ضيدان العجمي

الملف دورة تدريبية شاملة للوحدة السابعة هندسة المثلث
موقع المناهج ⇦ ملفات الكويت التعليمية ⇦ الصف التاسع ⇦ رياضيات ⇦ الفصل الثاني

وزارة التربية
الإدارة العامة للتعليم الخاص
العام الدراسي ٢٠٢٥– ٢٠٢٦م

دورة التدريب على محتوى وتخطيط
الوحدة السابعة (هندسة المثلث)
للصف التاسع
للمرحلة المتوسطة

إعداد وتقديم الموجة الفني
أ: ضيدان العجمي

الوحدة التعليمية السابعة

مقارنة بين المنهج الجديد والمنهج القديم

الوحدة الثامنة : هندسة المثلّث

الموضوع : العلوم الهندسية والجسور

الوحدة التعليمية السابعة

هندسة المثلث

محتوى
الوحدة التعليمية السابعة

تحتوي الوحدة على 6 بنود بالإضافة الى تقويم الوحدة

مجموع الحصص
16 حصة

الوحدة التعليمية السابعة
هندسة المثلث

توزيع حصص الوحدة التعليمية السابعة

الوحدة التعليمية السابعة

هندسة المثلث

المجال ومعايير المنهج ومؤشرات الأداء للوحدة التعليمية السابعة

مؤشر الأداء	معايير المنهج	المجال
التذكر - التعرّف - الفهم - التعاون - العمل الجَماعي - الاستكشاف والتقصّي - المقارنة والتمييز - العلاقات - التعليل - الاستدلال - الاستنتاج - التقويم - حلّ المشكلات - القوانين - التخطيط - الوسائط	استخدام التصوّر البصري والتعليل المكاني والنمذجة الهندسية لتمثيل عالمه المادي ووصفه وحل مشكلاته.	الهندسة والقياس
	تحليل صفات وخصائص الأشكال الهندسية ثنائية وثلاثية الأبعاد ، وتنمية التفكير الرياضي حول العلاقات الهندسية ، والمقارنة بين الأشكال وتصنيفها .	

المجال

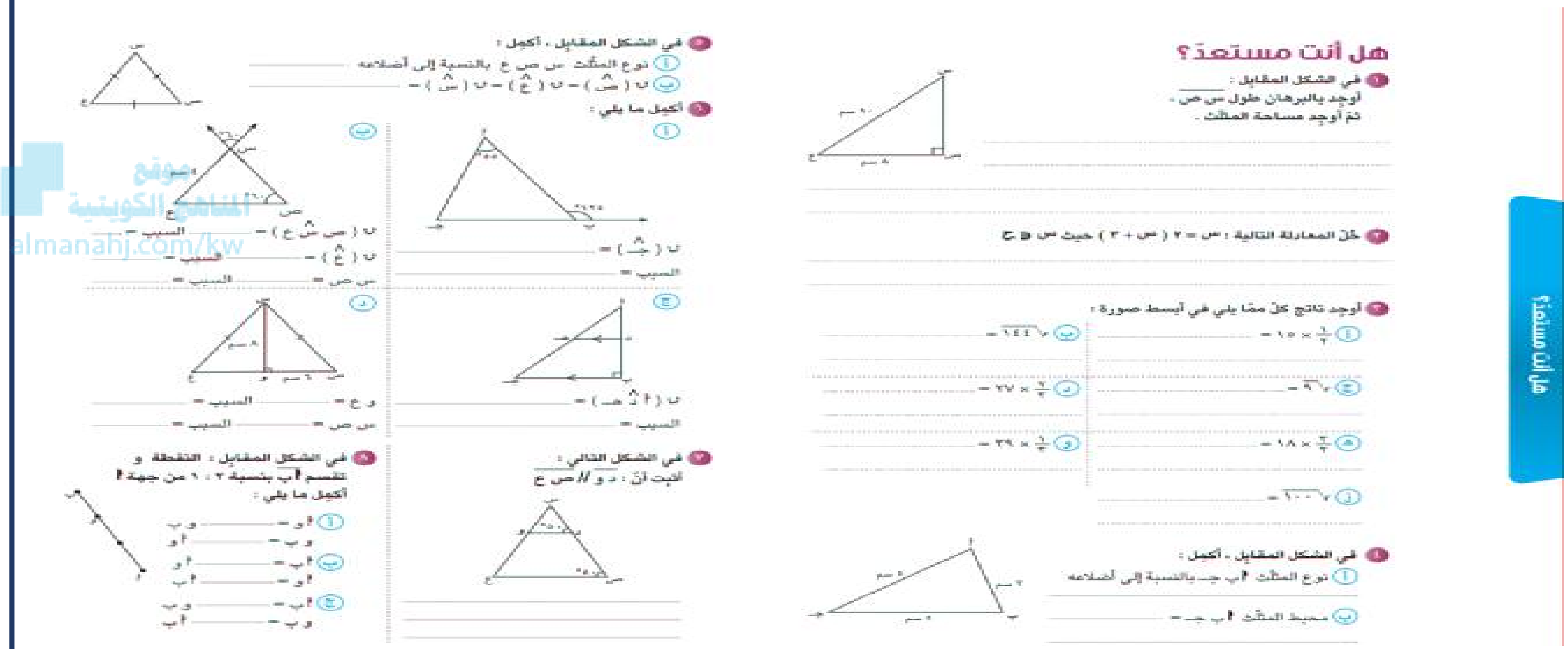
معايير المنهج

مؤشرات الأداء

مخطّط تنظيمي للوحدة التعليمية السابعة

- هندسة المثلّث
  - القطعة المستقيمة الواصلة بين منتصفَي ضلعَين
  - القطعة المستقيمة الواصلة من رأس الزاوية القائمة إلى منتصف الوتر
  - محاور أضلاع المثلّث
  - منصِّفات زوايا المثلّث
  - الأعمدة المرسومة من رؤوس المثلّث
  - القطع المتوسّطة للمثلّث

يراجع مفاهيم سابقة
نحتاجها في تدريس الوحدة



هل أنت مستعد؟

1. في الشكل المقابل : أوجد بالبرهان طول س ص ، ثم أوجد مساحة المثلث .

2. حل المعادلة التالية : س = ٢ (س + ٣) حيث س ∈ ح

3. أوجد ناتج كل مما يلي في أبسط صورة :

4. في الشكل المقابل ، أكمل :
   (أ) نوع المثلث أ ب جـ بالنسبة إلى أضلاعه
   (ب) محيط المثلث أ ب جـ =

5. في الشكل المقابل ، أكمل :
   (أ) نوع المثلث س ص ع بالنسبة إلى أضلاعه
   (ب) ق (ص^) = ق (ع^) = ق (س^) =

6. أكمل ما يلي :

7. في الشكل التالي : أثبت أن : د و // ص ع

8. في الشكل المقابل : النقطة و تقسم أب بنسبة ٢ : ١ من جهة أ
   أكمل ما يلي :

٧ - ١

القطعة المستقيمة الواصلة بين منتصفي ضلعين في مثلّث

The Midsegment of a Triangle

سوف تتعلم : توظيف نظرية القطعة المستقيمة الواصلة بين منتصفي ضلعين في مثلث لحل تمارين هندسية .

العبارات والمفردات :

مثلث	Triangle
قطعة مستقيمة	Segment

استكشف (١)

اللوازم: أدوات هندسية .

تذكر: من خواص متوازي الأضلاع القطران ينصف كل منهما الآخر

نظرية : القطعة المستقيمة الواصلة بين منتصفي ضلعين في مثلث توازي الضلع الثالث ، وطولها يساوي نصف طول هذا الضلع .

بند 7-1 : على 3حصص

الحصة الاولي	الحصة الثانية	الحصة الثالثة
استكشف (1)	مثال (3،4)	استكشف (2)
دورك الان (1)	دورك الان (2)	دورك الان (5)
مثال (2،1)	دورك الان (3)	مثال (5،6)
تمارين ذاتية (1)	تمارين ذاتية (2)	تمارين ذاتية (5)

المجال	معايير المنهج	مؤشر الأداء
الهندسة والقياس	إستخدام التصوّر البصري والتعليل المكاني والنمذجة الهندسية لتمثيل عالمه المادّي ووصفه وحلّ مشكلاته . تحليل صفات وخصائص الأشكال الهندسية ثنائية وثلاثية الأبعاد ، وتنمية التفكير الرياضي حول العلاقات الهندسية ، والمقارنة بين الأشكال وتصنيفها .	التذكّر - التعرّف - الفهم - التعاون - العمل الجَماعي - الاستكشاف والتقصّي - المقارنة والتمييز - العلاقات - التعليل - الاستدلال - الاستنتاج - التقويم - حلّ المشكلات - القوانين - التخطيط - الوسائط

- المجال
- معيار الدرس

٧ - ١ القطعة المستقيمة الواصلة بين منتصفَي ضلعَين في مثلّث
The Midsegment of a Triangle

سوف تتعلّم : توظيف نظرية القطعة المستقيمة الواصلة بين منتصفَي ضلعَين في مثلّث لحلّ تمارين هندسية .

العبارات والمفردات :

مثلّث Triangle — قطعة مستقيمة Segment

إستكشف (١)

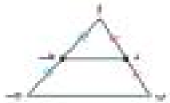
اللوازم

أدوات هندسية .

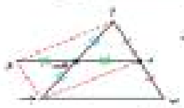
تذكّر

من خواص متوازي الأضلاع القطران ينصّف كلّ منهما الآخر

في المثلّث أ ب جـ ،
د منتصف $\overline{أ ب}$ ، هـ منتصف $\overline{أ جـ}$
ما العلاقة بين $\overline{د هـ}$ ، $\overline{ب جـ}$ ؟



العمل : نمدّ $\overleftarrow{د هـ}$ إلى و ، حيث د هـ = هـ و
ثمّ نصل $\overline{أ و}$ ، $\overline{د جـ}$ ، $\overline{و جـ}$.



١ هل الشكل أ د جـ و متوازي أضلاع ؟ لماذا ؟

....

٢ $\overline{أ د}$ // .... ، أ د = ...

٣ هل الشكل ب جـ و د متوازي أضلاع ؟ لماذا ؟

....

٤ $\overline{د و}$ // .... ، د و = ...

٥ $\overline{د هـ}$ // .... ، د هـ = ... ب جـ

نظرية :
القطعة المستقيمة الواصلة بين منتصفَي ضلعَين في مثلّث توازي الضلع الثالث ، وطولها يساوي نصف طول هذا الضلع .


٧ - ١

القطعة المستقيمة الواصلة بين منتصفي ضلعين في مثلث

The Midsegment of a Triangle

سوف تتعلم : توظيف نظرية القطعة المستقيمة الواصلة بين منتصفي ضلعين في مثلث لحل تمارين هندسية .

العبارات والمفردات :

مثلث Triangle قطعة مستقيمة Segment

استكشف (١)

اللوازم : أدوات هندسية .

نظرية : القطعة المستقيمة الواصلة بين منتصفي ضلعين في مثلث توازي الضلع الثالث ، وطولها يساوي نصف طول هذا الضلع .

١٤٠

ناتج التعلم :

- يوظف نظرية القطعة المستقيمة الواصلة بين منتصفي ضلعين في المثلث لحل تمارين هندسية .

العبارات والمفردات :

مثلث – قطعة مستقيمة


٧ - ١

القطعة المستقيمة الواصلة بين منتصفَي ضلعَين في مثلّث

The Midsegment of a Triangle

سوف تتعلّم : توظيف نظرية القطعة المستقيمة الواصلة بين منتصفَي ضلعين في مثلّث لحل تمارين هندسية

العبارات والمفردات :

مثلّث Triangle قطعة مستقيمة Segment

استكشف (١)

اللوازم: أدوات هندسية.

تذكّر: من خواص متوازي الأضلاع القطران ينصّف كل منهما الآخر.

في المثلّث أ ب جـ :
د منتصف أب ، هـ منتصف أجـ
ما العلاقة بين د هـ ، ب جـ ؟

العمل : نمدّ د هـ إلى و ، حيث د هـ = هـ و
ثم نصل أو ، د جـ ، و جـ .

١ هل الشكل أ د جـ و متوازي أضلاع ؟ لماذا ؟

٢ أد // .... ، أد = ...

٣ هل الشكل ب جـ و د متوازي أضلاع ؟ لماذا ؟

٤ د و // .... ، د و = ...

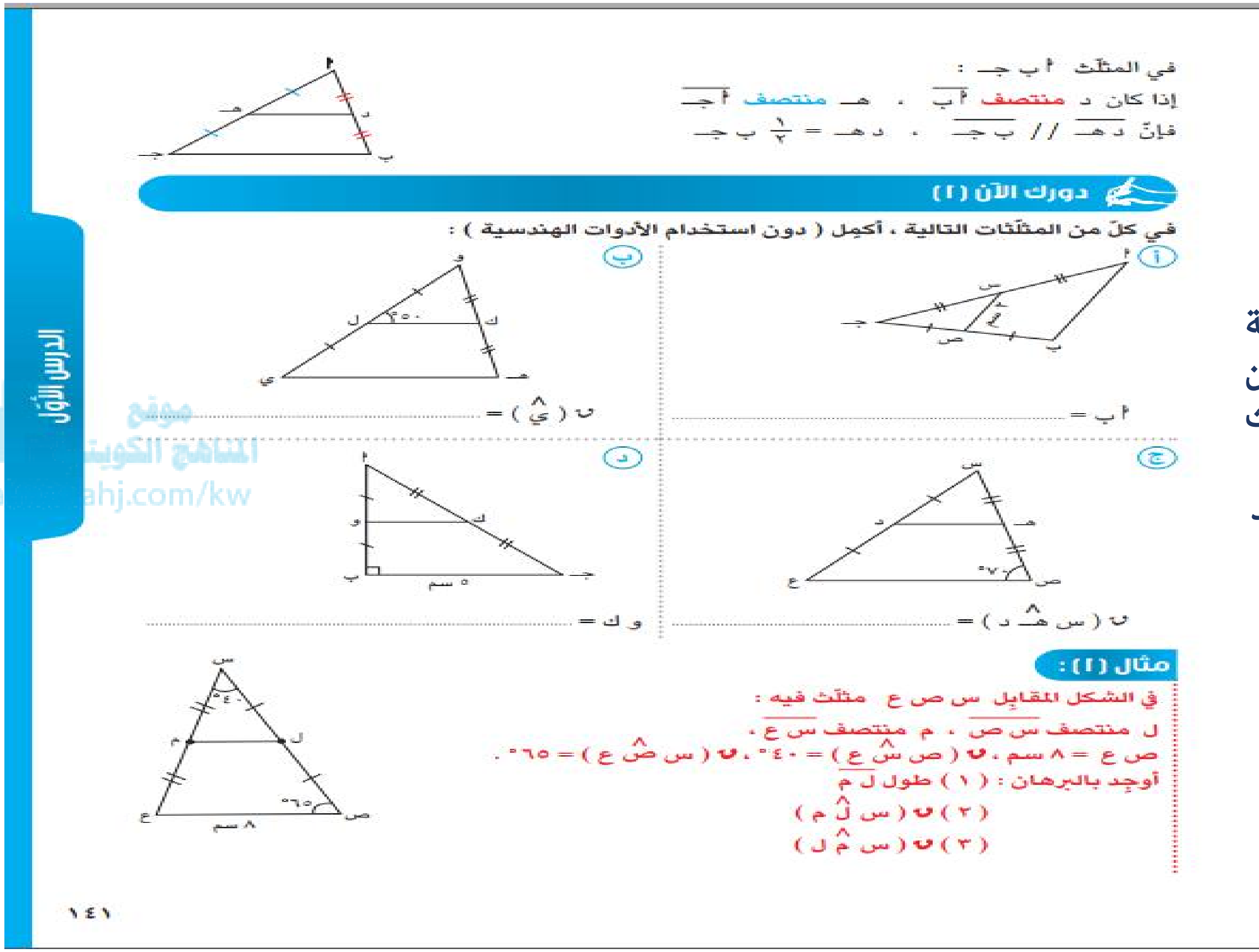
٥ د هـ // .... ، د هـ = ... ب جـ

نظرية :
القطعة المستقيمة الواصلة بين منتصفَي ضلعين في مثلّث توازي الضلع الثالث ، وطولها يساوي نصف طول هذا الضلع .

١٤٠

مؤشرات الأداء

- يوظف خواص متوازي الاضلاع في استنتاج نظرية القطعة المستقيمة الواصلة بين منتصفي ضلعين في مثلث.
- يستنتج نظرية القطعة المستقيمة الواصلة بين منتصفي ضلعين في مثلث.



في المثلث أ ب جـ :

إذا كان د منتصف $\overline{أب}$ ، هـ منتصف $\overline{أجـ}$

فإنّ $\overline{دهـ}$ // $\overline{بجـ}$ ، د هـ = $\frac{١}{٢}$ ب جـ

دورك الآن (١)

في كلّ من المثلّثات التالية ، أكمِل (دون استخدام الأدوات الهندسية) :

(أ) أ ب = ...

(ب) ق (ي^) = ...

(ج) ق (س هـ^ د) = ...

(د) و ك = ...

مثال (١) :

في الشكل المقابِل س ص ع مثلّث فيه :

ل منتصف $\overline{س ص}$ ، م منتصف $\overline{س ع}$ ،

ص ع = ٨ سم ، ق (ص سَ^ ع) = ٤٠° ، ق (س صَ^ ع) = ٦٥° .

أوجِد بالبرهان : (١) طول $\overline{ل م}$

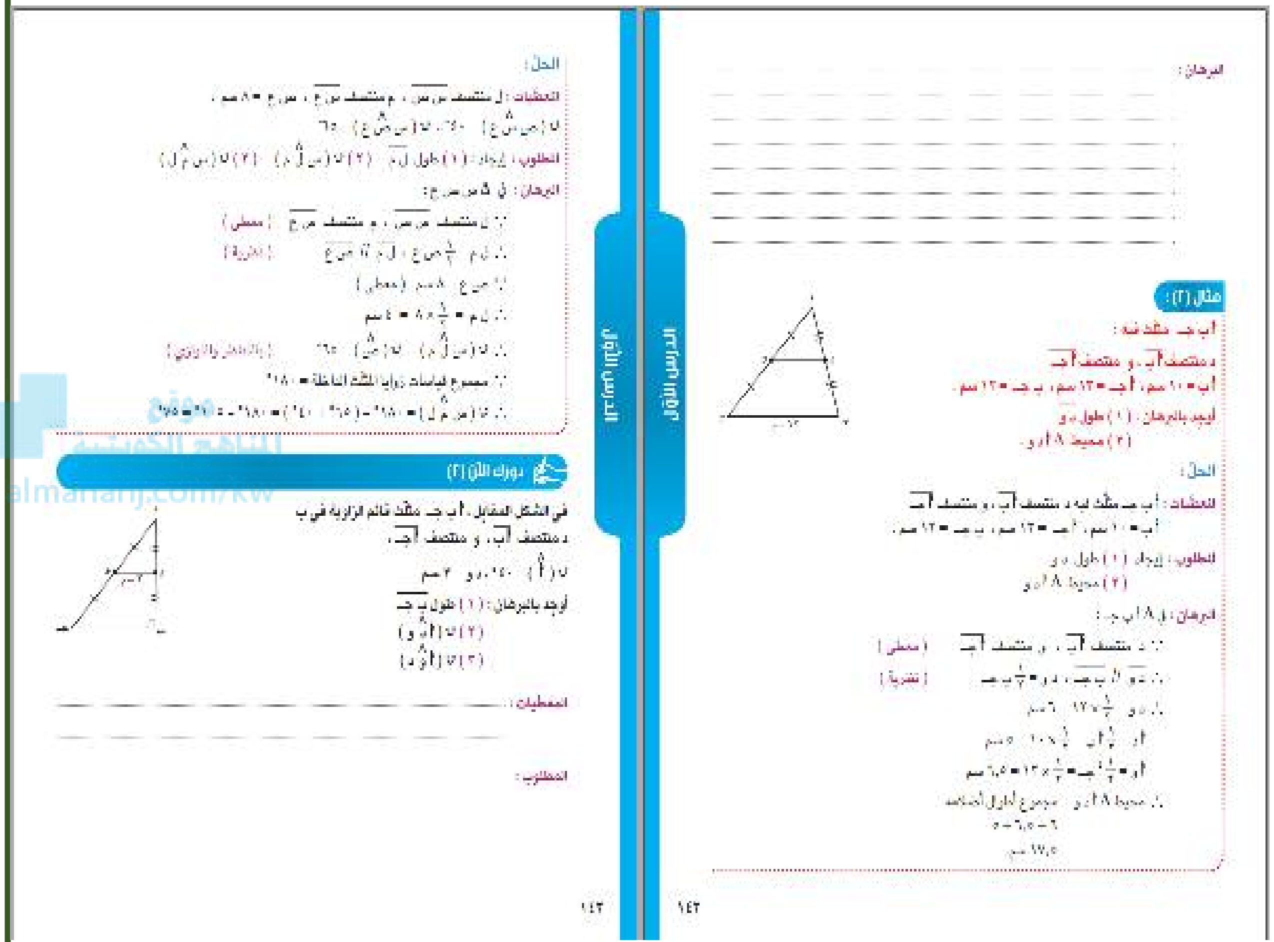
(٢) ق (س لَ^ م)

(٣) ق (س مَ^ ل)

الدرس الأول

مؤشرات الأداء

- يوظف نظرية القطعة المستقيمة الواصلة بين منتصفي ضلعين في المثلث لايجاد المطلوب.
- يوظف خواص التوازي لايجاد
- الزوايا المجهولة.



