تم تحميل هذا الملف من موقع المناهج الكويتية

almanahj.com/kw

موقع المناهج الكويتية

حسام بيومي

الملف أوراق عمل شاملة للوحدة الخامسة العلاقات والدوال منهاج جديد
موقع المناهج ⇦ ملفات الكويت التعليمية ⇦ الصف التاسع ⇦ رياضيات ⇦ الفصل الثاني

روابط مواقع التواصل الاجتماعي بحسب الصف التاسع			
روابط مواد الصف التاسع على تلغرام			
التربية الاسلامية	اللغة العربية	اللغة الانجليزية	الرياضيات

المزيد من الملفات بحسب الصف التاسع والمادة رياضيات في الفصل الثاني	
1	مراجعة شاملة
2	الكتاب الثاني
3	توقعات ليلة الامتحان القصير الثاني (أسئلة)
4	مراجعة شاملة
5	تدريبات مهمة جدا ومبسطة

١ - ٥ العلاقة وخواصّها

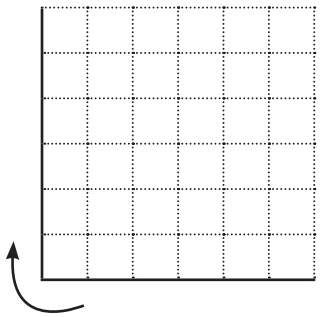
أولا : خاصية الانعكاس

تُسمّى العلاقة ع المعرَّفة على المجموعة س ~ علاقة **انعكاسية**
إذا وفقط إذا كان لكلّ أ ∈ س ، يكون (أ ، أ) ∈ ع .

- للحكم على أنّ العلاقة انعكاسية ، يلزم التحقّق من أنّ كلّ عنصر من عناصر المجموعة يرتبط بنفسه في العلاقة .
- للحكم على أنّ العلاقة ليست انعكاسية يكفي وجود عنصر واحد من عناصر المجموعة لم يرتبط بنفسه العلاقة .

دورك الآن (١)

العلاقات الآتية معرَّفة على المجموعة س = { -١ ، ٠ ، ١ } . حدِّد أيًّا منها يمثّل علاقة انعكاسية مع ذكر السبب ، ثمّ مثِّل ع١ بمخطّط بياني وع٢ بمخطّط سهمي :



١ ع١ = { (-١ ، -١) ، (٠ ، ٠) ، (١ ، ١) ، (١ ، -١) }

∵ -١ ∈ س ، (..... ، .....) ∈ ع١ ،

..... ∈ س ، (..... ، .....) ∈ ع١ ،

.....

∴ ع١ علاقة ..... لأنّ لكلّ أ ∈ س ، يكون .....

٢ ع٢ = { (٠ ، ٠) ، (-١ ، ٠) ، (٠ ، -١) ، (١ ، ١) }

∵ -١ ∈ س ولكن (..... ، .....) ∉ ع٢

∴ ع٢ .....

ثانيًا : خاصّية التناظر

تُسمّى العلاقة ع المعرَّفة على المجموعة س ~ علاقة **متناظرة** إذا وفقط إذا كان
لكلّ (أ ، ب) ∈ ع ، فإنّ (ب ، أ) ∈ ع

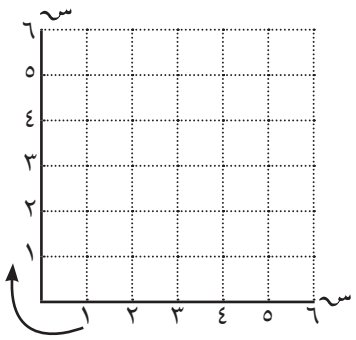
تكون العلاقة ع ليست متناظرة إذا وُجد (أ ، ب) ∈ ع ولكن (ب ، أ) ∉ ع (عنصر واحد على الأقلّ) .

دورك الآن (٢)

إذا كانت سـ = { ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٦ } ، ع١ ، ع٢ علاقات معرَّفة على سـ :

ع١ = { (أ ، ب) : أ ، ب ∈ سـ ، أ + ب = ٧ } ،

ع٢ = { (أ ، ب) : أ ، ب ∈ سـ ، أ = $\frac{١}{٢}$ ب }



(أ) أُكتب ع١ بذكر العناصر ومثِّلها بمخطّط بياني ، ثمّ ابحث فيما إذا كانت ع١ علاقة متناظرة أم لا مع ذكر السبب .

ع١ = { (١ ، .....) ، (٢ ، .....) ، (..... ، .....) ،

(..... ، .....) ، (..... ، .....) ، (..... ، .....) }

العلاقة ع١ : (١ ، .....) ∈ ع١ ، (..... ، .....) ∈ ..... ،

(..... ، .....) ∈ ..... ، (..... ، .....) ∈ ع١ ،

(..... ، .....) ∈ ..... ، (..... ، .....) ∈ .....

∴ ع١ علاقة ..... لأنّ لكلّ (أ ، ب) ∈ ع١ ، فإنّ (..... ، .....) ∈ .....

(ب) أُكتب ع٢ بذكر العناصر ومثِّلها بمخطّط سهمي ، ثمّ ابحث فيما إذا كانت ع٢ علاقة متناظرة أم لا مع ذكر السبب .

