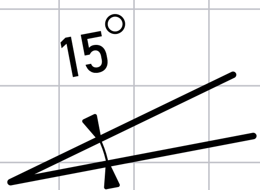
أحمد جمال

الملف حلول مذكرة رياضيات العلاقات والدوال والميل والمعادلات
موقع المناهج ⇦ ملفات الكويت التعليمية ⇦ الصف التاسع ⇦ رياضيات ⇦ الفصل الثاني

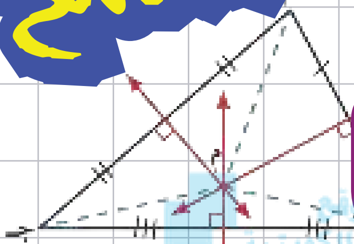
نيو أكاديمي

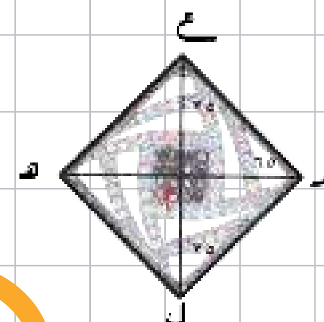
فيثاغورث في الرياضيات

الصف التاسع



|س+٣| ≤ ٧





محلولة

العلاقة وخواصها

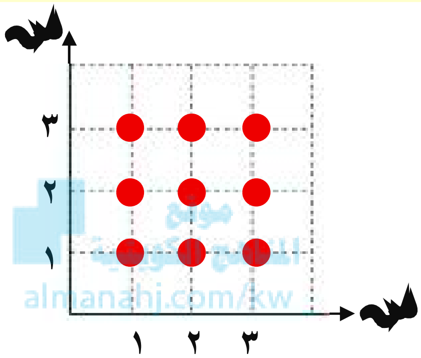
أولاً : خاصية الانعكاس

تسمي العلاقة ع المعرفة علي المجموعة س [illegible] وإذا فقط إذا كان

أ ∈ س ، يكون (أ ، أ) ∈ ع

لتكن س = {١ ، ٢ ، ٣}

١ مثل حاصل الديكارتي س × س بمخطط بياني



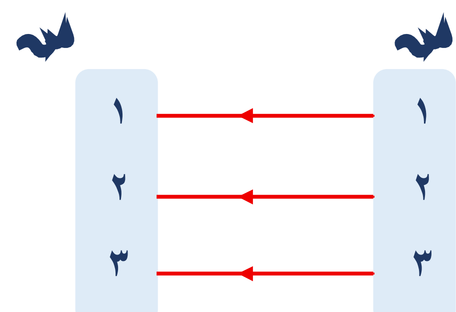
٢ اكتب ع١ علاقة "يساوي" علي س بذكر العناصر

ع١ = {(١ ، ١) ، (٢ ، ٢) ، (٣ ، ٣)}

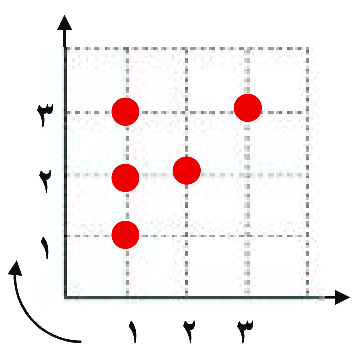
٣ اكتب ع٢ ={(أ ، ب) : أ ، ب ∈ س ، أ عامل من عوامل ب} بذكر العناصر

ع٢ = {(١ ، ١) ، (١ ، ٢) ، (١ ، ٣) ، (٢ ، ٢) ، (٣ ، ٣)}

٤ مثل ع١ بمخطط سهمي



٥ مثل ع٢ بمخطط بياني



لاحظ أن

١ ∈ س ، (١ ، ١) ∈ ع١

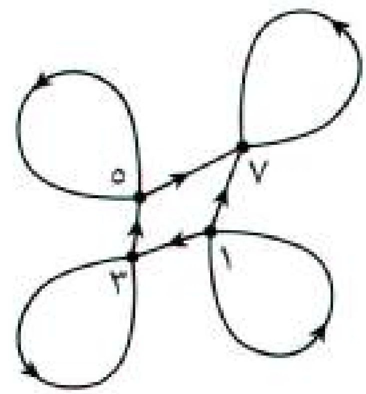
٢ ∈ س ، (٢ ، ٢) ∈ ع١

٣ ∈ س ، (٣ ، ٣) ∈ ع١

وبالمثل في العلاقة ع٢

نسمي مثل هذه العلاقة علاقة " انعكاسية "

المخططات السهمية الاتية ، تمثل علاقات س حيث س = {١ ، ٣ ، ٥ ، ٧} اختبر ما إذا كانت كل من ع$_1$ ، ع$_2$ علاقات انعكاسية أم لا ، مع ذكر السبب في كل حالة مما يلي:



المخطط السهمي للعلاقة ع$_1$

الحل

ع$_1$ = {(١ ، ١) ، (١ ، ٣) ، (١ ، ٧) ، (٣ ، ٣) ، (٣ ، ٥) ، (٥ ، ٥) ، (٥ ، ٧) ، (٧ ، ٧) }

∵ ١ ∈ س ، (١ ، ١) ∈ ع$_1$

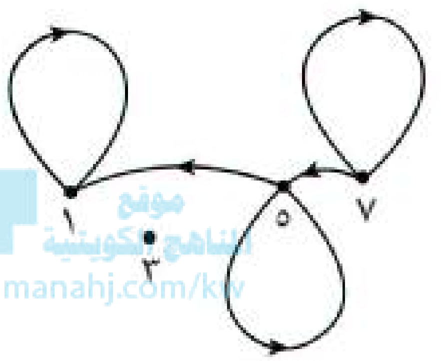
٣ ∈ س ، (٣ ، ٣) ∈ ع$_1$

٥ ∈ س ، (٥ ، ٥) ∈ ع$_1$

٧ ∈ س ، (٧ ، ٧) ∈ ع$_1$

∴ ع$_1$ علاقة انعكاسية

لأن لكل أ ∈ س يكون (أ ، أ) ∈ ع$_1$



المخطط السهمي للعلاقة ع$_2$

الحل

ع$_2$= {(١ ، ١) ، (٥ ، ٥) ، (٧ ، ٧) ، (٧ ، ٥) ، (٥ ، ١)}

ليست علاقة انعكاسية

لأن ٣ ∈ س ، (٣ ، ٣) ∉ ع$_2$

إذا علم أن س = {١ ، -١ ، ٢ ، -٢ ، ٤ ، -٤}

أ) أكتب العلاقة ع المعرفة علي س بذكر العناصر حيث ع ={(أ ، ب) : أ، ب ∈ س ، أ = ب^٢}

ب) اختبر ما إذا كانت ع علاقة انعكاسية أم لا

ج) ارسم المخطط البياني الذي يمثلها

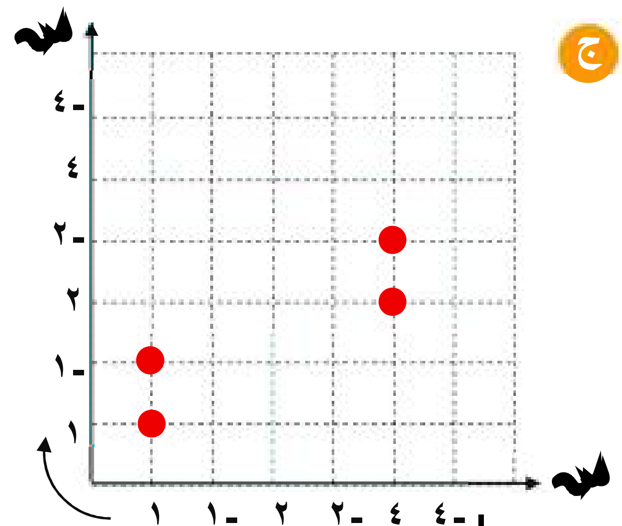
الحل

أ) ع = {(١ ، ١) ، (١ ، -١) ، (٤ ، ٢) ، (٤ ، -٢)}

ب) ∵ -١ ∈ س ولكن (-١ ، -١) ∉ ع

∴ ع ليست علاقة انعكاسية

ج)



إذا كانت س= {٢ ، ٣ ، ٥ ، ٦} وكانت ع = {(أ ، ب) : أ، ب ∈ س ، أ عامل من عوامل ب}

أ) أكتب ع بذكر العناصر

الحل

ع= {(٢ ، ٢) ، (٢ ، ٦) ، (٣ ، ٣) ، (٣ ، ٦) ، (٥ ، ٥) ، (٦ ، ٦)}

ب) تحقق من أن العلاقة ع انعكاسية

الحل

لكل أ ∈ س يوجد (أ ، أ) ∈ ع

∴ ع انعكاسية

إذا كانت س = {١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥} وكانت ع = {(أ ، ب) : أ ، ب ∈ س ، ب مضاعف من مضاعفات أ} هل ع علاقة انعكاسية ؟ فسر إجابتك.

الحل

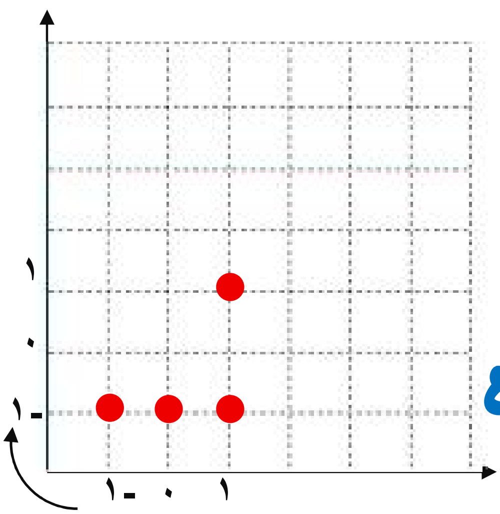
ع = {(١ ، ١) ، (١ ، ٢) ، (١ ، ٣) ، (١ ، ٤) ، (١ ، ٥) ، (٢ ، ٢) ، (٢ ، ٤) ، (٣ ، ٣) ، (٤ ، ٤) ، (٥ ، ٥)}

ع انعكاسية ، لكل أ ∈ س يوجد (أ ، أ) ∈ ع

العلاقات الاتية معرفة علي المجموعة س = {-١ ، ٠ ، ١} . حدد أياً منها يمثل علاقة انعكاسية مع ذكر السبب ثم مثل ع١ بمخطط بياني و ع٢ بمخطط سهمي

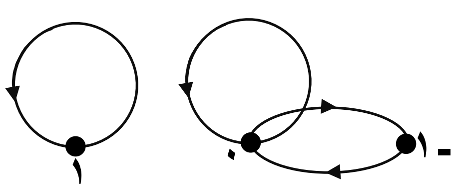
أ ع١ = {(-١ ، -١) ، (٠ ، ٠) ، (١ ، ١) ، (١ ، -١)}

- -١ ∈ س ، (-١ ، -١) ∈ ع١ ،
- ٠ ∈ س ، (٠ ، ٠) ∈ ع١
- ١ ∈ س ، (١ ، ١) ∈ ع١
- ع١ علاقة انعكاسية لأن لكل أ ∈ س يكون (أ ، أ) ∈ ع



ب ع٢ = {(٠ ، ٠) ، (-١ ، ٠) ، (٠ ، -١) ، (١ ، ١)}

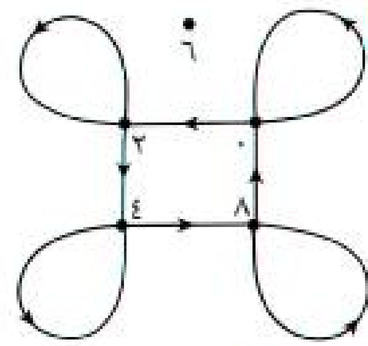
- -١ ∈ س ، (-١ ، -١) ∉ ع٢
- ع٢ ليست انعكاسية



فيما يلي مجموعة من المخططات السهمية لعدة علاقات علي

س = {٠ ، ٢ ، ٤ ، ٦ ، ٨} اكتب كل علاقة بذكر العناصر ، ثم اختبر إذا كانت العلاقة انعكاسية أم لا مع ذكر السبب.

أ



الحل

ع = {(٠ ، ٠) (٠ ، ٢) ، (٢ ، ٢) ،

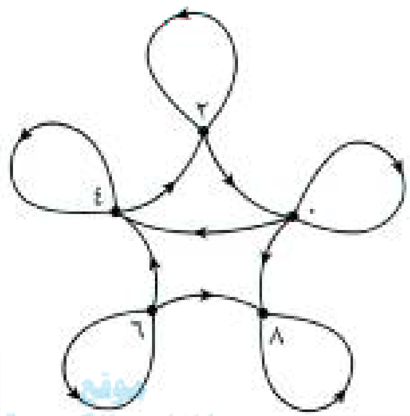
(٢ ، ٤) ، (٤ ، ٤) ، (٤ ، ٨) ، (٨ ، ٨) ،

(٨ ، ٠)}

∵ ٦ ∈ س ، (٦ ، ٦) ∉ ع

∴ ع ليست انعكاسية

ب



الحل

ع = {(٠ ، ٠) (٠ ، ٨) ، (٠ ، ٤) ، (٢ ، ٢) ،

(٢ ، ٠) ، (٤ ، ٤) ، (٤ ، ٢) ، (٦ ، ٦) ،

(٦ ، ٤) ، (٦ ، ٨) ، (٨ ، ٨)}

∵ لكل أ ∈ س يكون (أ ، أ) ∈ ع

∴ ع انعكاسية

اكتب كل علاقة مما يأتي بذكر العناصر ، ومثلها بمخطط سهمي ، ثم اختبر الخاصية الانعكاسية

أ س = {١ ، ٣ ، ٥} ، ع = {(أ ، ب) : أ ∈ س ، ب ∈ س ، أ + ب = عدداً زوجياً}

الحل

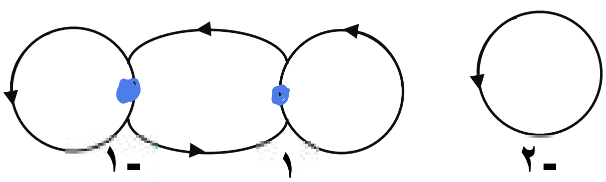
ع = {(١ ، ١) ، (١ ، ٣) ، (١ ، ٥) ، (٣ ، ١) ، (٣ ، ٣) ، (٣ ، ٥) ، (٥ ، ١) ، (٥ ، ٣) ، (٥ ، ٥)}

لكل أ ∈ س يكون (أ ، أ) ∈ ع

ب ل = {-٢ ، ١ ، -١} ، ع = {(أ ، ب) : أ ∈ س ، ب ∈ س ، أ^{٢} = ب^{٢}}

الحل

ع = {(-٢ ، -٢) ، (١ ، ١) ، (١ ، -١) ، (-١ ، ١) ، (-١ ، -١)}



لكل أ ∈ س يكون (أ ، أ) ∈ ع

ع انعكاسية

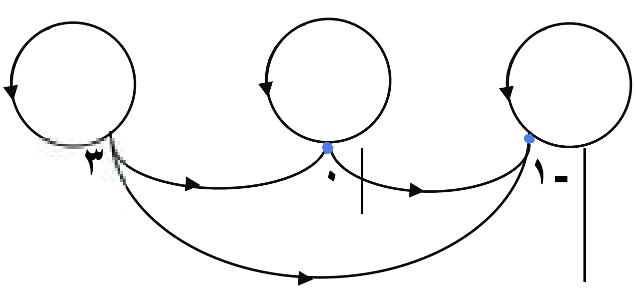
ج م = {-١ ، ٠ ، ٣} ، ع = {(أ ، ب) : أ ∈ م ، ب ∈ م ، أ ≥ ب}

الحل

ع = {(-١ ، -١) ، (٠ ، ٠) ، (٠ ، -١) ، (٣ ، ٠) ، (٣ ، -١) ، (٣ ، ٣)}

لكل أ ∈ م يكون (أ ، أ) ∈ ع

ع انعكاسية



ثانيـــاً : خاصيــة التنـــاظــر

تسمي العلاقة ع المعرفة علي المجموعة س [illegible] وإذا فقط إذا كان

لكل (أ ، ب) ∈ ع ، يكون (ب ، أ) ∈ ع

إذا كانت س = {-١ ، ٢ ، ٣} فأي العلاقات التالية المتناظرة علي س مع ذكر السبب؟

أ) $ع_١$ = {(-١ ، ٢) ، (٢ ، ٣) ، (٢ ، -١) ، (٣ ، ٢)}

الحـــــل

العلاقة $ع_١$: (-١ ، ٢) ∈ $ع_١$ وأيضاً (٢ ، -١) ∈ $ع_١$

(٢ ، ٣) ∈ $ع_١$ وأيضاً (٣ ، ٢) ∈ $ع_١$

$ع_١$ متناظرة لأن لكل (أ ، ب) ∈ $ع_١$ ، فإن (ب ، أ) ∈ $ع_١$

ب) $ع_٢$ = {(٣ ، ٣)}

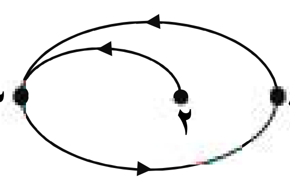
الحـــــل

العلاقة $ع_٢$: (٣ ، ٣) ∈ $ع_٢$ وأيضاً (٣ ، ٣) ∈ $ع_٢$

$ع_٢$ متناظرة لأن لكل (أ ، ب) ∈ $ع_٢$ ، فإن (ب ، أ) ∈ $ع_٢$

ج) $ع_٣$ = {(-١ ، ٣) ، (٣ ، -١) ، (٢ ، ٣)} ، مثل $ع_٣$ بمخطط سهمي

الحـــــل



العلاقة $ع_٣$ ليست متناظرة لأن (٢ ، ٣) ∈ $ع_٣$ ، ولكن (٣ ، ٢) ∉ $ع_٣$

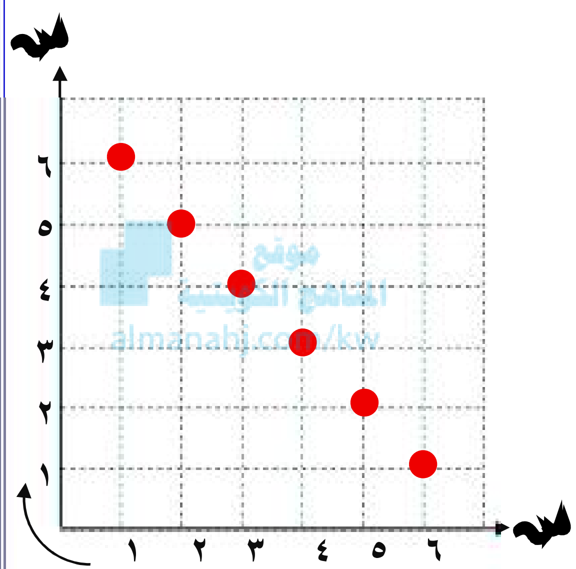
إذا كانت س = {١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٦} ، ع$_1$ ، ع$_2$ علاقات معرفة علي س:

ع$_1$ = {(أ ، ب) : أ ، ب $\in$ س ، أ + ب = ٧}

ع$_2$ = {(أ ، ب) : أ ، ب $\in$ س ، أ = $\frac{١}{٢}$ ب}

أ أكتب ع$_1$ بذكر العناصر ومثلها بمخطط بياني ، ثم ابحث فيما إذا كانت ع$_1$ علاقة متناظرة أم لا مع ذكر السبب.

الحل



ع$_1$ = {(١ ، ٦) ، (٢ ، ٥) ، (٣ ، ٤) ،
(٤ ، ٣) ، (٥ ، ٢) ، (٦ ، ١)}

العلاقة ع$_1$: (١ ، ٦) $\in$ ع$_1$ ، (٦ ، ١) $\in$ ع$_1$

(٢ ، ٥) $\in$ ع$_1$ ، (٥ ، ٢) $\in$ ع$_1$

(٣ ، ٤) $\in$ ع$_1$ ، (٤ ، ٣) $\in$ ع$_1$

$\therefore$ ع$_1$ علاقة متناظرة

لأن لكل (أ ، ب) $\in$ ع$_1$ ، فإن (ب ، أ) $\in$ ع$_1$

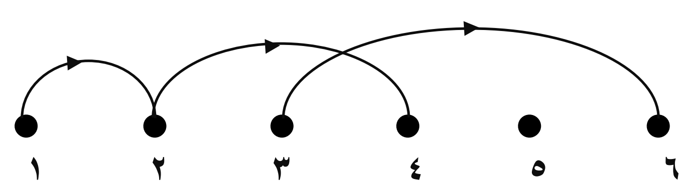
ب أكتب ع$_2$ بذكر العناصر ومثلها بمخطط سهمي ، ثم أبحث فيما إذا كانت ع$_2$ علاقة متناظرة أم لا مع ذكر السبب

الحل

ع$_2$ = {(١ ، ٢) ، (٢ ، ٤) ، (٣ ، ٦)}

$\therefore$ ع$_2$ علاقة ليست متناظرة

لأن (١ ، ٢) $\in$ ع$_2$ ولكن (٢ ، ١) $\notin$ ع$_2$



اكتب كل علاقة مما يأتي بذكر العناصر ، ثم اختبر من حيث كونها متناظرة أم لا مع ذكر السبب.

