفهم -  
التعاون - العمل الجماعي -  
الاستكشاف والتقصي -  
المقارنة والتمييز - العلاقات -  
التعليل - الاستدلال - الاستنتاج -  
التقويم - حل المشكلات - القوانين -  
التخطيط - الوسائط

إستخدام التصور البصري  
والتعليل المكاني والنمذجة  
الهندسية لتمثيل عالمه  
المادي ووصفه وحل  
مشكلاته .

تحليل صفات وخصائص  
الأشكال الهندسية ثنائية  
وثلاثية الأبعاد ، وتنمية  
التفكير الرياضي حول  
العلاقات الهندسية ،  
والمقارنة بين الأشكال  
وتصنيفها .

الهندسة  
والقياس

• معيار الدرس

• المجال

## القطع المتوسطة للمثلث Medians of a Triangle

٦ - ٧

سوف نتعلم : نوظف نظرية القطع المتوسطة للمثلث لحل تمارين هندسية .

### المفردات والمفردات :

Median of a Triangle

القطع المتوسطة للمثلث



في  $\Delta$  أ ب ج :  
د منتصف ب ج ،  
أ د تسمى ( قطعة متوسطة للمثلث أ ب ج ) .  
القطعة المتوسطة للمثلث : هي القطعة المستقيمة التي تصل بين أي رأس في المثلث ومثلث الضلع المقابل له .

موقع

### استكشاف

#### الواجب

أدوات هندسية .

في  $\Delta$  أ ب ج : و منتصف أ ب ، د منتصف ب ج ،  
ب هـ // أ د و  $هـ د = د ج$  .

هل أ م ينصف ب ج ؟

للتحقق من ذلك ، نقيع ما يلي :

العمل : نرسم أ م يقطع ب ج في د ، بحيث أ م = م ب ، ثم نصل ب س ، س ج .

في  $\Delta$  أ ب س : و م // ب س ؟ لماذا ؟

في  $\Delta$  أ س ج : م // س ج ؟

هل الشكل ب س ج م متوازي أضلاع ؟ وضح إجابتك .

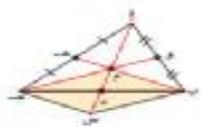
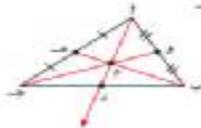
∴ قطعا متوازي الأضلاع

∴ ب د = د م

∴ أ د قطعة

∴ د = م

∴ م د = د م = س م =  $\frac{1}{2}$  (ب) = (س م) = س د



١٨٣

نتائج التعلم  
يوظف نظرية القطع  
المتوسطة للمثلث لحل  
تمارين هندسية .

العبارات والمفردات

القطع المتوسطة للمثلث

مؤشرات الأداء

يتذكر مفهوم القطعة المتوسطة  
للمثلث .

يستكشف نظرية المتوسطات للمثلث .

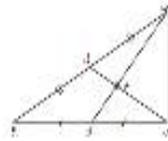
## مؤشرات الأداء

- يستنتج ان نقطة تقاطع القطع المتوسطة تتقاطع في نقطة واحدة في المثلثات المختلفة.
- يتعرف ان نقطة تقاطع القطع المتوسطة للمثلث تقسم كل منها بنسبة 1:2 من جهة الرأس

### دورك الآن (1)

في المثلث المقابل من ص ح مثلث:

- 1° ل منتصف  $\overline{AC}$  من ك نقطة
- 2° ك منتصف  $\overline{BC}$  من ل نقطة
- 3° ل من ك = م
- 4° م هي نقطة



### مثال (1)

أ ب ج مثلث قائم الزاوية في ب .

ب ج = 6 سم .

م نقطة تقاطع القطع المتوسطة لقطعة أ ب ج ،  $\angle \text{م} = 30^\circ$

أوجد ما يلي من كل من : (أ) أ ج ، (ب) ب د

(ج) أ ب ، (د) م ج

الحل :

المعطيات : أ ب ج مثلث قائم الزاوية في ب ، م نقطة تقاطع القطع المتوسطة .