ع٢ = { (١ ، .....) ، (٢ ، .....) ، (..... ، .....) }

ع٢ علاقة ..... لأنّ (..... ، .....) ∈ ع٢ ولكن (..... ، .....) ∉ ع٢

١ ٢ ٣ ٤ ٥ ٦

ثالثًا : خاصّية التعدّي

تُسمّى العلاقة ع المعرَّفة على المجموعة سـ علاقة متعدّية إذا وفقط إذا كان
لكلّ (أ ، ب) ∈ ع و (ب ، جـ) ∈ ع ، فإنّ (أ ، جـ) ∈ ع .

- وجود العنصر (أ ، أ) في ع ، لا يؤثّر على خاصّية التعدّي .
- لبحث علاقة التعدّي ، نختبر كلّ الأزواج المرتَّبة المختلفة المساقط .
- إذا وُجد العنصر (أ ، ب) في ع ، ولم يوجد العنصر (ب ، جـ) في ع ، فلا يوجد ما ينفي شرط التعدّي .

تكون العلاقة ع ليست متعدّية إذا وُجد (أ ، ب) ∈ ع و (ب ، جـ) ∈ ع ، ولكن (أ ، جـ) ∉ ع .

دورك الآن (٣)

إذا كانت س = { ٠ ، ٢ ، ٤ } ، ع علاقة معرَّفة على س حيث ع = { (٠ ، ٢) ، (٢ ، ٤) ، (٠ ، ٤) } .

هل ع علاقة متعدّية ؟ ولماذا ؟

∵ (..... ، .....) ∈ ع و (..... ، .....) ∈ ع ، (..... ، .....) ∈ ع

∴ ع علاقة .....

لأنّ لكلّ (أ ، ب) ∈ ع و (..... ، .....) ∈ ع ، فإنّ (أ ، جـ) ∈ ع .

رابعًا : خاصّية التكافؤ

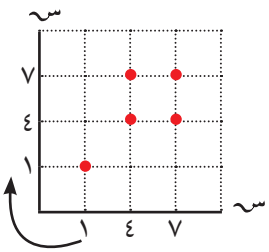
تكون العلاقة ع المعرَّفة على مجموعة س علاقة تكافؤ إذا كانت انعكاسية ومتناظرة ومتعدّية .

دورك الآن (٤)

إذا كانت س = { ١ ، ٤ ، ٧ } ، ع علاقة معرَّفة على س

كما هو موضَّح في المخطّط البياني المقابِل ،

فاختبِر ما إذا كانت ع علاقة تكافؤ .



.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

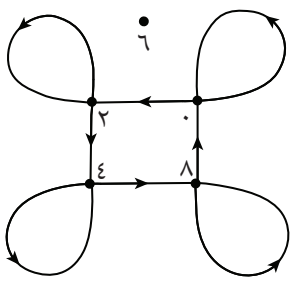
.....

تكون العلاقة ع ليست تكافؤًا إذا لم تكن ع (انعكاسية أو متناظرة أو متعدّية) .

تمارين ذاتِية :

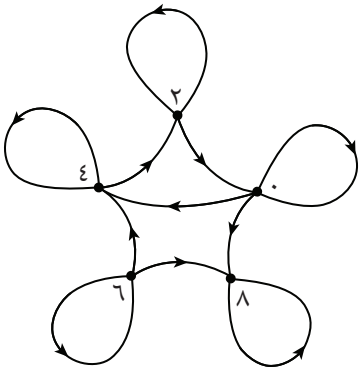
١ فيما يلي مجموعة من المخطّطات السهمية لعدّة علاقات على سـ = { ٠ ، ٢ ، ٤ ، ٦ ، ٨ } .
أُكتب كلّ علاقة بذكر العناصر ، ثمّ اختبِر إذا كانت العلاقة انعكاسية أم لا مع ذكر السبب .

(أ)



.....
.....
.....
.....
.....
.....

(ب)



.....
.....
.....
.....
.....
.....

٢ إذا كانت سـ = { ٢ ، ٣ ، ٥ ، ٦ } ، وكانت ع = { (أ ، ب) : أ ، ب ∈ سـ ، أ عامل من عوامل ب } .

(أ) أُكتب ع بذكر العناصر . .....

(ب) تحقّق من أنّ العلاقة ع انعكاسية . .....

.....
.....
.....

٣ أُكتب كلّ علاقة ممّا يأتي بذكر العناصر ، ومثِّلها بمخطّط سهمي ، ثمّ اختبِر الخاصّية الانعكاسية .

(أ) سـ = { ١ ، ٣ ، ٥ }
ع = { (أ ، ب) : أ ، ب ∈ سـ ، أ + ب = عددًا زوجيًّا }

.....
.....
.....

(ب) ل = { -٢ ، ١ ، -١ }
ع = { (أ ، ب) : أ ، ب ∈ ل ، $أ^{٢}$ = $ب^{٢}$ }

.....
.....
.....

ج) م = { -١ ، ٠ ، ٣ }
ع = { (أ ، ب) : أ ، ب ∈ م ، أ ≤ ب }

.....

.....

.....

٤ أُكتب كلّ علاقة ممّا يأتي بذكر العناصر ، ثمّ اختبِر من حيث كونها متناظرة أم لا مع ذكر السبب .

أ) العلاقة ع معرَّفة على س = { ٣ ، ٤ ، ٥ }
حيث ع = { (أ ، ب) : أ ، ب ∈ س ، أ + ب = ٨ }

.....

.....

.....

.....