أ العلاقة ع معرفة على س = {٣ ، ٤ ، ٥} حيث
ع = {(أ ، ب) : أ ، ب ∈ س ، أ + ب = ٨}

الحل

ع = {(٣ ، ٥) ، (٥ ، ٣) ، (٤ ، ٤)}

ع متناظرة لأن (٣ ، ٥) ∈ ع ، يوجد (٥ ، ٣) ∈ ع

ب ع علاقة " > " معرفة على س = {٢ ، ٤ ، ٦}

الحل

ع = {(٢ ، ٢) ، (٢ ، ٤) ، (٢ ، ٦) ، (٤ ، ٤) ، (٤ ، ٦) ، (٦ ، ٦)}

ع ليست متناظرة لأن (٢ ، ٤) ∈ ع ولكن (٤ ، ٢) ∉ ع

ج ع علاقة " ضعف " معرفة على س = {٠ ، ١ ، ٢ ، ٣}

الحل

ع = {(٠ ، ٠) ، (٢ ، ١)}

ع ليست متناظرة لأن (٢ ، ١) ∈ ع ولكن (١ ، ٢) ∉ ع

د العلاقة ع معرفة على س = {-٢ ، -١ ، ٠ ، ١ ، ٢}حيث
ع = {(أ ، ب) : أ ، ب ∈ س ، أ + ب = صفراً}

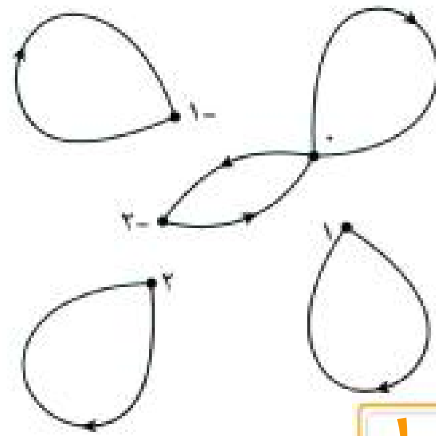
الحل

ع = {(-٢ ، ٢) ، (٢ ، ٢) ، (-١ ، ١) ، (١ ، -١) ، (٠ ، ٠)}

ع متناظرة لأن لكل (أ ، ب) ∈ ع ، يوجد (ب ، أ) ∈ ع

فيما يلي مخططات سهمية وبيانية لعلاقات معرفة على س = {-٢ ، -١ ، ٠ ، ١ ، ٢} اختبر خاصية التناظر لكل شكل مما يلي:

أ

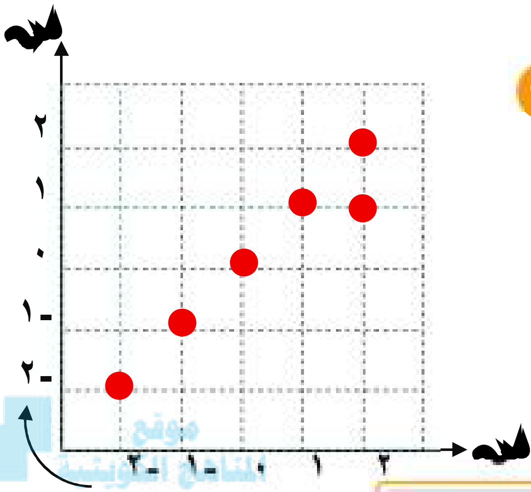


الحل

ع متناظرة لأن

(٠ ، -٢) ∈ ع ، (-٢ ، ٠) ∈ ع

ب

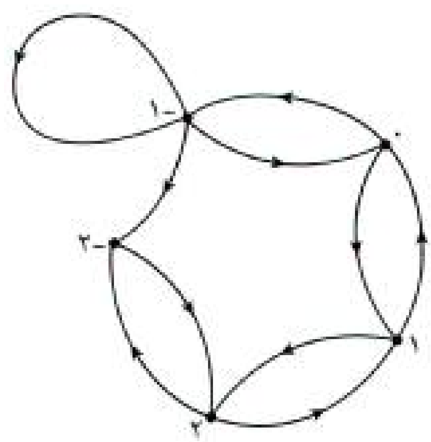


الحل

ع ليست متناظرة لأن

(٢ ، ١) ∈ ع ، (١ ، ٢) ∉ ع

ج

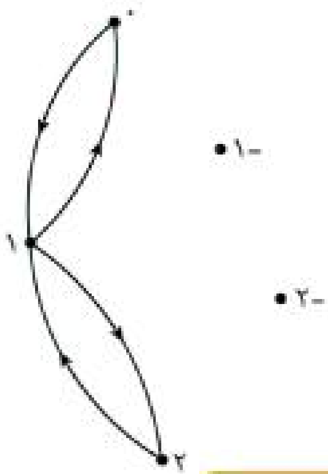


الحل

ع ليست متناظرة لأن

(-١ ، ٢) ∈ ع ، (-٢ ، -١) ∉ ع

د



الحل

ع متناظرة لأن

(أ ، ب) ∈ ع يوجد (ب ، أ) ∈ ع

ثالثاً : خاصية التعدي

تسمي العلاقة ع المعرفة علي المجموعة س [illegible] وإذا وفقط إذا كان

لكل (أ ، ب) ∈ ع و (ب ، جـ) ∈ ع فإن (أ ، جـ) ∈ ع

إذا كانت س = {٥ ، ٧ ، ٨} وكانت ع علاقة معرفة علي س حيث

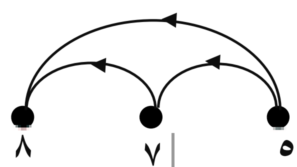
ع = {(أ ، ب) : أ ، ب ∈ س ، أ > ب}

أ اكتب ع بذكر العناصر

الحل

ع = {(٥ ، ٧) ، (٧ ، ٨) ، (٥ ، ٨)}

ب مثل ع بمخطط سهمي



لاحظ أن

(٥ ، ٧) ∈ ع و (٧ ، ٨) ∈ ع كذلك (٥ ، ٨) ∈ ع هذه العلاقة تسمي علاقة "[illegible]"

إذا كانت س = {٠ ، ١ ، ٢} ، ع علاقة معرفة علي س

حيث ع = {(٠ ، ١) ، (١ ، ٢) ، (٠ ، ٢)} اختبر ما إذا كانت العلاقة ع متعدية أم مع ذكر السبب

الحل

(٠ ، ١) ∈ ع و (١ ، ٢) ∈ ع ، (٠ ، ٢) ∈ ع

ع علاقة متعدية لأن لكل (أ ، ب) ∈ ع و

(ب ، جـ) ∈ ع فإن (أ ، جـ) ∈ ع

لاحظ أن

(١ ، ٢) ∈ ع

(٠ ، ٢) ∈ ع

لا يوجد زوج مرتب مسقطه الأول يساوي ٢ ، إذا لا يوجد ما ينفي شرط التعدي

إذا كانت س = {١ ، ٢ ، ٣ ، ٤} ، ع علاقة معرفة علي س حيث

ع = {(١ ، ٢) ، (٢ ، ٣) ، (١ ، ٣) ، (٣ ، ٤) ، (٤ ، ١)}

فهل ع علاقة متعدية ؟ ولماذا؟

الحل

(٢ ، ٣) ∈ ع و (٣ ، ٤) ∈ ع ولكن (٢ ، ٤) ∉ ع

العلاقة ع ليست متعدية

إذا كانت س = {٠ ، ٢ ، ٤} ، ع علاقة معرفة علي س حيث

ع = {(٠ ، ٢) ، (٢ ، ٤) ، (٠ ، ٤)} فهل ع علاقة متعدية ؟ ولماذا؟

الحل

(٠ ، ٢) ∈ ع و (٢ ، ٤) ∈ ع ، (٠ ، ٤) ∈ ع

ع علاقة متعدية لأن لكل (أ ، ب) ∈ ع و (ب ، جـ) ∈ ع فإن (أ ، جـ) ∈ ع

العلاقات الاتية معرفة على المجموعة س = {١ ، ٢ ، ٣ ، ٤} أي منها هو علاقة متعدية؟ وأيها غير متعدية؟ مع ذكر السبب.

أ) ع١ = {(١ ، ٢) (٢ ، ٣) ، (١ ، ٣)}

الحل

ع١ متعدية لأن (١ ، ٢) ، (٢ ، ٣) ∈ ع ، (١ ، ٣) ∈ ع

ب) ع٢ = {(١ ، ١) ، (٢ ، ٢) ، (٣ ، ٣) ، (٤ ، ٤)}

الحل

ع٢ متعدية لأنه لا يوجد ما ينفي التعدي

أ) ع٣ = {(١ ، ٢) ، (٢ ، ١) ، (٢ ، ٣ ، (٣ ، ٤) ، (٢ ، ٤) ، (١ ، ١)}

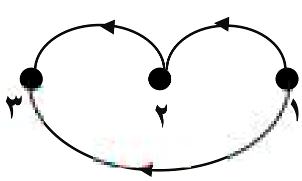
الحل

ع٣ ليست متعدية لأنه يوجد (٢ ، ١) ، (١ ، ٢) ∈ ع ، ولا يوجد (٢ ، ٢) ∈ ع

إذا كانت س = {١ ، ٢ ، ٣} ، ع = {(أ ، ب) : أ ، ب ∈ س ، أ < ب}

أ) اكتب ع بذكر العناصر ، ثم مثلها بمخطط سهمي

الحل



ع = {(١ ، ٢) ، (١ ، ٣) ، (٢ ، ٣)}

ب) اختبر ع من حيث كونها متعدية أم لا مع ذكر السبب

الحل

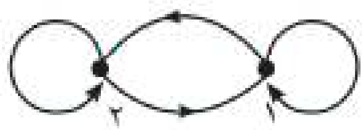
ع علاقة متعدية

لأن لكل (أ ، ب) ∈ ع ، (ب ، جـ) ∈ ع يوجد (أ ، جـ) ∈ ع

رابعاً: خاصية التكافؤ

تسمي العلاقة ع المعرفة علي المجموعة س [illegible] وإذا كانت انعكاسية ومتناظرة ومتعدية

لتكن س = {١ ، ٢} ، ع علاقة معرفة علي موضحة في المخطط السهمي المقابل:



أجب عن الأسئلة الآتية:

أ هل ع علاقة انعكاسية ؟ ولماذا؟

الحل

ع انعكاسية لأن

∀ ١ ∈ س يوجد (١ ، ١) ∈ ع

∀ ٢ ∈ س يوجد (٢ ، ٢) ∈ ع

ب هل ع علاقة متناظرة ؟ ولماذا؟

الحل

نعم لأن (١ ، ٢) ∈ ع و (٢ ، ١) ∈ ع

ج هل ع علاقة متعدية ؟ ولماذا؟

الحل

نعم لأن (١ ، ٢) ، (٢ ، ١) ∈ ع يوجد (١ ، ١) ∈ ع

العلاقة ع تسمي علاقة تكافؤ

إذا كانت س = {١ ، ٢ ، ٣} ، ع علاقة معرفة علي س حيث

ع = {(أ ، ب) : أ ، ب ∈ س ، أ + ب = عدداً زوجياً}

أ) أكتب ع بذكر العناصر.

ب) اختبر ما إذا كانت ع من حيث كونها انعكاسية ، متناظرة ، متعدية ، تكافؤ

الحــــــل

أ) ع = {(١ ، ١) ، (١ ، ٣) ، (٢ ، ٢) ، (٣ ، ١) ، (٣ ، ٣)}

❖ ١ ∈ س ، (١ ، ١) ∈ ع

٢ ∈ س ، (٢ ، ٢) ∈ ع

٣ ∈ س ، (٣ ، ٣) ∈ ع

❖ ع علاقة انعكاسية ، لأن لكل أ ∈ س يكون (أ ، أ) ∈ ع

ب) ❖ (١ ، ٣) ∈ ع ، (٣ ، ١) ∈ ع

❖ ع علاقة متناظرة ، لأن لكل (أ ، ب) ∈ ع فإن (ب ، أ) ∈ ع

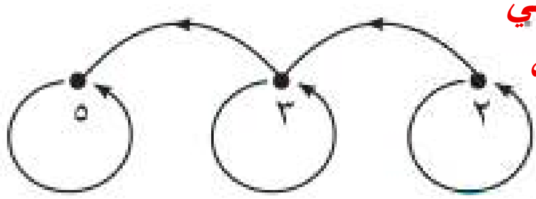
❖ (١ ، ٣) ∈ ع و (٣ ، ١) ∈ ع ، (١ ، ١) ∈ ع

(٣ ، ١) ∈ ع و (١ ، ٣) ∈ ع ، (٣ ، ٣) ∈ ع

❖ ع علاقة متعدية ، لأن لكل (أ ، ب) ∈ ع و (ب ، جـ) ∈ ع فإن (أ ، جـ) ∈ ع

❖ ع علاقة تكافؤ لأنها علاقة انعكاسية و متناظرة ومتعدية

إذا كانت س = {٢ ، ٣ ، ٥} ، ع علاقة معرفة على س اختبر ع من حيث كونها انعكاسية ، متناظرة ، متعدية ، تكافؤ مع ذكر السبب.



الحل

ع = {(٢ ، ٢) ، (٢ ، ٣) ، (٣ ، ٣) ، (٣ ، ٥) ، (٥ ، ٥)}

٢ ∈ س ، (٢ ، ٢) ∈ ع

٣ ∈ س ، (٣ ، ٣) ∈ ع

٥ ∈ س ، (٥ ، ٥) ∈ ع

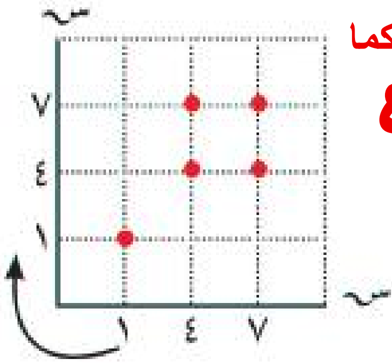
ع علاقة انعكاسية ، لأن لكل أ ∈ س يكون (أ ، أ) ∈ ع

ع علاقة ليست متناظرة ، لأن (٢ ، ٣) ∈ ع ولكن (٣ ، ٢) ∉ ع

ع علاقة ليست متعدية ، لأن (٢ ، ٣) ∈ ع و(٣ ، ٥) ∈ ع ولكن (٢ ، ٥) ∉ ع

ع علاقة ليست تكافؤاً، لأن ع ليست متناظرة (أو لأنها ليست متعدية)

إذا كانت س = {١ ، ٤ ، ٧} ، ع علاقة معرفة علي س كما هو موضح في المخطط البياني المقابل،فاختبر ما إذا كانت ع علاقة تكافؤ.



الحـــل

ع = {(١ ، ١) ، (٤ ، ٤) ، (٤ ، ٧) ، (٧ ، ٤) ، (٧ ، ٧)}

❖ ١ ، ٤ ، ٧ ∈ س يوجد (١ ، ١) ، (٤ ، ٤) ، (٧ ، ٧) (٢ ، ٢) ∈ ع

❖ ع علاقة انعكاسية

❖ (٤ ، ٧) ∈ ع ، (٧ ، ٤) ∈ ع

❖ ع علاقة متناظرة

❖ (٤ ، ٧) ، (٧ ، ٤) ∈ ع يوجد (٤ ، ٤) ∈ ع

❖ ع علاقة متعدية

❖ ع انعكاسية ومتناظرة ومتعدية

❖ ع علاقة تكافؤ

إذا كانت س = {١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥} وكانت ع = {(س ، ص) : س ، ص ∈ س ، س ≠ ص} أكتب ع بذكر العناصر ثم ادرس خواص العلاقة ع من حيث كونها انعكاسية ، متناظرة ، متعدية ، تكافؤ

الحـــل

ع = {(١ ، ٢) ، (١ ، ٣) ، (١ ، ٤) ، (١ ، ٥) ، (٢ ، ١) ، (٢ ، ٣) ، (٢ ، ٤) ، (٢ ، ٥) ، (٣ ، ١) ، (٣ ، ٢) ، (٣ ، ٤) ، (٣ ، ٥) (٤ ، ١) ، (٤ ، ٢) ، (٤ ، ٣) ، (٤ ، ٥) ، (٥ ، ١) ، (٥ ، ٢) ، (٥ ، ٣) ، (٥ ، ٤)}

❖ ١ ∈ س لا يوجد (١ ، ١) ❖ ع ليست انعكاسية

ع متناظرة ، لأن لكل (أ ، ب) ∈ ع يوجد (ب ، أ) ∈ ع

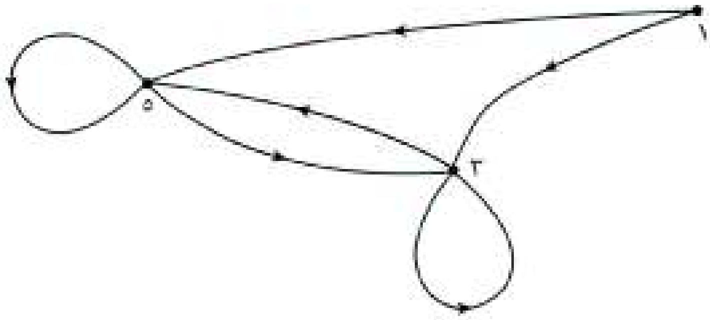
ع ليست متعدية ، لأن (١ ، ٣) ∈ ع و(٣ ، ١) ∈ ع ولكن (١ ، ١) ∉ ع

❖ ع ليست تكافؤ لأنها ليست انعكاسية

في المخطط السهمي المقابل ع علاقة معرفة علي س = {١ ، ٣ ، ٥}

اوجد خواص العلاقة ع من حيث كونها

انعكاسية ، متناظرة ، متعدية ، تكافؤ



الحل

ع = {(١ ، ٣) ، (١ ، ٥) ، (٣ ، ٣) ، (٣ ، ٥) ، (٥ ، ٣) ، (٥ ، ٥)}

ع ليست انعكاسية لأن (١ ، ١) ∉ ع

ع ليست متناظرة ، لأن لكل (١ ، ٣) ∈ ع ولكن (٣ ، ١) ∉ ع

ع متعدية ، لأن لكل (أ ، ب) ، (ب ، جـ) ∈ ع ويوجد (أ ، جـ) ∈ ع

∴ ع ليست تكافؤ لأنها ليست انعكاسية

مهارات عليا

إذا كانت ع علاقة معرفة علي ط ، حيث ط هي مجموعة الأعداد الكلية،

وكانت ع = {(س ، ص) : س ، ص ∈ ط ، س = ٦ - ص} فاختبر كون العلاقة ع

انعكاسية ، متناظرة ، متعدية ، تكافؤ .

الحل

ع = {(٦ ، ٠) ، (٥ ، ١) ، (٤ ، ٢) ، (٣ ، ٣) ، (٢ ، ٤) ، (١ ، ٥) ، (٠ ، ٦)}

ع ليست انعكاسية لأن (١ ، ١) ∉ ع

ع متناظرة ، لأن لكل (أ ، ب) ∈ ع يوجد (ب ، أ) ∈ ع

ع ليست متعدية ، لأن (٦ ، ٠) ، (٠ ، ٦) ∈ ع ولكن (٦ ، ٦) ∉ ع

∴ ع ليست تكافؤ لأنها ليست انعكاسية

التطبيق (الدالـة)

التـطـبـيـق (الـدالـة)

هو علاقة من س إلي ص بحيث يرتبط كل عنصر من عناصر س بعنصر واحد وواحد فقط من عناصر ص

نرمز إلي التطبيق (الدالة) بأحد الرموز : ت ، د ، هـ ، ق ، ....

إذا كانت ت تطبيق من س إلي ص نرمز إلي ذلك ت : س ← ص

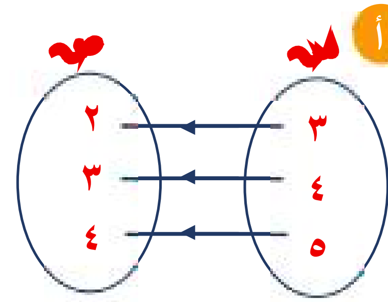
ملاحظة

مكونات التطبيق (الدالة) ت : س ← ص

- س تسمي مجال التطبيق (الدالة)
- ص تسمي المجال المقابل للتطبيق ت
- ت هي قاعدة الاقتران

تمثل المخططات السهمية التالية علاقات من س إلي ص ، أي منهما يمثل تطبيقاً وأيها لا يمثل تطبيقاً مع ذكر السبب؟

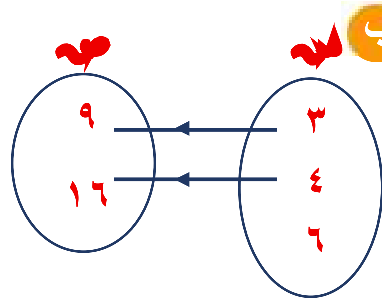
أ



العلاقة: تطبيق

السبب: لأن كل عنصر من س ارتبط بعنصر واحد فقط من ص

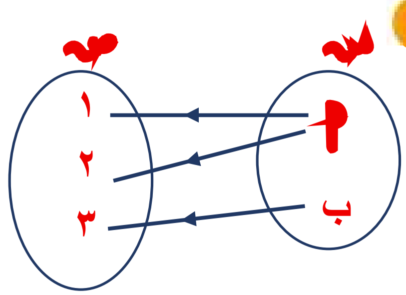
ب



العلاقة: ليست تطبيق

السبب: لأن ٦ لم يرتبط بأي عنصر من ص

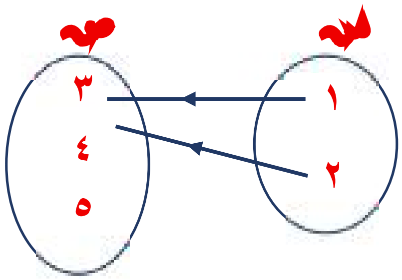
ج



العلاقة: ليست تطبيق

السبب: لأن م ارتبط بعنصرين من ص

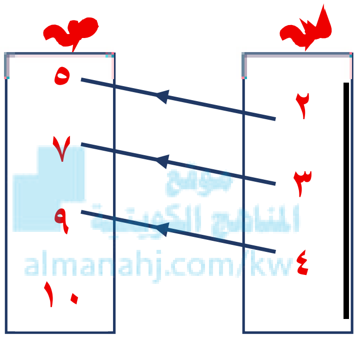
هل تمثل العلاقة الاتية تطبيقاً من س إلي ص ؟ وضح إجابتك



الحــــــل

نعم ، لأن ١ ، ٢ خرج منهما سهم ١ فقط إلي ص

لتكن ت: س إلي ص تطبيق مخططه السهمي مبين في الشكل المقابل:



أكمل:

المجال= {٢ ، ٣ ، ٤}

المجال المقابل= {٥ ، ٧ ، ٩ ، ١٠}

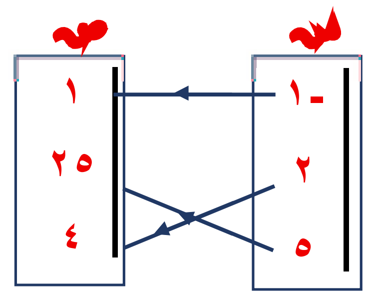
مجموعة صور من عناصر المجال= {٥ ، ٧ ، ٩}

تسمي مجموعة صور عناصر المجال بمدي التطبيق

مدى التطبيق هو مجموعة صور عناصر المجال بمدي التطبيق

بين أياً من المخططات السهمية التالية يمثل تطبيقاً من س ← ص ، أيهما لا يمثل تطبيقاً ، مع ذكر السبب ، إذا كان المخطط يمثل تطبيقاً فأذكر المجال والمدى:

أ

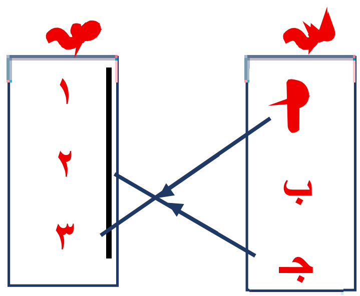


تطبيق لأن كل عنصر من س خرج منه سهم واحد فقط

المجال = س

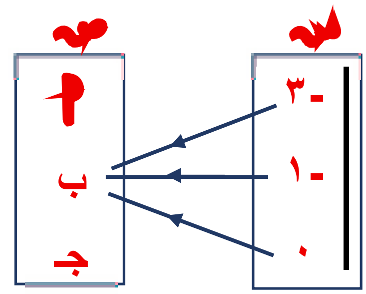
المدي ={١ ، ٢٥ ، ٤}

ب



لا يمثل تطبيق لأن ب لم يرتبط بأي عنصر من ص

ج

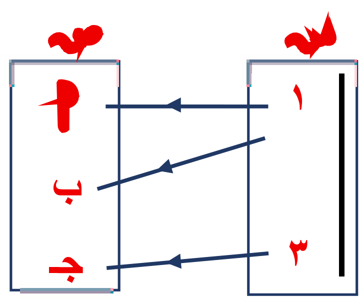


تطبيق لأن كل عنصر من س خرج منه سهم واحد فقط

المجال = [-٣ ، -١ ، ٠}

المدي ={ب}

د



لا يمثل تطبيق لأن العنصر ١ ارتبط بعنصرين مختلفين من ص

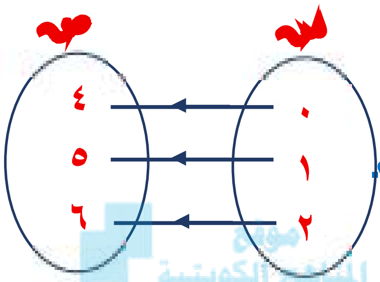
اكتب كلاً من العلاقات التالية بذكر العناصر ، ثم حدد ما إذا كانت كل منها تمثل تطبيقاً أم لا ، مع ذكر السبب ، ثم مثل كلاً منهما بمخطط سهمي.

أ) ع₁ = {(أ ، ب) : أ ∈ س ، ب ∈ ص ، ب = أ + ٤}

س = {٠ ، ١ ، ٢} ، ص = {٤ ، ٥ ، ٦}

الحل

ع = {(٠ ، ٤) ، (١ ، ٥) ، (٢ ، ٦)}



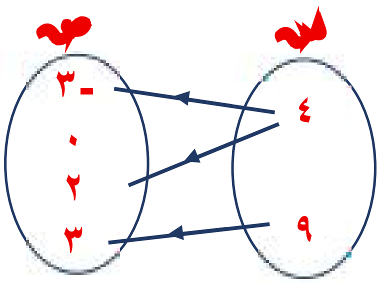
- كل عنصر من عناصر س ارتبط بعنصر واحد فقط من عناصر ص
- العلاقة ع تمثل تطبيقاً

ب) ع₂ = {(أ ، ب) : أ ∈ س ، ب ∈ ص ، الجذر التربيعي لـ أ = ب}

س = {٤ ، ٩} ، ص = {-٢ ، ٠ ، ٢ ، ٣}

الحل

ع = {(٤ ، ٢) ، (٤ ، -٢) ، (٩ ، ٣)}



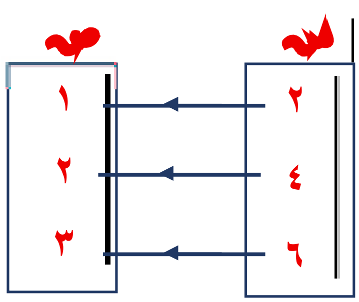
- العنصر ٤ من المجال ارتبط بعنصرين مختلفين من المجال المقابل
- العلاقة ع₂ لا تمثل تطبيقاً

ليكن ع علاقة من س إلي ص ، اكتب ع بذكر العناصر ، وحدد ما إذا كانت تمثل تطبيقاً أم لا ، مع ذكر السبب ، ثم مثلها بمخطط سهمي

ع = {(أ ، ب) : أ ∈ س ، ب ∈ ص ، أ = ٢ب}

س = {٢ ، ٤ ، ٦)

ص = {١ ، ٢ ، ٣}



الحل

ع = {(٢ ، ١) ، (٤ ، ٢) ، (٦ ، ٣)}

ع تمثل تطبيق لأن كل عنصر من عناصر س ارتبط بعنصر واحد فقط من ص

إذا كانت س = {-١ ، ٠ ، ١ ، ٢} ، ح هي مجموعة الأعداد الحقيقية.