البرهان :

مثال (٢) :

الحل :

١٤٢

الحل :

دورك الآن (٢)

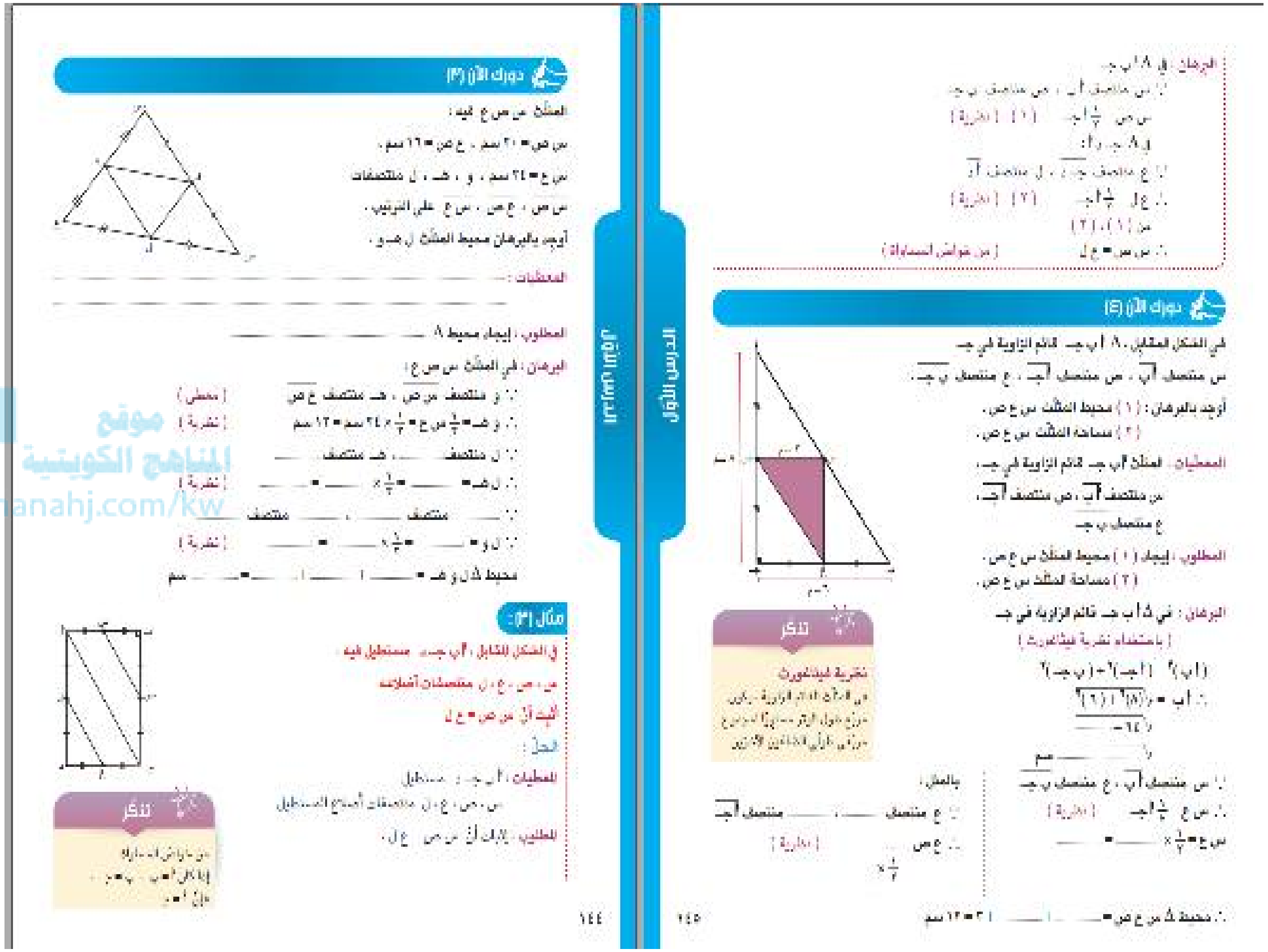
المعطيات :

المطلوب :

١٤٣

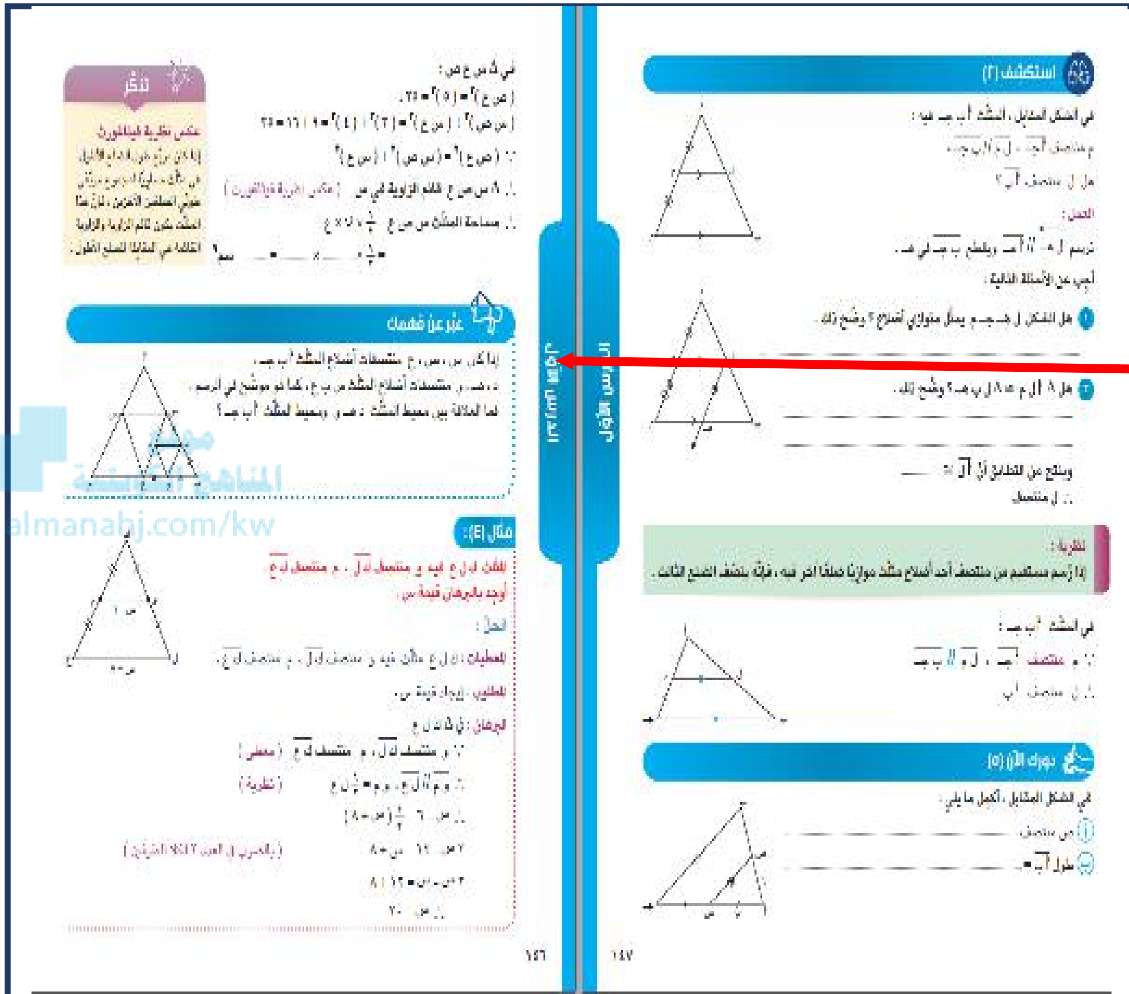
مؤشرات الأداء

- يتذكر ان محيط الشكل = مجموع أطوال أضلاعة .



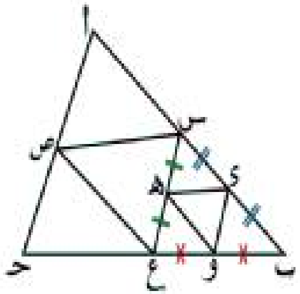
مؤشرات الأداء

- يتذكر نظرية فيثاغورث.



مؤشرات الأداء

- يتذكر عكس نظرية فيثاغورث .
- عبر عن فهمك



نلاحظ أن:

ع منتصف $\overline{\text{ب جـ}}$

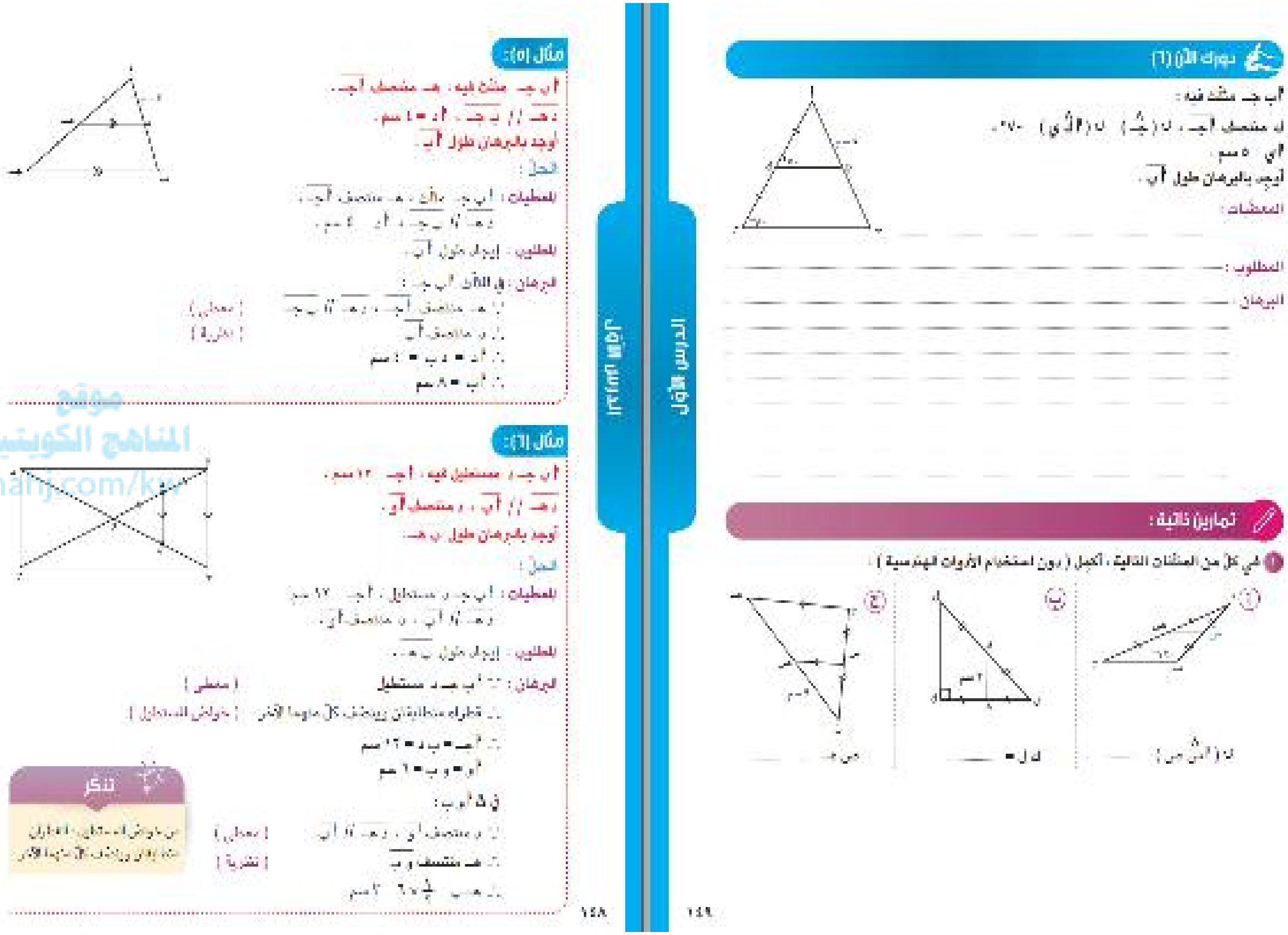
∴ ب ع = $\frac{1}{2}$ ب جـ

د هـ = $\frac{1}{2}$ ب ع ، ∴ د هـ = $\frac{1}{4}$ ب جـ

بالمثل: و هـ = $\frac{1}{2}$ س ص = $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2}$ أ ب = $\frac{1}{4}$ أ ب

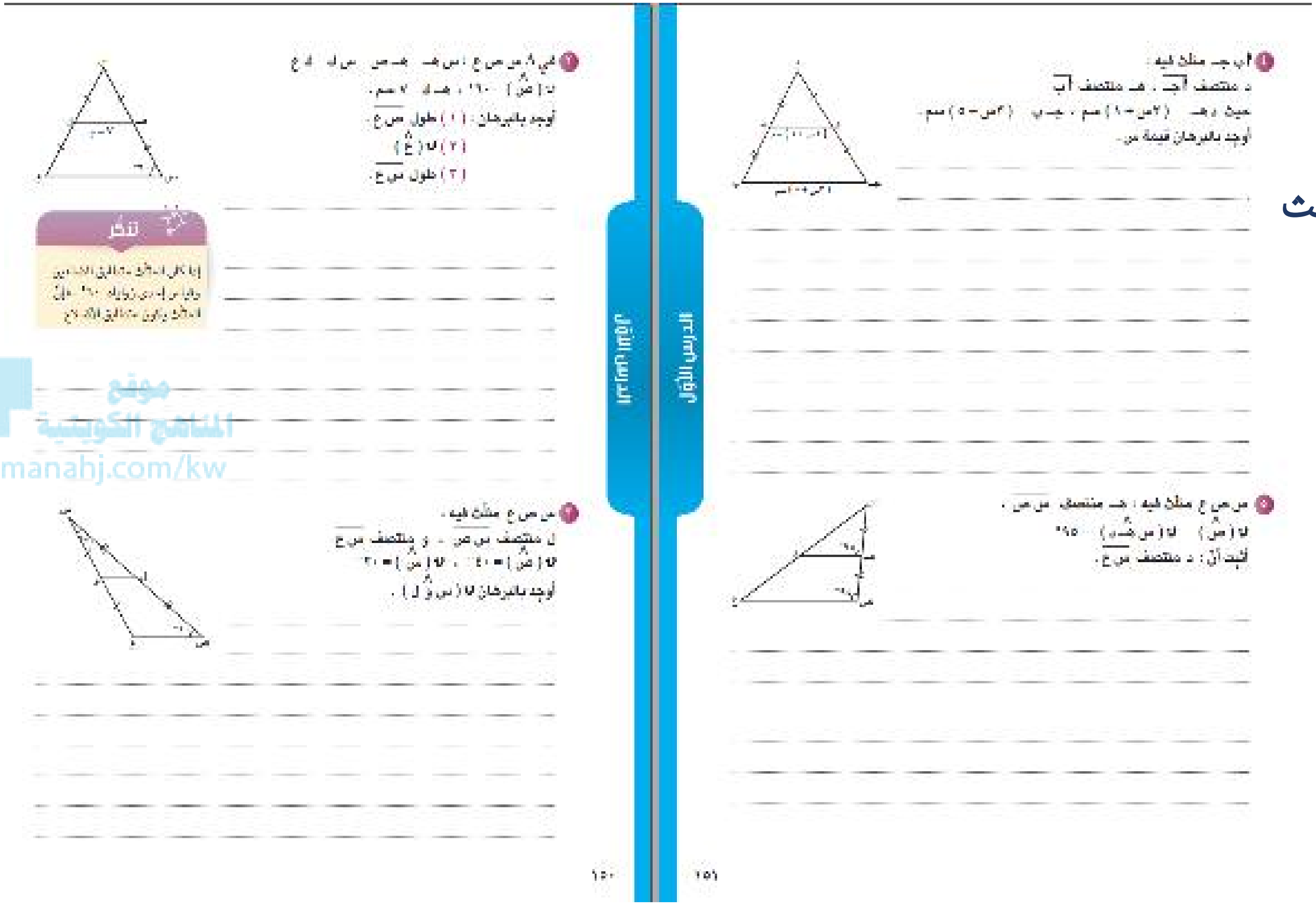
و د = $\frac{1}{2}$ س ع = $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2}$ أ جـ = $\frac{1}{4}$ أ جـ

محيط Δ د هـ و = $\frac{1}{4}$ محيط Δ أ ب جـ



مؤشرات الأداء

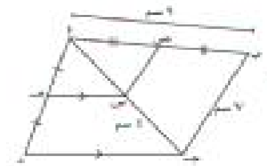
- يتذكر خواص المستطيل



مؤشرات الأداء

- يتذكر خواص المثلث المتطابق الاضلاع

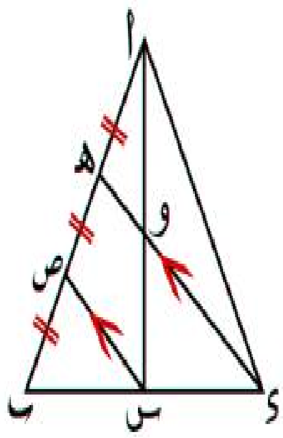
• مهارات تفكير العليا.



⑥ في الشكل المقابل : أ ب جـ د شكل رباعي فيه :
هـ ، ص منتصفا أد ، أب على الترتيب
س ∈ أجـ بحيث س هـ // جـ د ، جـ س = ٤ سم .
إذا كان ب جـ = ٧ سم ، أ ب = ٩ سم .
أوجد : (١) طول أس .
(٢) محيط Δ أ س ص .

مهارات تفكير عليا :

⑦ في الشكل المقابل :
س ص // د هـ ، و هـ = ٤ سم ،
أ هـ = هـ ص = ص ب
أوجد بالبرهان : طول و د .



في Δ أ ص س

∵ هـ منتصف أص ، و هـ // س ص .

∴ و منتصف أس .

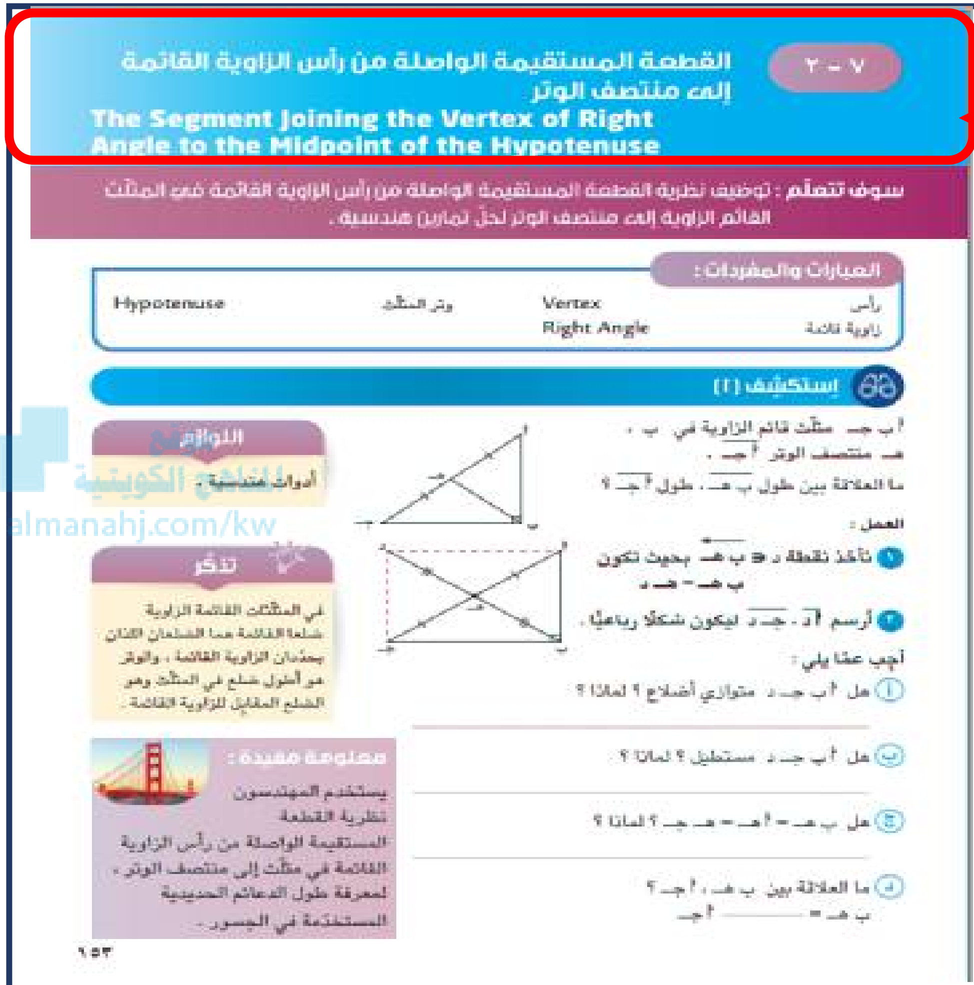
∵ و هـ // س ص ، ∴ و هـ = $\frac{١}{٢}$ س ص

و هـ = ٤ سم ، س ص = ٨ سم

Δ هـ د ب فيه س منتصف د ب ، ص منتصف هـ ب

∴ س ص = $\frac{١}{٢}$ هـ د ، ∴ هـ د = ١٦ سم ، (∴ د و = ١٦ - ٤ = ١٢ سم)

بند 2-7 : على 3حصص


٧ - ٢
القطعة المستقيمة الواصلة من رأس الزاوية القائمة إلى منتصف الوتر
The Segment Joining the Vertex of Right Angle to the Midpoint of the Hypotenuse

سوف تتعلم : توظيف نظرية القطعة المستقيمة الواصلة من رأس الزاوية القائمة في المثلث القائم الزاوية إلى منتصف الوتر لحل تمارين هندسية .