ب ج = 6 سم ،  $\angle \text{م} = 30^\circ$

المطلوب : إيجاد كل من : (أ) أ ج ، (ب) ب د ، (ج) أ ب ، (د) م ج

البرهان : ك أ ب ج مثلث قائم الزاوية في ب فيه :

$$\angle \text{ب} = 90^\circ \Rightarrow \angle \text{ب} = 2 \times \angle \text{م} = 2 \times 30^\circ = 60^\circ$$

$$\angle \text{ب} = 60^\circ \Rightarrow \angle \text{ب} = 2 \times \angle \text{د} \Rightarrow \angle \text{د} = 30^\circ$$

$$\therefore \text{أ ج} = 2 \times \text{ب ج} = 2 \times 6 = 12 \text{ سم (مثلث ثلاثيني متساوي)}$$

$$\therefore \text{ل منتصف أ ج} \Rightarrow \text{ب د زاوية قائمة}$$

$$\text{ب د} = \frac{1}{2} \text{أ ج} = \frac{1}{2} \times 12 = 6 \text{ سم}$$

$$\therefore \text{أ ب} = \sqrt{\text{ب د}^2 + \text{ب ج}^2} = \sqrt{6^2 + 6^2} = 6\sqrt{2} \text{ سم}$$

$$\therefore \text{أ ب} = 6\sqrt{2} \text{ سم}$$

البحث في المثلث القائم الزاوية والمثلث المبرمج الزاوية .



• ماذا لاحظ ؟

نظرية :

القطع المتوسطة للمثلث تتقاطع في نقطة واحدة تُقسم كل منها بنسبة 2 : 1 من جهة الرأس .



في أ ب ج :

أ د : نقطة منتصف

م نقطة تقاطع القطع المتوسطة للمثلث .

أكمل :

- أ م = م د
- ب م = م ج
- أ م = م د
- ب م = م ج
- أ م = م د
- ب م = م ج

### دورك الآن (2)

في كل من المثلثات التالية : و نقطة تقاطع القطع المتوسطة .

أكمل ( دون استخدام البرهان الهندسية ) .



لكن ب د = 4 سم

أ ب د = 8 سم

أ ب د = 8 سم



لكن و د = 6 سم

أ و د = 12 سم

أ و د = 12 سم



لكن ب د = 2 سم

أ ب د = 4 سم

أ ب د = 4 سم



مهارات تفكير عليا :



- لديك قائمتان . اختر من القائمة ( ٢ ) ما يناسب كل تمرين من القائمة ( ١ )  
 لتحصل على إجابة صحيحة .  
 في الشكل المقابل : أ ب جـ مثلث قائم الزاوية في أ .  
 د منتصف أ ب . و منتصف ب جـ .  
 د هـ // ب جـ . د هـ = ٦ سم

القائمة ( ٢ )	القائمة ( ١ )
١ سم	١ ص و =
٢ سم	٢ د س =
٣ سم	٣ س ص =
٤ سم	
٦ سم	

مهارات تفكير عليا

المناهج الكويتية

موقع المناهج الكويتية  
 almanahj.com/kw

# تقويم الوحدة التعليمية السابعة

## تقويم الوحدة التعليمية السابعة ( حصة واحدة )

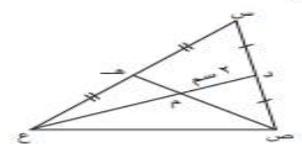
يحل المعلم المسائل المقالية لعب السبورة مع المتعلمين من تقويم  
الوحدة ويترك تمارين مشابهة للمتعلم لتطبيقه في الحصة

يحل المعلم المسائل الموضوعية بالنقاش الجماعي لتوصيل أسلوب  
حل الأسئلة الموضوعية

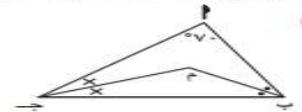
تقويم الوحدة التعليمية السابعة  
Unit Seven Assessment

أولاً: البنود المقالية

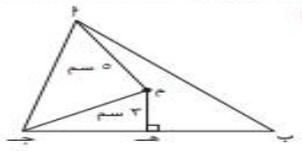
١ في كل من المثلثات التالية ، أكمل دون استخدام الأدوات الهندسية :



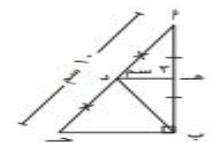
م نقطة تقاطع القطع المتوسطة للمثلث س ص ع .  
..... = م ع  
..... = م د



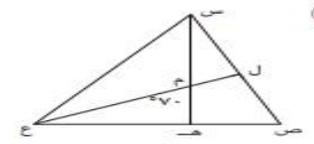
..... = ( م ب ) + ( م ج )  
..... = ( م ب ) + ( م ج )