ت : س ← ح حيث ت (س) = س^{٢} + ٢

أ أكمل الجدول التالي ، ثم أوجد مدي التطبيق ت :

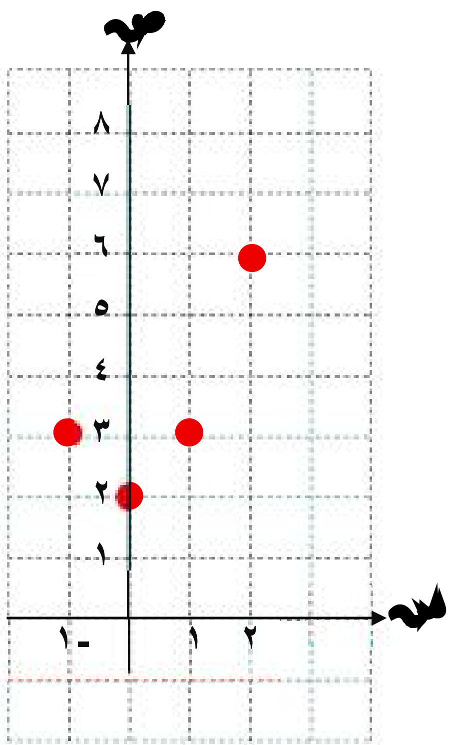
س	١-	٠	١	٢
س^{٢} + ٢	(-١)^{٢} + ٢	٠^{٢} + ٢	١^{٢} + ٢	٢^{٢} + ٢
ت (س)	٣	٢	٣	٦

مدي التطبيق = {٢ ، ٣ ، ٦}

ب أكتب ت كأزواج مرتبة.

ت = {(-١ ، ٣) ، (٠ ، ٢) ، (١ ، ٣) ، (٢ ، ٦)}

ج أرسم مخططاً بيانياً في المستوى الإحداثي.



إذا كانت سـ = {-٢ ، -١ ، ٠ ، ١ ، ٢ ، ٣}

وكانت ت : سـ ⟵ ع (مجموعة الأعداد الحقيقية) ، حيث ت(س) = ٣س + ١

أ أكمل الجدول التالي :

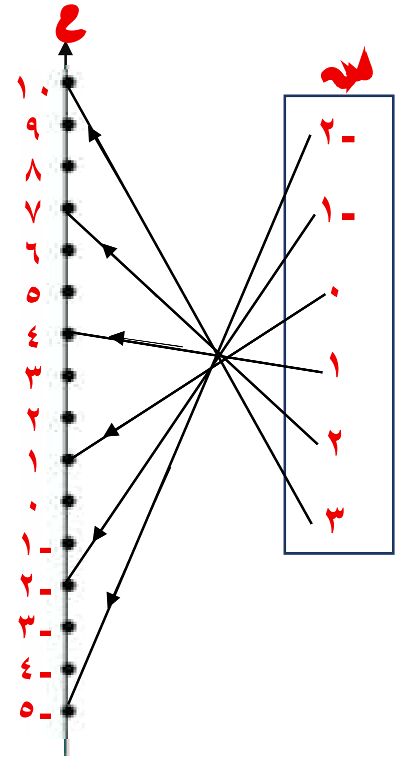
س	-٢	-١	٠	١	٢	٣
٣س+١	(٣×-٢)+١	(٣×-١)+١	(٣×٠)+١	(٣×١)+١	(٣×٢)+١	(٣×٣)+١
ت (س)	-٥	-٢	١	٤	٧	١٠

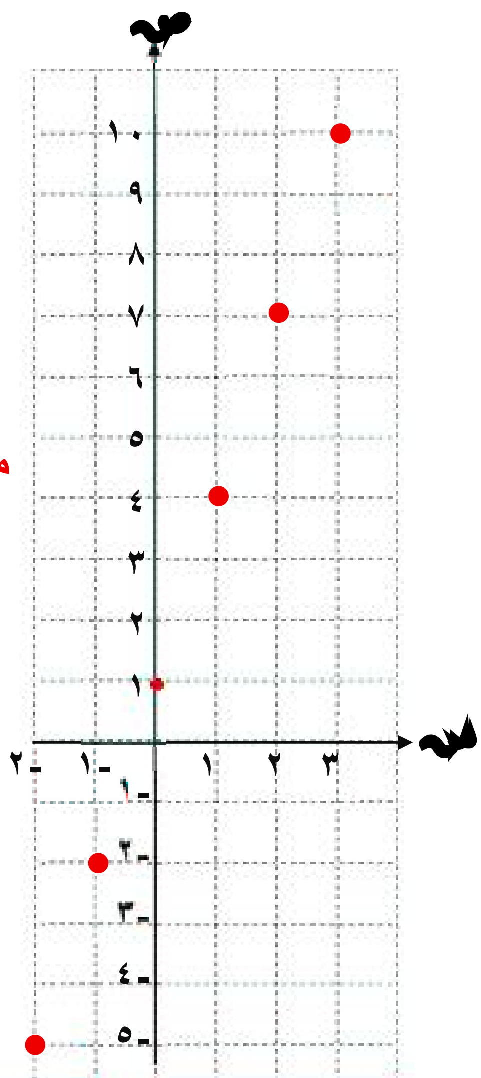
ب مدى ت = {-٥ ، -٢ ، ١ ، ٤ ، ٧ ، ١٠}

ج أكتب ت كمجموعة من الأزواج المرتبة.

ت = {(-٢ ، -٥) ، (-١ ، -٢) ، (٠ ، ١) ، (١ ، ٤) ، (٢ ، ٧) ، (٣ ، ١٠)}

د أرسم مخططاً سهمياً وآخر بيانياً في المستوي الاحداثي.





مخطط بياني

إذا كانت سـ = {-١ ، ٠ ، ١}، صـ = {-٣ ، -١ ، ٠ ، ١}، وكانت ت تطبيقاً من سـ ← صـ حيث ت (س) = ٢س - ١

أ) أكمل الجدول المقابل:

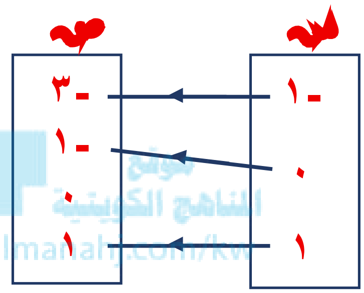
س	-١	٠	١
٢س - ١	٢×-١ - ١	٢×٠ - ١	٢×١ - ١
ت (س)	-٣	-١	١

ب) مدى ت = {-٣ ، -١ ، ١}

ج) اكتب ت كمجموعة من الازواج المرتبة:

ت = {(-١ ، -٣) ، (٠ ، -١) ، (١ ، ١)}

د) أرسم مخططاً سهمياً



حدد ما إذا كانت العلاقات أدناه تمثل تطبيقاً من سـ ← صـ أم لا ، مع ذكر السبب ، ثم مثلها بمخطط سهمي

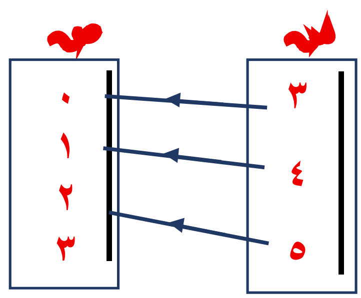
أ) ع = {(أ ، ب) : أ ∈ سـ ، ب ∈ صـ ، ب = أ - ٣}

حيث سـ = {٣ ، ٤ ، ٥}، صـ = {٠ ، ١ ، ٢ ، ٣}

الحل

ع = {(٣ ، ٠) ، (٤ ، ١) ، (٥ ، ٢)}

تمثل تطبيق لأن كل عنصر من سـ ارتبط بعنصر واحد فقط من صـ

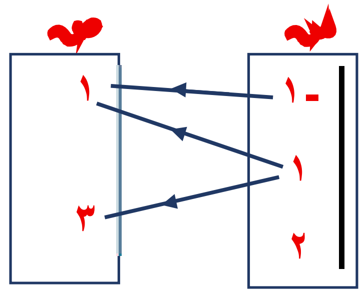


ب) ع = {(-١ ، ١) ، (١ ، ١) ، (١ ، ٣)}

حيث سـ = {-١ ، ١ ، ٢}، صـ = {١ ، ٣}

الحل

ع لا تمثل تطبيق لأن كل العنصر ١ ∈ سـ ارتبط بعنصرين من صـ

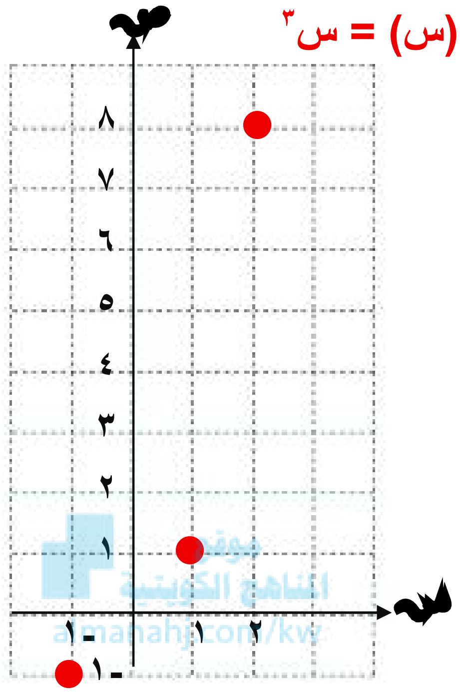


إذا كانت س = {-١ ، ١ ، ٢}، ح هي مجموعة الأعداد الحقيقية ، هـ

هي تطبيق معرف كما يلي: هـ : س ⟵ ح حيث هـ (س) = س^{٣}

أ أكمل الجدول المقابل:

س	-١	١	٢
س^{٣}	(-١)^{٣}	(١)^{٣}	(٢)^{٣}
هـ (س)	-١	١	٨



ب مدى هـ = {-١ ، ١ ، ٨}

ج أكتب هـ كمجموعة من الأزواج المرتبة.

ت = {(-١ ، -١) ، (١ ، ١) ، (٢ ، ٨)}

د أرسم مخططاً بيانياً في المستوي الاحداثي.

إذا كانت س = {١ ، ٢ ، ٣}، ص = {٠ ، ٣ ، ٦} وكانت ت تطبيق

من س إلي ص حيث ت (س) = ٣س - ٣

أ أكمل الجدول المقابل:

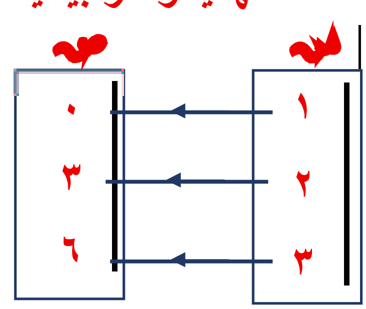
س	١	٢	٣
٣س - ٣	٣×١ - ٣	٣×٢ - ٣	٣×٣ - ٣
ت (س)	٠	٣	٦

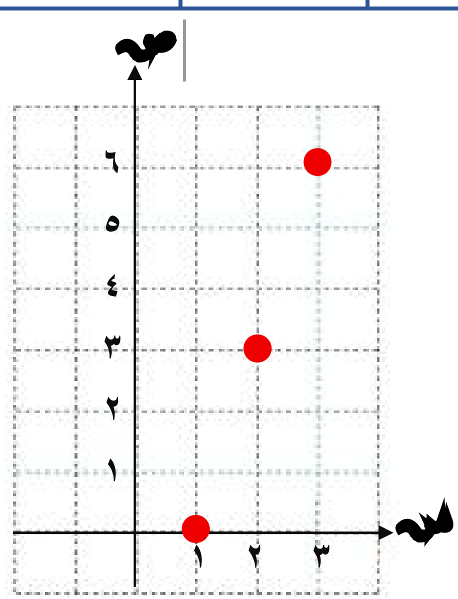
ب مدى ت = {٠ ، ٣ ، ٦}

ج اكتب ت كمجموعة من الازواج المرتبة:

ت = {(١ ، ٠) ، (٢ ، ٣) ، (٣ ، ٦)}

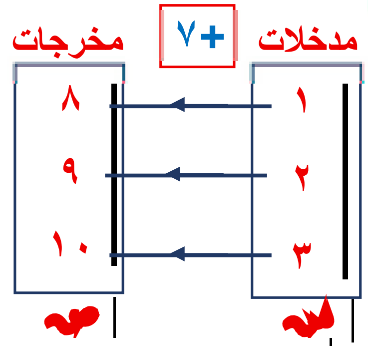
د أرسم مخططاً سهمياً وآخر بيانياً في المستوي الاحداثي





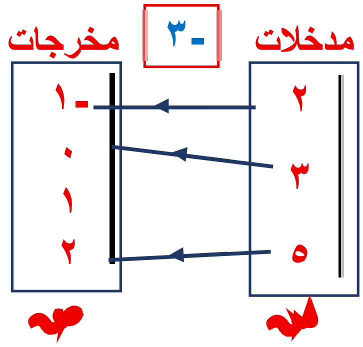
يمثل كل مما يلي تطبيقاً س إلي ص أكتب قاعدة الاقتران لكل منها.

أ



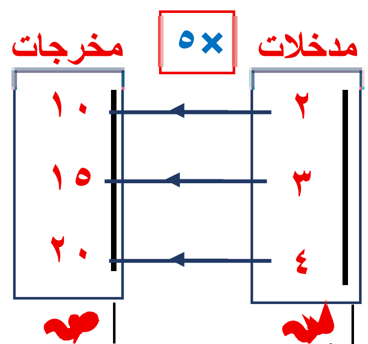
ق(س) = س + ٧

ب



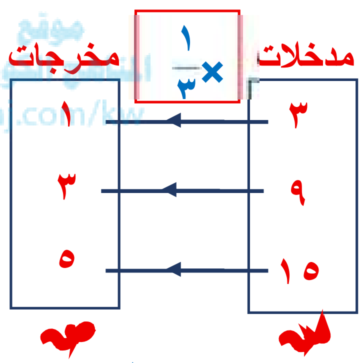
ت(س) = س - ٣

ج



ق(س) = ٥س

د



ق(س) = $\frac{١}{٣}$ س

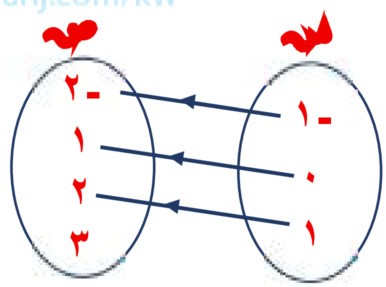
أنواع التطبيق

التطبيق الذي يتساوي فيه المدي والمجال المقابل يسمي " تطبيق شامل "

التطبيق لا يرتبط فيه عنصران أو أكثر من المجال بالعنصر نفسه من المجال المقابل يسمي " تطبيق متباين "

التطبيق الشامل والمتباين يسمي " تطبيق متقابل "

من المخطط المقابل ، بين نوع التطبيق ت: س ⟵ ص فيما إذا كان تطبيقاً شاملاً ، متبايناً ، تقابلاً ، مع ذكر السبب:



المجال = {-١ ، ٠ ، ١}

المجال المقابل = {-٢ ، ١ ، ٢ ، ٣}

المدى = {-٢ ، ١ ، ٢}

ت تطبيق ليس شاملاً

السبب : لأن المدى ≠ المجال المقابل

ت تطبيق متباين

السبب : ت (-١) ≠ ت (٠) ≠ ت (١)

ت تطبيق ليس تقابل

السبب : لأنه ليس شامل

إذا كانت س = {١ ، ٠ ، ٢}، ص = {٣ ، ١- ، ٧} التطبيق د: س ← ص

حيث د (س) = ٤س - ١

أ أوجد مدي التطبيق د

ب أكتب التطبيق د كمجموعة من الأزواج المرتبة

ج بين نوع التطبيق د ما إذا كان تطبيقاً شاملاً ، متبايناً ، تقابلاً ، مع ذكر السبب

د مثل التطبيق بمخطط سهمي

هـ مثل التطبيق بمخطط بياني في المستوى الاحداثي

الحل

أ د(س) = ٤س – ١

د(١) = ٤ × ١ – ١ = ٤ – ١ = ٣

د(٠) = ٤ × ٠ – ١ = ٠ – ١ = ١-

د(٢) = ٤ × ٢ – ١ = ٨ – ١ = ٧

مدي التطبيق = {٣ ، ١- ، ٧}

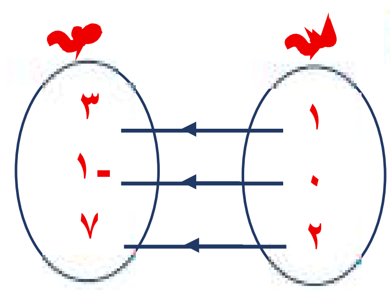
ب د = {(١ ، ٣) ، (٠ ، ١-) ، (٢ ، ٧)}

ج د تطبيق شامل ، لأن المدي = المجال المقابل

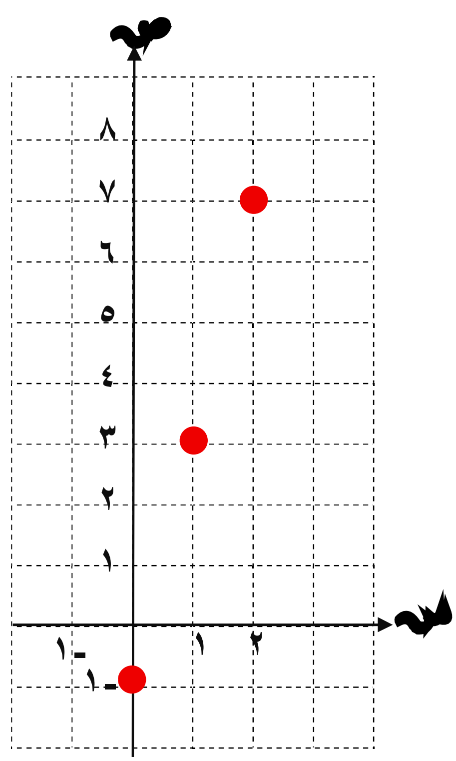
د تطبيق متباين ، لأن د(١) ≠ د(٠) ≠ د(٢)

د تطبيق مقابل ، لأنه شامل ومتباين

د



هـ



إذا كانت س = {-٢ ، ٠ ، ٢} ، ص = {-٥ ، ١ ، ٧}

التطبيق ت : س ⟵ ص ، حيث ت (س) = ٣س + ١

أ) أوجد مدي التطبيق ت

ت(س) = ٣س + ١

ت(-٢) = ٣ × -٢ + ١ = -٦ + ١ = -٥

ت(٠) = ٣ + ٠ + ١ = ٠ + ١ = ١

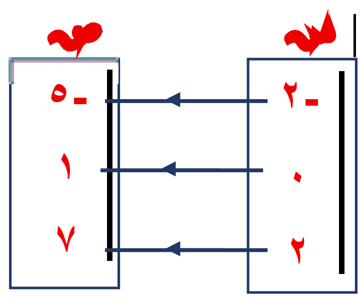
ت(٢) = ٣ × ٢ + ١ = ٦ + ١ = ٧

المدي = {-٥ ، ١ ، ٧}

ب) اكتب التطبيق ت كمجموعة من الأزواج المرتبة

ت = {(-٢ ، -٥) ، (٠ ، ١) ، (٢ ، ٧)}

ج) مثل التطبيق ت بمخطط سهمي



د) بين نوع التطبيق ت من حيث كونه شاملاً ، متبايناً ، تقابلاً ، مع ذكر السبب

ت تطبيق شامل لأن : المدي = المجال المقابل

ت تطبيق متباين لأن : ت(٢) ≠ ت(٠) ≠ ت(-٢)

ت تطبيق تقابل لأن : شامل ومتباين

إذا كانت س = {-٢ ، -١ ، ٠ ، ٢} ، ص = {٠ ، ٣ ، -١} التطبيق ت: س ⟵ ص

حيث د (س) = س^{٢} - ١

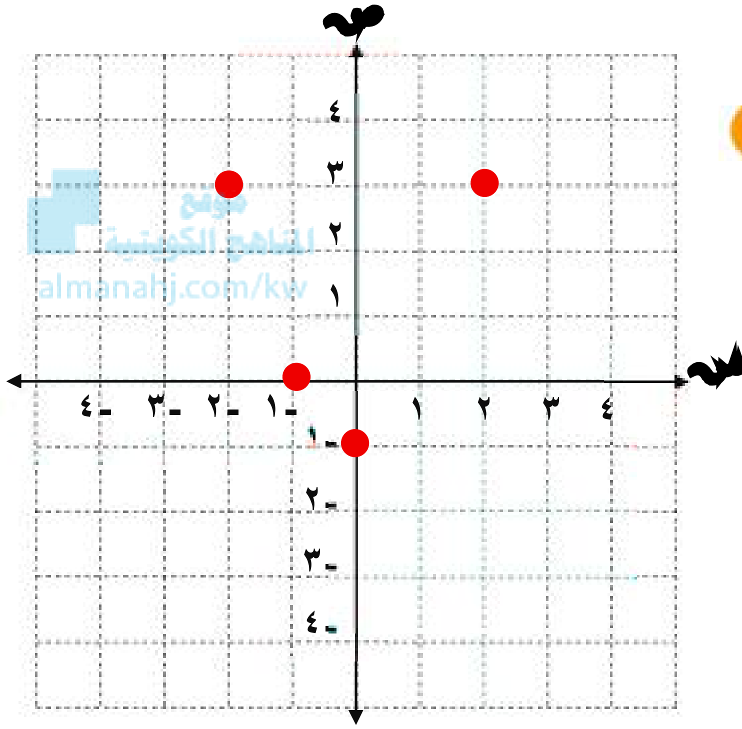
أ أوجد مدي التطبيق ت

ب مثل التطبيق ت بمخطط بياني في المستوي الاحداثي

ج بين نوع التطبيق ت من حيث كونه شاملاً ، متبايناً ، تقابلاً ، مع ذكر السبب

الحل

ب



أ ت (س) = س^{٢} – ١

ت(-٢) = (-٢)^{٢} – ١ = ٣

ت(-١) = (-١)^{٢} – ١ = ٠

ت(٠) = (٠)^{٢} – ١ = -١

ت(٢) = (٢)^{٢} – ١ = ٣

المدي = {٠ ، ٣ ، -١}

ج ت تطبيق شامل ، لأن المدي = المجال المقابل

ت تطبيق ليس متبايناً، لأن ت (-٢) = ت (٢)

ت تطبيق ليس تقابلاً ، لأنه ليس متبايناً

إذا كان التطبيق د : س ⟵ ص حيث س = {١ ، ٤ ، ١٦} ، ص = {٢ ، ٥ ، ١١} ، د(س) = ٣ √س − ١ ، فبين أن د تطبيق تقابل

الحـــــل

د(س) = ٣ √س − ١

د (١) = ٣ × √١ − ١ = ٣ − ١ = ٢

د(٤) = ٣ × √٤ - ١ = ٣ × ٢ − ١ = ٥

د(٦) = ٣ × √١٦ - ١ = ٣ × ٤ − ١ = ١١

المدي = {٢ ، ٥ ، ١١}

د تطبيق شامل ، لأن المدي = المجال المقابل

د تطبيق متباين، لأن د(١) ≠ د(٤) ≠ د(١٦)