ب) ع علاقة « ≥ » معرَّفة على س = { ٢ ، ٤ ، ٦ }

.....

.....

.....

.....

ج) ع علاقة « ضعف » معرَّفة على س = { ٠ ، ١ ، ٢ ، ٣ }

.....

.....

.....

.....

د) العلاقة ع معرَّفة على س = { -٢ ، -١ ، ٠ ، ١ ، ٢ }
حيث ع = { (أ ، ب) : أ ، ب ∈ س ، أ + ب = صفرًا }

.....

.....

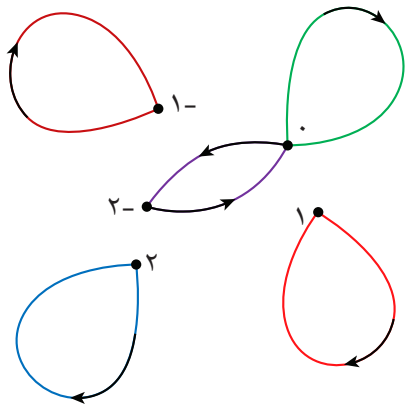
.....

.....

.....

٥ فيما يلي مخطّطات سهمية وبيانية لعلاقات معرَّفة على سـ = { -٢ ، -١ ، ٠ ، ١ ، ٢ } .
اِختبِر خاصّية التناظر لكلّ شكل ممّا يلي :

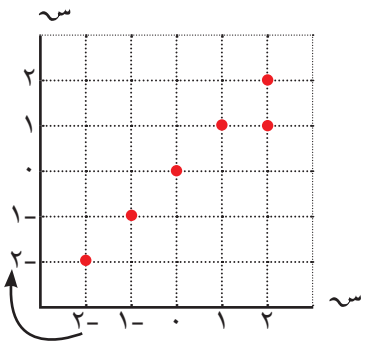
أ



.....

.....

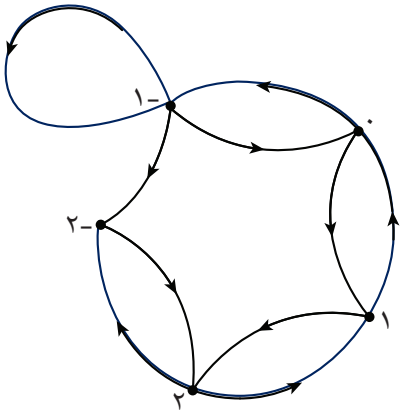
ب



.....

.....

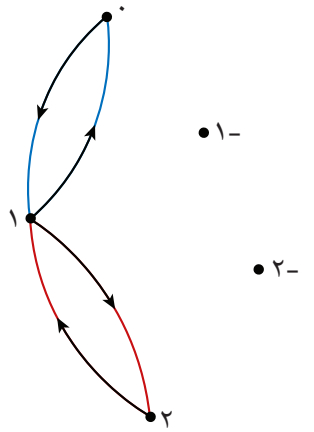
ج



.....

.....

د



.....

.....

٦ العلاقات الآتية معرَّفة على المجموعة سـ = { ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ } . أيّ منها هو علاقة متعدّية ؟ وأيّها غير متعدّية ؟ مع ذكر السبب .

ع١ = { (١ ، ٢) ، (٢ ، ٣) ، (١ ، ٣) }

.....

.....

ع٢ = { (١ ، ١) ، (٢ ، ٢) ، (٣ ، ٣) ، (٤ ، ٤) }

.....

.....

ع٣ = { (٢ ، ١) ، (١ ، ٢) ، (٢ ، ٣) ، (٣ ، ٤) ، (٢ ، ٤) ، (١ ، ١) }

.....

.....

٧ إعتبِر سـ = { ١ ، ٢ ، ٣ } ، ع = { (أ ، ب) : أ ، ب ∈ سـ ، أ < ب }

(أ) أُكتب ع بذكر العناصر ، ثمّ مثِّلها بمخطّط سهمي .

.....

.....

(ب) إختبِر ع من حيث كونها متعدّية أم لا مع ذكر السبب .

.....

.....

.....

.....

٨ إذا كانت سـ = { ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ } ، وكانت ع = { (س ، ص) : س ، ص ∈ سـ ، س ≠ ص } ، أُكتب ع بذكر العناصر ، ثمّ ادرس خواصّ العلاقة ع من حيث كونها انعكاسية ، متناظرة ، متعدّية ، تكافؤ .

.....

.....

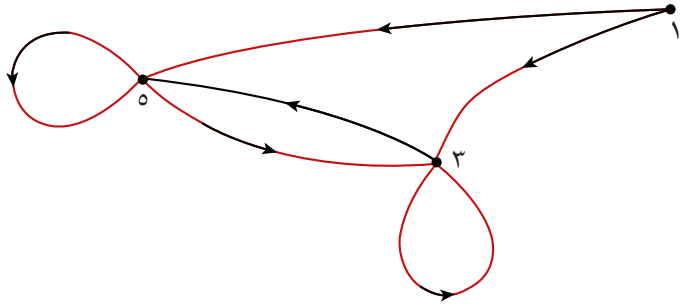
.....

.....

.....

.....

٩ في المخطّط السهمي المقابِل
ع علاقة معرَّفة على سـ = { ١ ، ٣ ، ٥ } .



أُدرس خواصّ العلاقة ع من حيث كونها انعكاسية ، متناظرة ، متعدّية ، تكافؤ .

.....