العبارات والمفردات :

رأس	Vertex	وتر المثلث	Hypotenuse
زاوية قائمة	Right Angle		

استكشف (١)

اللوازم
أدوات هندسية

تذكر
في المثلث القائم الزاوية طول القطعة المستقيمة الواصلة من رأس الزاوية القائمة إلى منتصف الوتر يساوي نصف طول الوتر ، والوتر هو أطول ضلع في المثلث وهو الضلع المقابل للزاوية القائمة .

معلومة مفيدة :
يستخدم المهندسون نظرية القطعة المستقيمة الواصلة من رأس الزاوية القائمة في مثلث إلى منتصف الوتر ، لمعرفة طول الدعامات الحديدية المستخدمة في الجسور .

أ ب جـ مثلث قائم الزاوية في ب ، هـ منتصف الوتر أ جـ .
ما العلاقة بين طول ب هـ ، طول أ جـ ؟

العمل :
١ تأخذ نقطة د ∈ ب هـ بحيث تكون ب هـ = هـ د
٢ أرسم أ د ، جـ د ليكون شكلاً رباعيًا .

أجب عما يلي :
أ هل أ ب جـ د متوازي أضلاع ؟ لماذا ؟
ب هل أ ب جـ د مستطيل ؟ لماذا ؟
جـ هل ب هـ = هـ د = أ هـ = هـ جـ ؟ لماذا ؟
د ما العلاقة بين ب هـ ، أ جـ ؟

١٥٣

الحصة الاولي	الحصة الثانية	الحصة الثالثة
استكشف (1)	استكشف (2)	مثال (3)
دورك الان (1)	دورك الان (3)	دورك الان (4)
مثال (1) دورك الان (2)	مثال (2)	تمارين ذاتية (3)
تمارين ذاتية (1)	تمارين ذاتية (2،1)	تمارين ذاتية (4)

٧ - ٢

القطعة المستقيمة الواصلة من رأس الزاوية القائمة إلى منتصف الوتر

The Segment Joining the Vertex of Right Angle to the Midpoint of the Hypotenuse

سوف تتعلّم : توظيف نظرية القطعة المستقيمة الواصلة من رأس الزاوية القائمة في المثلّث القائم الزاوية إلى منتصف الوتر لحلّ تمارين هندسية .

العبارات والمفردات :

رأس Vertex
زاوية قائمة Right Angle
وتر المثلّث Hypotenuse

إستكشف (١)

أ ب جـ مثلّث قائم الزاوية في ب ،
هـ منتصف الوتر $\overline{أجـ}$.
ما العلاقة بين طول $\overline{ب هـ}$ ، طول $\overline{أجـ}$ ؟

العمل :

١ تأخذ نقطة د ∈ $\overrightarrow{ب هـ}$ بحيث تكون ب هـ = هـ د

٢ أرسم $\overline{أد}$ ، $\overline{جـ د}$ ليكون شكلاً رباعيًا .

أجب عمّا يلي :

أ) هل أ ب جـ د متوازي أضلاع ؟ لماذا ؟

ب) هل أ ب جـ د مستطيل ؟ لماذا ؟

ج) هل ب هـ = أ هـ = هـ جـ ؟ لماذا ؟

د) ما العلاقة بين ب هـ ، أ جـ ؟
ب هـ = ———— أ جـ

اللوازم
أدوات هندسية .

تذكّر
في المثلّث القائم الزاوية ضلعا القائمة هما الضلعان اللذان يحدّدان الزاوية القائمة ، والوتر هو أطول ضلع في المثلّث وهو الضلع المقابل للزاوية القائمة .

معلومة مفيدة :
يستخدم المهندسون نظرية القطعة المستقيمة الواصلة من رأس الزاوية القائمة في مثلّث إلى منتصف الوتر ، لمعرفة طول الدعائم الحديدية المستخدمة في الجسور .

١٥٣

المجال	معايير المنهج	مؤشّر الأداء
	إستخدام التصوّر البصري والتعليل المكاني والنمذجة الهندسية لتمثيل عالمه الماديّ ووصفه وحلّ مشكلاته .	التذكّر - التعرّف - الفهم - التعاون - العمل الجَماعي - الاستكشاف والتقصّي - المقارنة والتمييز - العلاقات - التعليل - الاستدلال - الاستنتاج - التقويم - حلّ المشكلات - القوانين - التخطيط - الوسائط
الهندسة والقياس	تحليل صفات وخصائص الأشكال الهندسية ثنائية وثلاثية الأبعاد ، وتنمية التفكير الرياضي حول العلاقات الهندسية ، والمقارنة بين الأشكال وتصنيفها .	

- المجال
- معيار الدرس

۷ - ۲

القطعة المستقيمة الواصلة من رأس الزاوية القائمة إلى منتصف الوتر

The Segment Joining the Vertex of Right Angle to the Midpoint of the Hypotenuse

سوف تتعلم : توظيف نظرية القطعة المستقيمة الواصلة من رأس الزاوية القائمة في المثلث القائم الزاوية إلى منتصف الوتر لحلّ تمارين هندسية .

العبارات والمفردات :

رأس	Vertex	وتر المثلث	Hypotenuse
زاوية قائمة	Right Angle		

استكشف (١)

أ ب جـ مثلث قائم الزاوية في ب ،

هـ منتصف الوتر أ جـ .

ما العلاقة بين طول ب هـ ، طول أ جـ ؟

العمل :

١ نأخذ نقطة د ∈ ب هـ بحيث تكون ب هـ = هـ د

٢ أرسم أ د ، جـ د ليكون شكلاً رباعيًا .

أجب عما يلي :

أ هل أ ب جـ د متوازي أضلاع ؟ لماذا ؟

ب هل أ ب جـ د مستطيل ؟ لماذا ؟

ج هل ب هـ = أ هـ = هـ جـ ؟ لماذا ؟

د ما العلاقة بين ب هـ ، أ جـ ؟

ب هـ = ... أ جـ

اللوازم

أدوات هندسية .

تذكر

في المثلث القائم الزاوية ضلعا القائمة هما الضلعان اللذان يحددان الزاوية القائمة ، والوتر هو أطول ضلع في المثلث وهو الضلع المقابل للزاوية القائمة .

معلومة مفيدة :

يستخدم المهندسون نظرية القطعة المستقيمة الواصلة من رأس الزاوية القائمة في مثلث إلى منتصف الوتر ، لمعرفة طول الدعائم الحديدية المستخدمة في الجسور .

١٥٣

ناتج التعلم

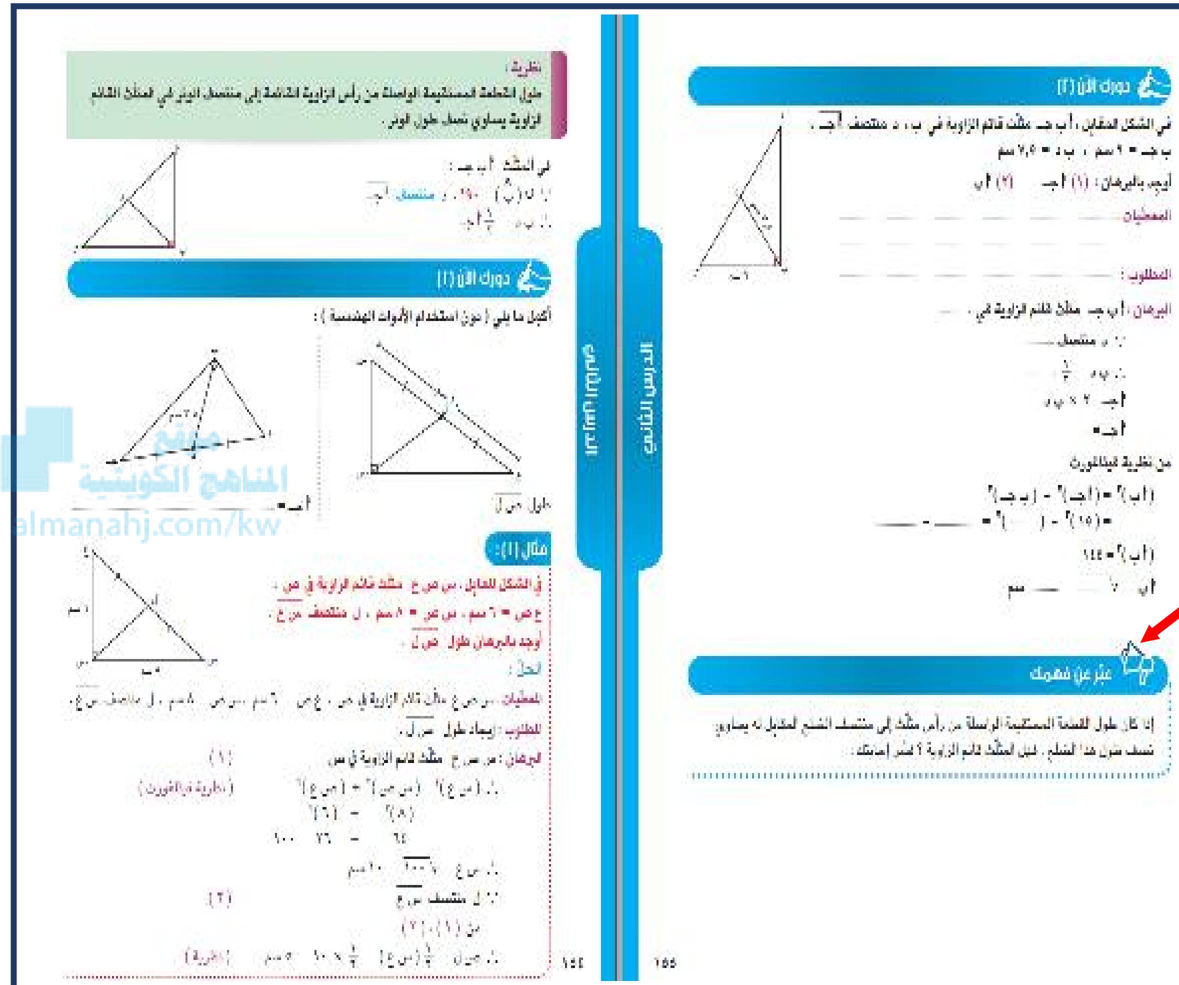
يوظف نظرية القطعة المستقيمة الواصل من راس الزاوية القائمة الي منتصف الوتر .

العبارات والمفردات

رأس ــ زاوية قائمة ــــ وتر المثلث

مؤشرات الأداء

- يحدد الوتر في المثلث القائم .
- يستكشف نظرية القطعة المستقيمة الواصلة من رأس الزاوية القائمة الي منتصف الوتر .

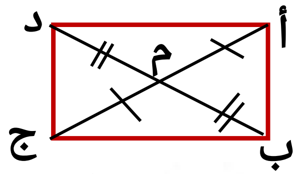


مؤشرات الأداء

- يستنتج نظرية القطعة المستقيمة الواصلة من راس الزاوية القائمة الي منتصف الوتر .

عبر عن فهمك

نعم المثلث يكون قائم الزاوية



اذا رسمنا د تنتمي ل $\overleftarrow{\text{ب م}}$

بحيث ب م = م د

∴ أم = م ج = ب م = م د

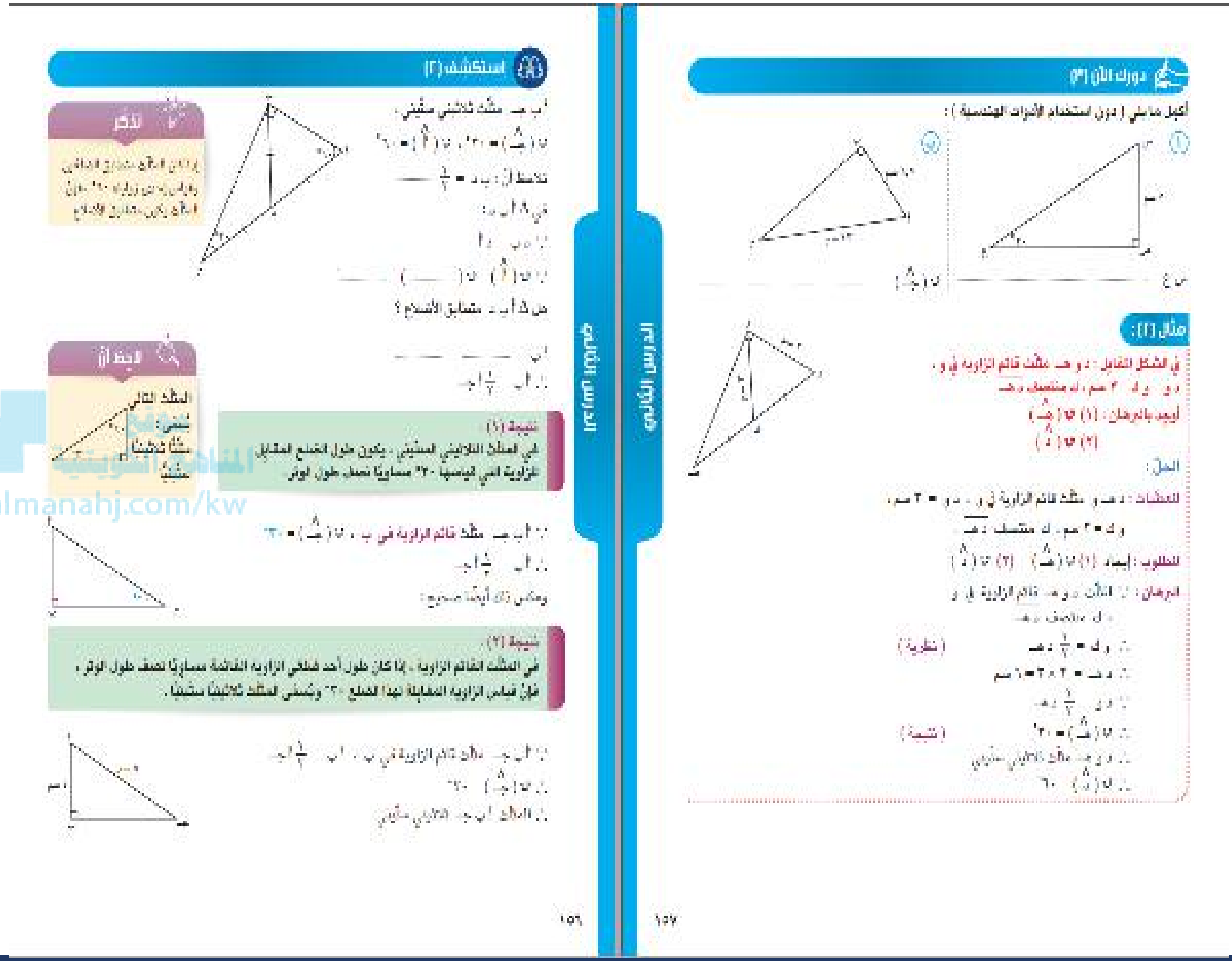
∴ أج = ب ج القطران متطابقان

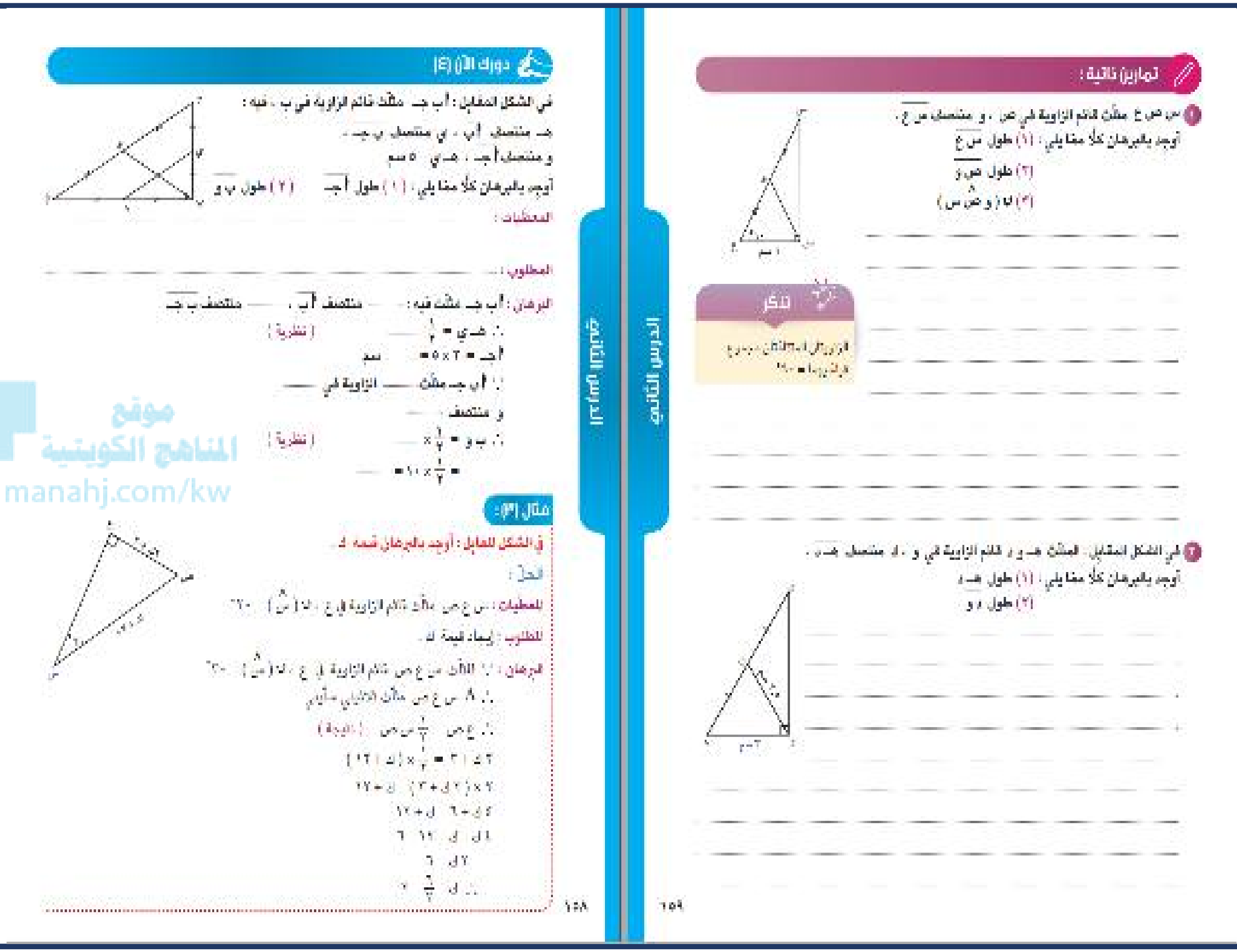
∴ أ ب ج د مستطيل زواياه الأربع قائمة

∴ Δقائم الزاوية

مؤشرات الأداء

يتعرف علي المثلث الثلاثيني الستيني .