د تطبيق تقابل لأنه شامل ومتباين

إذا كانت س = {٠ ، ١ ، ٢} ، ص = {٠ ، ١ ، ٨}

التطبيق د: س ← ص ، حيث د (س) = س^{٣}

أ أوجد مدي التطبيق د

د (٠) = (٠)^{٣} = ٠

د(١) = (١)^{٣} = ١

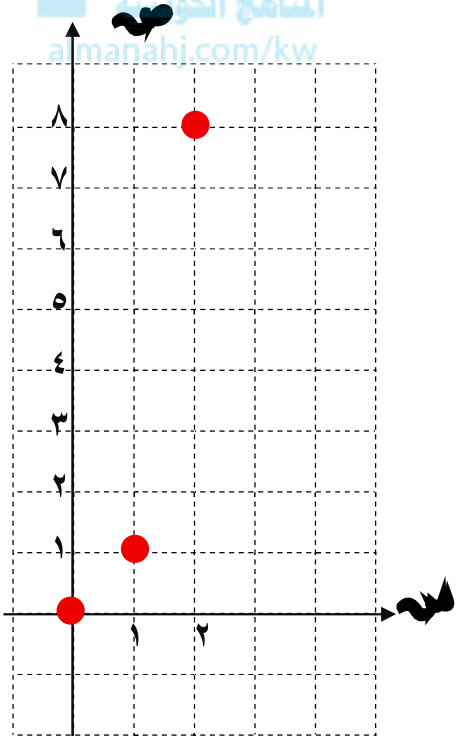
د(٢) = (٢)^{٣} = ٨

مدي التطبيق = {٠ ، ١ ، ٨}

ب اكتب التطبيق د كمجموعة من الأزواج المرتبة

ت = {(٠ ، ٠) ، (١ ، ١) ، (٢ ، ٨)}

ج مثل التطبيق د بمخطط بياني في المستوى الاحداثي



د بين نوع التطبيق د من حيث كونه شاملاً ، متبايناً ، تقابلاً ، مع ذكر السبب

د: تطبيق شامل ، لأن المدي = المجال المقابل

د: تطبيق متباين، لأن د(٠) ≠ د(١) ≠ د(٢)

د تطبيق تقابل لأنه شامل ومتباين

إذا كانت [illegible] = {١ ، ٤}، [illegible] = {-٢ ، ١ ، ٢ ، ٣} التطبيق ت: [illegible]

حيث ت (س) = $\sqrt{س}$

أ) أوجد مدي التطبيق د

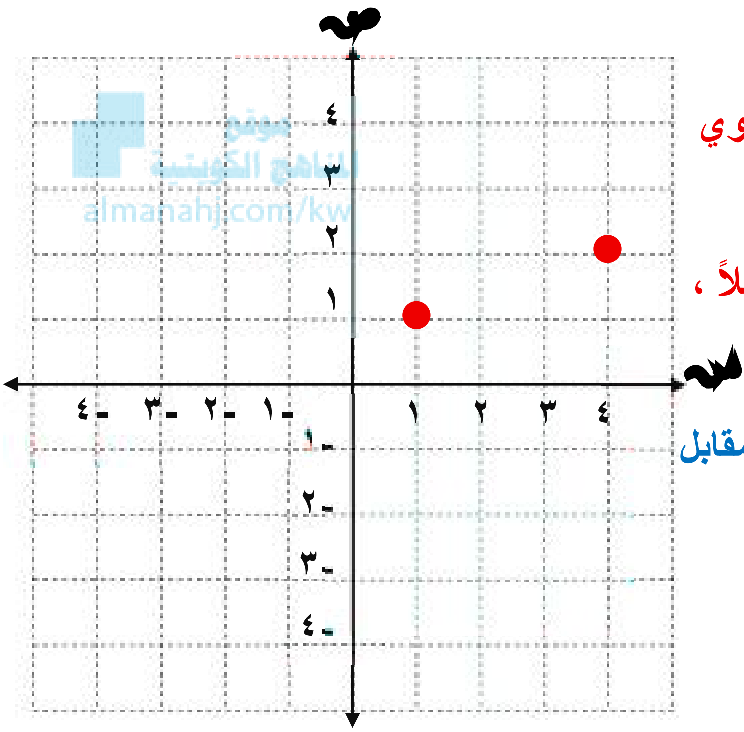
ت (س) = $\sqrt{س}$

ت(١) = $\sqrt{١}$ = ١

ت (٤) = $\sqrt{٤}$ = ٢

المدي = {١ ، ٢}

ب) مثل التطبيق ت بمخطط بياني في المستوي الاحداثي



ج) بين نوع التطبيق ت من حيث كونه شاملاً ، متبايناً ، تقابلاً مع ذكر السبب

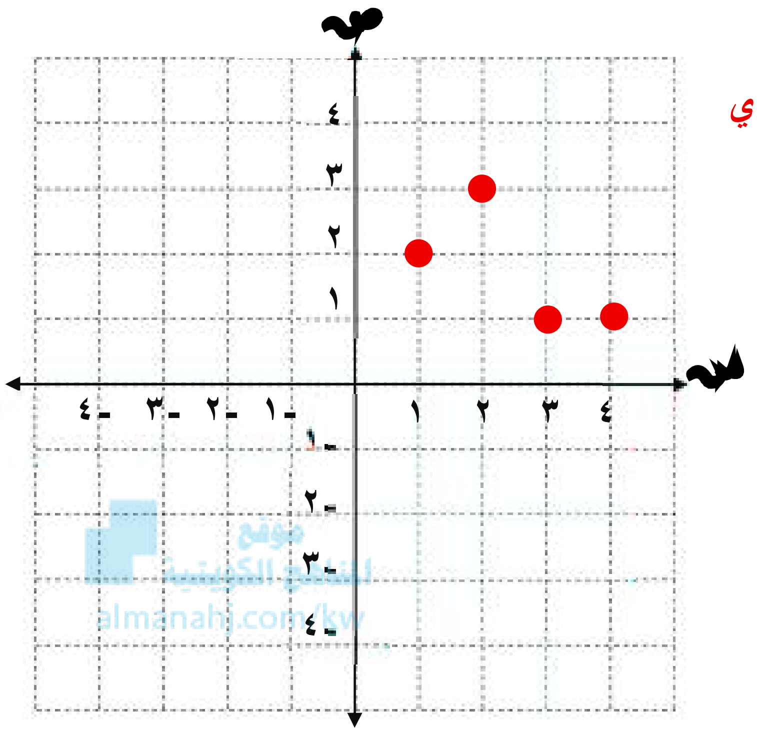
ت : تطبيق ليس شاملاً لأن المدي [illegible] المجال المقابل

د: تطبيق متباين، لأن د(١) [illegible] د(٤)

ت تطبيق ليس تقابلاً لأنه ليس شاملاً

إذا كانت س = {١ ، ٢ ، ٣ ، ٤} التطبيق د: س ⟵ س حيث د = {(١ ، ٢) ، (٢ ، ٣) ، (٣ ، ١) ، (٤ ، ١)}

أ مثل التطبيق د بمخطط بياني في المستوي الاحداثي



ب أكتب مدي التطبيق

{٢ ، ٣ ، ١}

ج هل التطبيق د تطبيق تقابل؟ لماذا؟

لا لأن التطبيق ليس شامل

(المدي ≠ المجال المقابل)

إذا كانت س = {-١ ، ٠ ، ١ ، ٢} ، ص = {-٣ ، ١ ، ٥ ، ٩}

التطبيق هـ : س ⟵ ص ، حيث هـ(س) = ٤س + ١

أ أوجد مدي التطبيق هـ

هـ(س) = ٤س + ١

هـ(-١) = ٤ × -١ + ١ = -٣

هـ(٠) = ٤ + ٠ + ١ = ١

هـ(١) = ٤ × ١ + ١ = ٥

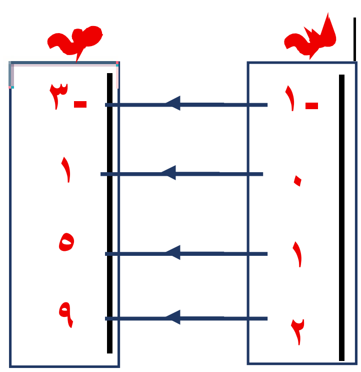
هـ(٢) = ٤ × ٢ + ١ = ٩

المدي = {-٣ ، ١ ، ٥ ، ٩}

ب اكتب التطبيق هـ كمجموعة من الأزواج المرتبة

هـ = {(-١ ، -٣) ، (٠ ، ١) ، (١ ، ٢) ، (٢ ، ٩)}

ج مثل التطبيق هـ بمخطط سهمي



د بين نوع التطبيق هـ من حيث كونه شاملاً ، متبايناً ، تقابلاً ، مع ذكر السبب

هـ تطبيق شامل لأن : المدي = المجال المقابل

هـ تطبيق متباين لأن : هـ(-١) ≠ هـ(٠) ≠ هـ(١) ≠ هـ(٢)

هـ تطبيق تقابل لأن : شامل ومتباين

إذا كان التطبيق د : س ⟵ ص حيث س = {-١ ، ٠ ، ١} ، ص = {١ ، ٢} ، د(س) = ٢ – س^{٢} ، فبين نوع التطبيق ق من حيث كونه شامل،متباين،مع ذكر السبب

الحل

ق(س) ٢ – س^{٢}

ق(-١) = ٢ – (-١)^{٢} = ٢ – ١ = ١

ق(٠) = ٢ – (٠)^{٢} = ٢ – ٠ = ٢

ق (١) = ٢ – (١)^{٢} = ٢ – ١ = ١

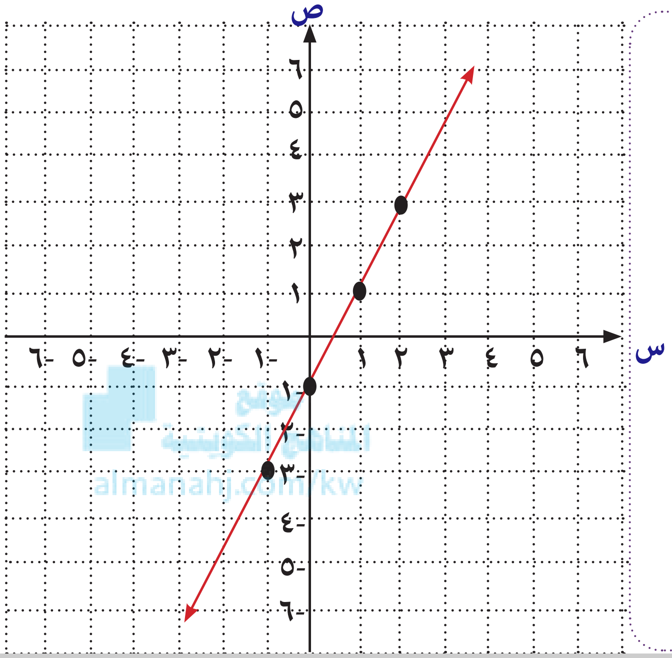
∴ المدي = {١ ، ٢}

١) شامل ، لأن المدي = المجال المقابل

٢) ليس متباين، لأن ق(-١) = ق(١)

٣) ليس تقابل لأنه ليس متباين

الدالَّة الخطّيّة



أُرسم بيان الدالّة الخطّيّة : ص = ٢س -١

الحل

ص=٢س-١			
س	٠	١	٢
ص	-١	١	٣

ص= ٢×٠-١= -١

ص=٢×١-١=١

ص=٢×٢-١=٣

التوصيل في الدالة الخطية يكون بالمسطرة

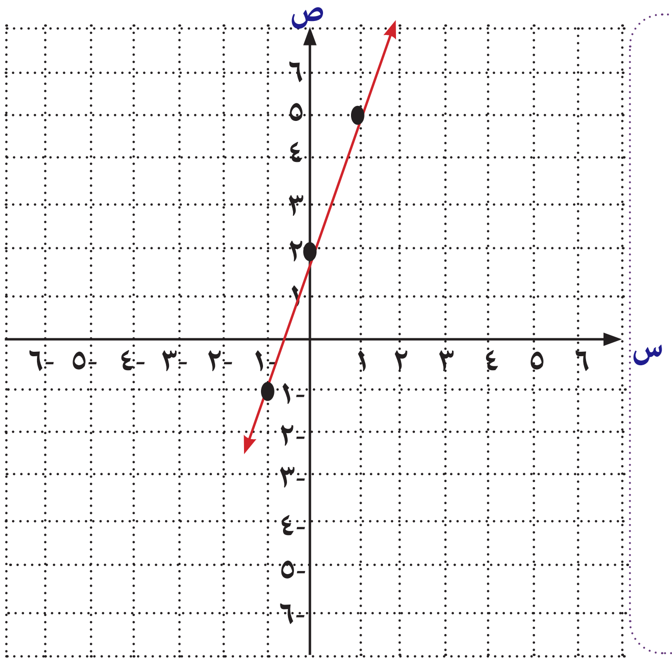
عبر عن فهمك

هل لنقطة (٧,٤) تنتمي إلى بيان الدالّة ص =٢س_١؟فسَّر إجابتك.

الحل

نعم

٢×٤-١=٨-١=٧



أُرسم بيان الدالّة الخطّيّة : ص = ٣س +٢

الحل

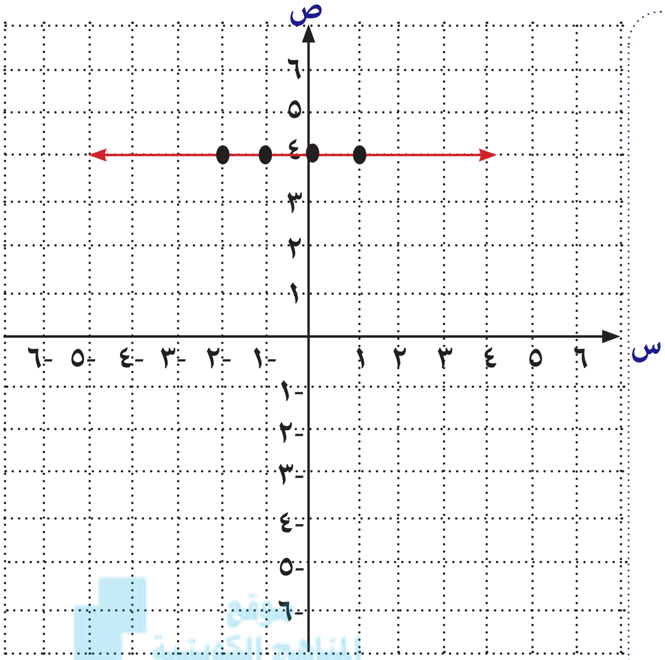
ص=٣س+٢			
س	١	٠	-١
ص	٥	٢	-١

ص= ٣×١+٢= ٥

ص=٣×٠+٢=٢

ص=٣×-١+٢=-١

أُرسم بيان الدالّة الخطّية : ص = ٤



الحل

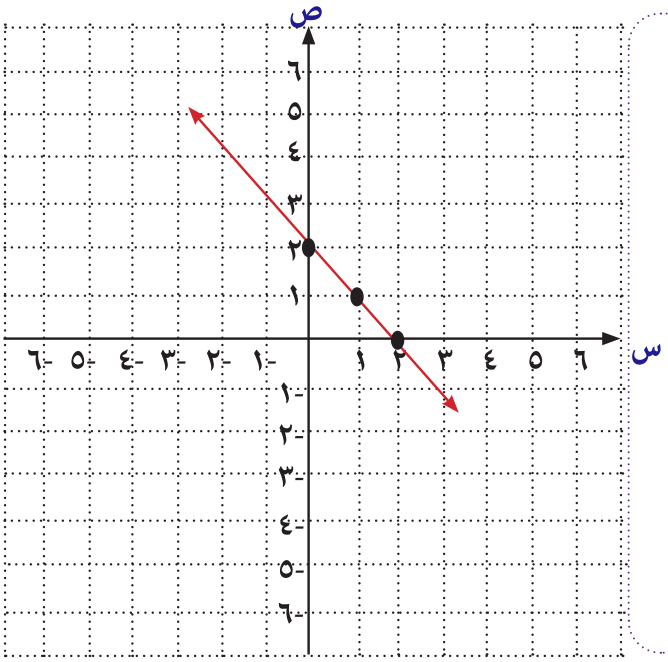
	ص=٤		
س	١	٠	-١
ص	٤	٤	٤

ماذا تلاحظ بيان الدالّة مستقيم يوازى محور السينات

ملاحظة

الدالّة الثابتة د(س) =جـ , جـ ∋ ح يكون بيانها خطًّا مستقيمًا أفقيًّا (يوازى محور السينات).

أُرسم بيان الدالّة الخطّية : ص+س = ٢



الحل

	ص=٢-س		
س	٠	١	٢
ص	٢	١	٠

ص =٢-٠= ٢

ص =٢-١ = ١

ص =٢-٢ = ٠

مهارات تفكير عليا :

أختر الأجابة الصحيحة

١ إذا كان بيان الدالّة الخطّية :ص =٣س+ب يمرّ بالنقطة (٧,٣) ,فإن قيمة ب تساوى:

(أ) -٢ (ب) ٢ (ج) -١٩ (د) ١٩

٢ إذا كان النقطه (أ ,٢)تقع على بيان الدالّة الخطّية ص=٣س_١,فإنّ أ يساوى :

٢ = ٣أ-١

(أ) ١ (ب) ٤ (ج) ٥ (د) ٣

الدالّة التربيعية

الصورة العامّة للدالة التربيعية هي :

ص = اس^{٢} + ب س + جـ حيث ا , ب , جـ أعداد حقيقية , $\text{ا} \neq ٠$

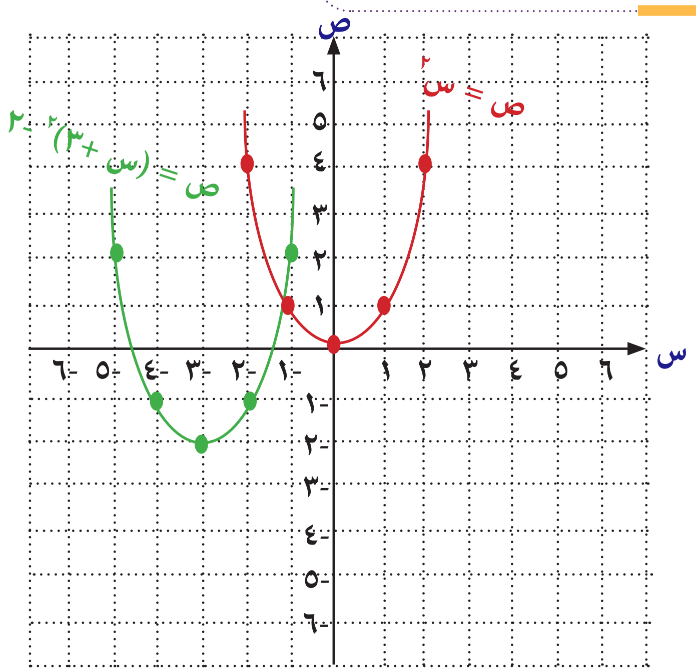
حدّ من الدرجة الثانية — حدّ من الدرجة الأولى — حدّ ثابت

حيث أن كلًّا من المجال والمجال المقابل للدالّة التربيعية هو مجموعة الأعداد الحقيقية .

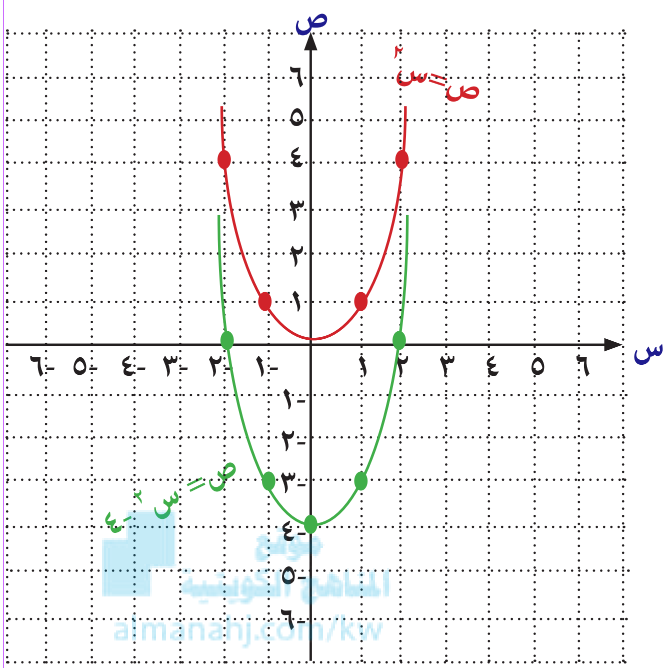
مثل بيانيًّا الدالّة ص = (س+٣)^{٢} _ ٢ مستخدِمًا التمثيل البياني للدالّة التربيعية ص = س^{٢} .

الحل

نرسم بيان الدالّة ص = س^{٢}
إزاحة أفقية ٣ وحدات لجهة اليسار
ثم إزاحة رأسية لأسفل وحدتان.



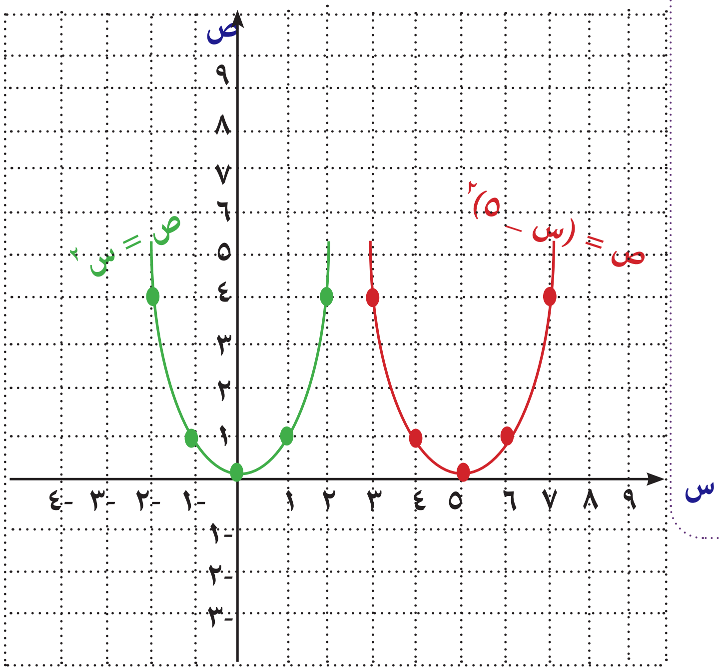
مستخدمًا التمثيل البيانى للدالّة التربيعية ص = $س^٢$
مثل بيانيًا كلًّا من الدوالّ التالية : ص= $س^٢$ -٤



الحل

نرسم بيان الدالّة ص = $س^٢$
ثم إزاحة رأسية ٤ وحدات لأسفل

ص = $(س \_ ٥)^٢$



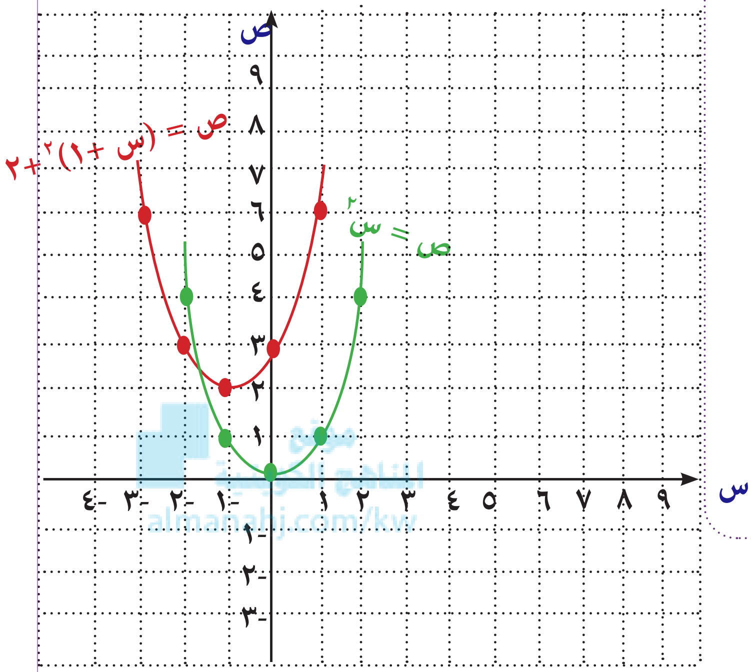
الحل

نرسم بيان الدالّة ص = $س^٢$
إزاحة أفقية ٥ وحدات جهة اليمين

ص = (س +١)^٢ +٢

الحل

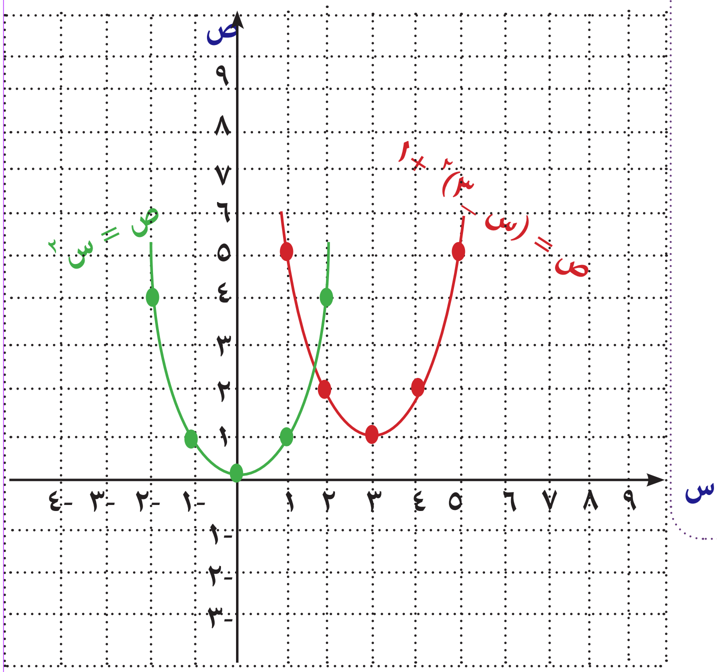
نرسم بيان الدالّة ص = س^٢
إزاحة أفقية لليسار وحدة واحدة ثم إزاحة رأسية ٢ وحدة للأعلى