م نقطة تقاطع محاور أضلاع المثلث ب ج د .  
..... = م ج  
..... = م د  
..... = م ب  
..... = م ب

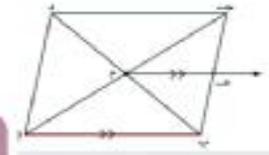


..... = م ج  
..... = م د  
..... = م ب  
..... = م ب



م نقطة تقاطع الأعمدة المرسومة من رؤوس المثلث س ص ع على أضلاعه .  
..... = ( م ع )  
..... = ( م ل )

3 في الشكل المقابل :  
 أ ب ج د متوازي الأضلاع تقاطع قطراه في م  
 م هـ // ب ويلتقط ب جـ في هـ .  
 أثبت أن : هـ منتصف ب جـ .




---

---

---

---

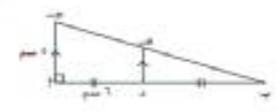
---

---

---

---

3 في الشكل المقابل . أ ب جـ مثلث قائم الزاوية في ب  
 د منتصف أ ب . د هـ // أ جـ .  
 د ب = 6 سم . أ جـ = 5 سم .  
 1 أثبت أن : ب هـ = جـ د .  
 2 أوجد : طول هـ جـ .




---

---

---

---

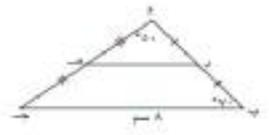
---

---

---

---

7 أ ب جـ مثلث فيه : د منتصف أ ب .  
 هـ منتصف أ جـ . هـ ( د ) = 5 .  
 ب جـ = 8 سم . هـ ( ب ) = 7 .  
 أوجد بالبرهان : (1) د هـ (2) هـ ( أ جـ )  
 (3) هـ ( أ جـ د )




---

---

---

---

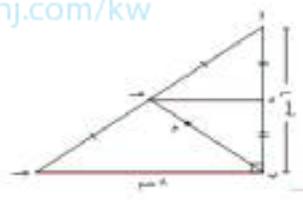
---

---

---

---

7 أ ب جـ مثلث قائم الزاوية في ب فيه :  
 د منتصف أ ب . هـ منتصف أ جـ .  
 أ ب = 6 سم . ب جـ = 8 سم  
 م نقطة تقاطع القطع المتوسطة للمثلث أ ب جـ .  
 أوجد بالبرهان : 1 د هـ 2 ب هـ  
 3 م هـ 4 جـ هـ




---

---

---

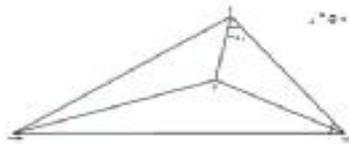
---

---

---

---

---

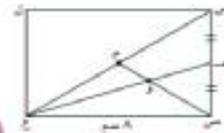


١ أب جد مثلث فيه :  $\hat{A} = 50^\circ$  ،  $\hat{B} = 60^\circ$  ،  $\hat{C} = 90^\circ$  .  
 حيث  $M$  نقطة تقاطع منصفات الزوايا الداخلية .  
 أوجد بالبرهان  $\hat{M}$  (أجـ م) .

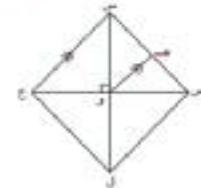


٢ في الشكل المقابل :  $\hat{A} = 40^\circ$  ،  $\hat{B} = 60^\circ$  ،  $\hat{C} = 80^\circ$  .  
 $M$  على الترتيب ،  $\hat{M} = 90^\circ$  .  
 برهن أنّ :  $\hat{M} = 90^\circ$  و  $\hat{C} = 90^\circ$  .

تقويم الوحدة التعليمية السابعة



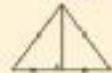
٣ من  $EF \perp AC$  مستطيل .  
 $M$  نقطة تقاطع قطريه ،  $\hat{A} = 60^\circ$  ،  $\hat{B} = 90^\circ$  ،  $\hat{C} = 30^\circ$  ،  $\hat{D} = 60^\circ$  .  
 نثبت  $EF \perp AC$  ،  $\hat{M} = 90^\circ$  ،  $\hat{E} = 60^\circ$  ،  $\hat{F} = 30^\circ$  .  
 (١) برهن أنّ :  $M$  نقطة تقاطع القطع المتوسطة للمثلث  $ABC$  .  
 (٢) أوجد طول  $OM$  .