دورك الآن (٤)

مثال (٣)

الفصل السادس

الدرس الثاني

تمارين ذاتية :

تذكر

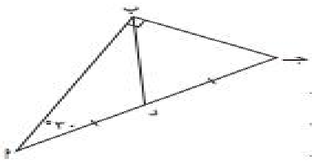
مؤشرات الأداء

- يتذكر مجموع قياس الزاويتان المتتامتان .
- يوظف خواص المثلث الثلاثيني الستيني في حل المسائل.

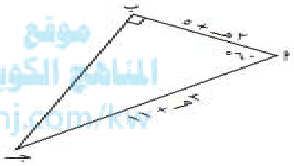
٣ في الشكل المقابل :

المثلث أ ب جـ قائم الزاوية في ب ، ق (أ̂) = ٣٠° .

أثبت أن المثلث ب د جـ متطابق الأضلاع .



٤ في الشكل المقابل : أوجد بالبرهان طول $\overline{\text{أب}}$.

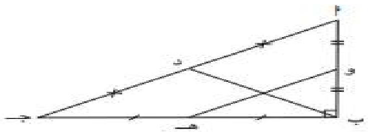


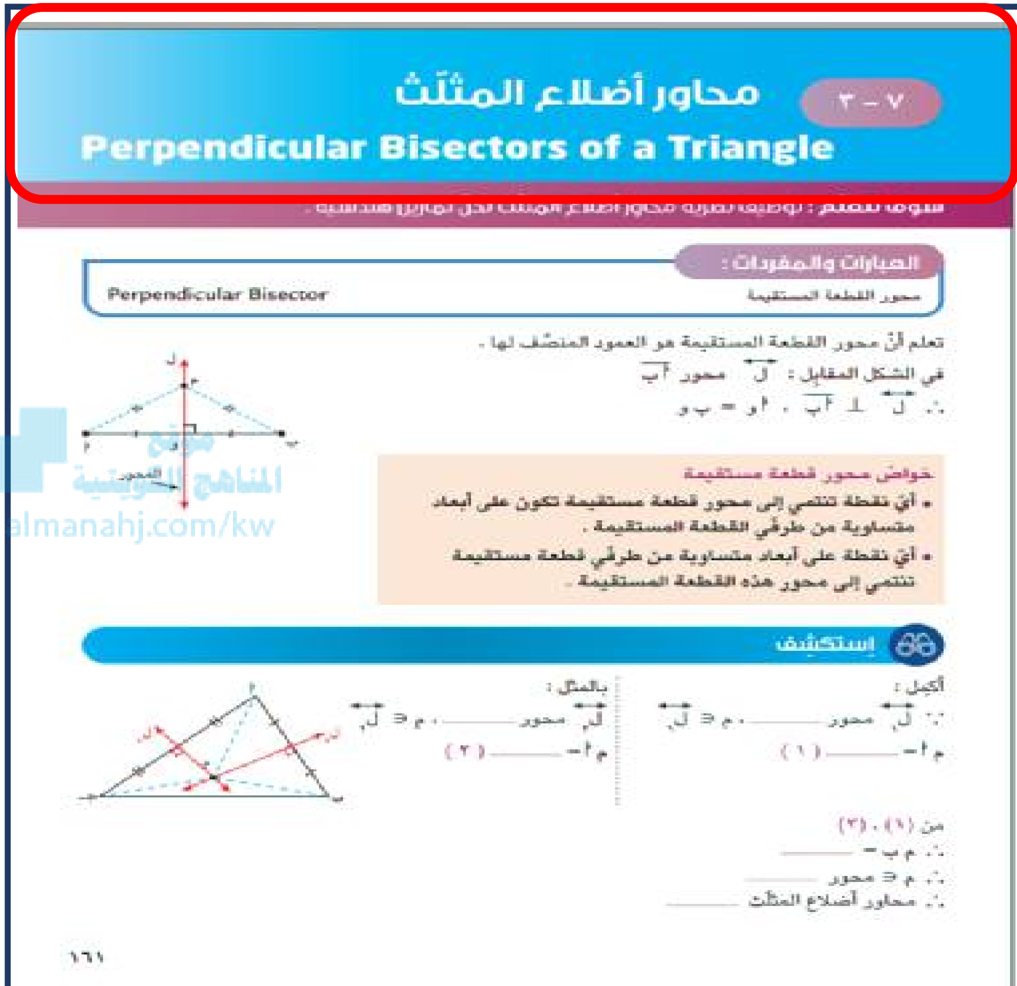
٥ في الشكل المقابل : أ ب جـ مثلث قائم الزاوية في ب ،

و منتصف $\overline{\text{أب}}$ ، هـ منتصف $\overline{\text{ب جـ}}$ ،

د منتصف $\overline{\text{أجـ}}$.

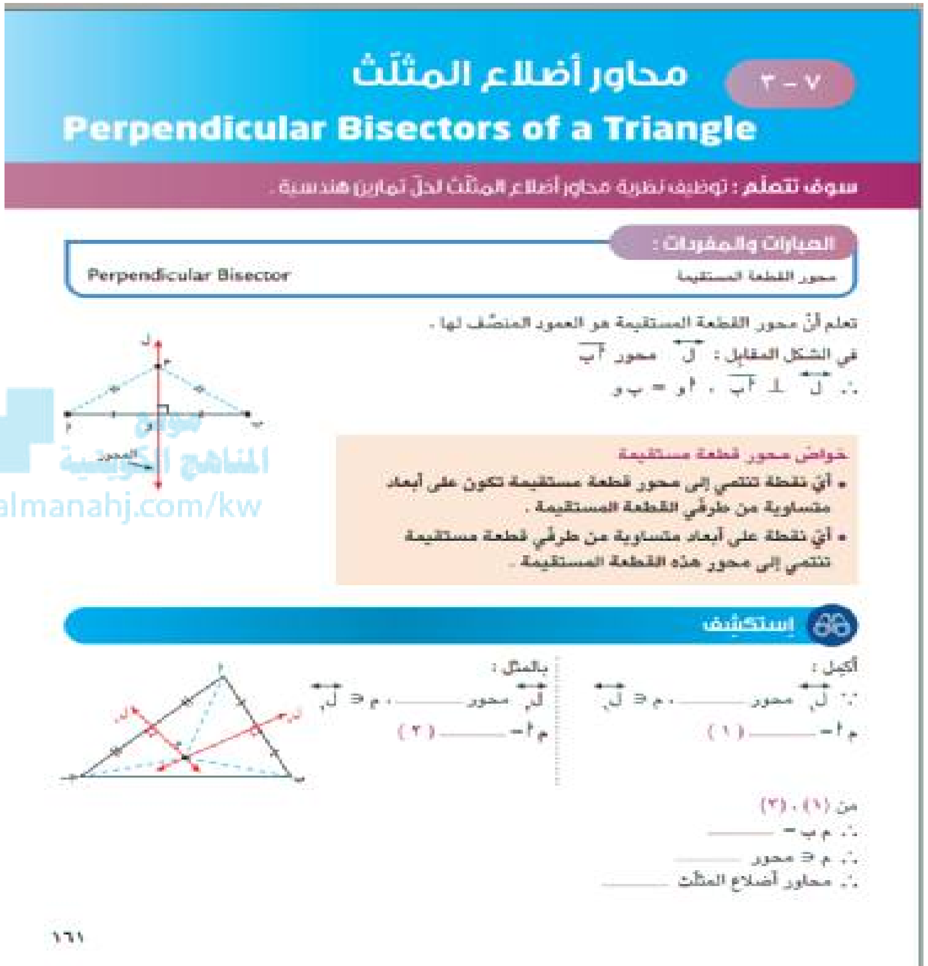
أثبت أن و هـ = ب د





بند 3-7 : على حصتين

الحصة الاولي	الحصة الثانية
استكشف	مثال (2)
دورك الان (1)	دورك الان (2)
مثال (1)	دورك الان (3)
تمارين ذاتية (2،1)	تمارين ذاتية (3)



٧ – ٣ محاور أضلاع المثلّث
Perpendicular Bisectors of a Triangle

سوف تتعلم : توظيف نظرية محاور أضلاع المثلّث لحلّ تمارين هندسية .

العبارات والمفردات :

محور القطعة المستقيمة — Perpendicular Bisector

تعلم أنّ محور القطعة المستقيمة هو العمود المنصّف لها .

في الشكل المقابل : $\overleftrightarrow{ل}$ محور $\overline{أب}$

$\therefore$ $\overleftrightarrow{ل} \perp \overline{أب}$ ، أو = ب و

خواصّ محور قطعة مستقيمة

- أيّ نقطة تنتمي إلى محور قطعة مستقيمة تكون على أبعاد متساوية من طرفَي القطعة المستقيمة .
- أيّ نقطة على أبعاد متساوية من طرفَي قطعة مستقيمة تنتمي إلى محور هذه القطعة المستقيمة .

إستكشف

أكمِل :

$\because$ $\overleftrightarrow{ل_1}$ محور ______ ، م $\in \overleftrightarrow{ل_1}$

م أ = ______ (١)

بالمثل :

$\overleftrightarrow{ل_2}$ محور ______ ، م $\in \overleftrightarrow{ل_2}$

م أ = ______ (٢)

من (١) ، (٢)

$\therefore$ م ب = ______

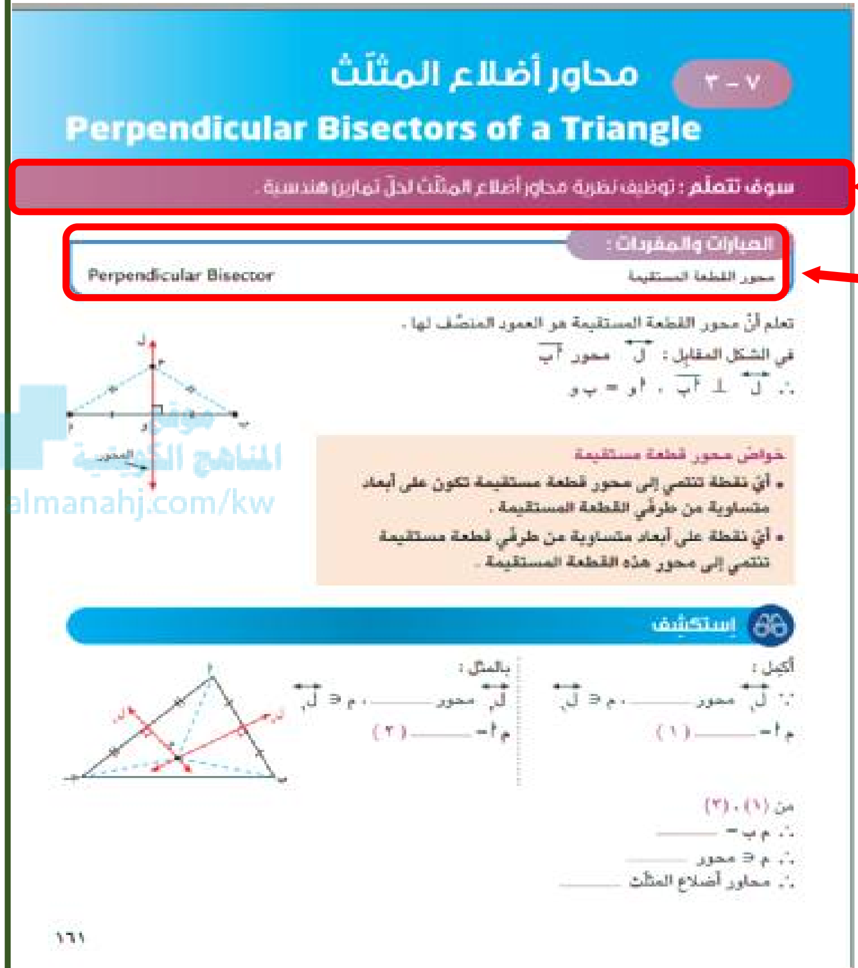
$\therefore$ م $\in$ محور ______

$\therefore$ محاور أضلاع المثلّث ______

١٦١

مؤشر الأداء	معايير المنهج	المجال
- التذكّر - التعرّف - الفهم - التعاون - العمل الجَماعي - الاستكشاف والتقصّي - المقارنة والتمييز - العلاقات - التعليل - الاستدلال - الاستنتاج - التقويم - حلّ المشكلات - القوانين - التخطيط - الوسائط	إستخدام التصوّر البصري والتعليل المكاني والنمذجة الهندسية لتمثيل عالمه المادّي ووصفه وحلّ مشكلاته . تحليل صفات وخصائص الأشكال الهندسية ثنائية وثلاثية الأبعاد ، وتنمية التفكير الرياضي حول العلاقات الهندسية ، والمقارنة بين الأشكال وتصنيفها .	الهندسة والقياس

- معيار الدرس
- المجال


٧ - ٣

محاور أضلاع المثلّث

Perpendicular Bisectors of a Triangle

سوف تتعلّم : توظيف نظرية محاور أضلاع المثلّث لحل تمارين هندسية .

العبارات والمفردات :

محور القطعة المستقيمة — Perpendicular Bisector

تعلم أنّ محور القطعة المستقيمة هو العمود المنصّف لها .

في الشكل المقابل : $\overleftrightarrow{ل}$ محور $\overline{أب}$

∴ $\overleftrightarrow{ل} \perp \overline{أب}$ ، أو = ب و

خواص محور قطعة مستقيمة

- أيّ نقطة تنتمي إلى محور قطعة مستقيمة تكون على أبعاد متساوية من طرفي القطعة المستقيمة .
- أيّ نقطة على أبعاد متساوية من طرفي قطعة مستقيمة تنتمي إلى محور هذه القطعة المستقيمة .

استكشف

أكمل :

∵ $\overleftrightarrow{ل_1}$ محور ــــــــ ، م ∈ $\overleftrightarrow{ل_1}$

م أ = ــــــــ (١)

بالمثل :

$\overleftrightarrow{ل_2}$ محور ــــــــ ، م ∈ $\overleftrightarrow{ل_2}$

م أ = ــــــــ (٢)

من (١) ، (٢)

∴ م ب = ــــــــ

∴ م ∈ محور ــــــــ

∴ محاور أضلاع المثلّث ــــــــ

١٦١

ناتج التعلم

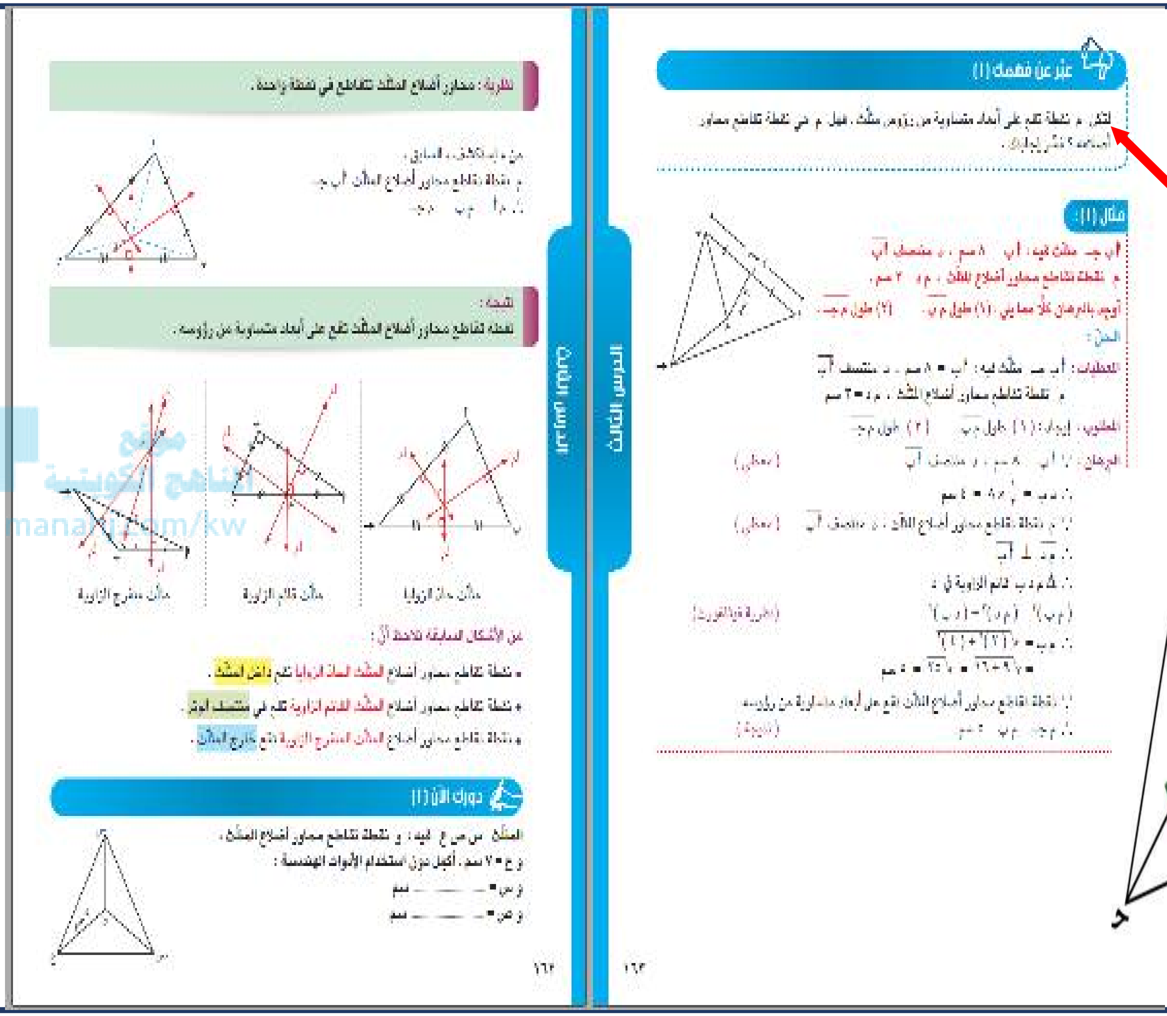
- يوظيف نظرية محاور اضلاع المثلث
- لحل تمارين هندسية

العبارات والمفردات

محور قطعة مستقيمة

مؤشرات الأداء

- يتعرف علي محور القطعة المستقيمة .
- يتعرف علي خواص محور القطعة المستقيمة.


نظرية: محاور أضلاع المثلث تتقاطع في نقطة واحدة.

نتيجة: نقطة تقاطع محاور أضلاع المثلث تقع على أبعاد متساوية من رؤوسه.

عبّر عن فهمك (1)

مثال (1)

حاول أن تحل (1)

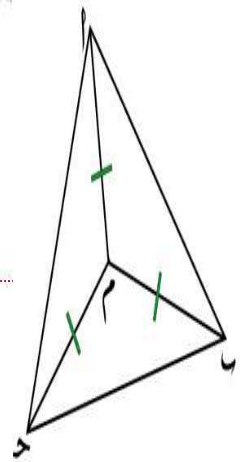
الدرس الثالث

١٦٢ ١٦٣

مؤشرات الأداء

- يستنتج ان محاور اضلاع المثلث تتقاطع في نقطة واحدة .
- يفرق بين نقطة تقاطع محاور اضلاع المثلث في المثلثات المختلفة .