ص = (س _٣)^٢ +١

الحل

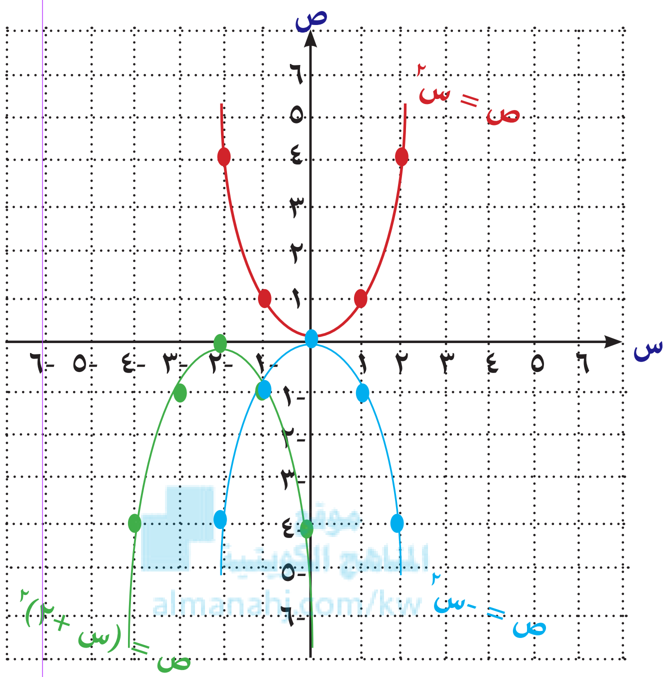
نرسم بيان الدالّة ص = س^٢
إزاحة أفقية ٣ وحدات لجهة اليمين ثم أزاحة رأسية وحده واحده للأعلى



مثل بيان $ص = -(س+٢)^{٢}$ مستخدمًا التمثيل البيانى للدالّة التربيعية $ص = س^{٢}$

الحل

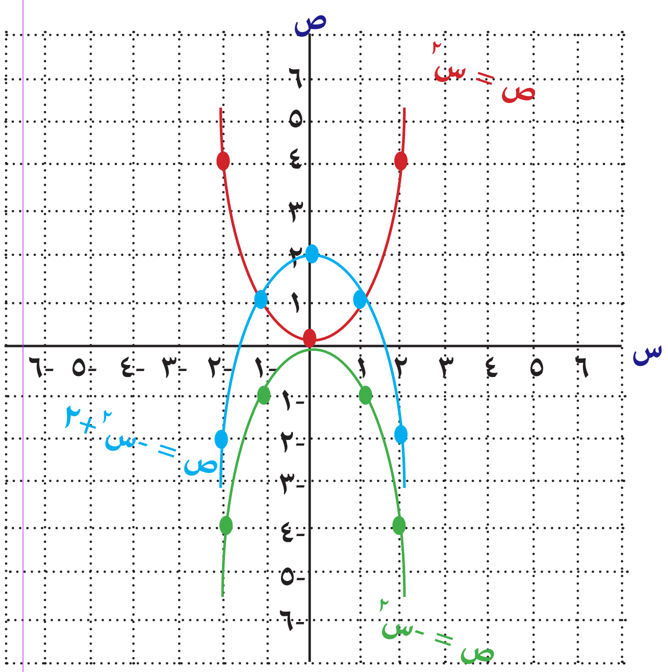
نرسم بيان الدالّة $ص = س^{٢}$
نرسم بيان الدالّة $ص = -س^{٢}$
أزاحة الدالّة $ص = -س^{٢}$ لليسار وحدتين



$ص = -س^{٢} +٢$

الحل

نرسم بيان الدالّة $ص = س^{٢}$
نرسم بيان الدالّة $ص = -س^{٢}$
إزاحة الدالّة $ص = -س^{٢}$ لأعلى وحدتين



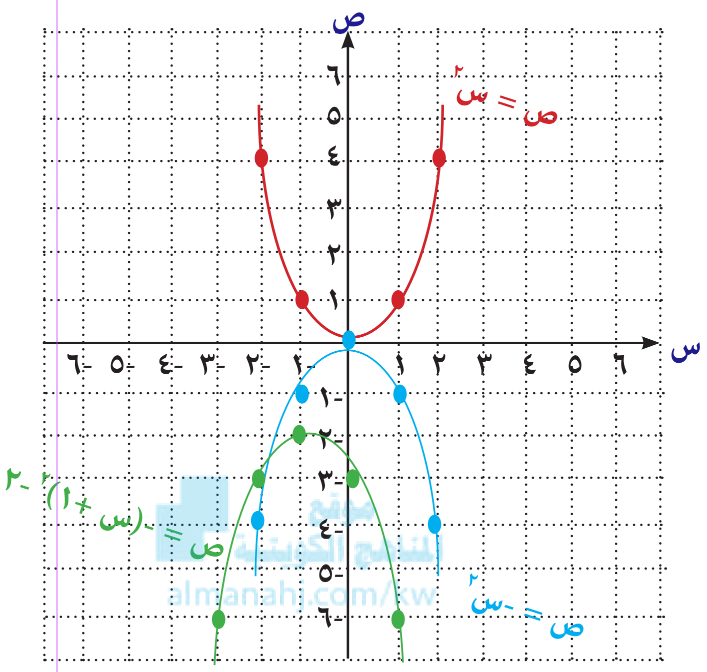
ص = -(س+١)^{٢}-٢

الحل

نرسم بيان الدالّة ص =س^{٢}

نرسم بيان الدالّة ص = -س^{٢}

أزاحة بيان الدالّة ص = -س^{٢} لليسار وحدة واحدة وللأسف وحدتين



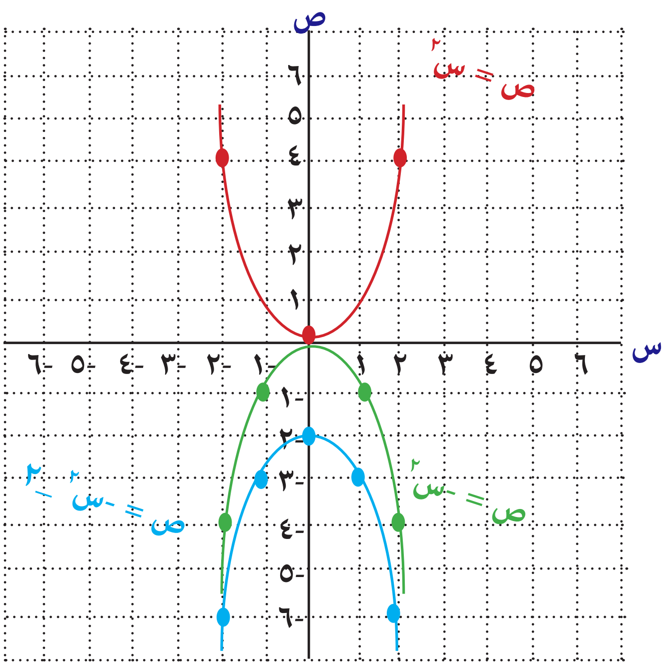
مثل بيانيًّا :ص =-س^{٢}_٢ مستخدمًا التمثيل البيانى للدالة التربيعية ص = س^{٢}

الحل

نرسم بيان الدالة ص = س^{٢}

نرسم بيان الدالة ص = -س^{٢}

أزاحة بيان الدالة ص = -س^{٢} لأسفل وحدتين



الميل

إذا كانت أ $(س_١ ، ص_١)$، ب $(س_٢ ، ص_٢)$ نقطتين مختلفتين فى المستوى الإحداثى، فإن :

ميل $\overleftrightarrow{أب}$ = $\frac{\text{التغيّر الرأسي}}{\text{التغيّر الأفقي}}$ = $\frac{\text{التغيّر في الإحداثي الصادي}}{\text{التغيّر في الإحداثي السيني}}$

م = $\frac{ص_٢ - ص_١}{س_٢ - س_١}$ حيث $س_٢ \neq س_١$

ملاحظة

إذا كان معادلة المستقيم على الصورة : ص = م س + ب فإن :

- ميل المستقيم = م (معامل س)
- الجزء المقطوع من محور الصادات = ب (الحد الثابت)
- لإيجاد الجزء المقطوع من محور السينات ، نضع ص = ٠ ونوجد قيمة س

أوجد ميل المستقيم المارّ بالنقطتين فى كل مما يلي:

أ ‏ ؟ (-٣،١) ب، (٤،٦)

الحل

$$\text{ميل } \overleftrightarrow{\text{أب}} = \frac{\text{ص}_2 - \text{ص}_1}{\text{س}_2 - \text{س}_1}$$

$$= \frac{٦ - ١}{٤-(-٣)}$$

$$= \frac{٥}{٤+٣} = \frac{٥}{٧}$$

ب أوجد ميل $\overleftrightarrow{\text{هـ ك}}$ حيث هـ (٥ , ٢) ك، (-٢ , ٣).

الحل

$$\text{ميل } \overleftrightarrow{\text{هـ ك}} = \frac{\text{ص}_2 - \text{ص}_1}{\text{س}_2 - \text{س}_1}$$

$$= \frac{٣-٢}{-٢-٥}$$

$$= \frac{١}{-٧} = \frac{-١}{٧}$$

ج ‏ ؟ (٢ , ١) , ب (٣ , ٥)

الحل

$$\text{م} = \frac{\text{ص}_2 - \text{ص}_1}{\text{س}_2 - \text{س}_1} = \frac{٥-١}{٣-٢} = \frac{٤}{١} = ٤$$

د س (-١ , ٧) , ص (٣ , ٤)

الحل

$$\text{م} = \frac{\text{ص}_2 - \text{ص}_1}{\text{س}_2 - \text{س}_1} = \frac{٤-٧}{٣-(-١)} = \frac{٤-٧}{٣+١} = \frac{-٣}{٤}$$

هـ ع (-٥، ٠) , ل (٠ , ٤)

الحل

$$\text{م} = \frac{\text{ص}_2 - \text{ص}_1}{\text{س}_2 - \text{س}_1} = \frac{٤-٠}{٠+٥} = \frac{٤}{٥}$$

و هـ (٢ , ٤) , ل (-٥ , ٤)

الحل

$$\text{م} = \frac{\text{ص}_2 - \text{ص}_1}{\text{س}_2 - \text{س}_1} = \frac{٤-٤}{-٥-٢} = \frac{٠}{-٧} = ٠$$

ملاحظة

إذا كان ٢ , ب ∋ ح فإن :

- المستقيم س = ٢ هو مستقيم رأسي (ليس له ميل) ويوازى محور الصادات .
- المستقيم ص = ب هو مستقيم أفقى (ميلة يساوى صفراً) ويوازى محور السينات

أوجد الميل والجزء المقطوع من محور الصادات والجزء المقطوع من محور السينات للمستقيم الذى معادلتة :

أ ص = ٥ س +٣

الحل

نضع الصورة فى معادلة

ص = م س + ب

م = ٥ والجزء المقطوع من محور الصادات (ب) = ٣

نضع ص = ٠

٥ س + ٣ = ٠ ⟵ ٥/٥ س = ٣-/٥

س = ٣-/٥ الجزء المقطوع من محور السينات = ٣-/٥

ب ص = ٢-٣ س

الحل

نضع الصورة فى معادلة

ص = م س + ب

ص = -٣س +٢

م = -٣ الجزء المقطوع من محور الصادات = ٢

نضع ص = ٠ ⟵ -٣س +٢ = ٠

٣-/٣- س = ٢-/٣- س = ٢/٣

الجزء المقطوع من محور السينات = ٢/٣

ج ٤ص = -٧س

الحل

نضع الصورة فى معادلة

ص = م س + ب

٤ص/٤ = -٧س/٤ ⟵ ص = ٧-/٤ س

م = ٧-/٤ , الجزء المقطوع من محور الصادات = ٠

نضع ص = ٠ ⟵ ٧-/٤ س = ٠

س = ٠ الجزء المقطوع من محور السينات = ٠

د ٣س + ص = ٦

الحل

نضع الصورة فى معادلة

ص = م س + ب

ص = -٣س + ٦

م = -٣ , الجزء المقطوع من محور الصادات (ب) = ٦

نضع ص = ٠

-٣س +٦ = ٠ ⟵ -~~٣~~س/-~~٣~~ = ٦-/٣- ⟵ س = ٢

الجزء المقطوع من محور السينات = ٢

عبر عن فهمك

أعطِ مثالًا لمعادلة مستقيم يكون فية الجزء المقطوع من محور الصادات يساوى صفراً

ص = ٢س

أوجد الميل والجزء المقطوع من محور الصادات والجزء المقطوع من محور السينات للمستقيم الذى معادلتة :

أ) ص = ٤س + ٥

الحل

نضع الصورة فى معادلة

ص = م س + ب

م = ٤ الجزء المقطوع من محور الصادات (ب) = ٥

نضع ص = ٠ ⟵ ٤س + ٥ = ٠

$\frac{٤س}{٤} = \frac{-٥}{٤}$ ⟵ س = $\frac{-٥}{٤}$

الجزء المقطوع من محور السينات = $\frac{-٥}{٤}$

ب) ص = ٢ - ٥س

الحل

نضع الصورة فى معادلة

ص = م س + ب

ص = -٥س + ٢ م = -٥

الجزء المقطوع من محور الصادات (ب) = ٢

نضع ص = ٠ ⟵ -٥س + ٢ = ٠

$\frac{-٥س}{-٥} = \frac{-٢}{-٥}$ س = $\frac{٢}{٥}$

الجزء المقطوع من محور السينات = $\frac{٢}{٥}$

ج) أوجد الميل والجزء المقطوع من محور الصادات والجزء المقطوع من محور السينات للمستقيم الذى معادلتة : ص = ٢س - ٥

الحل

ص = ٢س -٥

المعادلة على الصورة : ص = م س + ب

∴ الميل (م) = ٢ الجزء المقطوع من الصادات (ب) = -٥

لإيجاد الجزء المقطوع من محور السينات نضع ص = ٠ فى المعادلة ص = ٢س -٥

∴ ٢س -٥ = ٠ نحل المعادلة

٢س -٥ + ٥ = ٠+٥

$\cancel{٢}س \times \frac{١}{\cancel{٢}} = ٥ \times \frac{١}{٢}$

س = $\frac{٥}{٢}$

إذا الجزء المقطوع من محور السينات = $\frac{٥}{٢}$

أوجد الميل والجزء المقطوع من محور الصادات للمستقيم الذى معادلتة :

أ ص = ٢س

الحل

نضع الصورة فى معادلة

ص = م س + ب

م = ٢ والجزء المقطوع من محور الصادات (ب) = ٠

ب ٣س + ص = ٧

الحل

نضع الصورة فى معادلة

ص = م س + ب ص = -٣س + ٧ م = -٣

الجزء المقطوع من محور الصادات (ب) = ٧

ج ٢ص - ٥س + ٣ = ٠

الحل

نضع الصورة فى معادلة

ص = م س + ب

$\frac{٢}{٢}$ ص = $\frac{٥}{٢}$ س − $\frac{٣}{٢}$

ص = $\frac{٥}{٢}$ س − $\frac{٣}{٢}$ م = $\frac{٥}{٢}$

الجزء المقطوع من محور الصادات = $\frac{-٣}{٢}$

د ٣ص = ٣س + ٦

الحل

نضع الصورة فى معادلة

ص = م س + ب

$\frac{٣ص}{٣}$ = $\frac{٣س}{٣}$ + $\frac{٦}{٣}$ ص = س + ٢

م = ١ الجزء المقطوع من محور الصادات (ب) = ٢

هـ -ص + س + ٨ = ٠

الحل

نضع الصورة فى معادلة

ص = م س + ب

-ص = -س - ٨

ص = س + ٨ م = ١

الجزء المقطوع من محور الصادات = ٨

و ص = ٤

الحل

نضع الصورة فى معادلة

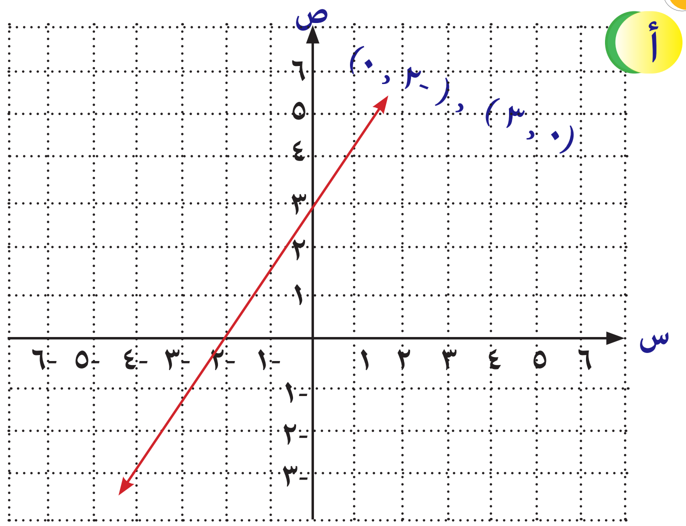
ص = م س + ب

م = ٠

الجزء المقطوع من محور الصادات (ب) = ٤

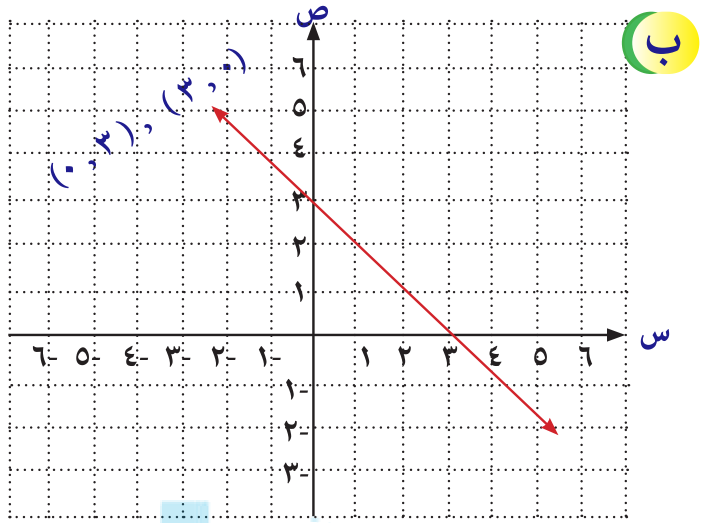
أوجد ميل كل المستقيمات التالية إن أمكن ذلك :

أ



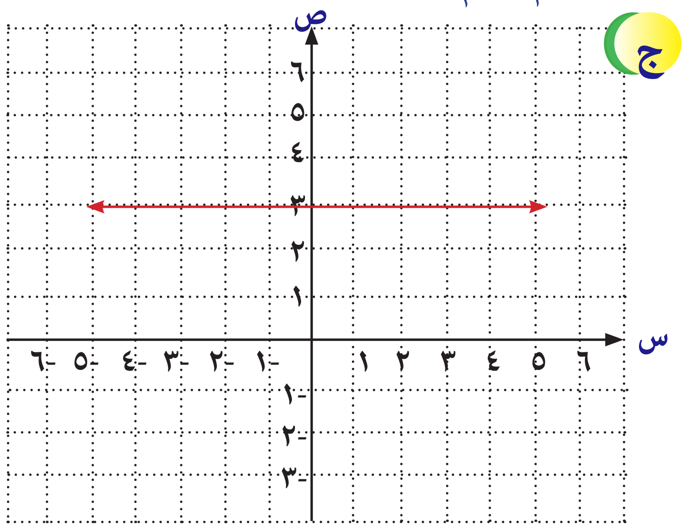
$م = \frac{ص_٢ - ص_١}{س_٢ - س_١} = \frac{٠ - ٣}{٢- - ٠} = \frac{٣-}{٢-} = \frac{٣}{٢}$

ب



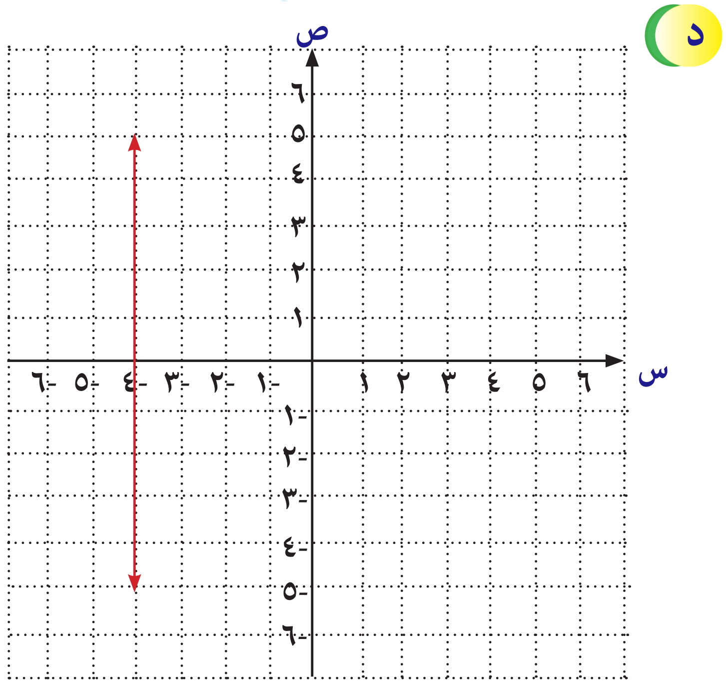
$م = \frac{ص_٢ - ص_١}{س_٢ - س_١} = \frac{٠ - ٣}{٣ - ٠} = \frac{٣-}{٣} = ١-$

ج



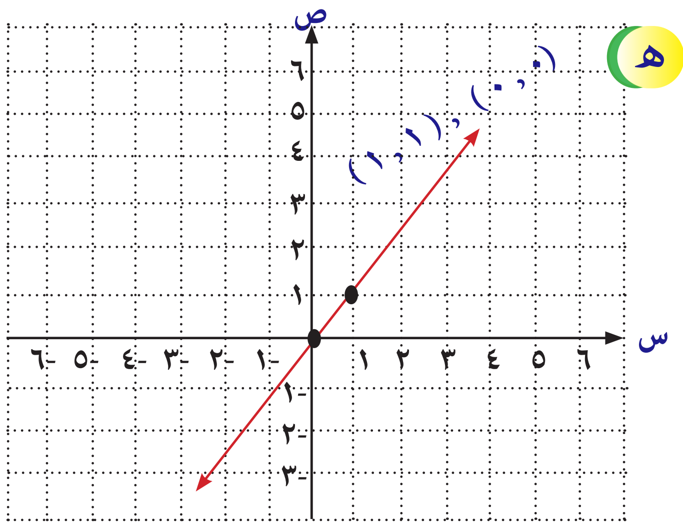
م = ٠ المستقيم الأفقي يوازي محور السينات .