٤ عند تصميم إحدى القوسات الفلّية .  
 قُزر المصنّف رسم الشكل المقابل كما هو موضح :  
 حيث  $EF \perp AC$  ،  $\hat{A} = 60^\circ$  ،  $\hat{B} = 90^\circ$  ،  $\hat{C} = 30^\circ$  ،  $\hat{D} = 60^\circ$  .  
 رسم  $EF \parallel AC$  ،  $\hat{M} = 90^\circ$  ،  $\hat{E} = 60^\circ$  ،  $\hat{F} = 30^\circ$  .  
 أوجد بالبرهان طول  $OM$  .

تذكر

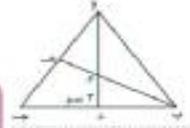
في المثلث المتساوي الساقين العمود المرسوم من رأس المثلث على قاعدته ينصفها .



في البنود (٧-١٩) أربعة اختيارات ، واحد فقط منها صحيح ، ظلّ الإجابة الصحيحة .

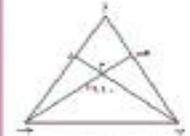
بند (6\_7)  أ ب ج د مثلث فيه م نقطة تقاطع متواسطات المثلث .  
 م د = ٣ سم . فإن أ د =

- أ ٦ سم  ب ٩ سم  ج ١٠ سم  د ٨ سم



بند (5\_7)  أ ب ج د مثلث فيه م نقطة تقاطع الأعمدة المرسومة من رؤوس المثلث على أضلاعه .  $\angle م (ب م ج) = ١١٠^\circ$  .  
 فإن  $\angle م (أ م د) =$

- أ ٧٠°  ب ١١٠°  ج ٣٥°  د ٦٠°



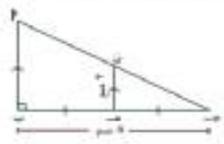
بند (4\_7)  أ ب ج د مثلث قائم الزاوية في أ .  
 م نقطة تقاطع مناسطات الزوايا الداخلتة للمثلث ،  
 $\angle م (أ م ب) = ٣٠^\circ$  . فإن  $\angle م (ج م د) =$

- أ ٣٠°  ب ٤٠°  ج ٥٠°  د ٦٠°



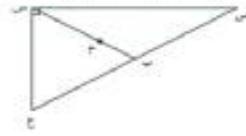
بند (2\_7)  أ ب ج د مثلث قائم الزاوية في ب .  
 هـ منتصف ب ج د . هـ ن ك ل ب ف .  
 فإن : أ ج د =

- أ ٨ سم  ب ١٠ سم  ج ٣ سم  د ٦ سم



بند (6\_7)  أ ب ج د مثلث قائم الزاوية في م .  
 طول وتره = ٢٤ سم . م نقطة تقاطع القطع  
 المتواسطة للمثلث من م ع .  
 فإن : ج ب =

- أ ٤ سم  ب ٣ سم  ج ٦ سم  د ١٢ سم



ثانياً: البنود الموضوعية

في البنود (١-٦) ، نقلّ  إن كانت العبارة صحيحة ، وظلّ  إن كانت العبارة غير صحيحة .

بند (1\_7)

أ  ب  ج  د المثلث أ ب ج فيه د منتصف أ ب ، هـ منتصف أ ج ، ز هـ د = ٥ سم .  
 فإن أ ج د = ١٠ سم .

بند (3\_7)

أ  ب  ج  د نقطة تقاطع محاور أضلاع المثلث المنفرج الزاوية تقع داخل المثلث .

بند (5\_7)

أ  ب  ج  د نقطة تقاطع الأعمدة المرسومة من رؤوس المثلث القائم الزاوية على أضلاعه هي رأس الزاوية القائمة .

بند (6\_7)

أ  ب  ج  د في الشكل المقابل دائرة مركزها م . فإن م هي نقطة تقاطع القطع المتواسطة للمثلث من م ع .