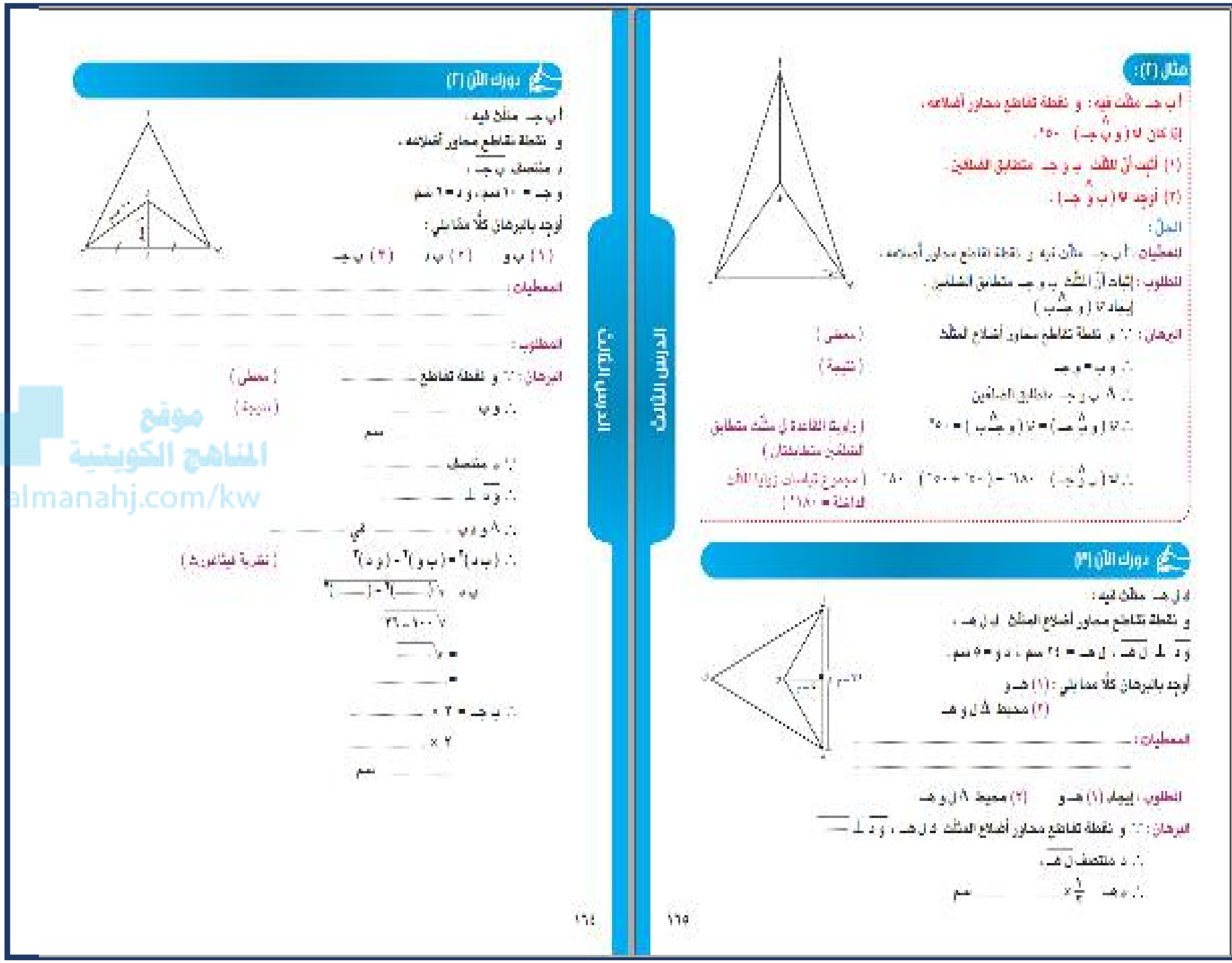
عبر عن فهمك



∵ م نقطة تقع على أبعاد متساوية من رؤوس المثلث

∴ م نقطة تقاطع محاور أضلاع المثلث

لأن م هي مركز الدائرة المارة برؤوس المثلث


مثال (٢):

دورك الآن (٢)

دورك الآن (٣)

مؤشرات الأداء

- يتذكر خواص المثلث المتطابق الضلعين .
- يتذكر ان مجموع قياسات زوايا المثلث الداخلية =180
- يتذكر نظرية فيثاغورث .

∆ و د هـ ـــــــ الزاوية في د

(و هـ)² = (د هـ)² + (و د)² (نظرية فيثاغورث)

و هـ = √(ـــــ)² + (٥)²

= √ ـــــ + ـــــ

= √١٦٩

∴ و هـ = ـــــ سم

∵ و نقطة تقاطع محاور أضلاع المثلث ل د هـ ، تقع على ـــــــ

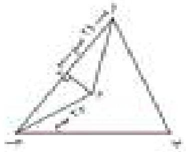
∴ ل و = ـــــ = ١٣ سم

محيط ∆ ل و هـ = ٢٤ + ـــــ + ١٣

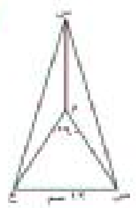
= ـــــ سم

تمارين ذاتية :

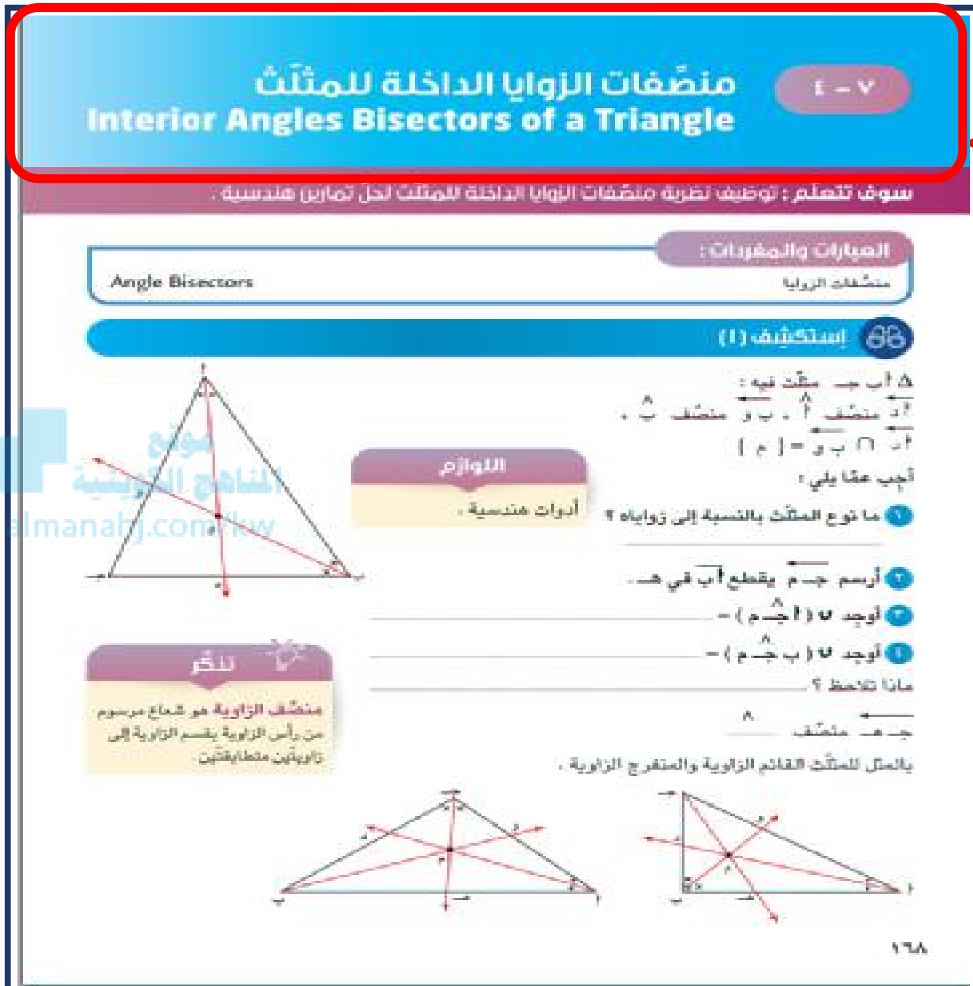
١ س ص ع مثلث فيه :
م نقطة تقاطع محاور أضلاع المثلث ، و م = ٩ سم ،
س ص = ٢٤ سم ، و منتصف س ص .
أوجد بالبرهان كلًا مما يلي :
(١) و س (٢) س م (٣) م ص



٢ ∆ أ ب جـ فيه : م نقطة تقاطع محاور أضلاع المثلث ،
جـ م = ٢٥ سم ، د أ = ٢٤ سم .
أوجد بالبرهان :
(١) طول م أ
(٢) محيط ∆ م جـ أ



٣ س ص ع مثلث فيه : م نقطة تقاطع محاور أضلاعه ،
إذا كان ص ع = ١٢ سم ، ق (س م̂ ع) = ٦٠° .
أ أثبت أن المثلث ص م ع متطابق الأضلاع .
ب أوجد طول م س .



٧ - ٤

منصّفات الزوايا الداخلة للمثلّث

Interior Angles Bisectors of a Triangle

سوف تتعلم : توظيف نظرية منصّفات الزوايا الداخلة للمثلث لحل تمارين هندسية .

العبارات والمفردات:

منصّفات الزوايا — Angle Bisectors

استكشف (١)

أجب عما يلي :

١ ما نوع المثلّث بالنسبة إلى زواياه ؟

٢ أرسم جـ م يقطع أب في هـ

٣ أوجد ق (أ جـ م) =

٤ أوجد ق (ب جـ م) =

ماذا تلاحظ ؟

بالمثل للمثلّث القائم الزاوية والمتفرج الزاوية .

اللوازم

أدوات هندسية .

تذكّر

منصّف الزاوية هو شعاع مرسوم من رأس الزاوية يقسم الزاوية إلى زاويتين متطابقتين

١٦٨

بند 4-7 : على حصتين

الحصة الاولي	الحصة الثانية
استكشف(1،2)	مثال (3،4)
دورك الان (1،2)	دورك الان (3،4)
مثال (1،2)	دورك الان (5)
تمارين ذاتية (1،2)	تمارين ذاتية (3،4)

٧ – ٤

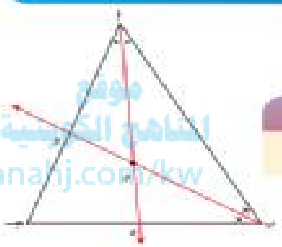
منصّفات الزوايا الداخلة للمثلّث
Interior Angles Bisectors of a Triangle

سوف تتعلّم : توظيف نظرية منصّفات الزوايا الداخلة للمثلّث لحلّ تمارين هندسية .

العبارات والمفردات :

منصّفات الزوايا — Angle Bisectors

إستكشف (١)



$\triangle$ أ ب جـ مثلّث فيه :
$\overrightarrow{أد}$ منصّف $\hat{أ}$ ، $\overrightarrow{ب و}$ منصّف $\hat{ب}$ ،
$\overrightarrow{أد} \cap \overrightarrow{ب و} = \{م\}$

اللوازم
أدوات هندسية .

أجب عمّا يلي :

١ ما نوع المثلّث بالنسبة إلى زواياه ؟

٢ أرسم $\overrightarrow{جـ م}$ يقطع $\overline{أب}$ في هـ .

٣ أوجد ق ($أ\hat{جـ}م$) = ______

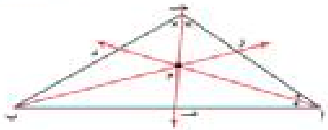
٤ أوجد ق ($ب\hat{جـ}م$) = ______

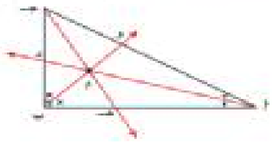
ماذا تلاحظ ؟ ______

$\overrightarrow{جـ هـ}$ منصّف ______ $\hat{}$

بالمثل للمثلّث القائم الزاوية والمنفرج الزاوية .

تذكّر
منصّف الزاوية هو شعاع مرسوم من رأس الزاوية يقسم الزاوية إلى زاويتين متطابقتين





المجال	معايير المنهج	مؤشر الأداء
الهندسة والقياس	إستخدام التصوّر البصري والتعليل المكاني والنمذجة الهندسية لتمثيل عالمه المادّي ووصفه وحلّ مشكلاته .	التذكّر – التعرّف – الفهم – التعاون – العمل الجَماعي – الاستكشاف والتقصّي – المقارنة والتمييز – العلاقات – التعليل – الاستدلال – الاستنتاج – التقويم – حلّ المشكلات – القوانين – التخطيط – الوسائط
	تحليل صفات وخصائص الأشكال الهندسية ثنائية وثلاثية الأبعاد ، وتنمية التفكير الرياضي حول العلاقات الهندسية ، والمقارنة بين الأشكال وتصنيفها .	

- معيار الدرس
- المجال

ناتج التعلم

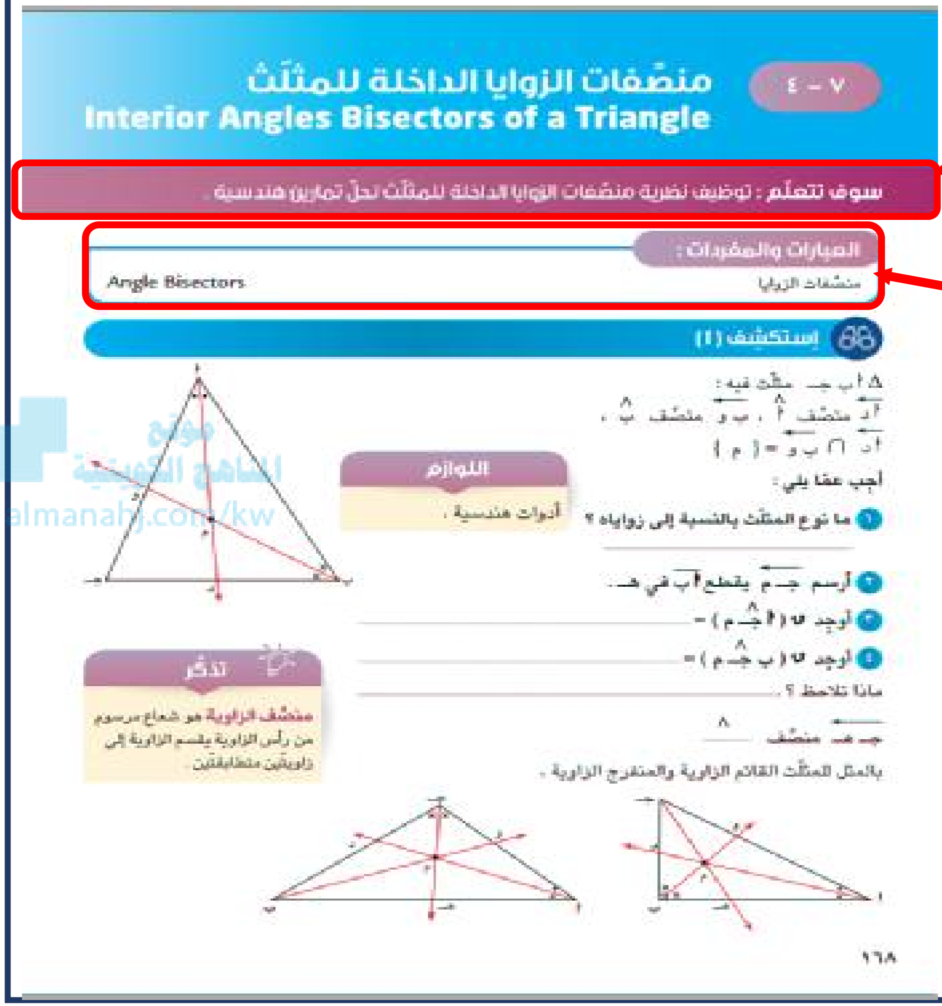
- يوظف نظرية منصفات الزوايا الداخلية للمثلث لحل تمارين هندسية

العبارات والمفردات

منصفات الزوايا

مؤشرات الأداء

يتذكر مفهوم منصف الزاوية .


٧ - ٤

منصّفات الزوايا الداخلة للمثلّث

Interior Angles Bisectors of a Triangle

سوف تتعلّم : توظيف نظرية منصّفات الزوايا الداخلة للمثلّث لحلّ تمارين هندسية .

العبارات والمفردات :

منصّفات الزوايا Angle Bisectors

استكشف (١)

Δ أ ب جـ مثلّث فيه :

$\overrightarrow{أد}$ منصّف $\hat{أ}$ ، $\overrightarrow{ب و}$ منصّف $\hat{ب}$ ،

$\overrightarrow{أد} \cap \overrightarrow{ب و} = \{م\}$

أجب عمّا يلي :

١ ما نوع المثلّث بالنسبة إلى زواياه ؟

٢ أرسم $\overrightarrow{جـ م}$ يقطع $\overline{أب}$ في هـ .

٣ أوجد ق(أ جـ م) = ...

٤ أوجد ق(ب جـ م) = ...

ماذا تلاحظ ؟ ....

$\overrightarrow{جـ هـ}$ منصّف ....

بالمثل للمثلّث القائم الزاوية والمنفرج الزاوية .

اللوازم

أدوات هندسية .

تذكّر

منصّف الزاوية هو شعاع مرسوم من رأس الزاوية يقسم الزاوية إلى زاويتين متطابقتين

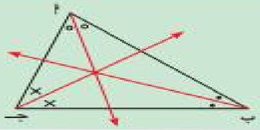
١٦٨

مؤشرات الأداء

- يستنتج نظرية منصفات الزوايا الداخلية للمثلث لحل تمارين هندسية .
- يتعرف علي ان نقطة تقاطع منصفات الزوايا تقع علي ابعاد متساوية من اضلاعة.
- يتذكر بعد نقطة عن خط مستقيم.

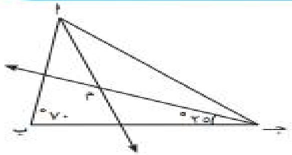
الدرس الرابع

نظرية :
منصّفات الزوايا الداخلة للمثلّث تتقاطع في نقطة واحدة .



دورك الآن (١)

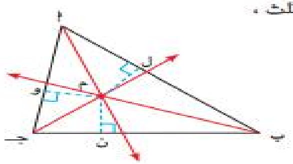
في الشكل المقابِل :
م نقطة تقاطع منصّفات الزوايا الداخلة للمثلّث أ ب جـ
أكمِل ما يلي (دون استخدام الأدوات الهندسية) :



ق (م جـ أ) = ...
السبب ....
ق (أ) = ...
السبب ....

اِستكشِف (٢)

إذا كانت م هي نقطة تقاطع منصّفات الزوايا الداخلة للمثلّث أ ب جـ ،
م ل ، م ن ، م و هي الأعمدة المرسومة من النقطة م على أضلاع المثلّث ،
فأوجِد باستخدام الأدوات الهندسية كلًّا ممّا يلي :



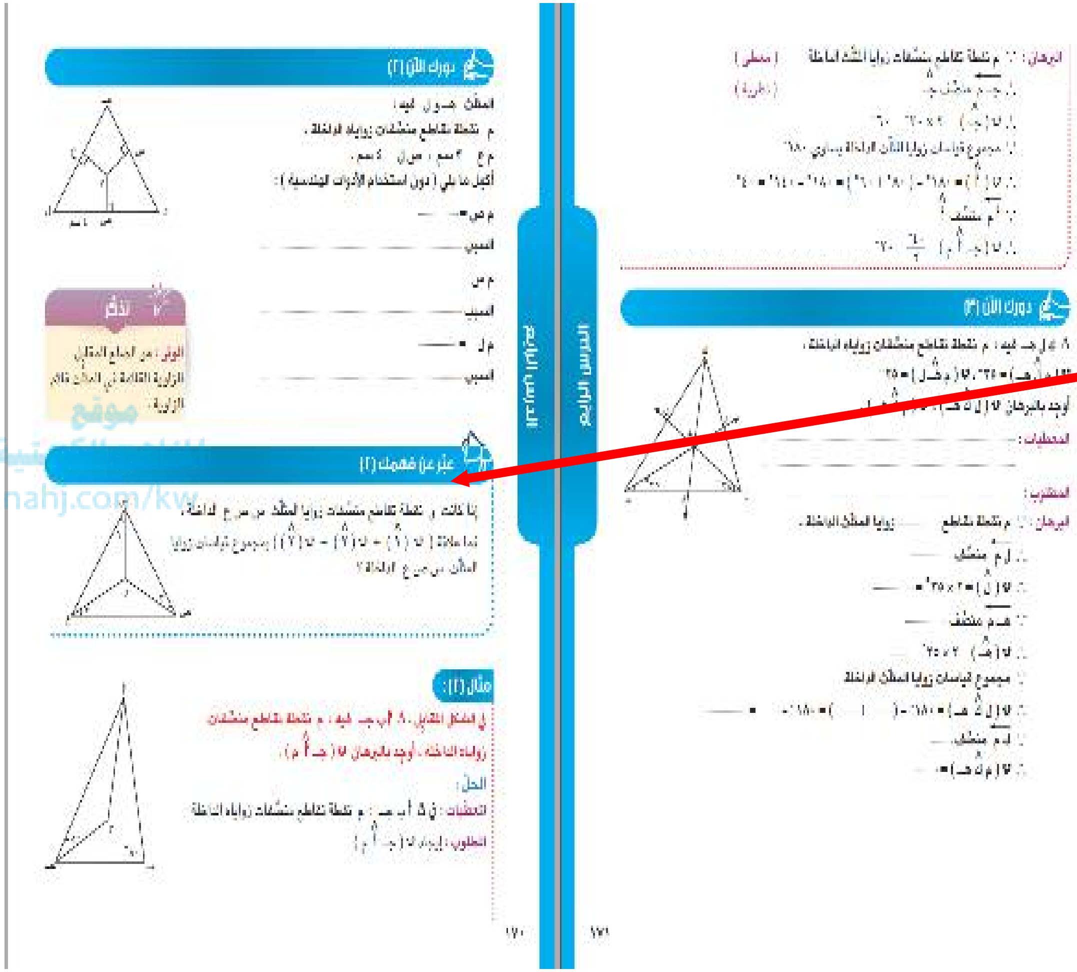
١ طول م ل = ...
٢ طول م ن = ...
٣ طول م و = ...