.....

.....

.....

.....

.....

٢ - ٥ التطبيق (الدالّة)

التطبيق (الدالّة) : هو علاقة من سـ إلى صـ بحيث يرتبط كلّ عنصر من عناصر سـ بعنصر واحد وواحد فقط من عناصر صـ .

نرمز إلى التطبيق (الدالّة) بأحد الرموز : ت ، د ، هـ ، و ، ...

إذا كانت ت تطبيق من سـ إلى صـ ، نرمز إلى ذلك ت : سـ ← صـ

مكوِّنات التطبيق (الدالّة) ت : سـ ← صـ هي :

١ سـ تُسمّى مجال التطبيق (الدالّة) .

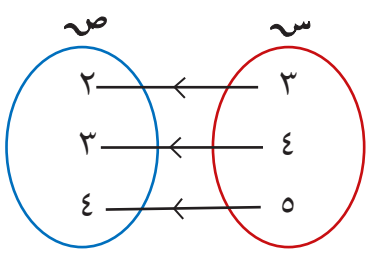
٢ صـ تُسمّى المجال المقابِل للتطبيق ت .

٣ ت هي قاعدة الاقتران .

دورك الآن (١)

تمثّل المخطّطات السهمية التالية علاقات من سـ إلى صـ ، أيّ منها يمثّل تطبيقًا وأيّها لا يمثّل تطبيقًا مع ذكر السبب ؟

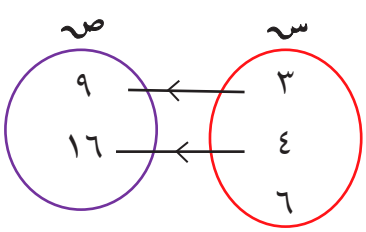
أ



العلاقة : .....

السبب : .....

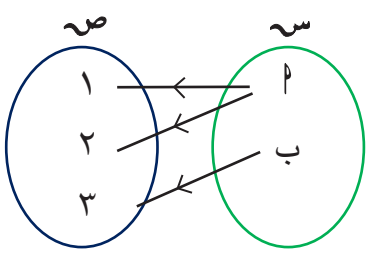
ب



العلاقة : .....

السبب : .....

ج



العلاقة : .....

السبب : .....

في المخطّط السهمي الذي يمثّل تطبيقًا : كلّ عنصر من عناصر سـ يخرج منه سهم واحد فقط إلى أحد عناصر صـ .

مدى التطبيق هو مجموعة صور عناصر مجال التطبيق .

مدى التطبيق مجموعة جزئية من المجال المقابِل .

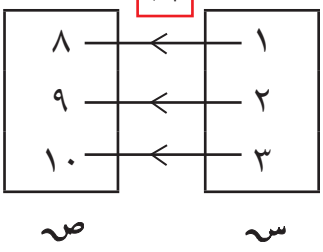
إذا كان أ ∈ سـ والعنصر الذي يرتبط به من صـ هو ب ، فإنّنا نعبّر عن ذلك بالصورة ت (أ) = ب وهي قيمة التطبيق (الدالّة) ت عند أ .

قاعدة الاقتران للتطبيق هي التعبير الرياضي الذي يربط كلّ عنصر في المجال بعنصر واحد فقط في المجال المقابِل .

دورك الآن (٢)

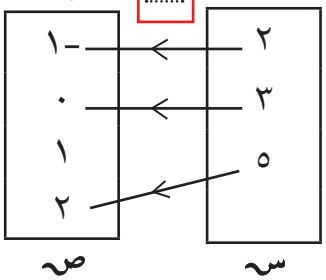
يمثّل كلّ ممّا يلي تطبيقًا من سـ إلى صـ . أُكتب قاعدة الاقتران لكلّ منها .

أ



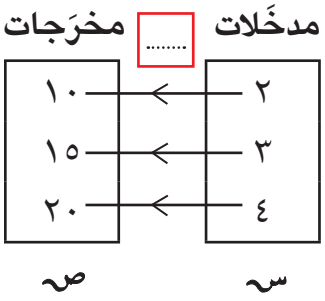
ق (س) = ...

ب



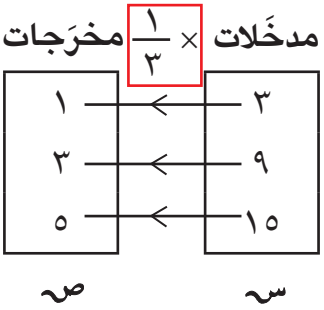
ت (س) = ...

ج



د (س) = ...

د



هـ (س) = ...

في العلاقة التي تمثّل تطبيقًا : كلّ عنصر من عناصر المجال يظهر مرّة واحدة فقط كمسقط أوّل في أحد الأزواج المرتَّبة التي تنتمي إلى العلاقة .

دورك الآن (٣)

ليكن ع علاقة من سـ إلى صـ ، أُكتب ع بذكر العناصر ، وحدِّد ما إذا كانت تمثّل تطبيقًا أم لا ، مع ذكر السبب ، ثمّ مثِّلها بمخطّط سهمي .

ع = { (أ ، ب) : أ ∈ سـ ، ب ∈ صـ ، أ = ٢ ب }

سـ = { ٢ ، ٤ ، ٦ }

صـ = { ١ ، ٢ ، ٣ }

.....

.....

.....

.....