د



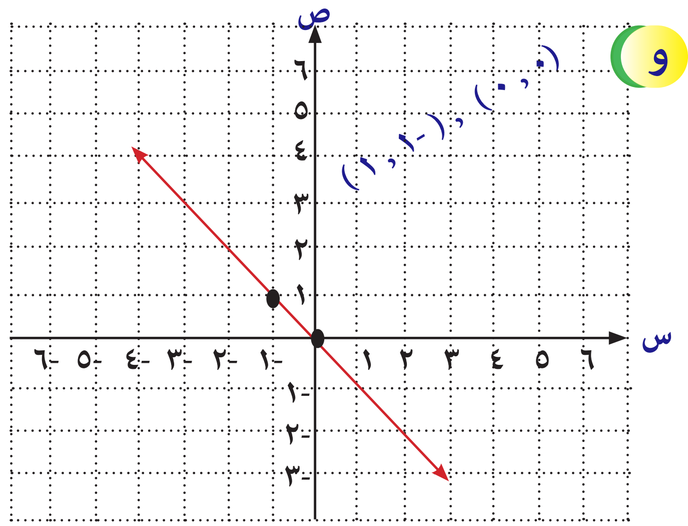
ليس له ميل مستقيم (رأسي) يوازي محور الصادات

هـ

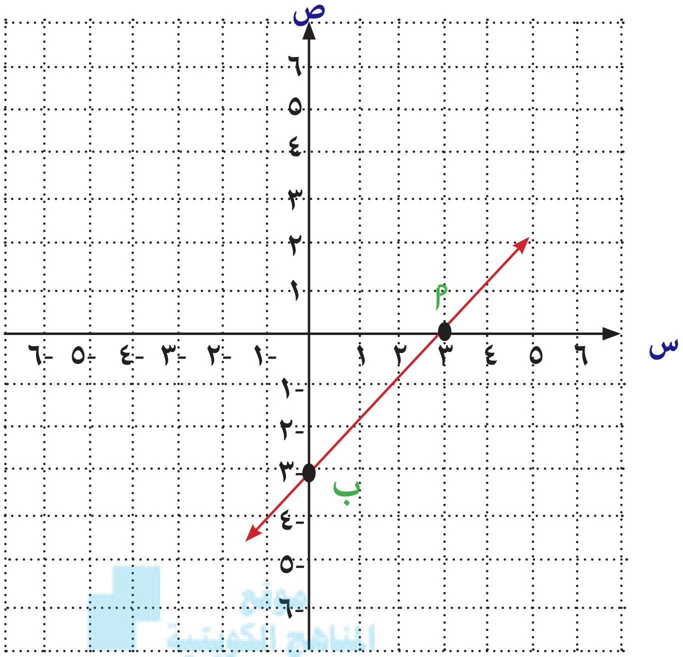


$م = \frac{ص_٢ - ص_١}{س_٢ - س_١} = \frac{١ - ٠}{١ - ٠} = \frac{١}{١} = ١$

و



$م = \frac{ص_٢ - ص_١}{س_٢ - س_١} = \frac{١ - ٠}{١- - ٠} = \frac{١}{١-} = ١-$



في الشكل المقابل : أوجد ميل $\overleftrightarrow{أب}$

الحل

أ (٣ , ٠) ، ب (٠ , -٣)

ميل $\overleftrightarrow{أب}$ = $\frac{ص_2 - ص_1}{س_2 - س_1}$

= $\frac{-٣-٠}{٠-٣}$ = $\frac{-٣}{-٣}$ = ١

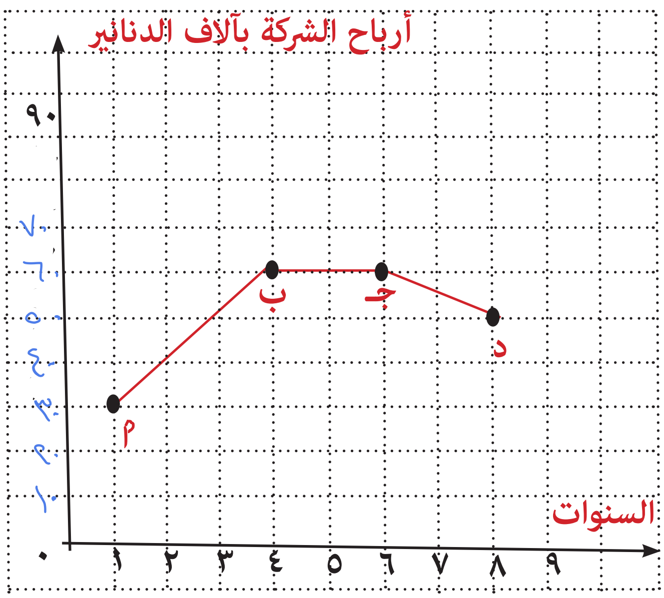
يوضّح الشكل المقابل تغير أرباح شركة خلال ٨ سنوات بآلاف الدنانير . أوجد ميل كل من $\overleftrightarrow{أب}$, $\overleftrightarrow{ب جـ}$, $\overleftrightarrow{جـ د}$. ما دلالة كل منهما ؟

الحل

ميل $\overleftrightarrow{أب}$ = $\frac{٦٠ - ٣٠}{٤ - ١}$ = $\frac{٣٠}{٣}$ = ١٠ وهو يعبّر عن تزايد أرباح الشركة خلال السنوات الأربع الأولى بمعدل ١٠ آلاف دينار

ميل $\overleftrightarrow{ب جـ}$ = $\frac{٦٠ - ٦٠}{٦ - ٤}$ = $\frac{صفر}{٢}$ صفر وهو يعنى أنّ أرباح الشركة كانت ثابتة خلال السنتين الخامسة والسادسة

ميل $\overleftrightarrow{جـ د}$ = $\frac{٥٠ - ٦٠}{٨ - ٦}$ = $\frac{-\cancel{١٠}^{٥}}{\cancel{٢}_{١}}$ = -٥ وهو يعبّر عن تناقص أرباح الشركة خلال السنتين الأخيرتين بمعدَّل ٥ آلاف دينار



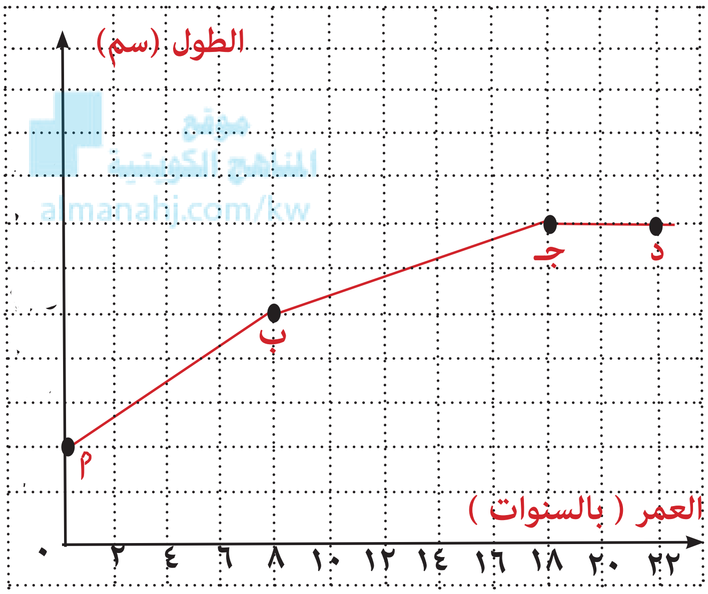
يوضّح الشكل المقابل العلاقة بين طول شخص (بالسنتيمتر) وعمره بالسنوات . أوجد ميل كل من $\overleftrightarrow{\text{أب}}$, $\overleftrightarrow{\text{ب جـ}}$, $\overleftrightarrow{\text{جـ د}}$. ما دلالة كل منهما ؟

الحل

ميل $\overleftrightarrow{\text{أب}} = \frac{\text{١٢٥ - ٥٠}}{\text{٨ - ٠}} = \frac{\text{٧٥}}{\text{٨}} = \text{٩,٣٧٥}$ يزداد الطول خلال ٨ سنوات الأولى بمعدل ٩,٣٧٥ سم

ميل $\overleftrightarrow{\text{ب جـ}} = \frac{\text{١٧٥ - ١٢٥}}{\text{١٨ - ٨}} = \frac{\text{٥٠}}{\text{١٠}} = \text{٥}$ يزداد طول الشخص خلال ١٠ سنوات التالية بمعدل ٥ سم

ميل $\overleftrightarrow{\text{جـ د}} = \frac{\text{١٧٥ - ١٧٥}}{\text{٢٢ - ١٨}} = \text{٠}$ طول الشخص في عمر ١٨ _ ٢٢ يظل ثابتاً



هل المستقيم المارّ بالنقطتين (٢ , ٤) , (٤ , ٥) أكثر انحدارًا من المستقيم المارّ بالنقطتين (١ , ٤) , (٤ , ٥) ؟ وضِّح إجابتك .

$\text{م} = \frac{\text{ص}_2 - \text{ص}_1}{\text{س}_2 - \text{س}_1}$ $\quad \text{م}_1 = \frac{\text{٥ - ٤}}{\text{٤ - ٢}} = \frac{\text{١}}{\text{٢}}$ $\quad \text{م}_2 = \frac{\text{٥ - ٤}}{\text{٤ - ١}} = \frac{\text{١}}{\text{٣}}$

$\frac{\text{١}}{\text{٢}} > \frac{\text{١}}{\text{٣}}$ $\quad \text{م}_1 > \text{م}_2$

المستقيم المار بالنقطتين (٢ , ٤) , (٤ , ٥) أكثر أنحدار من المار بالنقطتين (١ , ٤) , (٤ , ٥)

إذا كان ميل المستقيم الذى يمرّ بالنقطتين (-٣ , ٤) , (١ , ك) هو ٢ فأوجد قيمة ك

(س١ ص١) (س٢ ص٢)

$\text{م} = \frac{\text{ص}_2 - \text{ص}_1}{\text{س}_2 - \text{س}_1}$ $\quad \text{م} = \frac{\text{ك - ٤}}{\text{١ - (-٣)}} = \text{٢}$

$\frac{\text{ك - ٤}}{\text{١ + ٣}} = \text{٢} \longrightarrow \frac{\text{ك - ٤}}{\text{٤}} = \frac{\text{٢}}{\text{١}}$

$\text{ك - ٤ = ٨} \longrightarrow \text{ك - }\cancel{\text{٤}}\text{ + }\cancel{\text{٤}}\text{ = ٨ + ٤}$ $\quad \text{ك = ١٢}$

المستقيمات المتوازية والمستقيمات المتعامدة

ليكن $م_١$ هو ميل $\overleftrightarrow{ل_١}$, $م_٢$ هو ميل $\overleftrightarrow{ل_٢}$:

- $م_١ = م_٢ \longleftarrow ل_١ \,//\, ل_٢$ (والعكس صحيح $\overleftrightarrow{ل_١} \,//\, \overleftrightarrow{ل_٢} \longleftarrow م_١ = م_٢$ ما لم يوازِ أحداهما محور الصادات)
- $م_١ \times م_٢ = -١ \longleftarrow ل_١ \perp ل_٢$ (والعكس صحيح $\overleftrightarrow{ل_١} \perp \overleftrightarrow{ل_٢} \longleftarrow م_١ \times م_٢ = -١$ ما لم يوازِ أحداهما أيًّا من المحورين)

أكمل الجدول الأتي :

ميل ل	ميل المستقيم الموازى له	ميل المستقيم العمودى عليه
٣	٣	$-\frac{١}{٣}$
$-\frac{١}{٢}$	$-\frac{١}{٢}$	$\frac{٢}{١}$
$\frac{١}{٤}$	$\frac{١}{٤}$	-٤
$\frac{٢}{٥}$	$\frac{٢}{٥}$	$-\frac{٥}{٢}$
٠	٠	ليس له ميل

هل المستقيم الذى معادلته س = ٣ والمستقيم الذى معادلته س = -٢ متوازيان ؟

الحل

نعم

إذا كان ميل $\overleftrightarrow{أب}$ هو ٣ , $\overleftrightarrow{جـ د}$ يمرّ بالنقطتين جـ (٣ , -١) , د (١ , -٧) .
فإثبت أنّ $\overleftrightarrow{أب}$, $\overleftrightarrow{جـ د}$ متوازيان .

الحل

ميل $\overleftrightarrow{أب}$ = ٣

ميل $\overleftrightarrow{جـ د}$ = $\frac{ص_٢ - ص_١}{س_٢ - س_١}$ = $\frac{-٧ - (-١)}{١ - ٣}$ = $\frac{-٧ +١}{١ - ٣}$ = $\frac{-٦}{-٢}$ = ٣

ميل $\overleftrightarrow{أب}$ = ميل $\overleftrightarrow{جـ د}$

∴ $\overleftrightarrow{أب}$ // $\overleftrightarrow{جـ د}$

إذا كان $\overleftrightarrow{هـ}$ يمرّ بالنقطتين أ (٣ , ٤) , ب (٩ , ٧) وكانت معادلة $\overleftrightarrow{ك}$: ص = $\frac{١}{٢}$ س + ٥
فأثبت أن $\overleftrightarrow{هـ}$ // $\overleftrightarrow{ك}$

الحل

∵ $\overleftrightarrow{هـ}$ يمرّ بالنقطتين أ (٣ , ٤) , ب (٩ , ٧)

∴ ميل $\overleftrightarrow{هـ}$ = $\frac{ص_٢ - ص_١}{س_٢ - س_١}$ = $\frac{٧ - ٤}{٩ - ٣}$ = $\frac{\cancel{٣}^{١}}{\cancel{٦}_{٢}}$ = $\frac{١}{٢}$

∵ معادلة $\overleftrightarrow{ك}$: ص = $\frac{١}{٢}$ س + ٥

∴ ميل $\overleftrightarrow{ك}$ = $\frac{١}{٢}$

∵ ميل $\overleftrightarrow{هـ}$ = ميل $\overleftrightarrow{ك}$

∴ $\overleftrightarrow{هـ}$ // $\overleftrightarrow{ك}$

إذا كان $\overleftrightarrow{ل}$ يمرّ بالنقطتين أ (-٤ , ٣) , ب (-٣ , ٥) , وكان $\overleftrightarrow{م}$ يمرّ بالنقطتين ع (٨ , ٥) , ك (٩ , ٧)
. فأثبت أن $\overleftrightarrow{ل}$ // $\overleftrightarrow{م}$

الحل

∵ $\overleftrightarrow{ل}$ يمرّ بالنقطتين أ (-٤ , ٣) , ب (-٣ , ٥)

∴ ميل $\overleftrightarrow{ل}$ = $\frac{ص_٢ - ص_١}{س_٢ - س_١}$ = $\frac{٥ - ٣}{-٣ - (-٤)}$ = $\frac{٢}{-٣ + ٤}$ = $\frac{٢}{١}$ = ٢

∵ $\overleftrightarrow{م}$ يمرّ بالنقطتين ع (٨ , ٥) , ك (٩ , ٧)

∴ ميل $\overleftrightarrow{م}$ = $\frac{ص_٢ - ص_١}{س_٢ - س_١}$ = $\frac{٧ - ٥}{٩ - ٨}$ = $\frac{٢}{١}$ = ٢

∵ ميل $\overleftrightarrow{ل}$ = ميل $\overleftrightarrow{م}$

∴ $\overleftrightarrow{ل}$ // $\overleftrightarrow{م}$

إذا كان ميل ل↔ هو ٤ , ومعادلة ك↔ : ص -٤س -٦ = ٠ فأثبت أن المستقيمين متوازيان

الحل

ميل ل↔ = ٤

ص = ٤س + ٦

ميل ك↔ = ٤

ميل ل↔ = ميل ك↔ = ٤

∴ المستقيمان متوازيان

إذا كانت معادلة هـ↔ : ص = ٩س + ٥ ومعادلة ن↔ : ٢ص - ١٨س -١ = ٠

فأثبت أنّ المستقيمين متوازيان

الحل

ص = ٩س + ٥

ميل هـ↔ = ٩

$\frac{٢}{٢}$ ص = $\frac{١٨}{٢}$ س - $\frac{١}{٢}$

ص = ٩س - $\frac{١}{٢}$

ميل ن↔ = ٩

ميل هـ↔ = ميل ن↔ = ٩

∴ المستقيمان متوازيان

إذا كان ٲب↔ يمرّ بالنقطتين ٲ (٢ , ٥) , ب (٣ , ٥) , جـ د↔ يمرّ بالنقطتين جـ (٣ , ٦) , د (٨ , ٦)

(س$_١$ ص$_١$ ، س$_٢$ ص$_٢$ فوق إحداثيات كل نقطتين)

فأثبت أنّ ٲب↔ // جـ د↔ .

الحل

ميل ٲب↔ = $\frac{ص_٢ - ص_١}{س_٢ - س_١}$ = $\frac{٥ - ٥}{٣ - ٢}$ = $\frac{٠}{١}$ = ٠

ميل جـ د↔ = $\frac{ص_٢ - ص_١}{س_٢ - س_١}$ = $\frac{٦ - ٦}{٨ - ٣}$ = $\frac{٠}{٥}$ = ٠

∴ ميل ٲب↔ = ميل جـ د↔ = ٠

∴ ٲب↔ // جـ د↔

إذا كان $\overleftrightarrow{\text{ك}}$ يمرّ بالنقطتين جـ(٣ , ٤) , د (٥ , ٧) , وكانت معادلة $\overleftrightarrow{\text{ل}}$: ٣ص + ٢س -٣ = ٠

فأثبت أنّ $\overleftrightarrow{\text{ك}} \perp \overleftrightarrow{\text{ل}}$

الحل

∵ $\overleftrightarrow{\text{ك}}$ يمرّ بالنقطتين جـ (٣ , ٤) , د (٥ , ٧)

∴ ميل $\overleftrightarrow{\text{ك}}$ = $\frac{\text{ص}_2 - \text{ص}_1}{\text{س}_2 - \text{س}_1}$ = $\frac{7 - 4}{5 - 3}$ = $\frac{3}{2}$

معادلة $\overleftrightarrow{\text{ل}}$: ٣ص + ٢س - ٣ = ٠

$\frac{3}{3}$ص = $\frac{-2}{3}$س + $\frac{3}{3}$

ص = $\frac{-2}{3}$ س + ١

∴ ميل $\overleftrightarrow{\text{ل}}$ = $\frac{-2}{3}$

∵ ميل $\overleftrightarrow{\text{ك}}$ × ميل $\overleftrightarrow{\text{ل}}$ = $\frac{3}{2} \times \frac{-2}{3}$ = -١

∴ $\overleftrightarrow{\text{ك}} \perp \overleftrightarrow{\text{ل}}$

أ) إذا كان ميل $\overleftrightarrow{\text{أ ب}}$ هو $\frac{1}{4}$, $\overleftrightarrow{\text{جـ د}}$ يمرّ بالنقطتين جـ (٥ , ٦) , د (٤ , ١٠)

فأثبت أنّ $\overleftrightarrow{\text{أ ب}} \perp \overleftrightarrow{\text{جـ د}}$

الحل

ميل $\overleftrightarrow{\text{أ ب}}$ = $\frac{1}{4}$

ميل $\overleftrightarrow{\text{جـ د}}$ = $\frac{\text{ص}_2 - \text{ص}_1}{\text{س}_2 - \text{س}_1}$ = $\frac{10 - 6}{4 - 5}$ = $\frac{4}{-1}$ = -٤

ميل $\overleftrightarrow{\text{أ ب}}$ × ميل $\overleftrightarrow{\text{جـ د}}$ = $\frac{1}{4}$ × -٤ = -١

∴ $\overleftrightarrow{\text{أ ب}} \perp \overleftrightarrow{\text{جـ د}}$

ب) إذا كان ميل $\overleftrightarrow{\text{جـ د}}$ هو -٣ , $\overleftrightarrow{\text{أ ب}}$ معادلته : $\frac{1}{2}$ ص - $\frac{1}{6}$ س -٣ = ٠

فأبحث فيما إذا كان $\overleftrightarrow{\text{جـ د}}$, $\overleftrightarrow{\text{أ ب}}$ متوازيان أو متعامدين .

الحل

ميل $\overleftrightarrow{\text{جـ د}}$ = -٣

$\frac{1}{2}$ ص - $\frac{1}{6}$ س = -٣ بالضرب فى ٦

٦ × $\frac{1}{2}$ ص - $\frac{6\times1}{6}$ س = -٣ × ٦

٣ ص - س = -١٨

$\frac{3\text{ص}}{3}$ = $\frac{\text{س}}{3}$ - $\frac{18}{3}$

ص = $\frac{\text{س}}{3}$ -٦

ميل $\overleftrightarrow{\text{أ ب}}$ = $\frac{1}{3}$

ميل $\overleftrightarrow{\text{جـ د}}$ × ميل $\overleftrightarrow{\text{أ ب}}$ = -٣ × $\frac{1}{3}$ = -١

∴ المستقيمان متعامدان

إذا كان $\overleftrightarrow{\text{ك}}$ يمرّ بالنقطتين (٤ , ٧) , د (٩ , ٤) , ومعادلة $\overleftrightarrow{\text{ل}}$: ٥س -٣ص -٦ =٠

فأثبت أنّ المستقيمين متعامدان .

الحل

ميل $\overleftrightarrow{\text{ك}}$ = $\frac{\text{ص}_2 - \text{ص}_1}{\text{س}_2 - \text{س}_1} = \frac{٤ - ٧}{٩ - ٤} = \frac{-٣}{٥}$

$\frac{-٣}{-٣}\text{ص} = \frac{-٥}{-٣}\text{س} + \frac{٦}{-٣}$

ص = $\frac{٥}{٣}$ س - ٢

∴ ميل $\overleftrightarrow{\text{ل}}$ = $\frac{٥}{٣}$

∴ ميل $\overleftrightarrow{\text{ك}}$ × ميل $\overleftrightarrow{\text{ل}}$ = $\frac{-٣}{٥} \times \frac{٥}{٣}$ = -١

∴ المستقيمان متعامدان

إذا كان $\overleftrightarrow{\text{ه}}$ يمرّ بالنقطتين (٣ , -٧) , (٥ , ٧) , ل يمرّ بالنقطتين (٢ , ٦) , (٩ , ٥)

فأثبت أنّ $\overleftrightarrow{\text{ه}} \perp \overleftrightarrow{\text{ل}}$

الحل

ميل $\overleftrightarrow{\text{ه}}$ = $\frac{\text{ص}_2 - \text{ص}_1}{\text{س}_2 - \text{س}_1} = \frac{٧ - (-٧)}{٥ - ٣} = \frac{٧ + ٧}{٢} = \frac{١٤}{٢}$ = ٧

ميل $\overleftrightarrow{\text{ل}}$ = $\frac{\text{ص}_2 - \text{ص}_1}{\text{س}_2 - \text{س}_1} = \frac{٥ - ٦}{٩ - ٢} = \frac{-١}{٧}$

∴ ميل $\overleftrightarrow{\text{ه}}$ × ميل $\overleftrightarrow{\text{ل}}$ = ٧ × $\frac{-١}{٧}$ = -١

∴ $\overleftrightarrow{\text{ه}} \perp \overleftrightarrow{\text{ل}}$

أختر الأجابة الصحيحة

١) إذا كان $\overleftrightarrow{\text{ل}_1}$ ميله $\frac{\text{أ}}{٤}$, $\overleftrightarrow{\text{ل}_2}$ ميله $\frac{-\text{ب}}{٣}$, حيث أ ≠ ٠ , ب ≠ ٠ وكان $\overleftrightarrow{\text{ل}_1} \perp \overleftrightarrow{\text{ل}_2}$

فإن أ ب = ...٣×٤... أ = ٣ ب = ٤

أ) ١٢ ب) -١٢ ج) $\frac{٣}{٤}$ د) $-\frac{٣}{٤}$

٢) في المستوى الإحداثي إذا كانت أ (١ , ٧) , ب (٢ , ٤) جـ (٥ , ص) تمثل رؤوس مثلّث قائم الزاوية في ب , فإنّ قيمة ص تساوي :

أ) -٥ ب) -٣ ج) ٥ د) ٣

حلّ معادلتَين خطّيتَين في متغيرِين آنيًّا

أوجد مجموعة حلّ المعادلتِين آنيًّا بيانيًّا :

ص - س + ٣ = ٠ ص + س = ٥

الحل

- نكتب معادلتي المستقيمين على الصورة :

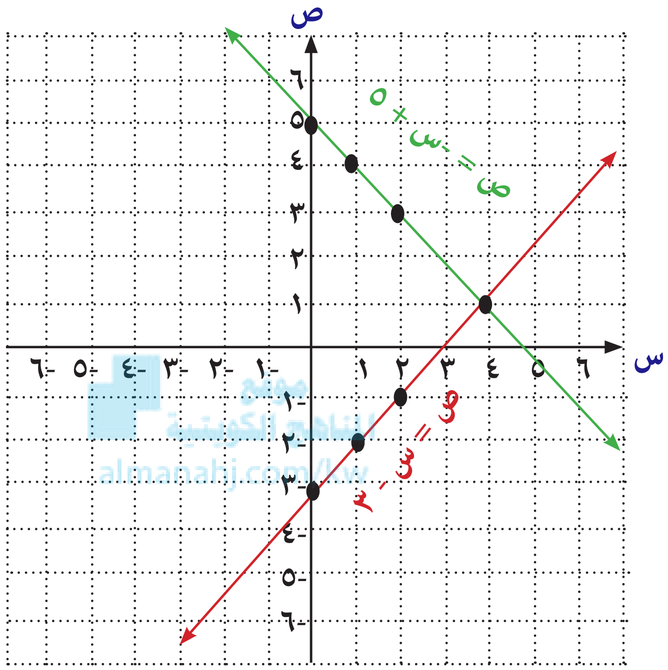
ص = س -٣ ص = - س + ٥

- نرسم بيان المستقيمين :