- ماذا تلاحظ ؟ م ل = ... = ...

نتيجة :
نقطة تقاطع منصّفات الزوايا الداخلة للمثلّث على أبعاد متساوية من أضلاعه .

لاحِظ أنّ
بُعد نقطة عن مستقيم هو طول العمود المرسوم من هذه النقطة على المستقيم .

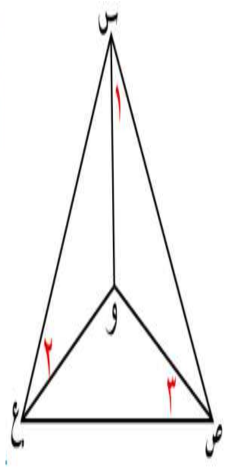
بالمثل تتحقّق صحّة النتيجة للمثلّث القائم الزاوية والمثلّث المنفرج الزاوية .



مؤشرات الأداء

يحدد الوتر في المثلث القائم .

عبر عن فهمك

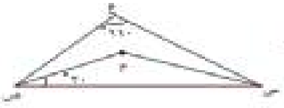


و نقطة تقاطع منصفات زوايا المثلث س ص ع.

∴ ق(١)+ق(٢)+ق(٣)=٩٠°

لأن مجموع قياسات زوايا المثلث الداخلية=١٨٠°

مثال (٢) :



Δ س ع ص فيه م نقطة تقاطع منصِّفات زواياه الداخلة ،

ق ($\hat{ع}$) = ١١٠° ، إذا كان ق (م $\hat{ص}$ س) = ٢٠°

أوجد بالبرهان كلًا من :

(١) ق (س $\hat{ص}$ ع)

(٢) ق ($\hat{س}$)

(٣) ق (س $\hat{م}$ ص)

الحل :

المعطيات : م نقطة تقاطع منصِّفات زواياه الداخلة ،

ق ($\hat{ع}$) = ١١٠° ، ق (م $\hat{ص}$ س) = ٢٠°

المطلوب : إيجاد : (١) ق (م $\hat{ص}$ ع)

(٢) ق ($\hat{س}$)

(٣) ق (س $\hat{م}$ ص)

البرهان : في Δ س ع ص ،

$\because$ م نقطة تقاطع منصِّفات زواياه الداخلة (معطى)

$\therefore$ $\overleftarrow{م ص}$ منصِّف $\hat{ص}$ (نظرية)

$\therefore$ ق (س $\hat{ص}$ ع) = ٢ × ٢٠° = ٤٠°

$\therefore$ ق ($\hat{س}$) = ١٨٠° − (١١٠° + ٤٠°) (مجموع قياسات زوايا المثلث الداخلة يساوي ١٨٠°)

= ١٨٠° − ١٥٠°

= ٣٠°

$\because$ $\overleftarrow{س م}$ منصِّف $\hat{س}$

$\therefore$ ق (م $\hat{س}$ ص) = $\frac{٣٠°}{٢}$ = ١٥°

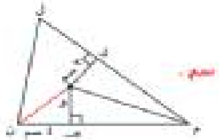
في Δ م س ص ،

ق (س $\hat{م}$ ص) = ١٨٠° − (١٥° + ٢٠°) (مجموع قياسات زوايا المثلث الداخلة يساوي ١٨٠°)

= ١٨٠° − ٣٥°

= ١٤٥°

مثال (٣) :



في الشكل المقابل ، المثلث ل م ن فيه :

و نقطة تقاطع منصِّفات زواياه الداخلة ، و ك = ٣ سم ، هـ ن = ٤ سم .

أوجد و ن .

الحل :

المعطيات : Δ ل م ن فيه : و نقطة تقاطع منصِّفات زواياه الداخلة ،

و ك = ٣ سم ، هـ ن = ٤ سم

المطلوب : إيجاد و ن

البرهان : $\because$ و نقطة تقاطع منصِّفات الزوايا في Δ م ل ن

تقع على أبعاد متساوية من أضلاعه (نتيجة)

$\therefore$ و هـ = و ك = ٣ سم

$\because$ $\overline{و هـ}$ $\perp$ $\overline{م ن}$ ، ق (و $\hat{هـ}$ ن) = ٩٠° .

$\therefore$ Δ و هـ ن قائم الزاوية

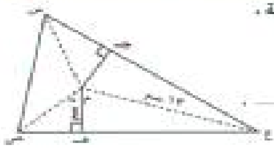
(و ن)^2 = (و هـ)^2 + (هـ ن)^2 (نظرية فيثاغورث)

$\therefore$ و ن = $\sqrt{(٣)^2 + (٤)^2}$

= $\sqrt{٩ + ١٦}$

$\therefore$ و ن = $\sqrt{٢٥}$ = ٥ سم

دورك الآن (٤)



المثلث س ص ع فيه : م نقطة تقاطع منصِّفات زواياه الداخلة ،

م ع = ١٣ سم ، م هـ = ٥ سم

أوجد طول $\overline{ع جـ}$.

المعطيات : Δ س ص ع فيه : م نقطة تقاطع ____________ .

المطلوب : إيجاد طول ____________

البرهان : $\because$ م نقطة تقاطع ____________ Δ س ص ع

$\therefore$ م تقع على أبعاد متساوية من ____________

م جـ = ____________ = ____________ سم

$\because$ $\overline{م جـ}$ $\perp$ $\overline{س ع}$

$\therefore$ ق (م $\hat{جـ}$ ص) = ٩٠°

$\therefore$ Δ ع م جـ قائم الزاوية في جـ

(ع جـ)٢ = (ع م)٢ - (جـ م)٢ (نظرية فيثاغورث)

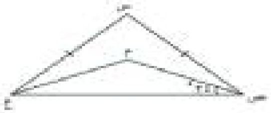
∴ ع جـ = √(______)٢ - (٥)٢

= √ ______ - ١٦٩

= √ ______

∴ ع جـ = ______ سم

مثال (٤) :



المثلث س ص ع متطابق الضلعين فيه : م هي نقطة تقاطع منصفات زواياه الداخلة ، ق (م ص^ ع) = ٢٥° .
أوجد بالبرهان ق (ص س^ ع) .

الحل :

المعطيات : س ص ع مثلث متطابق الضلعين :
م نقطة تقاطع منصفات زواياه الداخلة ، ق (م ص^ ع) = ٢٥°

المطلوب : إيجاد ق (ص س^ ع)

البرهان : ∵ م نقطة تقاطع منصفات الزوايا الداخلة للمثلث س ص ع (معطى)

∴ ص م منصف ص^ (نظرية)

∴ ق (ص^) = ٢ × ٢٥° = ٥٠°

∵ Δ س ص ع متطابق الضلعين (معطى)

∴ ق (ص^) = ق (ع^) = ٥٠° (زاويتا القاعدة متطابقتان في المثلث المتطابق الضلعين)

∴ ق (س^) = ١٨٠° - (٥٠° + ٥٠°) (مجموع قياسات الزوايا الداخلة للمثلث يساوي ١٨٠°)

= ١٨٠° - ١٠٠°

= ٨٠°

دورك الآن (٥)

في الشكل المقابل : Δ س ص ع فيه :
و نقطة تقاطع منصفات زواياه الداخلة ، ق (ص و^ ع) = ١١٠°
أوجد بالبرهان ق (س^) .

المعطيات : ______

______

المطلوب : إيجاد ق (س^)

البرهان : في Δ ص و ع ،

∵ ق (ص و^ ع) = ١١٠° (معطى)

∵ مجموع قياسات زوايا المثلث الداخلة = ______

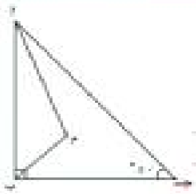
∴ ق (و ص^ ع) + ق (و ع^ ص) = ١٨٠° - ١١٠° = ______

∵ و نقطة تقاطع ______ المثلث س ص ع

∴ ق (______) + ق (______) = ٢ × ٧٠° = ______

∴ ق (س^) = ١٨٠° - ______ = ______ (مجموع قياسات الزوايا الداخلة للمثلث = ١٨٠°)

تمارين ذاتية :



١ أ ب جـ مثلث قائم الزاوية في ب
م نقطة تقاطع منصفات زواياه الداخلة ، ق (جـ^) = ٥٠° .
أوجد بالبرهان : أ ق (م ب^ أ) ب ق (م أ^ ب)

______

______

______

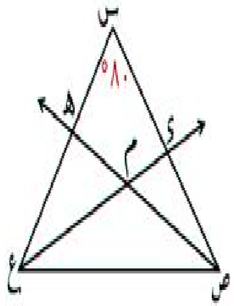
______

______

______

______

مهارات تفكير عليا



∵ ق($\hat{\text{س}}$) = ٨٠°

∴ ق($\hat{\text{ص}}$) + ق($\hat{\text{ع}}$) = ١٨٠° − ٨٠° = ١٠٠°

∴ $\frac{1}{2}$ ق($\hat{\text{ص}}$) + $\frac{1}{2}$ ق($\hat{\text{ع}}$) = ٥٠°

∴ ق(م $\hat{\text{ص}}$ ع) + ق(م $\hat{\text{ع}}$ ص) = ٥٠°

∴ ق(ص $\hat{\text{م}}$ ع) = ١٨٠° − ٥٠° = ١٣٠°

∴ ق(د $\hat{\text{م}}$ هـ) = ١٣٠°

الدرس الرابع

٥ أ ب جـ مثلث قائم الزاوية في $\hat{\text{ب}}$ ،

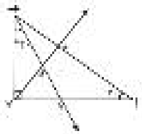
ق(هـ جـ ب) = ق($\hat{\text{أ}}$) = ٣٠° ،

إذا كان ب د منصف $\hat{\text{ب}}$ ،

د ب ∩ جـ هـ = { و } .

أثبت أن و نقطة تقاطع منصفات

الزوايا الداخلة للمثلث أ ب جـ .



مهارات تفكير عليا:

اختر الإجابة الصحيحة .

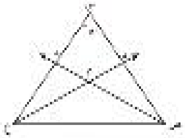
١ س ص ع مثلث فيه : ص هـ منصف $\hat{\text{ص}}$ ،

ع د منصف $\hat{\text{ع}}$

ق(د م هـ) = ـــــ

(أ) ١٠٠° (ب) ٦٠°

(ج) ١٣٠° (د) ٤٠°



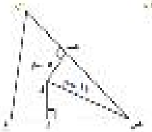
الدرس الرابع

٢ المثلث س ص ع فيه : و نقطة تقاطع منصفات زواياه الداخلة .

هـ و = ٥ سم ، ص و = ١٢ سم

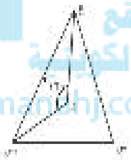
أوجد بالبرهان :

(أ) و د (ب) ص د



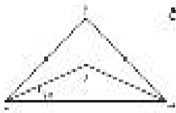
٣ المثلث س ص ع فيه : و نقطة تقاطع منصفات زواياه الداخلة ، ق($\hat{\text{و}}$) = ١٢٠°

أوجد بالبرهان ق($\hat{\text{س}}$) .



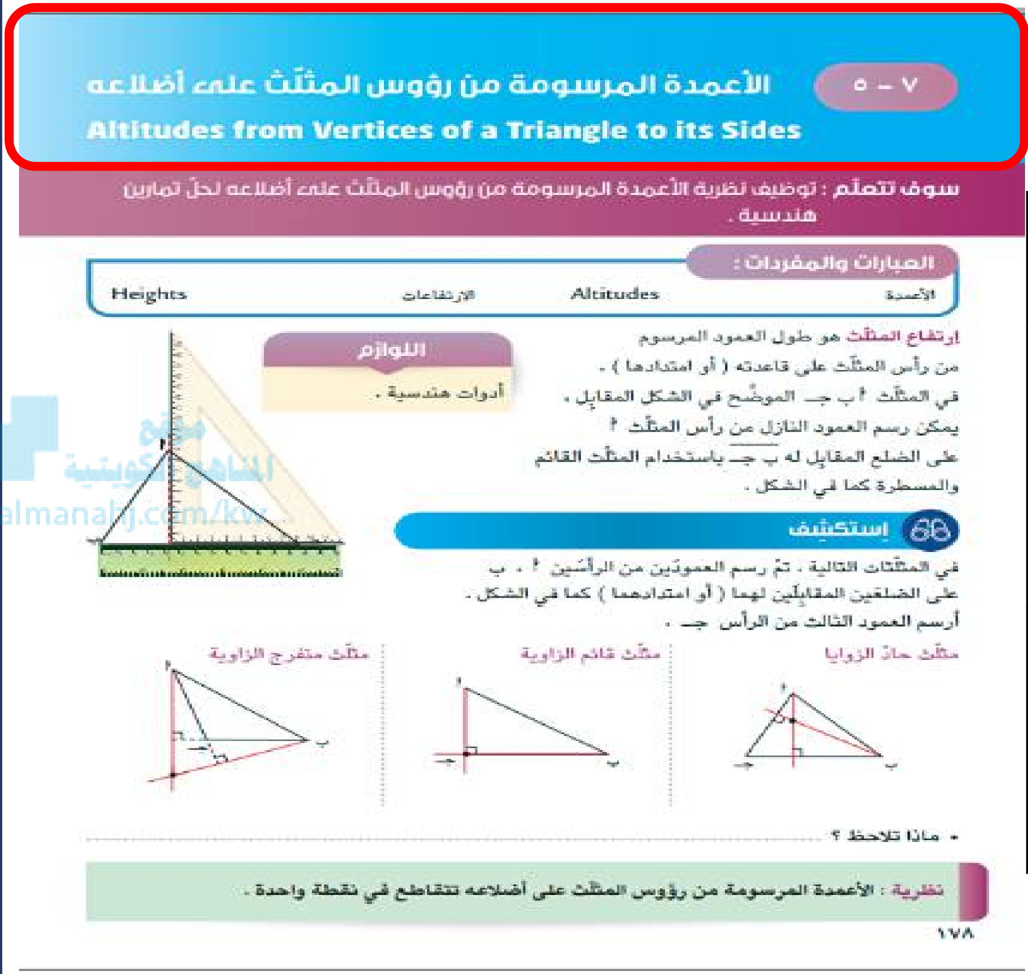
٤ المثلث أ ب جـ متطابق الضلعين فيه : و هي نقطة تقاطع منصفات زواياه الداخلة ، ق(و جـ ب) = ١٥° .

أوجد بالبرهان ق($\hat{\text{أ}}$) .



بند 5-7 : على حصتين

الحصة الاولي	الحصة الثانية
استكشف	مثال (2)
دورك الان (1)	تمارين ذاتية (2)
مثال (1)	تمارين ذاتية (3)
تمارين ذاتية (1)	تمارين ذاتية (4)



٧ – ٥ الأعمدة المرسومة من رؤوس المثلّث على أضلاعه

Altitudes from Vertices of a Triangle to its Sides

سوف تتعلّم : توظيف نظرية الأعمدة المرسومة من رؤوس المثلّث على أضلاعه لحلّ تمارين هندسية .

العبارات والمفردات :

الأعمدة Altitudes — الارتفاعات Heights

ارتفاع المثلّث هو طول العمود المرسوم من رأس المثلّث على قاعدته (أو امتدادها) .
في المثلّث أ ب جـ الموضّح في الشكل المقابل ، يمكن رسم العمود النازل من رأس المثلّث أ على الضلع المقابل له ب جـ باستخدام المثلّث القائم والمسطرة كما في الشكل .

اللوازم

أدوات هندسية .

استكشف

في المثلّثات التالية ، تمّ رسم العمودين من الرأسين أ ، ب على الضلعين المقابلين لهما (أو امتداديهما) كما في الشكل .
أرسم العمود الثالث من الرأس جـ .

• ماذا تلاحظ ؟ ....

نظرية : الأعمدة المرسومة من رؤوس المثلّث على أضلاعه تتقاطع في نقطة واحدة .

٧ – ٥ الأعمدة المرسومة من رؤوس المثلّث على أضلاعه

Altitudes from Vertices of a Triangle to its Sides

سوف تتعلّم : توظيف نظرية الأعمدة المرسومة من رؤوس المثلّث على أضلاعه لحلّ تمارين هندسية .

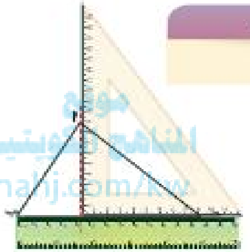
العبارات والمفردات :

الأعمدة	Altitudes	الإرتفاعات	Heights

اللوازم

أدوات هندسية .

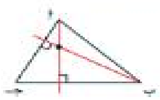
إرتفاع المثلّث هو طول العمود المرسوم من رأس المثلّث على قاعدته (أو امتدادها) .
في المثلّث أ ب جـ الموضّح في الشكل المقابل ، يمكن رسم العمود النازل من رأس المثلّث أ على الضلع المقابل له $\overline{\text{ب جـ}}$ باستخدام المثلّث القائم والمسطرة كما في الشكل .



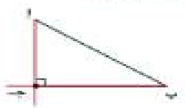
إستكشف

في المثلّثات التالية ، تمّ رسم العمودين من الرأسَين أ ، ب على الضلعين المقابِلَين لهما (أو امتدادهما) كما في الشكل .
أرسم العمود الثالث من الرأس جـ .

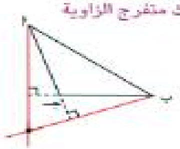
مثلّث حادّ الزوايا



مثلّث قائم الزاوية



مثلّث منفرج الزاوية



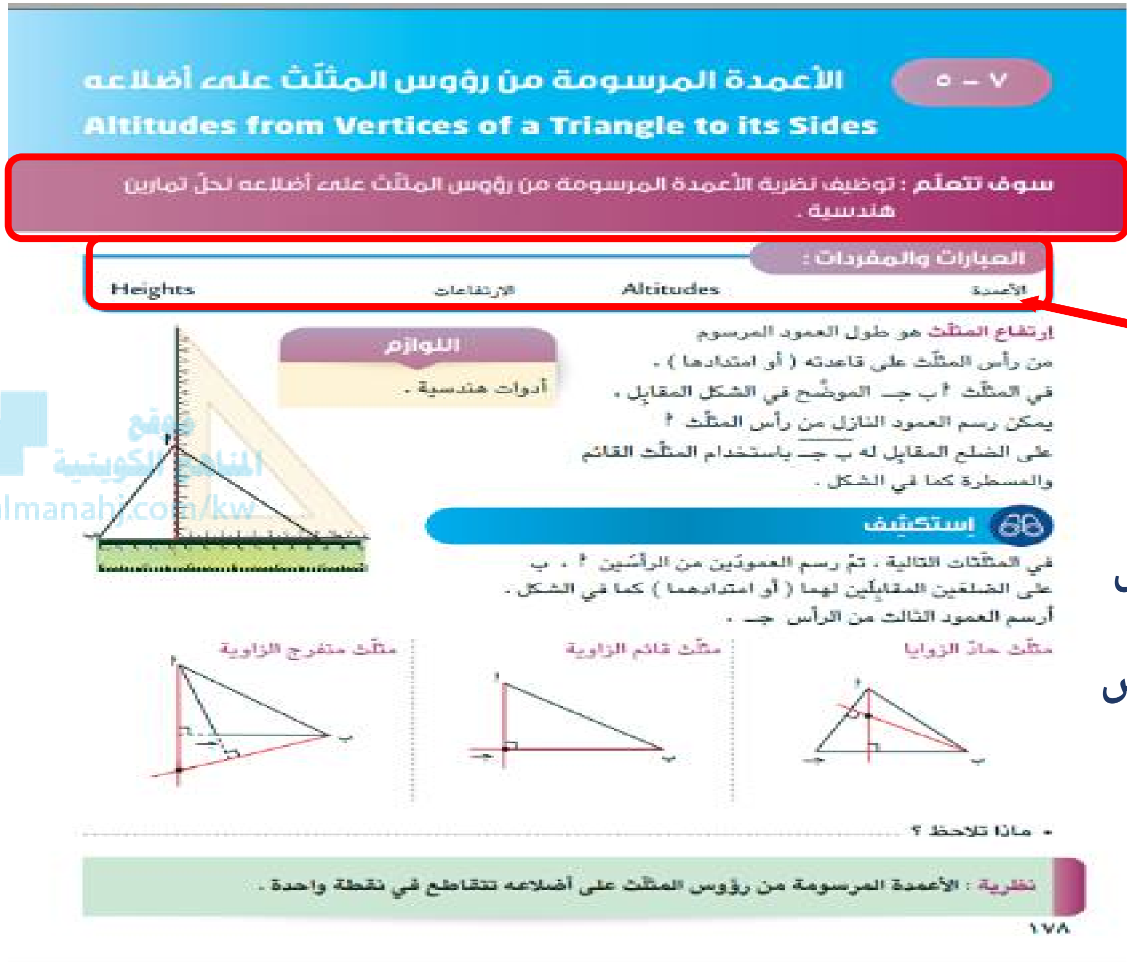
• ماذا تلاحظ ؟ ....