في المخطّط البياني الذي يمثّل تطبيقًا : كلّ خطّ رأسي يمرّ بنقطة واحدة على الأكثر من نقاط التطبيق .

دورك الآن (٤)

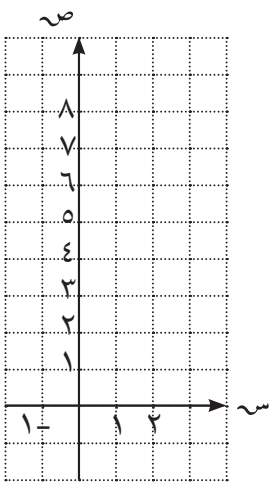
إذا كانت س = { -١ ، ٠ ، ١ ، ٢ } ، ح هي مجموعة الأعداد الحقيقية .

ت : س ← ح حيث ت (س) = س^{٢} + ٢

(أ) أكمِل الجدول التالي ، ثمّ أوجِد مدى التطبيق ت :

س	-١	٠	١	٢
س^{٢} + ٢	(-١)^{٢} + ٢			
ت (س)	٣			

مدى التطبيق = { ..... ، ..... ، ..... }



(ب) أُكتب ت كأزواج مرتَّبة .

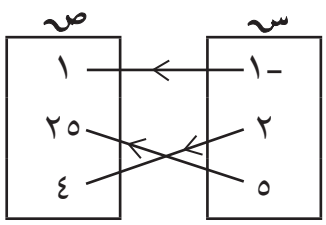
ت = { (-١ ، ٣) ، ..... }

(ج) أُرسم مخطّطًا بيانيًّا في المستوى الإحداثي .

تمارين ذاتية :

١ بيِّن أيًّا من المخطّطات السهمية التالية يمثّل تطبيقًا من سـ ← صـ وأيّها لا يمثّل تطبيقًا ، مع ذكر السبب . إذا كان المخطّط يمثّل تطبيقًا فاذكر المجال والمدى .

(أ)

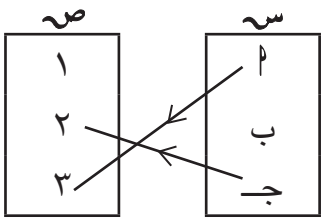


.....

.....

.....

(ب)

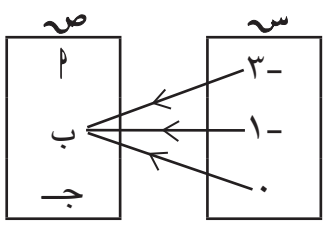


.....

.....

.....

(ج)

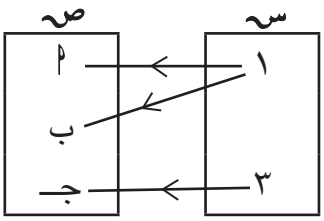


.....

.....

.....

(د)



.....

.....

.....

٢ حدِّد ما إذا كانت العلاقات أدناه تمثّل تطبيقًا من سـ ⟵ صـ أم لا ، مع ذكر السبب ، ثمّ مثِّلها بمخطّط سهمي .

أ ع١ = { (أ ، ب) : أ ∈ سـ ، ب ∈ صـ ، ب = أ - ٣ }
حيث سـ = { ٣ ، ٤ ، ٥ } ، صـ = { ٠ ، ١ ، ٢ ، ٣ }

.....

.....

.....

ب ع٢ = { (-١ ، ١) ، (١ ، ١) ، (١ ، ٣) }
حيث سـ = { -١ ، ١ ، ٢ } ، صـ = { ١ ، ٣ }

.....

.....

.....

٣ إذا كانت سـ = { -١ ، ٠ ، ١ } ، صـ = { -٣ ، -١ ، ٠ ، ١ } ، وكانت ت تطبيقًا من سـ ⟵ صـ حيث ت (س) = ٢س - ١

س	-١	٠	١
٢س - ١			
ت (س)			

أ أكمِل الجدول المقابِل :

ب مدى ت = ...

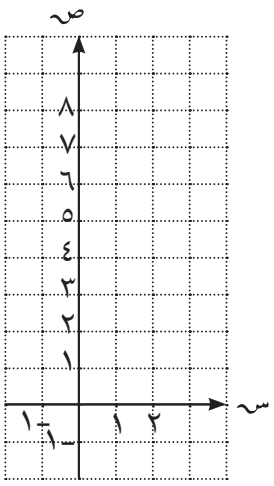
ج أُكتب ت كمجموعة من الأزواج المرتَّبة .
ت = ...

د أُرسم مخطّطًا سهميًّا .

٤ إذا كانت سـ = { -١ ، ١ ، ٢ } ، حـ هي مجموعة الأعداد الحقيقية ، هـ هي تطبيق معرَّف كما يلي :
هـ : سـ ⟵ حـ حيث هـ (س) = س^{٣}

أ أكمِل الجدول التالي :

س	-١	١	٢
س^{٣}			
هـ (س)			



ب مدى هـ = ...

ج أُكتب هـ كمجموعة من الأزواج المرتَّبة .
هـ = ...

د أُرسم مخطّطًا بيانيًّا في المستوى الإحداثي .

٣ - ٥ أنواع التطبيق

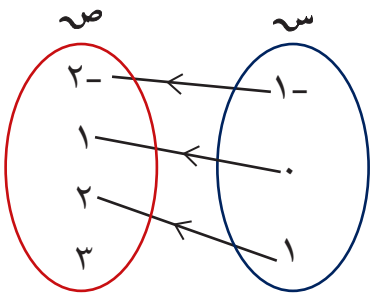
التطبيق الذي يتساوى فيه المدى والمجال المقابِل يُسمى « تطبيق شامل » .