ص=س -٣			
س	٠	١	٢
ص	-٣	-٢	-١

ص = -س + ٥			
س	٠	١	٢
ص	٥	٤	٣

∴ مجموعة الحلّ {(٤ , ١)}



أوجد مجموعة حلّ المعادلتِين آنيًّا بيانيًّا :

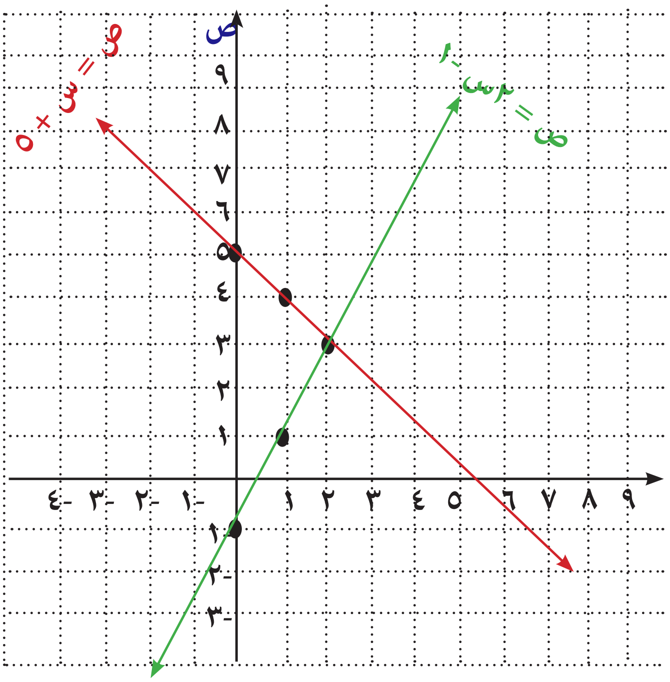
ص = ٢س -١ ص = -س + ٥

الحل

ص=٢س -١			
س	٠	١	٢
ص	-١	١	٣

ص = -س + ٥			
س	٠	١	٢
ص	٥	٤	٣

∴ مجموعة الحلّ {(٢ , ٣)}



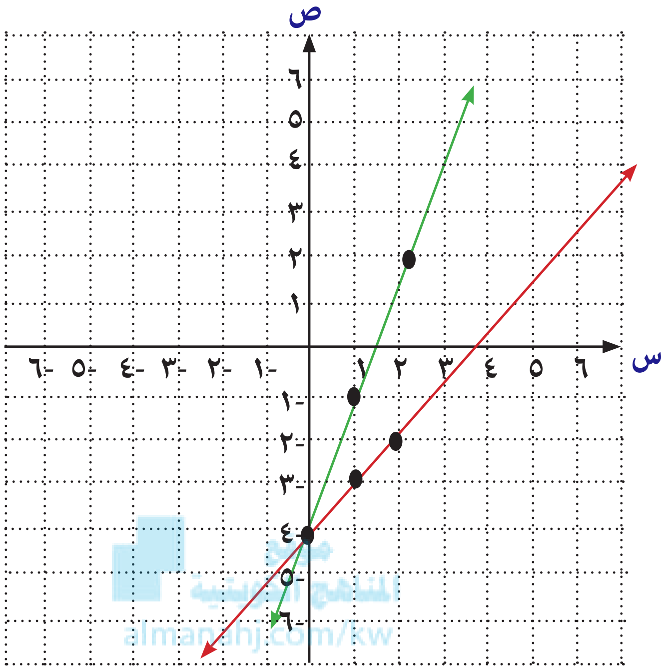
أوجد مجموعة حلّ المعادلتِين آنيًّا بيانيًّا :

ص -٣س + ٤ = ٠ ص - س = -٤

الحل

ص=٣س -٤			
س	٠	١	٢
ص	-٤	-١	٢

ص = س - ٤			
س	٠	١	٢
ص	-٤	-٣	-٢



∴ مجموعة الحلّ {(٠ , -٤)}

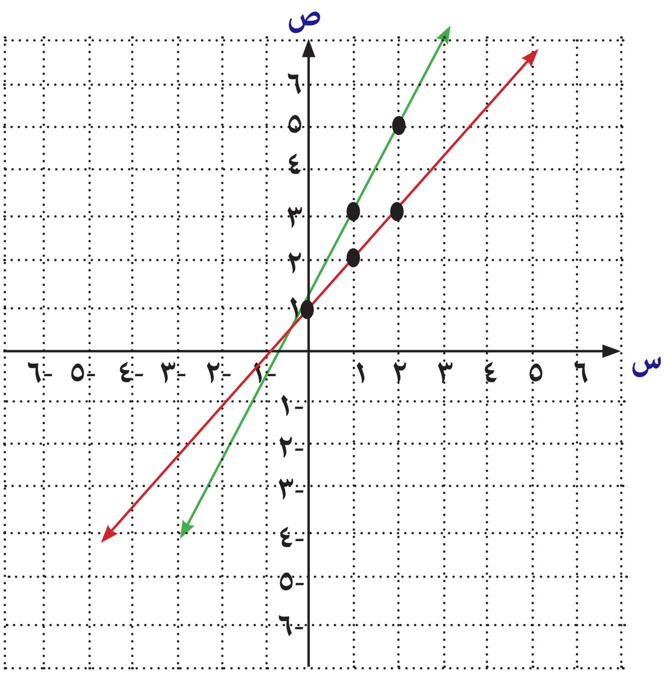
أوجد مجموعة حلّ المعادلتِين آنيًّا بيانيًّا :

ص = ٢س + ١ ، ص = س + ١

الحل

ص = ٢س +١			
س	٠	١	٢
ص	١	٣	٥

ص = س + ١			
س	٠	١	٢
ص	١	٢	٣



∴ مجموعة الحلّ {(٠ , ١)}

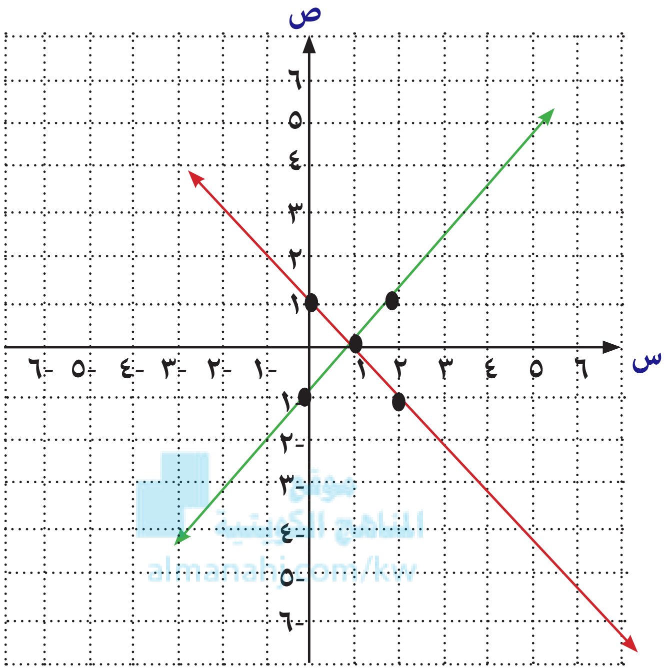
أوجد مجموعة حلّ المعادلتِين آنيًّا بيانيًّا :

ص = س - ١ ، ص = -س + ١

الحل

ص = س - ١			
س	٠	١	٢
ص	-١	٠	١

ص = -س + ١			
س	٠	١	٢
ص	١	٠	-١



∴ مجموعة الحلّ {(١ , ٠)}

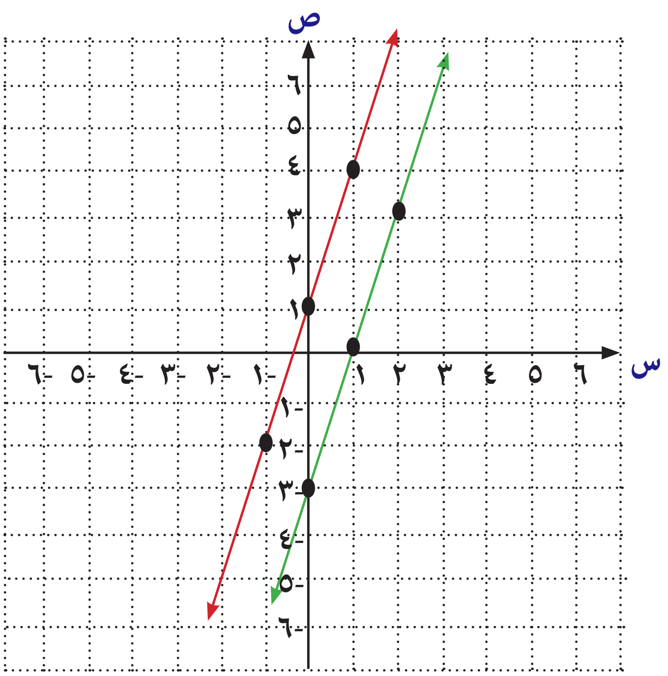
أوجد مجموعة حلّ المعادلتِين آنيًّا بيانيًّا :

ص = ٣ س - ٣ ، ص = ٣س + ١

الحل

ص = ٣س - ٣			
س	٠	١	٢
ص	-٣	٠	٣

ص = ٣س + ١			
س	-١	٠	١
ص	-٢	١	٤



∴ مجموعة الحلّ ϕ

إستخدم طريقة الحذف لإيجاد مجموعة حلّ المعادلتِين آنيًّا :

ص - س + ٣ = ٠ ، ص + س = ٥

الحل

ص - س = -٣ (١) رتب المعادلَين

ص + س = ٥ (٢) إجمع المعادلتَين (١) ، (٢)

٢ص = ٢

$\frac{٢}{٢}$ ص = $\frac{٢}{٢}$

$\boxed{ص = ١}$ بالتعويض فى المعادلة (٢)

ص + س = ٥

١ + س = ٥

س = ٥ - ١

$\boxed{س = ٤}$

∴ مجموعة الحلّ {(٤ ، ١)}

إنتبه

يجب كتابة الإحداثى السينى أوّلًا

في مجموعة الحلّ {(س ، ص)}

إستخدم طريقة الحذف لإيجاد مجموعة حلّ المعادلتِين آنيًّا :

٢س + ٣ص = ١١ ، -٢س + ٤ص = ١٠

الحل

٢س + ٣ص = ١١ ← (١)

-٢س + ٤ص = ١٠ ← (٢)

جمع المعادلتَين (١) ، (٢)

$\frac{٧}{٧}$ ص = $\frac{٢١}{٧}$

$\boxed{ص = ٣}$ بالتعويض فى المعادلة (٢)

٢س + ٣ص = ١١

٢س + ٣ × ٣ = ١١

٢س + ٩ = ١١

٢س = ١١ - ٩

$\frac{٢}{٢}$ س = $\frac{٢}{٢}$ $\boxed{س = ١}$ ∴ مجموعة الحلّ {(١ ، ٣)}

أوجد مجموعة الحلّ للمعادلتَين الخطّيتَين آنيًّا جبريًّا باستخدام طريقة الحذف.

٨س + ٣ص = ٥ ، ٢س + ص - ١ = ٠

الحل

٨س + ٣ص = ٥ (١) بالضرب في ١

٢س + ص = ١ (٢) بالضرب في ٣

٨س + ٣ص = ٥

⁻٦س ⁻ ٣ص = ⁻٣ بالطرح

٢س = ٢

$\frac{٢}{٢}$ س = $\frac{٢}{٢}$

$\boxed{\text{س = ١}}$ بالتعويض في المعادلة (٢)

٢س + ص = ١

٢ × (١) + ص = ١

٢ - ٢ + ص = ١ - ٢

$\boxed{\text{ص = -١}}$

∴ مجموعة الحلّ {(١ , -١)}

أوجد مجموعة حلّ المعادلتَين آنيًّا جبريًّا باستخدام طريقة الحذف.

س + ص = ٤ ، س - ص = ٢

الحل

س + ص = ٤ ← (١)

س - ص = ٢ ← (٢) بالجمع

٢س = ٦

$\frac{٢}{٢}$ س = $\frac{٦}{٢}$

$\boxed{\text{س = ٣}}$ بالتعويض عن س في (١)

٣ + ص = ٤

-٣ + ٣ + ص = ٤ - ٣

$\boxed{\text{ص = ١}}$ ∴ مجموعة الحلّ {(٣ , ١)}

أوجد مجموعة حلّ المعادلتَين آنيًّا جبريًّا باستخدام طريقة الحذف.

س + ٥ص = ٢ ، ٢س - ٣ص = -٩

الحل

س + ٥ص = ٢ ⟵ (١) بالضرب في ٢

٢س = -٣ص = -٩ ⟵ (٢) بالضرب في ١

٢س + ١٠ص = ٤

٢س ∓ ٣ص = ±٩ بالطرح

١٣ص = ١٣

$\frac{١٣}{١٣}$ ص = $\frac{١٣}{١٣}$

$\boxed{ص = ١}$ بالتعويض في المعادلة (١)

س + ٥ص = ٢

س + ٥ × ١ = ٢

س + ٥ = ٢

س = ٢ - ٥

$\boxed{س = -٣}$ ∴ مجموعة الحلّ {(-٣، ١)}

حُلّ المعادلتَين الخطّيتَين آنيًّا جبريًّا بطريقة التعويض :

ص - س = -٣ ، ص + س = ٥

الحل

ص - س = -٣ ⟵ ص = -٣ + س ⟵ (١)

ص + س = ٥ ⟵ ص + س = ٥ ⟵ (٢)

ص + س = ٥

-٣ + س + س = ٥

-٣ + ٢س = ٥

٢س = ٥ + ٣

٢س = ٨

$\frac{٢}{٢}$ س = $\frac{٨}{٢}$

س = ٤ بالتعويض في المعادلة (١)

ص = -٣ + س

ص = -٣ + ٤ = ١

∴ مجموعة الحلّ {(٤، ١)}

استخدام طريقة التعويض لحلّ المعادلتَين الخطّيتَين آنيًّا :

ص - ٣س +٤ = ٠ ، ص - س = -٤

الحل

ص - ٣س + ٤ = ٠
ص - س = -٤

ص -٣س + ٤ =٠ (١)
ص = -٤ + س (٢)

ص -٣س + ٤ = ٠
-٤ + س -٣س + ٤ = ٠
-٢س = ٠
س = ٠ بالتعويض فى المعادلة (٢)
ص = -٤ + س = -٤ + ٠ = -٤
∴ مجموعة الحلّ {(٠, -٤)}

استخدام طريقة التعويض لحلّ المعادلتَين الخطّيتَين آنيًّا :

س -٢ص = ٣ ، ٥ص - ٤س = ٦

الحل

س -٢ص = ٣
٥ص -٤س = ٦

س = ٣ + ٢ص (١)
٥ص - ٤س = ٦ (٢)

٥ص - ٤س = ٦
٥ص -٤ (٣ + ٢ص)= ٦
٥ص - ١٢ -٨ص = ٦
-٣ص = ٦ + ١٢
-٣ص = ١٨
ص = -٦ بالتعويض فى المعادلة (١)
س = ٣ + ٢ص
س = ٣ + ٢ × -٦ = ٣ + (-١٢) = -٩
∴ مجموعة الحلّ {(-٩, -٦)}

أوجد مجموعة حلّ المعادلتَين آنيًّا جبريًّا بطريقة التعويض :

س = ص ، س + ٢ص = ٦

الحل

س = ص ← (١)
س + ٢ص = ٦ ← (٢)

بالعويض عن س = ص فى المعادلة (٢)

س + ٢ص = ٦

ص + ٢ص = ٦

$\frac{٣}{٣}$ ص = $\frac{٦}{٣}$

$\boxed{ص = ٢}$ بالتعويض فى المعادلة (١)

س = ص

$\boxed{س = ٢}$

∴ مجموعة الحلّ {(٢، ٢)}

أوجد مجموعة حلّ المعادلتَين آنيًّا جبريًّا بطريقة التعويض :

س + ص = ٧ ، ٣س - ٢ص = ٦

الحل

س + ص = ٧ ← ص = ٧ - س ← (١)
٣س -٢ص = ٦ ← ٣س -٢ص = ٦ ← (٢)

بالعويض عن ص = ٧-س فى المعادلة (٢)

٣س -٢ (٧-س) =٦

٣س -١٤ + ٢س = ٦

٥س - ١٤ = ٦

٥س = ٦ + ١٤

$\frac{٥}{٥}$ س = $\frac{٢٠}{٥}$

$\boxed{س = ٤}$ بالتعويض فى المعادلة (١)

٤ + ص =٧

ص = ٧ - ٤

$\boxed{ص = ٣}$

∴ مجموعة الحلّ {(٤، ٣)}

أختر الأجابة الصحيحة

١ لتكن المعادلتان : س - $\frac{١}{٢}$ ص = ٤ , ٢س -ص = ٢ فإن عدد حلول المعادلتَين آنيًّا هو :

Ⓐ حلّ وحيد Ⓑ حلّان Ⓒ عدد لا نهائي Ⓓ صفر

٢ إذا كان المستقيمان الممثّلان للمعادلتَين : س + ٣ص = ٤ , س + أ ص = ٧ متوازيَين

فإن : أ = ...

Ⓐ ٣ Ⓑ -٣ Ⓒ $\frac{١}{٣}$ Ⓓ -$\frac{١}{٣}$

أوجد قيمة أ , جـ التى تجعل للمعادلتَين : ص = أس + ٤ , ٣ص = ٣س + جـ عددًا لا نهائيًّا من الحلول

الحل

ص = ا س + ٤ ← (١)

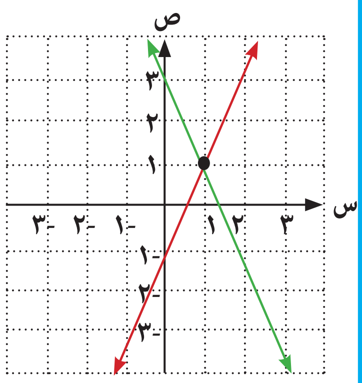
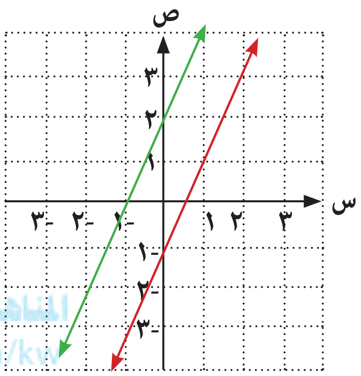
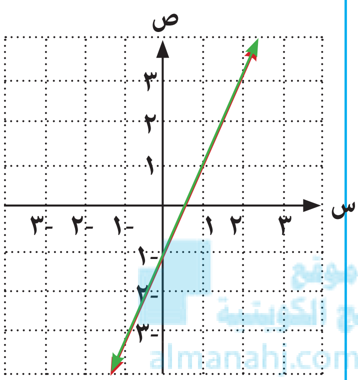
$\frac{٣}{٣}$ ص = $\frac{٣}{٣}$ س + $\frac{جـ}{٣}$

ص = س + $\frac{جـ}{٣}$ ← (٢)

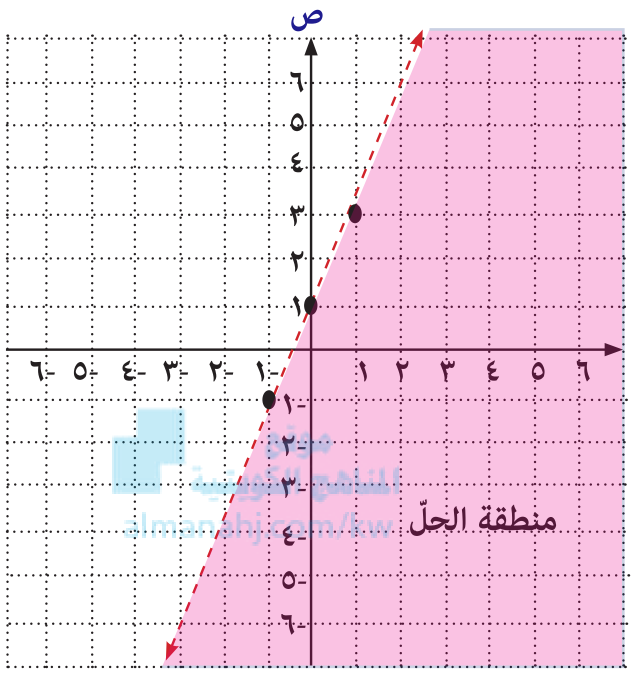
المعادلتين لهما عدد لا نهائي إذا كانا متطبقتان

$\boxed{ا = ١}$

$\frac{جـ}{٣}$ = ٤ $\boxed{جـ = ١٢}$

المثال	ص = ٢س - ١ ص = -٢س + ٣	ص = ٢س - ١ ص = ٢س + ٢	ص = ٢س - ١ ٢ص = ٤س - ٢
التمثيل البياني			
وضع المستقيمَين	متقاطعان	متوازيان وغير منطبقَين	منطبقان
مجموعه الحلّ	{ (١ , ١) }	$\emptyset$	جميع نقاط المستقيم
الملاحظات	الميلان مختلفان الجزء المقطوع من محور الصادات مختلف	الميلان متساويان الجزء المقطوع من محور الصادات مختلف	الميلان متساويان (لماذا)؟ الجزء المقطوع من محور الصادات متساوٍ (لماذا)؟
عدد الحلول	حلّ وحيد	صفر	عدد لا نهائى من الحلول

المتباينات الخطيّة (منطقة الحلّ المشترك)



مثل بيانيًّا منطقة حلّ المتباينة : ص > ٢س +١

الحل

- المعادلة المناظِرة (معادلة خطّ الحدود) هي :

ص = ٢ س + ١

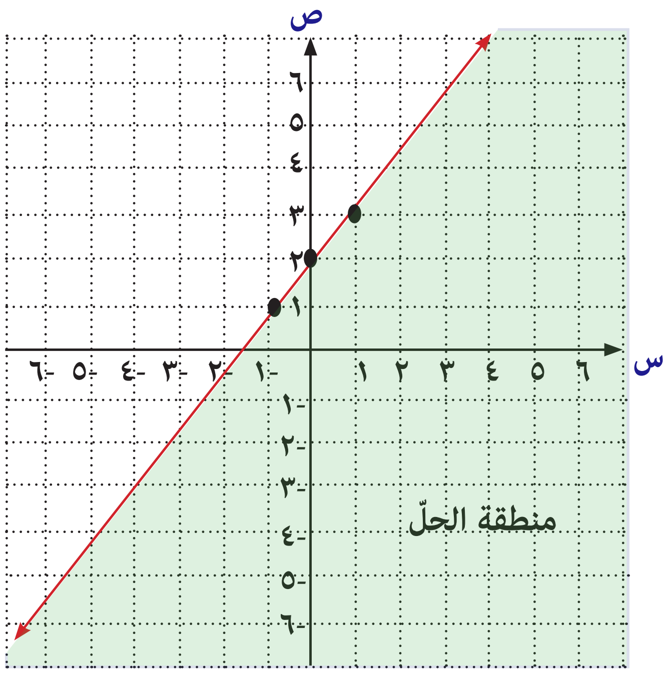
- نكون جدولًا لِقيَم المعادلة المناظرة :

ص = ٢س + ١			
س	١	٠	١-
ص	٣	١	١-

- نرسم خط الحدود (متقطّع)
- نختار نقطة لا تنتمي إلى خط الحدود , ولتكن نقطة الأصل (٠ , ٠) ونعوض بها في المتباينة .
- ص > ٢س + ١ ٠ > ١ (عبارة صحيحة)

إذا (٠ , ٠) ∋ منطقة الحلّ

- نظلّل المنطقة التي تنتمي إليها نقطة الأصل , فتكون حلّ المتباينة هى جميع النقاط التى تنتمى إلى المنطقة المظللة



مثل بيانيًّا منطقة حلّ المتباينة : ص ≥ س + ٢

الحل

- المعادلة المناظِرة : ص = س + ٢
- جدول القيم .