نظرية : الأعمدة المرسومة من رؤوس المثلّث على أضلاعه تتقاطع في نقطة واحدة .

المجال	معايير المنهج	مؤشر الأداء
الهندسة والقياس	إستخدام التصوّر البصري والتعليل المكاني والنمذجة الهندسية لتمثيل عالمه المادّي ووصفه وحلّ مشكلاته .	التذكّر - التعرّف - الفهم - التعاون - العمل الجَماعي - الاستكشاف والتقصّي - المقارنة والتمييز - العلاقات - التعليل - الاستدلال - الاستنتاج - التقويم - حلّ المشكلات - القوانين - التخطيط - الوسائط
	تحليل صفات وخصائص الأشكال الهندسية ثنائية وثلاثية الأبعاد ، وتنمية التفكير الرياضي حول العلاقات الهندسية ، والمقارنة بين الأشكال وتصنيفها .	

• معيار الدرس

• المجال


٧ – ٥
الأعمدة المرسومة من رؤوس المثلّث على أضلاعه
Altitudes from Vertices of a Triangle to its Sides

سوف تتعلّم : توظيف نظرية الأعمدة المرسومة من رؤوس المثلّث على أضلاعه لحلّ تمارين هندسية .

العبارات والمفردات :
الأعمدة Altitudes الارتفاعات Heights

اللوازم
أدوات هندسية .

إرتفاع المثلّث هو طول العمود المرسوم من رأس المثلّث على قاعدته (أو امتدادها) .
في المثلّث أ ب جـ الموضّح في الشكل المقابل . يمكن رسم العمود النازل من رأس المثلّث أ على الضلع المقابل له ب جـ باستخدام المثلّث القائم والمسطرة كما في الشكل .

استكشف
في المثلّثات التالية ، تمّ رسم العمودين من الرأسين أ ، ب على الضلعين المقابلين لهما (أو امتدادهما) كما في الشكل . أرسم العمود الثالث من الرأس جـ .

• ماذا تلاحظ ؟

نظرية : الأعمدة المرسومة من رؤوس المثلّث على أضلاعه تتقاطع في نقطة واحدة .

ناتج التعلم

- يوظف نظرية الأعمدة المرسومة من روؤس المثلث علي أضلاعة لحل تمارين هندسية.

العبارات والمفردات

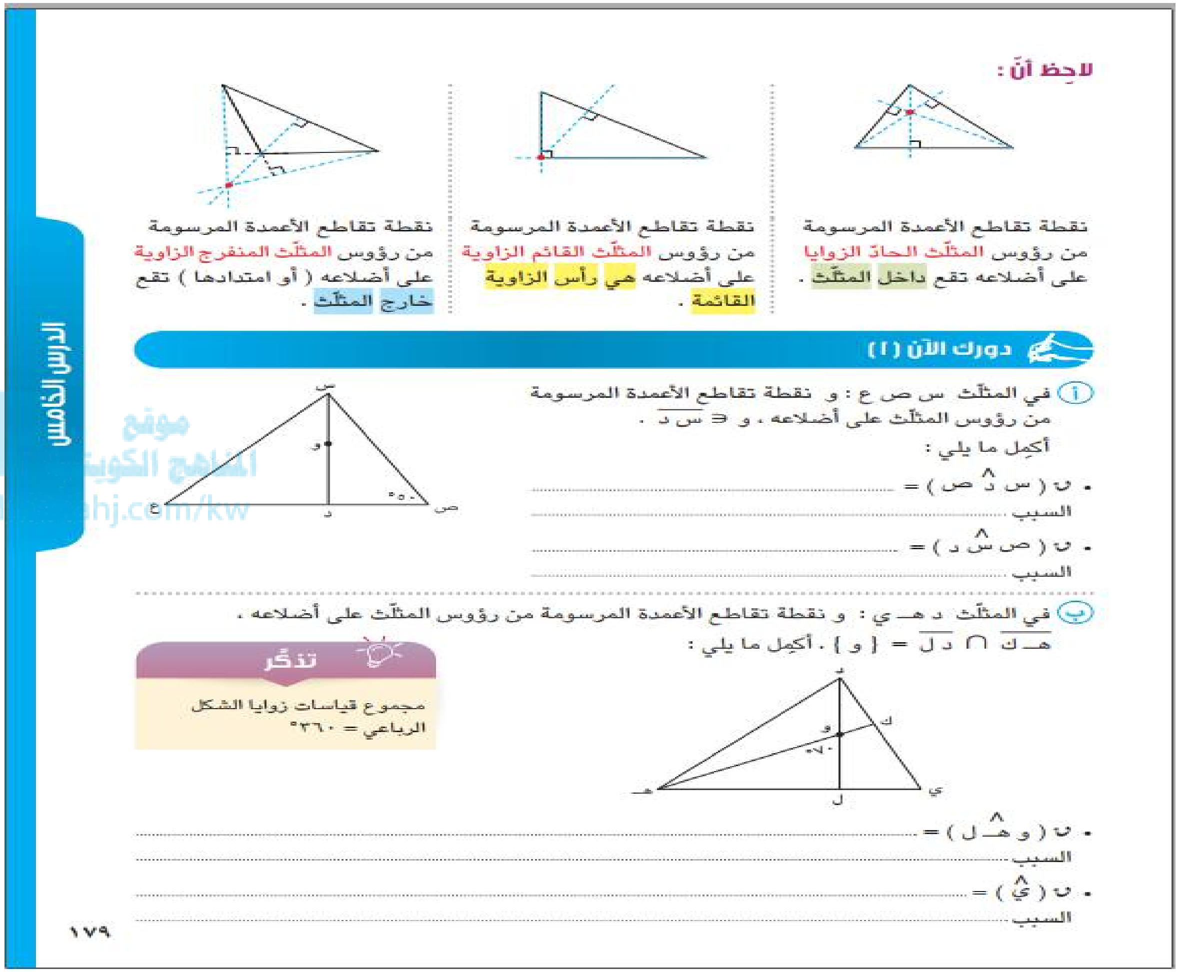
الأعمدة ـ الارتفاعات

مؤشرات الأداء

- يستكشف الأعمدة المرسومة من روؤس المثلث .
- يستنتج ان الأعمدة المرسومة من روؤس المثلث علي اضلاعة تتقاضع في نقطة واحدة

مؤشرات الأداء

- يفرق بين نقطة تقاطع الأعمدة المرسومة من رووس المثلث في المثلثات المختلفة .
- يتذكر أن مجموع قياسات زوايا الشكل الرباعي = 360



لاحِظ أنّ :

نقطة تقاطع الأعمدة المرسومة من رؤوس المثلّث الحادّ الزوايا على أضلاعه تقع داخل المثلّث .

نقطة تقاطع الأعمدة المرسومة من رؤوس المثلّث القائم الزاوية على أضلاعه هي رأس الزاوية القائمة .

نقطة تقاطع الأعمدة المرسومة من رؤوس المثلّث المنفرج الزاوية على أضلاعه (أو امتدادها) تقع خارج المثلّث .

دورك الآن (١)

(أ) في المثلّث س ص ع : و نقطة تقاطع الأعمدة المرسومة من رؤوس المثلّث على أضلاعه ، و ∈ $\overline{\text{س د}}$.

أكمِل ما يلي :

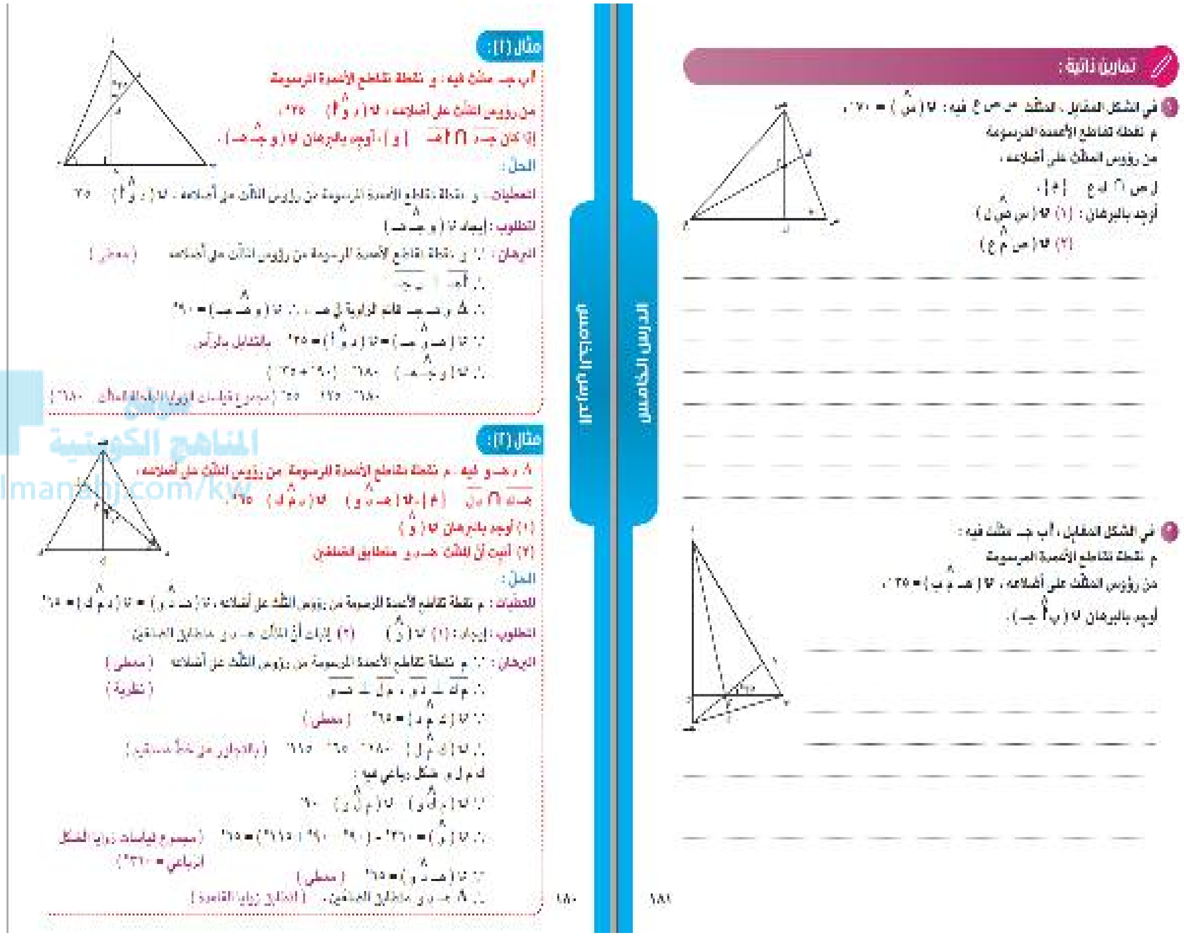
- ق (س د̂ ص) = ...
السبب ....
- ق (ص س̂ د) = ...
السبب ....

(ب) في المثلّث د هـ ي : و نقطة تقاطع الأعمدة المرسومة من رؤوس المثلّث على أضلاعه ، $\overline{\text{هـ ك}}$ ∩ $\overline{\text{د ل}}$ = { و } . أكمِل ما يلي :

تذكّر

مجموع قياسات زوايا الشكل الرباعي = ٣٦٠°

- ق (و هـ̂ ل) = ...
السبب ....
- ق (ي̂) = ...
السبب ....



تمارين ذاتية :

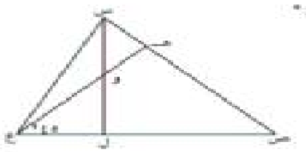
مثال (١):

مثال (٢):

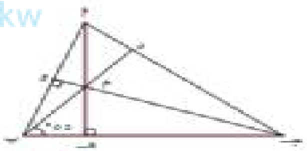
مؤشرات الأداء

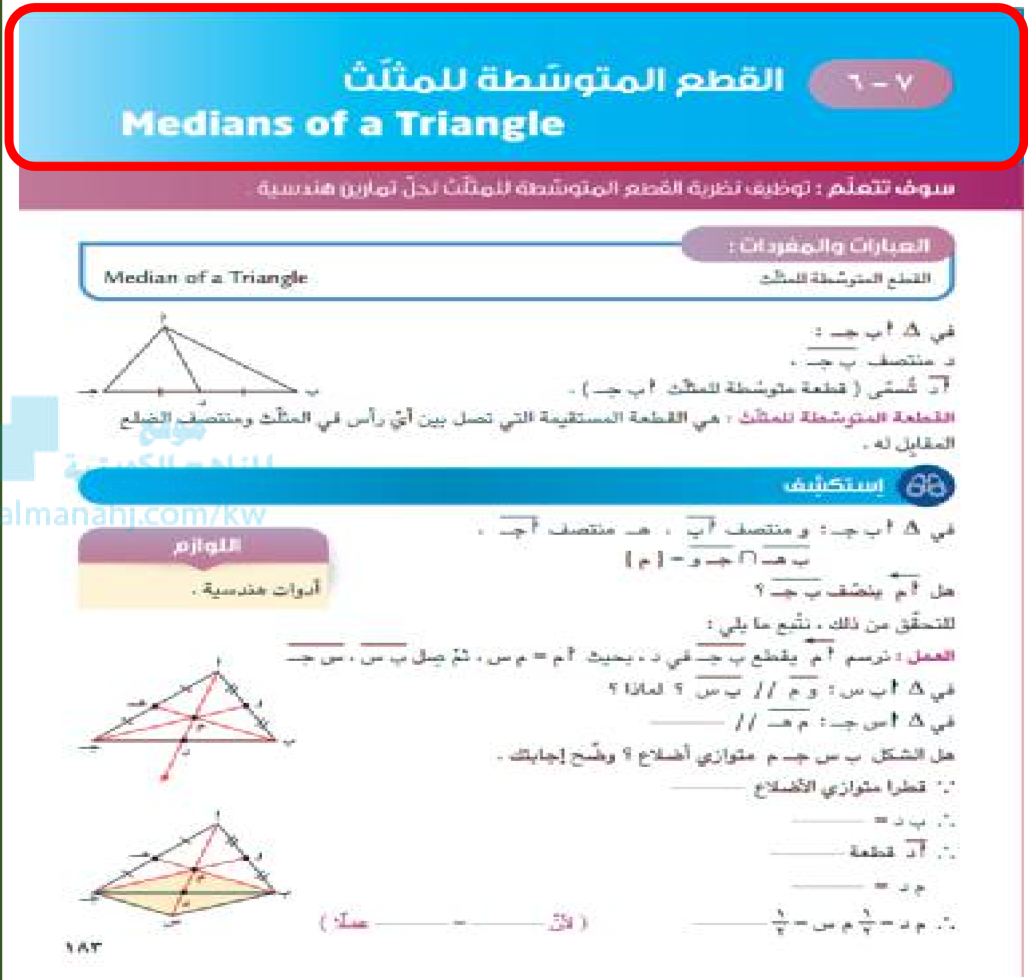
- يتذكر ان مجموع زوايا المثلث الداخلية = 180
- يتذكر ان مجموع قياسات زوايا الشكل الرباعي = 360

٣ في الشكل المقابل ، س ص ع مثلث فيه : ق (هـ ع^ ل) = ٤٥°
و نقطة تقاطع الأعمدة المرسومة من رؤوسه على أضلاعه ،
س ل ∩ هـ ع = { و } .
(١) أوجد بالبرهان ق (هـ و^ س)
(٢) ما نوع المثلث هـ و س بالنسبة إلى أضلاعه ؟



٤ أ ب جـ مثلث فيه :
أ هـ ⊥ ب جـ ، جـ و ⊥ أ ب .
ق (م ب^ هـ) = ٥٥°
(١) أثبت أن : ب د ⊥ أ جـ .
(٢) أوجد ق (م أ^ جـ) .





بند 6-7 : على 3 حصص

الحصة الاولي	الحصة الثانية	الحصة الثالثة
استكشف (1)	مثال (2)	مثال (3)
دورك الان (1)	تمارين ذاتية (2)	دورك الان (3)
دورك الان (2)	تمارين ذاتية (3)	تمارين ذاتية (4)
تمارين ذاتية (1)		

٧ - ٦ القطع المتوسّطة للمثلّث
Medians of a Triangle

سوف تتعلّم : توظيف نظرية القطع المتوسّطة للمثلّث لحلّ تمارين هندسية .

العبارات والمفردات :

القطع المتوسّطة للمثلّث — Median of a Triangle

في △ أ ب جـ :

د منتصف $\overline{\text{ب جـ}}$.

$\overline{\text{أ د}}$ تُسمّى (قطعة متوسّطة للمثلّث أ ب جـ) .

القطعة المتوسّطة للمثلّث : هي القطعة المستقيمة التي تصل بين أيّ رأس في المثلّث ومنتصف الضلع المقابل له .

استكشف

اللوازم

أدوات هندسية .

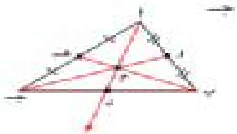
في △ أ ب جـ : و منتصف $\overline{\text{أ ب}}$ ، هـ منتصف $\overline{\text{أ جـ}}$.

$\overline{\text{ب هـ}} \cap \overline{\text{جـ و}}$ = { م }

هل $\overleftrightarrow{\text{أ م}}$ ينصّف $\overline{\text{ب جـ}}$ ؟

للتحقّق من ذلك ، نتّبع ما يلي :

العمل : نرسم $\overleftrightarrow{\text{أ م}}$ يقطع $\overline{\text{ب جـ}}$ في د ، بحيث أ م = م س ، ثمّ صِل $\overline{\text{ب س}}$ ، $\overline{\text{س جـ}}$



في △ أ ب س : $\overline{\text{و م}}$ // $\overline{\text{ب س}}$ ؟ لماذا ؟

في △ أ س جـ : $\overline{\text{م هـ}}$ // ــــــــ

هل الشكل ب س جـ م متوازي أضلاع ؟ وضّح إجابتك .

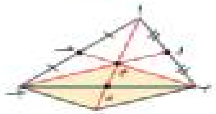
∵ قطرا متوازي الأضلاع ــــــــ

∴ ب د = ــــــــ

∴ $\overline{\text{أ د}}$ قطعة ــــــــ

م د = ــــــــ

∴ م د = $\frac{1}{2}$ م س = $\frac{1}{2}$ ــــــــ (لأنّ ــــــــ = ــــــــ عمليًّا)



المجال	معايير المنهج	مؤشر الأداء
الهندسة والقياس	إستخدام التصوّر البصري والتعليل المكاني والنمذجة الهندسية لتمثيل عالمه المادّي ووصفه وحلّ مشكلاته .	التذكّر - التعرّف - الفهم - التعاون - العمل الجَماعي - الاستكشاف والتقصّي - المقارنة والتمييز - العلاقات - التعليل - الاستدلال - الاستنتاج - التقويم - حلّ المشكلات - القوانين - التخطيط - الوسائل
	تحليل صفات وخصائص الأشكال الهندسية ثنائية وثلاثية الأبعاد ، وتنمية التفكير الرياضي حول العلاقات الهندسية ، والمقارنة بين الأشكال وتصنيفها .	

- المجال
- معيار الدرس


٧ - ٦ القطع المتوسطة للمثلث
Medians of a Triangle

سوف تتعلم : توظيف نظرية القطع المتوسطة للمثلث لحل تمارين هندسية .

العبارات والمفردات :
القطع المتوسطة للمثلث — Median of a Triangle

في $\triangle$ أ ب جـ :
د منتصف $\overline{\text{ب جـ}}$ ،
$\overline{\text{أ د}}$ تُسمّى (قطعة متوسطة للمثلث أ ب جـ) .
القطعة المتوسطة للمثلث : هي القطعة المستقيمة التي تصل بين أيّ رأس في المثلث ومنتصف الضلع المقابل له .

استكشف

في $\triangle$ أ ب جـ : و منتصف $\overline{\text{أ ب}}$ ، هـ منتصف $\overline{\text{أ جـ}}$.
$\overline{\text{ب هـ}} \cap \overline{\text{جـ و}} = \{ م \}$
هل $\overleftrightarrow{\text{أ م}}$ ينصّف $\overline{\text{ب جـ}}$ ؟
للتحقق من ذلك ، نتّبع ما يلي :
العمل : نرسم $\overrightarrow{\text{أ م}}$ يقطع $\overline{\text{ب جـ}}$ في د ، بحيث أ م = م س ، ثمّ نصل $\overline{\text{ب س}}$ ، $\overline{\text{س جـ}}$
في $\triangle$ أ ب س : $\overline{\text{و م}}$ // $\overline{\text{ب س}}$ ؟ لماذا ؟
في $\triangle$ أ س جـ : $\overline{\text{م هـ}}$ // ______
هل الشكل ب س جـ م متوازي أضلاع ؟ وضّح إجابتك .
$\because$ قطرا متوازي الأضلاع ______
$\therefore$ ب د = ______
$\therefore$ $\overline{\text{أ د}}$ قطعة ______
م د = ______
$\therefore$ م د = $\frac{1}{2}$ م س = $\frac{1}{2}$ ______ (لأن ______ = ______ مثلًا)

اللوازم
أدوات هندسية .