التطبيق الذي لا يرتبط فيه عنصران أو أكثر من المجال بالعنصر نفسه من المجال المقابِل يُسمّى « تطبيق متباين » .

التطبيق الشامل والمتباين يُسمّى « تطبيق تقابل » .

دَوْرُكَ الْآنَ

من المخطّط السهمي المقابِل ، بيِّن نوع التطبيق ت : س ← ص فيما إذا كان تطبيقًا شاملًا ، متباينًا ، تقابلًا ، مع ذكر السبب .



المجال = ...

المجال المقابِل = ...

المدى = ...

ت تطبيق .....

السبب : .....

ت تطبيق .....

السبب : .....

ت تطبيق .....

السبب : .....

دورك الآن (٢)

إذا كانت س = { -٢ ، ٠ ، ٢ } ، ص = { -٥ ، ١ ، ٧ }

التطبيق ت : س ← ص ، حيث ت (س) = ٣س + ١

(أ) أوجِد مدى التطبيق ت .

ت (س) = ٣س + ١

ت (-٢) = ...

ت (٠) = ...

ت (٢) = ...

المدى = ...

(ب) أُكتب التطبيق ت كمجموعة من الأزواج المرتَّبة .

.....

(ج) مثِّل التطبيق ت بمخطّط سهمي .

(د) بيِّن نوع التطبيق ن من حيث كونه شاملًا ، متباينًا ، تقابلًا ، مع ذكر السبب .

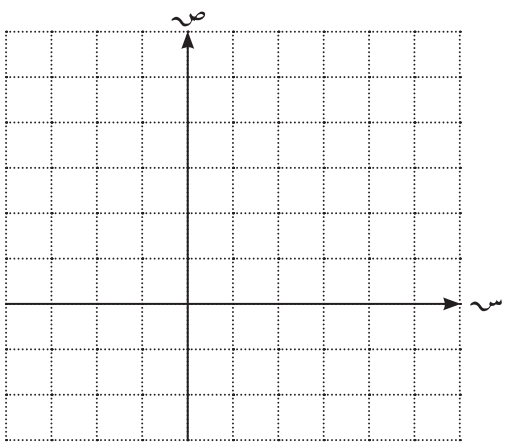
ن تطبيق ..... لأنّ : .....

ن تطبيق ..... لأنّ : .....

ن تطبيق ..... لأنّه : .....

دورك الآن (٣)

إذا كانت سـ = { ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ } ، التطبيق د : سـ ← سـ ،
حيث د = { (١ ، ٢) ، (٢ ، ٣) ، (٣ ، ١) ، (٤ ، ١) }



(أ) مثِّل التطبيق د بمخطّط بياني في المستوى الإحداثي .

(ب) أُكتب مدى التطبيق .

.....

(ج) هل التطبيق د تطبيق تقابل ؟ لماذا ؟

.....

.....

.....

تمارين ذاتية :

١ **إذا كانت سـ = { -١ ، ٠ ، ١ ، ٢ } ، صـ = { -٣ ، ١ ، ٥ ، ٩ }**
التطبيق ن : سـ ← صـ ، حيث ن (س) = ٤س + ١

(أ) أوجِد مدى التطبيق ن .

.....

.....

.....

.....

.....

(ب) أُكتب التطبيق ن كمجموعة من الأزواج المرتَّبة .

.....

.....

ج) مثِّل التطبيق ب بمخطّط سهمي .

د) بيِّن نوع التطبيق ب من حيث كونه شاملًا ، متباينًا ، تقابلًا ، مع ذكر السبب .

.....

.....

.....

.....

٢ **إذا كانت** ل = { ١ ، ٢ ، -٢ } ، هـ = { ٢ ، ٤ ، ٥ }

التطبيق ك : ل ⟵ هـ ، **حيث** ك (س) = $س^{٢}$ + ١

أ) أوجِد مدى التطبيق ك .

.....

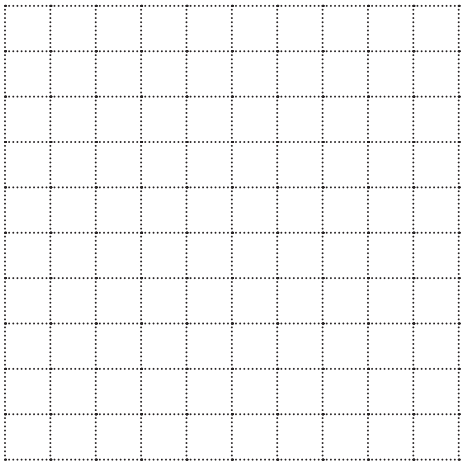
.....

ب) أُكتب التطبيق ك كمجموعة من الأزواج المرتَّبة .

.....

.....

ج) مثِّل التطبيق ك بمخطّط بياني في المستوى الإحداثي .



د) بيِّن نوع التطبيق ك من حيث كونه شاملًا ، متباينًا ، تقابلًا ، مع ذكر السبب .

.....

.....

.....

٣ إذا كانت سـ = { -٢ ، ٠ ، ١ } ، صـ = { -٩ ، -١ ، ٠ ، ١ } ،

التطبيق هـ : سـ ← صـ ، حيث هـ (س) = س^{٣} - ١

(أ) أوجِد مدى التطبيق هـ .