ص = س +٢			
س	١	٠	١-
ص	٣	٢	١

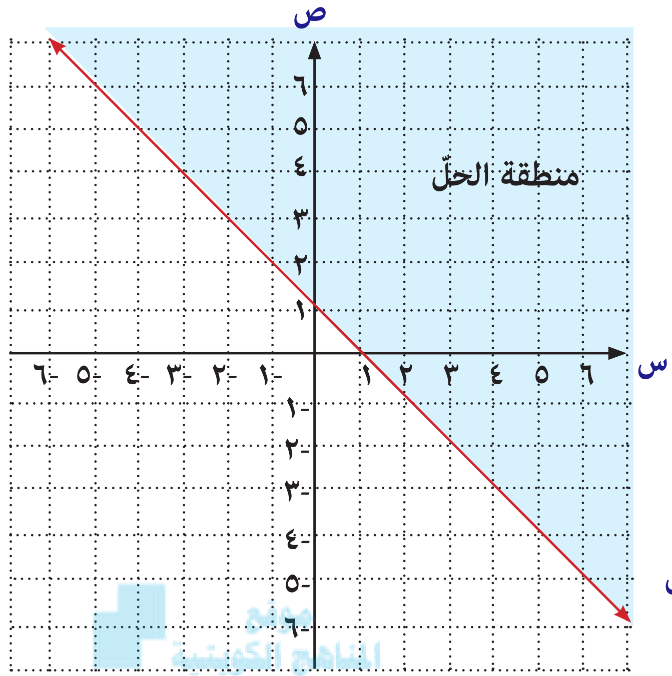
- أرسم خط الحدود (متصل)
- أختر النقطة (٠ , ٠) لا تنتمى إلى خطّ الحدود عوِّض في المتباينة ص ≥ س + ٢

٠ ≥ ٠ + ٢ (عبارة صحيحة)

- ظلِّل منطقة حلّ المتباينة .

مثل بيانيًّا منطقة حلّ المتباينة : س + ص ≥ ١

الحل



- المعادلة المناظِرة : ص = ١ - س
- جدول القيم .

ص = ١ - س			
س	١	٠	١-
ص	٠	١	٢

- أرسم خط الحدود (متصل)
- أختر النقطة (٠ , ٠) لا تنتمى إلى خطّ الحدود عوِّض فى المتباينة ص ≥ ١ - س

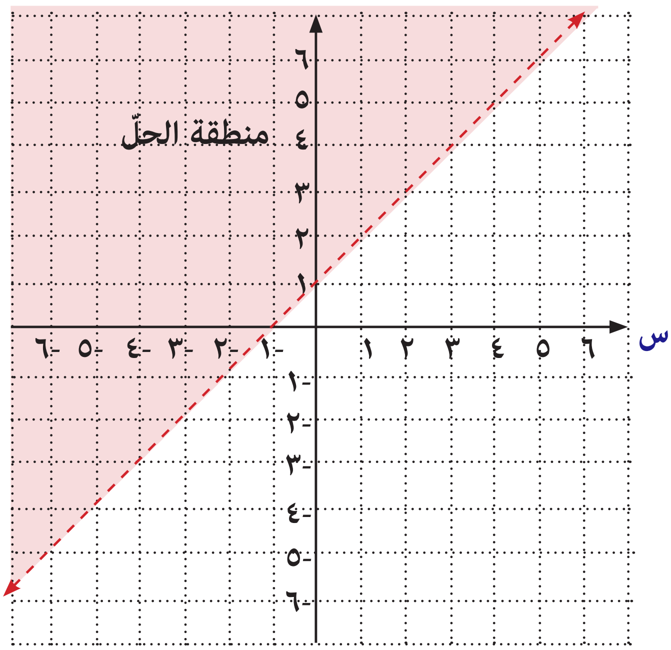
٠ ≥ ١ (عبارة خاطئة)

إذا (٠ , ٠) ∌ منطقة الحلّ

- ظلِّل منطقة حلّ المتباينة وهى المنطقة التى لا تنتمى إليها النقطة (٠ , ٠) وجميع نقاط خط الحدود .

مثل بيانيًّا منطقة حلّ المتباينة : ص > س + ١

الحل



- المعادلة المناظِرة : ص = س + ١
- جدول القيم .

ص = س + ١			
س	٠	١	٢
ص	١	٢	٣

- نعوض بالنقطة (١ , ٠) فى المتباينة ص > س + ١

٠ > ٢ عبارة خطأ

(١ , ٠) ∌ الحلّ

مثل بيانيًّا منطقة حلّ المتباينة :ص ≥ ١ - س

الحل

المعادلة المناظِرة : ص = ١ - س

جدول القيم .

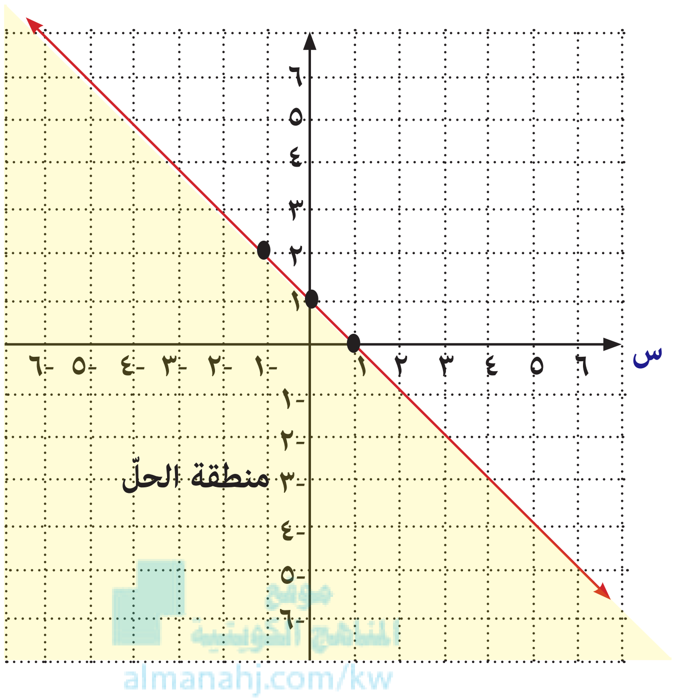
ص = ١ - س			
س	-١	٠	١
ص	٢	١	٠

نرسم خط الحدود متصل عند النقاط

نعوض بالنقطة (٠ , ٠) في البيانية ص ≥ ١ - س

٠ ≥ ١ (عبارة صحيحة)

(٠,٠) ∈ منطقة الحلّ



ظلَّل في الشكل المقابِل منطقة الحل لكلّ من المتباينتين :

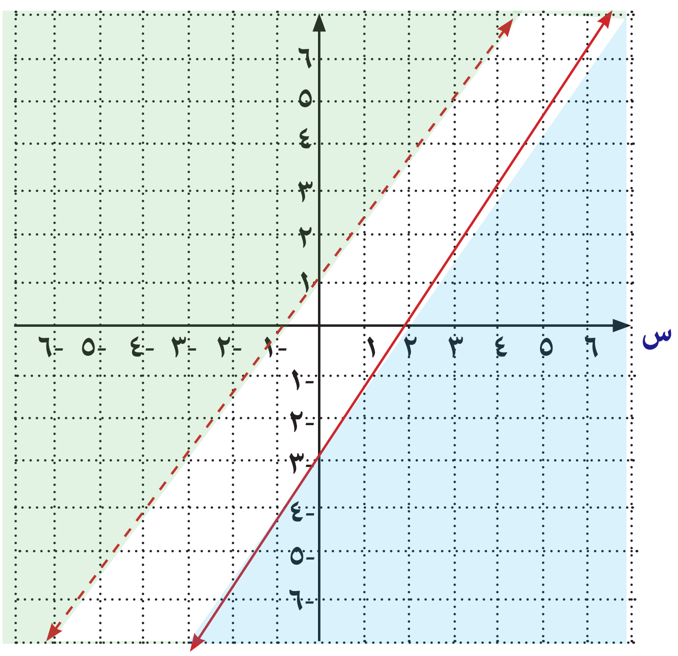
ص > ٢س + ١

ص ≤ ٢س -٤

ماذا تلاحظ ؟

الحل

لا يوجد منطقة حل مشترك .



مثل بيانيًّا منطقة الحلّ المشترك للمتباينتين :

ص > ٣س - ١

الحل

- المعادلة المناظِرة : ص =٣س - ١
- جدول القيم .

ص =٣س -١			
س	-١	٠	١
ص	-٤	-١	٢

- أرسم خط الحدود (متقطع)
- عوض بالنقطة (٠ , ٠)

٠ > - ١ (عبارة خاطئة)

(٠ , ٠) ∌ منطقة الحل

ص < س - ١

الحل

- المعادلة المناظِرة : س - ١
- جدول القيم .

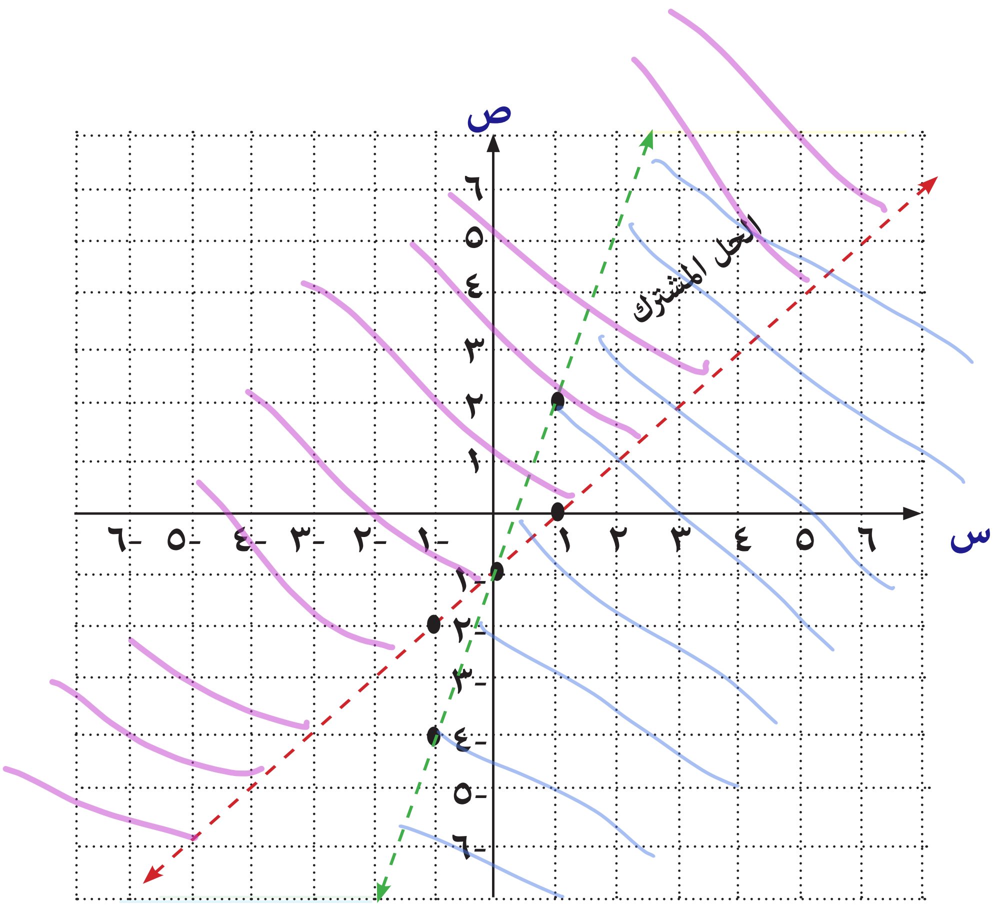
ص = س - ١			
س	-١	٠	١
ص	-٢	-١	٠

- أرسم خط الحدود (متقطع)
- عوض بالنقطة (٠ , ٠)

٠ < -١ (عبارة صحيحة)

(٠ , ٠) ∋ منطقة الحل

- ظلّل منطقة الحل لكل من المتباينتين .
- عيَّن على الرسم منطقة الحلّ المشترك .



مثل بيانيًّا منطقة الحلّ المشترك للمتباينتين :

ص > س

الحل

- المعادلة المناظِرة : ص = س
- جدول القيم .

ص = س			
س	٠	١	٢
ص	٠	١	٢

- أرسم خط الحدود (متقطع)
- نخباء النقطة (٠ , ١) عوض في المتباينة ص > س

١ > ٠ (عبارة خاطئة)

(٠ , ١) ∌ لمنطقة الحل .

ص ≤ ٤

الحل

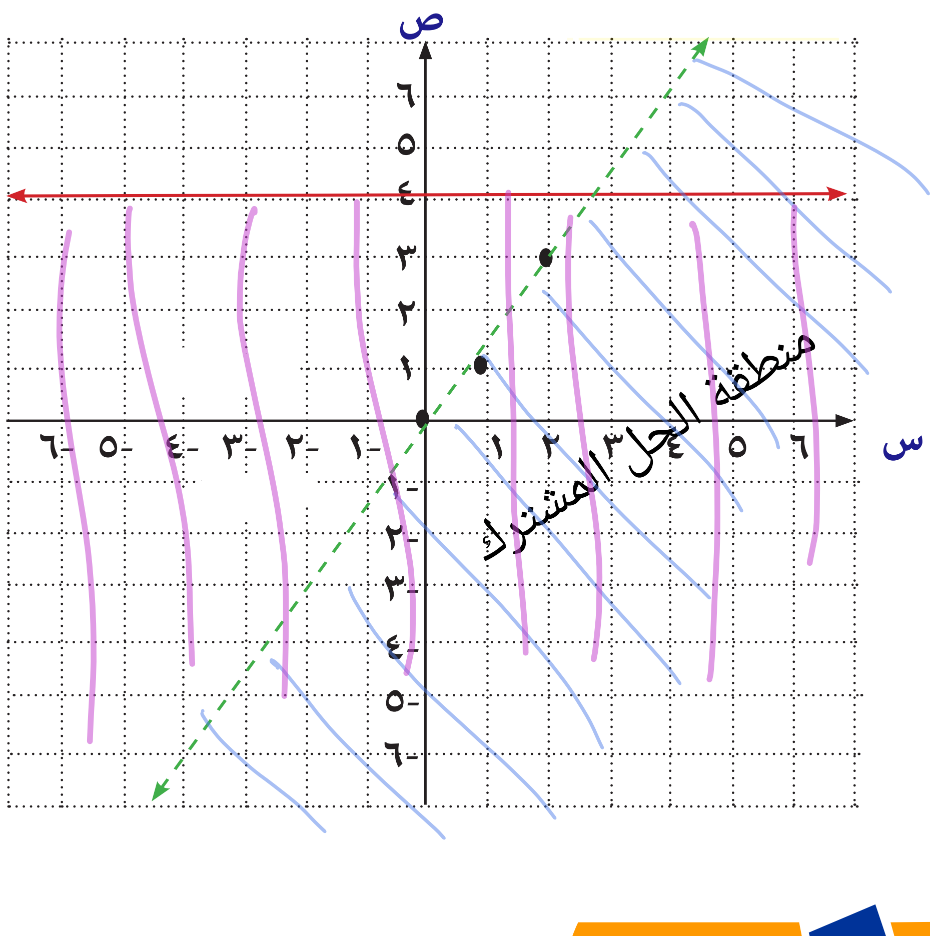
- المعادلة المناظِرة : ص = ٤
- جدول القيم .

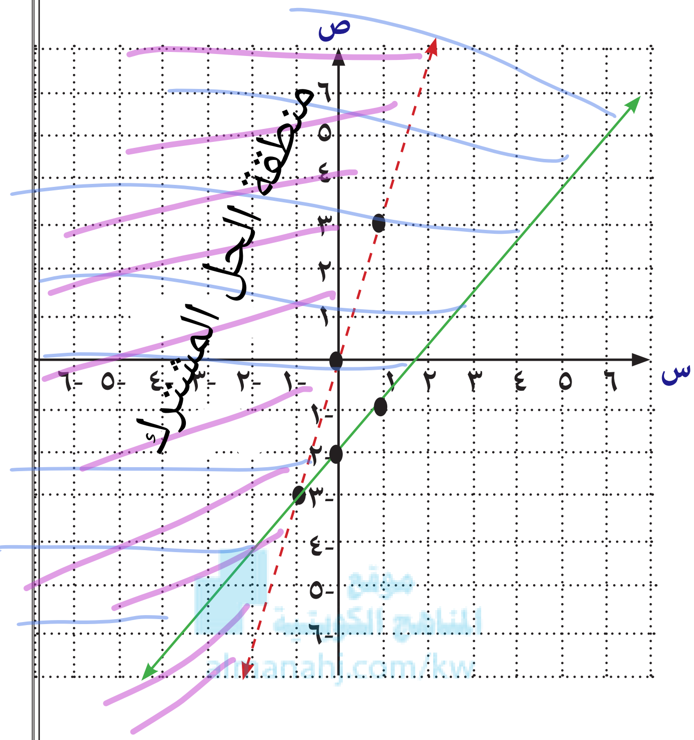
ص = ٤			
س	٠	١	٢
ص	٤	٤	٤

- أرسم خط الحدود عن ص = ٤
- عوض بالنقطة (٠ , ١) في المتباينة ص ≤ ٤

٠ ≤ ٤ (عبارة صحيحة)

(٠ , ١) ∋ منطقة الحل





مثِّل بيانيًّا منطقة الحلّ المشترك للمتباينتَين :

ص > ٣س ص ≤ س -٢

الحل

المعادلة المناظِرة : ص =٣س

جدول القيم .

ص=٣س			
س	-١	٠	١
ص	-٣	٠	٣

أرسم خط الحدود (متقطع)

عوض بالنقطة (١ , ١)

فى المتباينة ص > ٣س

١ > ٣ (عبارة خاطئة)

(١ , ١) ∌ منطقة الحلّ

المعادلة المناظِرة : ص =س -٢

جدول القيم .

ص = س - ٢			
س	-١	٠	١
ص	-٣	-٢	-١

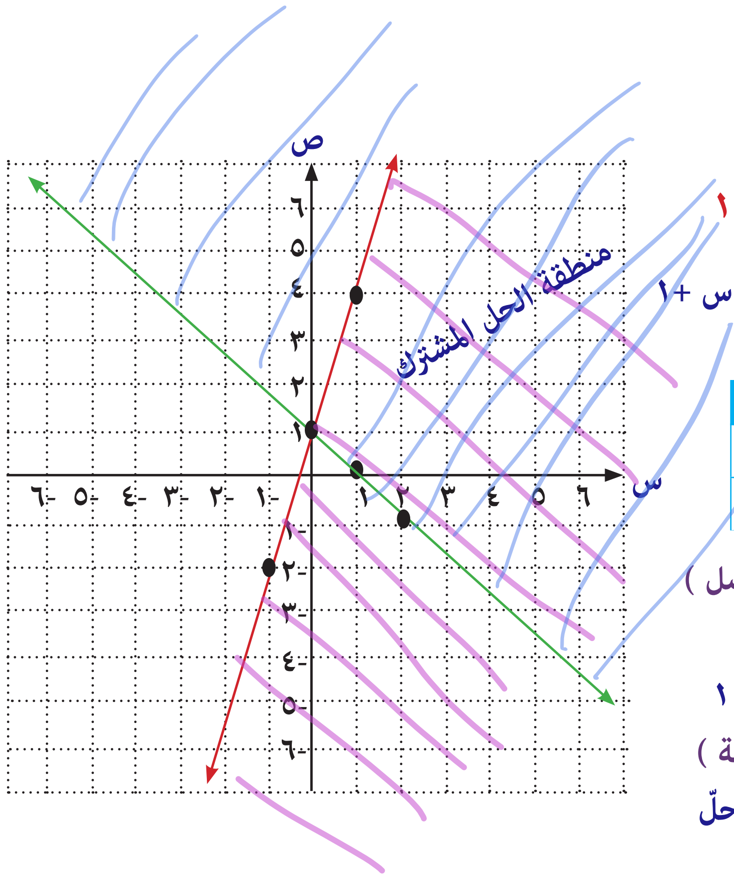
أرسم خط الحدود (متصل)

عوض بالنقطة (٠ , ٠)

فى المتباينة ص ≤ س -٢

٠ ≤ -٢ (عبارة صحيحة)

(٠ , ٠) ∋ منطقة الحلّ



مثِّل بيانيًّا منطقة الحلّ المشترك للمتباينتَين :

ص ≤ -س +١ ص ≥ ٣س +١

الحل

المعادلة المناظِرة : ص = -س +١

جدول القيم .

ص = -س + ١			
س	٠	١	٢
ص	١	٠	-١

أرسم خط الحدود (متصل)

نعوض بالنقطة (٠ , ٠)

فى المتباينة ص ≤ -س + ١

٠ ≤ ١ (عبارة خاطئة)

(٠ , ٠) ∌ منطقة الحلّ

المعادلة المناظِرة ص = ٣س +١

جدول القيم .

ص = ٣س + ١			
س	-١	٠	١
ص	-٢	١	٤

أرسم خط الحدود (متصل)

عوض بالنقطة (٠ , ٠)

فى المتباينة ص ≥ ٣س + ١

٠ ≥ ١ (عبارة صحيحة)

(٠ , ٠) ∋ منطقة الحلّ

مثِّل بيانيًّا منطقة الحلّ المشترك للمتباينتَين :

ص ≤ ٢س -٣   ص > ٢س +١

الحل

المعادلة المناظِرة : ص =٢س-٣

جدول القيم .

ص = ٢س -٣			
س	٠	١	٢
ص	-٣	-١	١

أرسم خط الحدود (متصل)

نعوض بالنقطة (٠ , ٠)

فى المتباينة ص ≤ ٢س -٣

٠ ≤ -٣ (عبارة خاطئة)

(٠ , ٠) ∉ منطقة الحلّ

المعادلة المناظِرة : ص =٢س +١

جدول القيم .

ص = ٢س + ١			
س	٠	١	٢
ص	١	٣	٥

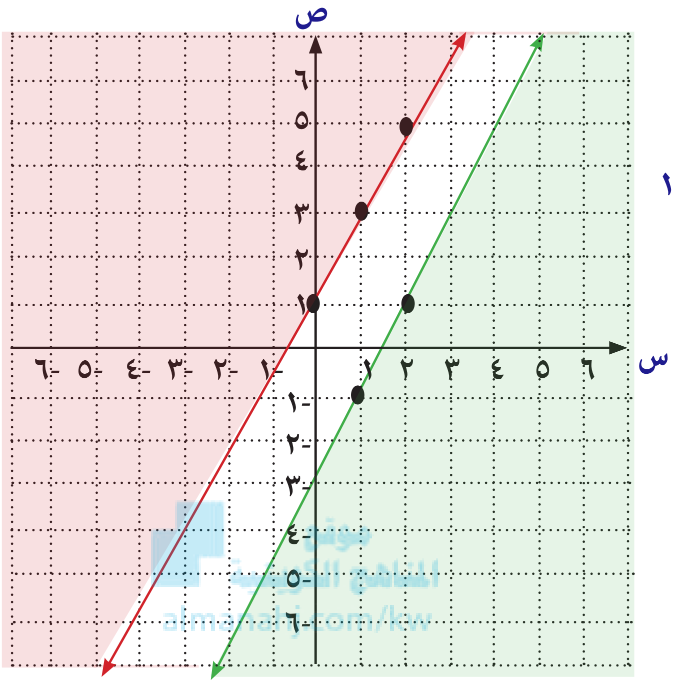
أرسم خط الحدود (متقطع)

عوض بالنقطة (٠ , ٠)

فى المتباينة ص > ٢س +١

٠ > ١ (عبارة خاطئة)

(٠ , ٠) ∉ منطقة الحلّ



مثِّل بيانيًّا منطقة الحلّ المشترك للمتباينتَين :

ص > ٢س -١   ص ≤ -١

الحل

المعادلة المناظِرة : ٢س -١

جدول القيم .

ص=٢س -١			
س	٠	١	٢
ص	-١	١	٣

أرسم خط الحدود (متقطع)

عوض بالنقطة (٠ , ٠)

فى المتباينة ص > ٢س -١

٠ > -١ (عبارة صحيحة)

(٠ , ٠) ∈ منطقة الحلّ

المعادلة المناظِرة : ص =-١

جدول القيم .

ص = -١			
س	٠	-١	٢
ص	-١	-١	-١

أرسم خط عن ص = -١

عوض بالنقطة (٠ , ٠)

فى المتباينة ص ≤ -١

٠ ≤ -١ (عبارة خاطئة)

(٠ , ٠) ∉ منطقة الحلّ