١٨٣

ناتج التعلم

يوظف نظرية القطع المتوسطة للمثلث لحل تمارين هندسية .

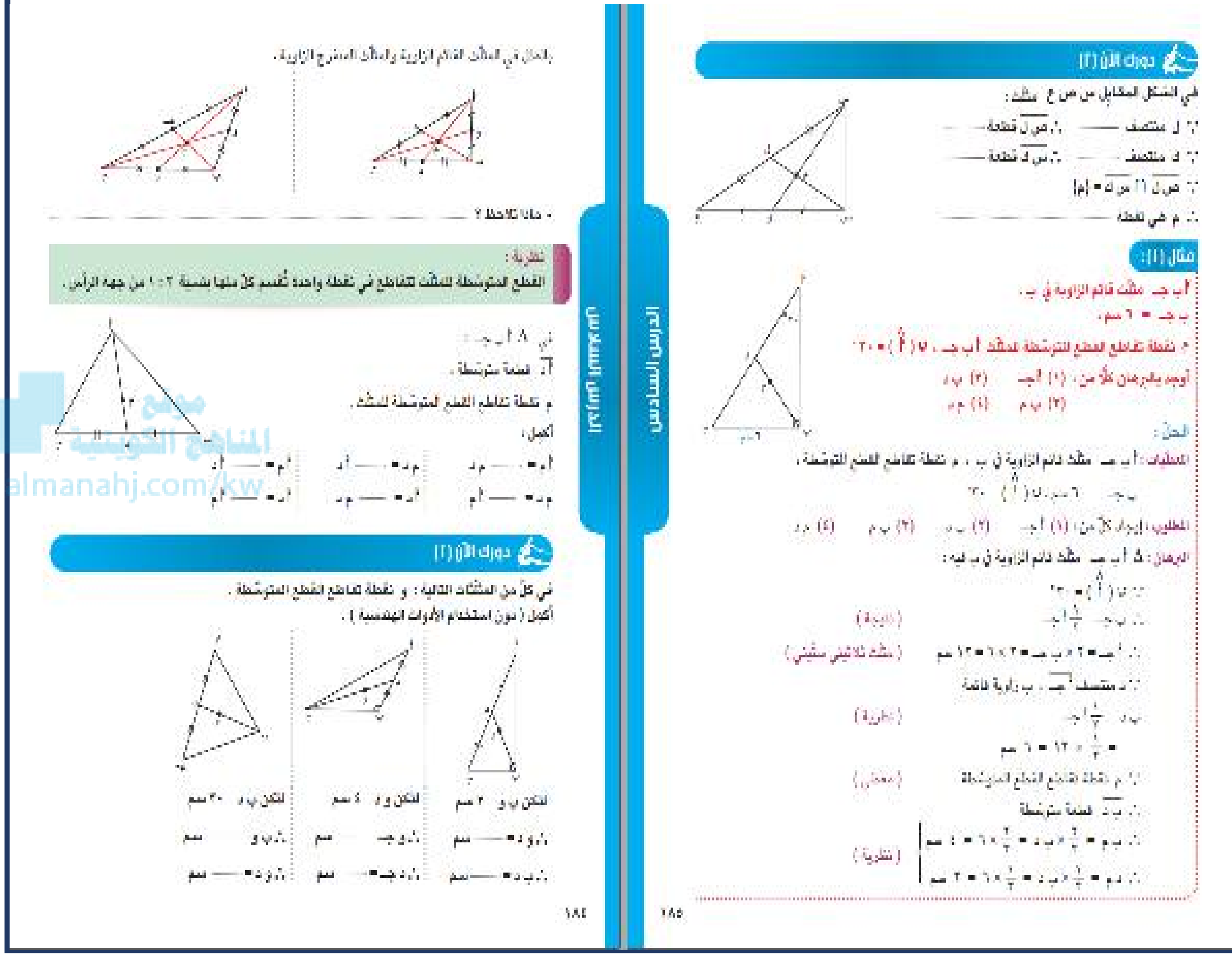
العبارات والمفردات

القطع المتوسطة للمثلث

مؤشرات الأداء

يتذكر مفهوم القطعة المتوسطة للمثلث .

- يستكشف نظرية المتوسطات للمثلث.



دورك الآن (٢)

مثال (١):

نظرية :

القطع المتوسطة للمثلث تتقاطع في نقطة واحدة تُقسم كل منها بنسبة ٢ : ١ من جهة الرأس.

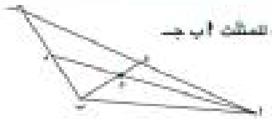
دورك الآن (٢)

مؤشرات الأداء

- يستنتج ان نقطة تقاطع القطع المتوسطة تتقاطع في نقطة واحدة في المثلثات المختلفة.
- يتعرف ان نقطة تقاطع القطع المتوسطة للمثلث تقسم كل منها بنسبة 1:2 من جهة الرأس

تمارين ذاتية :

(١) في الشكل المقابل :



$\overleftrightarrow{أد} \cap \overline{ب و} = \{م\}$ ، م نقطة تقاطع القطع المتوسطة للمثلث أ ب جـ

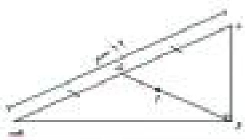
إذا كان م ب = ٤ سم ، أ د = ٢٧ سم ،

أوجد بالبرهان كلًا من : (١) و م

(٢) أ م

(٣) م د

(٢) $\triangle$ هـ و د قائم الزاوية في و ، فيه :



م نقطة تقاطع القطع المتوسطة للمثلث ،

أوجد بالبرهان كلًا مما يلي : (١) و ك

(٢) م ك

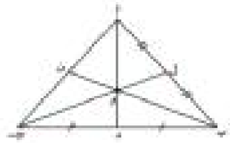
(٣) أ ب جـ د متوازي أضلاع تتقاطع قطراه في م ،

إذا كان ب د = ١٨ سم ، هـ منتصف $\overline{أب}$

$\overline{ب م} \cap \overline{جـ هـ} = \{و\}$

أوجد بالبرهان : (١) م ب (٢) ب و

(٤) المثلث أ ب جـ فيه :



و نقطة تلاقي القطع المتوسطة للمثلث ،

إذا كان أ و = (٨ س) وحدة طول ،

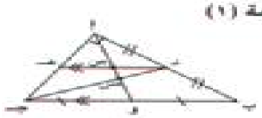
و د = (٥ س - ٢) وحدة طول ،

أوجد بالبرهان قيمة س ، ثمّ تحقّق من الحلّ .

مهارات تفكير عليا

مهارات تفكير عليا :

٥ لديك قائمتان ، إختر من القائمة (٢) ما يناسب كلّ تمرين من القائمة (١) لتحصل على إجابة صحيحة .



في الشكل المقابل : أ ب جـ مثلث قائم الزاوية في أ،

د منتصف $\overline{\text{أ ب}}$ ، و منتصف $\overline{\text{ب جـ}}$.

$\overline{\text{د هـ}}$ // $\overline{\text{ب جـ}}$ ، د هـ = ٦ سم

القائمة (١)	القائمة (٢)
١ ص و =	أ ١ سم
٢ د س =	ب ٢ سم
٣ س ص =	ج ٣ سم
	د ٤ سم
	هـ ٦ سم

تقويم الوحدة التعليمية السابعة

تقويم الوحدة التعليمية السابعة (حصة واحدة)

يحل المعلم المسائل المقالية علب السبورة مع المتعلمين من تقويم الوحدة ويترك تمارين مشابهة للمتعلم لتطبيقه في الحصة

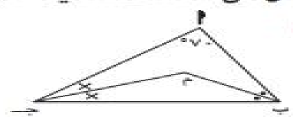
يحل المعلم المسائل الموضوعية بالنقاش الجماعي لتوصيل أسلوب حل الأسئلة الموضوعية

تقويم الوحدة التعليمية السابعة
Unit Seven Assessment

أوّلًا : البنود المقالية

١ في كلّ من المثلّثات التالية ، أكمِل دون استخدام الأدوات الهندسية :

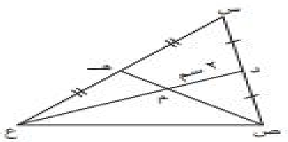
(أ)



ق (أ ب̂ جـ) + ق (أ جـ̂ ب) = ...

ق (ب م̂ جـ) = ...

(ب)

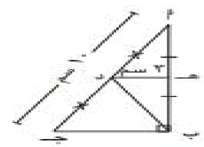


م نقطة تقاطع القطع المتوسّطة للمثلّث س ص ع .

م ع = ...

د ع = ...

(جـ)

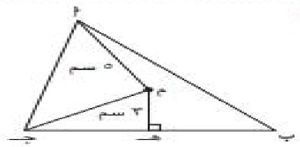


ب جـ = ...

ب د = ...

أ ب = ...

(د)



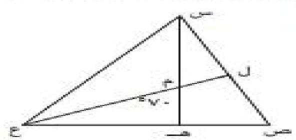
م نقطة تقاطع محاور أضلاع المثلّث أ ب جـ .

م جـ = ...

هـ جـ = ...

ب جـ = ...

(هـ)

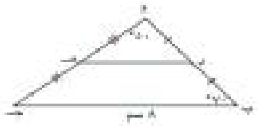


م نقطة تقاطع الأعمدة المرسومة من رؤوس المثلّث س ص ع على أضلاعه .

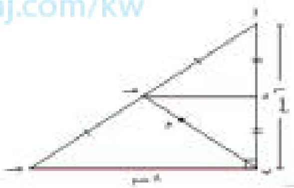
ق (م ع̂ هـ) = ...

ق (ل ص̂ ع) = ...

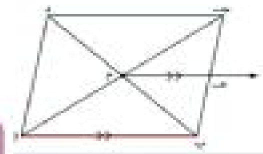
٢ أ ب جـ مثلث فيه : د منتصف أب ، هـ منتصف أجـ ، ق(∠أ) = ٥٠° ، ب جـ = ٨ سم ، ق(∠ب) = ٧٠° .
أوجد بالبرهان : (١) د هـ (٢) ق(∠أ د هـ) (٣) ق(∠أ هـ د)



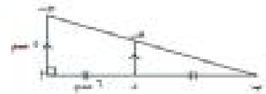
٣ أ ب جـ مثلث قائم الزاوية في ب فيه :
د منتصف أب ، هـ منتصف أجـ .
أب = ٦ سم ، ب جـ = ٨ سم
م نقطة تقاطع القطع المتوسطة للمثلث أ ب جـ .
أوجد بالبرهان : (أ) د هـ (ب) أ جـ
(جـ) ب هـ (د) م هـ



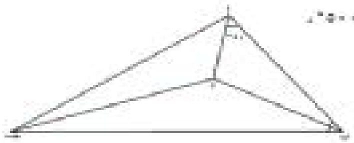
٤ في الشكل المقابل :
أ ب جـ د متوازي الأضلاع تقاطع قطراه في م
م هـ // أب ويقطع ب جـ في هـ .
أثبت أن : هـ منتصف ب جـ .



٥ في الشكل المقابل ، أ ب جـ مثلث قائم الزاوية في أ
د منتصف أب ، د هـ // أجـ ،
د أ = ٦ سم ، أجـ = ٥ سم .
(أ) أثبت أن : ب هـ = هـ جـ .
(ب) أوجد : طول هـ جـ .

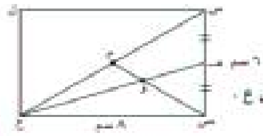


6 أ ب جـ مثلث فيه : ق (ب أ̂ م) = ق (أ ب̂ جـ) = ٥٠° ،
حيث م نقطة تقاطع منصفات الزوايا الداخلة .
أوجد بالبرهان ق (أ جـ̂ م) .

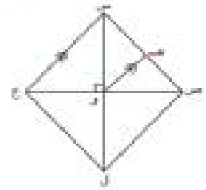


7 في الشكل المقابل : هـ ، ي ، و منتصفات أب ، أد ، ب د على الترتيب ، ق (جـ̂) = ٩٠° .
برهن أنّ : هـ ي = و جـ .

8 س ص ع ل مستطيل ،
م نقطة تقاطع قطريه ، ص ع = ٨ سم ، س ص = ٦ سم
نصفت س ص في هـ ، هـ ع ∩ ص م = { و } .
(١) برهن أنّ : و نقطة تقاطع القطع المتوسطة للمثلث س ص ع .
(٢) أوجد طول و م .

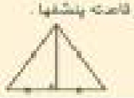


9 عند تصميم إحدى النقوشات الفنيّة ،
قرّر المصمّم رسم الشكل المقابل كما هو موضّح :
حيث س ص = س ع = ١٠ سم ، س ل ⊥ ص ع ،
رسم و هـ // س ع ، هـ ∈ ص س . أوجد بالبرهان طول هـ و .



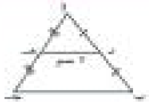
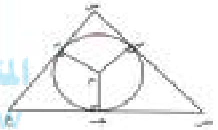
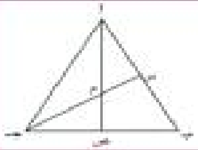
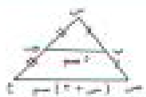
تذكر

في المثلث المتطابق الضلعين العمود المرسوم من رأس المثلث على قاعدته ينصّفها .



ثانيًا: البنود الموضوعية

في البنود (١ – ٦) ، ظلّل [أ] إذا كانت العبارة صحيحة ، وظلّل [ب] إذا كانت العبارة غير صحيحة .

١ المثلث أ ب جـ فيه : د منتصف $\overline{أب}$ ، هـ منتصف $\overline{أجـ}$ ، د هـ = ٥ سم ، فإنّ أ جـ = ١٠ سم .		أ	ب
٢ نقطة تقاطع محاور أضلاع المثلث المنفرج الزاوية تقع داخل المثلث .		أ	ب
٣ نقطة تقاطع الأعمدة المرسومة من رؤوس المثلث القائم الزاوية على أضلاعه هي رأس الزاوية القائمة .		أ	ب
٤ في الشكل المقابل : دائرة مركزها م فإنّ م هي نقطة تقاطع القطع المتوسطة للمثلث س ص ع .		أ	ب
٥ إذا كان Δ أ ب جـ متطابق الأضلاع ، م نقطة تقاطع الأعمدة المرسومة من رؤوسه على أضلاعه ، $\overline{جـ س} \cap \overline{أ ص}$ = { م } . فإنّ ق (أ م̂ جـ) = ١٢٠°		أ	ب
٦ في الشكل المقابل : س = ٧		أ	ب

بند (1_7)

بند (3_7)

بند (5_7)

بند (6_7)

بند (5_7)

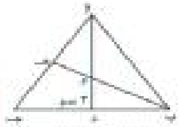
بند (1_7)

مراجعة وتدريبات

تقويم الوحدة التعليمية السابعة

في البنود (٧ – ١٩) أربعة اختيارات ، واحد فقط منها صحيح ، ظلّل الإجابة الصحيحة .

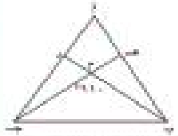
٧ أ ب جـ مثلث فيه م نقطة تقاطع متوسطات المثلث .
م د = ٣ سم ، فإنّ أ د =



[أ] ٦ سم [ب] ٩ سم [ج] ١٠.٥ سم [د] ٥ سم

بند (6_7)

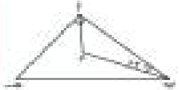
٨ أ ب جـ مثلث فيه م نقطة تقاطع الأعمدة المرسومة من رؤوس المثلث على أضلاعه ، ق (ب م̂ جـ) = ١١٠° ،
فإنّ ق (أ̂) =



[أ] ٧٠° [ب] ١١٠° [ج] ٣٥° [د] ٦٠°

بند (5_7)

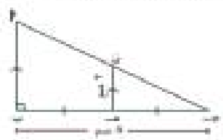
٩ أ ب جـ مثلث قائم الزاوية في أ .
م نقطة تقاطع منصّفات الزوايا الداخلة للمثلث ،
ق (أ ب̂ م) = ٢٠° ، فإنّ ق (جـ̂) =



[أ] ٣٠° [ب] ٤٠° [ج] ٥٠° [د] ٦٠°

بند (4_7)

١٠ أ ب جـ مثلث قائم الزاوية في ب .
هـ منتصف $\overline{ب جـ}$ ، $\overline{هـ ن} \parallel \overline{ب أ}$.
فإنّ : أ جـ =



[أ] ٨ سم [ب] ١٠ سم [ج] ٣ سم [د] ٦ سم

بند (2_7)

١١ س ص ع مثلث قائم الزاوية في س .
طول وتره = ٢٤ سم ، م نقطة تقاطع القطع المتوسطة للمثلث س ص ع .
فإنّ : م ب =

[أ] ٤ سم [ب] ٣ سم [ج] ٦ سم [د] ١٢ سم

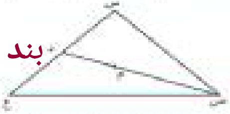
بند (6_7)

عدد القطع المتوسطة للمثلث المنفرج الزاوية يساوي :

أ صفر   ب ١   ج ٢   ٣

بند (7_6)

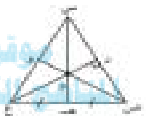
إذا كان $\overline{\text{ص د}}$ قطعة متوسطة في المثلث س ص ع ،
م نقطة تلاقي القطع المتوسطة ، فإن م د =



$\frac{1}{2}$ ص م   ب ٢ ص م   ج $\frac{1}{3}$ ص د   د ٢ ص د

بند (7_6)

س ص ع مثلث متطابق الأضلاع ، $\overline{\text{س هـ}} \cap \overline{\text{ص و}} \cap \overline{\text{ع د}} = \{\text{م}\}$ ،
فإن م هي نقطة تقاطع :



أ منصّفات زوايا المثلث فقط .
ب منصّفات زوايا المثلث والأعمدة المرسومة من رؤوسه على أضلاعه فقط .
منصّفات زوايا المثلث والأعمدة المرسومة من رؤوسه على أضلاعه و القطع المتوسطة للمثلث ومحاور أضلاعه .
د منصّفات زوايا المثلث ومحاور أضلاعه فقط .

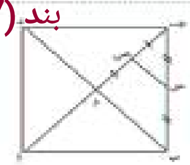
بند (7_6)

في الشكل المقابل : إذا كانت د ، هـ منتصفي $\overline{\text{أ جـ}}$ ،
$\overline{\text{أ ب}}$ على الترتيب ، فإن أ ب =

أ ٥ سم   ١٠ سم   ج ٢٥ سم   د ١٢ سم

بند (7_2)

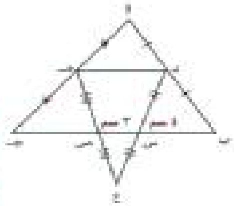
في الشكل المقابل : أ ب جـ د مربع فيه
س ، ص منتصفا ب جـ ، جـ م على الترتيب
حيث أ جـ = ١٢ سم ، فإن س ص يساوي :



أ ١٢ سم   ب ٦ سم   ٣ سم   د ٤ سم

بند (7_2)

في الشكل المقابل ، وحسب المعطيات الموضّحة حيث
ب س = ٤ سم ، س ص = ٣ سم ، فإنّ طول ص جـ يساوي :



أ ٣ سم   ب ٤ سم   ٥ سم   د ٦ سم

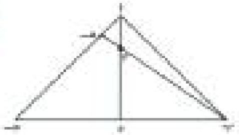
بند (7_1)

في الشكل المقابل : المثلث أ ب جـ قائم الزاوية في أ ،
د منتصف ب جـ حيث أ د = (٣ س + ٦) سم ،
ب جـ = (١٠ س) سم ، فإنّ طول $\overline{\text{أ د}}$ يساوي

أ ٣٠ سم   ١٥ سم   ج ١٠ سم   د ٢٠ سم

بند (7_2)

في الشكل المقابل : إذا كانت م نقطة تقاطع الأعمدة المرسومة من رؤوس المثلث على أضلاعه ،
فإنّ ق (هـ $\hat{\text{ب}}$ جـ) =



أ ق (ب $\hat{\text{أ}}$ د)   ب ق (هـ $\hat{\text{جـ}}$ د)
ق (جـ $\hat{\text{أ}}$ د)   د ق (د $\hat{\text{م}}$ هـ)

بند (7_5)

تم بحمد الله