.....

.....

.....

.....

.....

.....

(ب) أُكتب التطبيق هـ كمجموعة من الأزواج المرتَّبة .

.....

.....

.....

(ج) مثِّل التطبيق هـ بمخطّط سهمي .

(د) بيِّن نوع التطبيق هـ من حيث كونه شاملًا ، متباينًا ، تقابلًا ، مع ذكر السبب .

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

٤ **إذا كانت ع = { ٢ ، ٣ ، ٥ }**

التطبيق هـ : ع ⟵ ع ، حيث هـ = { (٢ ، ٢) ، (٣ ، ٣) ، (٥ ، ٥) }

(أ) أوجِد مدى التطبيق هـ .

.....

.....

(ب) مثِّل التطبيق هـ بمخطّط بياني في المستوى الإحداثي .

(ج) بيِّن أنّ التطبيق هـ هو تطبيق تقابل .

.....

.....

.....

.....

.....

.....

٥ **إذا كان التطبيق د : سـ ⟵ صـ ، حيث سـ = { ١ ، ٤ ، ١٦ } ،**

صـ = { ٢ ، ٥ ، ١١ } ، د (س) = $٣\sqrt{س}$ − ١ ، فبيِّن أنّ د تطبيق تقابل .

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

٤ ـ ٥ الدالّة الخطّية

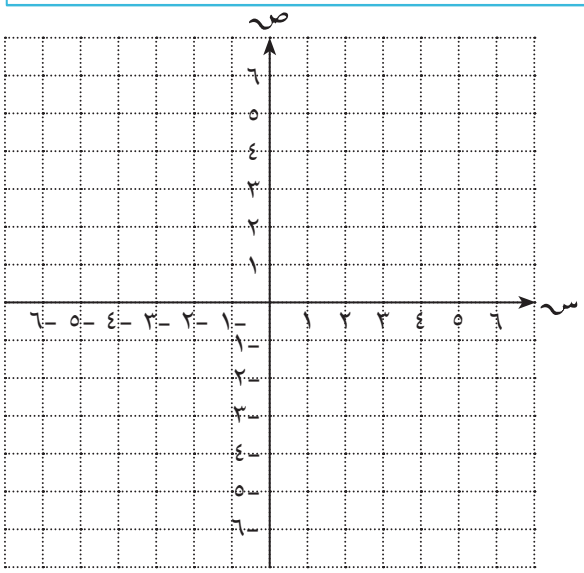
- الدالّة (التطبيق) التي مجالها ومجالها المقابِل مجموعة الأعداد الحقيقية أو مجموعة جزئية منها تُسمّى « دالّة حقيقية » .
- الدالّة الحقيقية د : ح ← ح ، د (س) = أ س + ب ،
حيث أ ، ب ∈ ح ، أ ≠ ٠ تُسمّى « دالّة خطّية » (تطبيقًا خطّيًا) .

- د (س) = أ س + ب تُسمّى قاعدة الاقتران ويمكن كتابتها على الصورة : ص = أ س + ب ويكون بيانها خطًّا مستقيمًا يقطع محور السينات حيث أ ≠ ٠ .
- يُسمّى س المتغيّر المستقلّ ، وهو المتغيّر الذي يحدّد قِيَم مخرَجات الدالّة .
- يُسمّى ص المتغيّر التابع ، وهو المتغيّر الذي تعتمد قيمته على قِيَم المتغيّر المستقلّ .

دورك الآن

أُرسم بيان الدالّة الخطّية : ص = ٣س + ٢

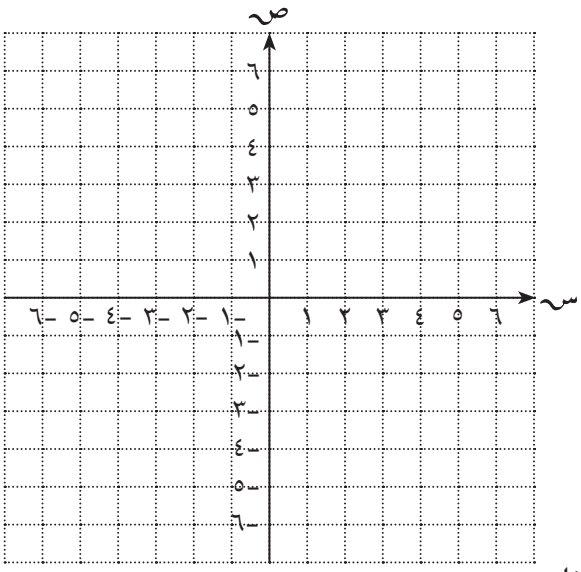
ص = ٣س + ٢				
س				
ص				



دورك الآن (٢)

أُرسم بيان الدالّة الخطّية : ص = ٤

ص = ٤				
س				
ص				



ماذا تلاحظ ؟ بيان الدالّة ..... محور السينات .