بند (5\_7)

أ  ب  ج  د إذا كان  $\Delta$  أ ب ج متطابق الأضلاع ، م نقطة تقاطع الأعمدة المرسومة من رؤوسه على أضلاعه .  
 ج د من  $\Gamma$  أ م =  $\Gamma$  م .  
 فإن  $\angle م (أ م ج) = ١٢٠^\circ$

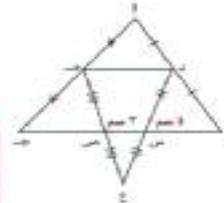
بند (1\_7)

أ  ب  ج  د في الشكل المقابل :  
 $\angle م = ٧^\circ$

١٧ في الشكل المقابل ، وحسب المعطيات الموشحة حيث  
ب س = ٤ سم ، س ص = ٣ سم ، فإن طول  $\overline{ص ج}$  يساوي :

- ١ ٣ سم    ٢ ٤ سم    ٣ ٥ سم    ٤ ٦ سم

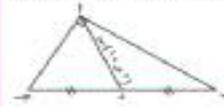
بند (1\_7)



١٨ في الشكل المقابل : المثلث  $\Delta$  ب ج د قائم الزاوية في  $\Delta$  ،  
د منتصف  $\overline{ب ج}$  حيث  $\Delta = ٢$  - (  $\Delta = ٦$  ) سم .

- ب ج - (  $\Delta = ١٠$  ) سم . فإن طول  $\overline{أ د}$  يساوي
- ١ ٣٠ سم    ٢ ٦٠ سم    ٣ ٦٥ سم    ٤ ٢٠ سم

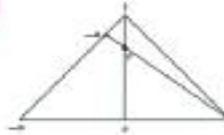
بند (2\_7)



١٩ في الشكل المقابل : إذا كانت م نقطة تقاطع الأضلاع  
المرسومة من رؤوس المثلث على أضلاعه .

- فإن  $\Delta$  (  $\Delta ب ج$  ) =
- ١  $\Delta ( ب د ج )$     ٢  $\Delta ( ب ج د )$   
٣  $\Delta ( ج د ب )$     ٤  $\Delta ( د ج ب )$

بند (5\_7)



تقديم الوحدة التعليمية السابعة  
تقديم الوحدة التعليمية السابعة

١٦ عدد القطع المتوسطة للمثلث المنفرج الزاوية يساوي :

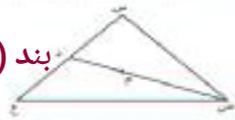
- ١ ١    ٢ ٢    ٣ ٣    ٤ ٤

بند (6\_7)

١٧ إذا كان  $\overline{د ص}$  قطعة متوسطة في المثلث  $\Delta$  ب ج د ،  
م نقطة تلاقي القطع المتوسطة ، فإن  $\Delta$  =

- ١  $\frac{١}{٢}$  من م    ٢ ٢ من م    ٣  $\frac{١}{٣}$  من م    ٤ ٢ من م

بند (6\_7)



١٨ س ص ج مثلث متساوي الأضلاع .  $\overline{س د} \parallel \overline{ص ج}$  و  $\overline{س د} = \overline{د ج} = \overline{ج د}$  .  
فإن م هي نقطة تقاطع :

- ١ منصفات زوايا المثلث فقط .  
٢ منصفات زوايا المثلث والأضلاع المرسومة من رؤوسه على أضلاعه فقط .  
٣ منصفات زوايا المثلث والأضلاع المرسومة من رؤوسه على أضلاعه و القطع المتوسطة للمثلث ومجاور أضلاعه .  
٤ منصفات زوايا المثلث ومجاور أضلاعه فقط .

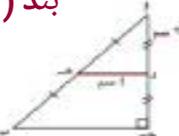
بند (6\_7)



١٩ في الشكل المقابل : إذا كانت د ، هـ منصفات  $\overline{أ ج}$  ،  
 $\overline{أ ب}$  على الترتيب ، فإن  $\Delta$  =

- ١ ٥ سم    ٢ ١٠ سم    ٣ ٢٥ سم    ٤ ١٢ سم

بند (2\_7)



٢٠ في الشكل المقابل :  $\Delta$  ب ج د مربع فيه  
س ، ص منتصفا  $\overline{ب ج}$  ،  $\overline{ج د}$  على الترتيب  
حيث  $\Delta = ١٢$  سم . فإن  $\Delta$  ب ج د يساوي :

- ١ ١٢ سم    ٢ ٦ سم    ٣ ٢ سم    ٤ ٤ سم

بند (2\_7)



تم بحمد الله