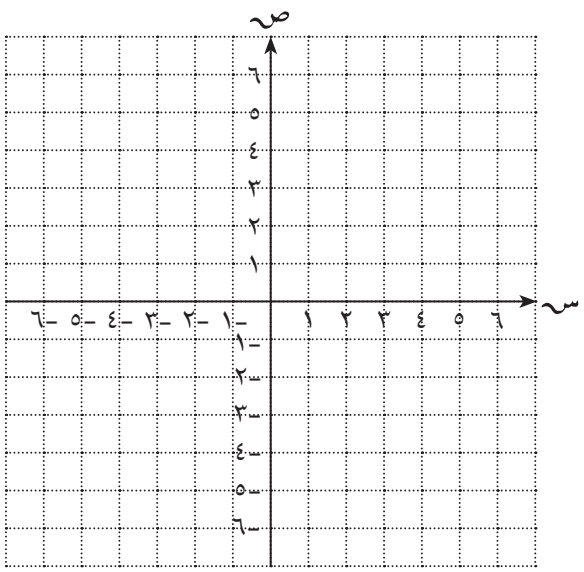
• الدالّة الثابتة د(س) = جـ ، جـ ∈ ح يكون بيانها خطًّا مستقيمًا أفقيًّا (يوازي محور السينات) .

تَمارينٌ ذاتِيَّةٌ :

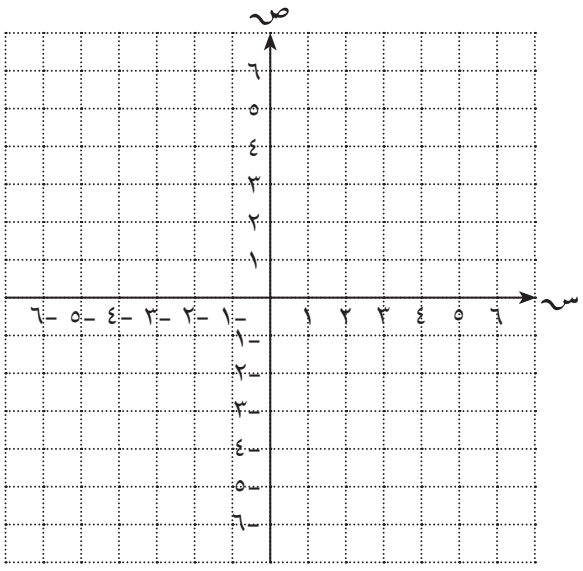
١ أُرسم بيانيًّا كلًّا من الدوالّ الخطّية التالية :

أ ص = س + ٢

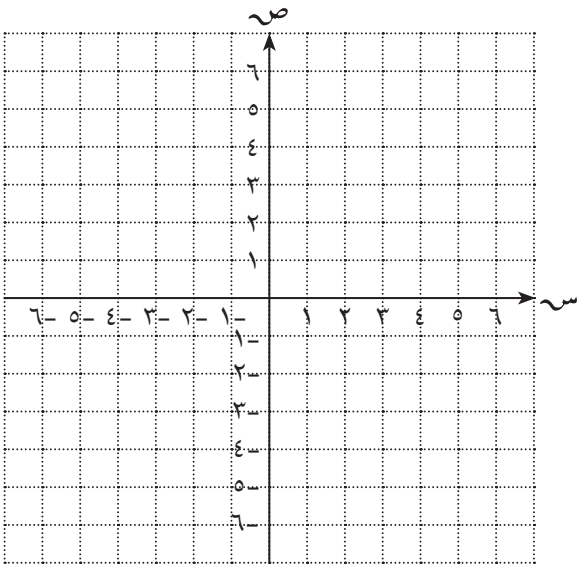
ص = س + ٢			
س			
ص			



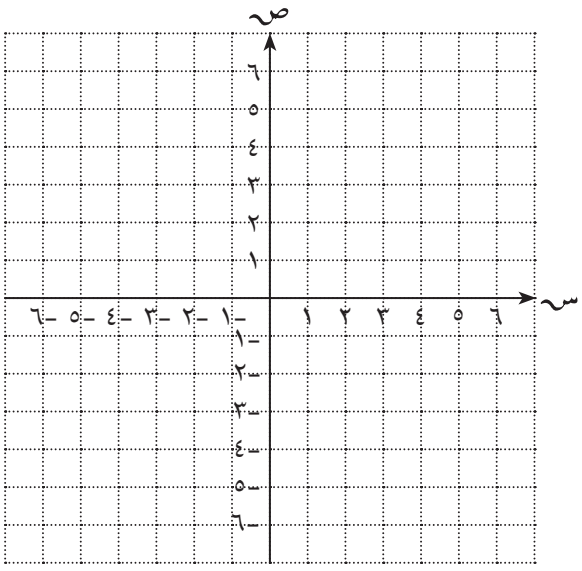
ب ص = ٢س − ٤



ج ص + س = ٣



د ص = ١ − ٢س



٥ - ٥ الدالّة التربيعية

الدالّة الحقيقية التي فيها القوّة الأعلى للمتغيّر المستقلّ تساوي ٢ تُسمّى « دالّة تربيعية » .

ويكون الرسم البياني للدالّة التربيعية منحنى على شكل ∨ أو ∧ ويُسمّى « قطع مكافِئ » .

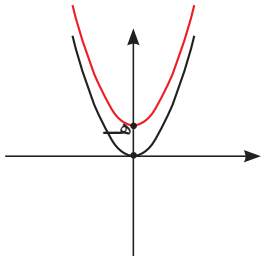
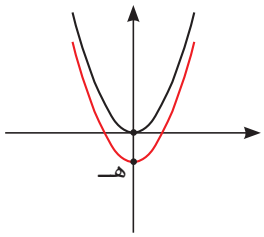
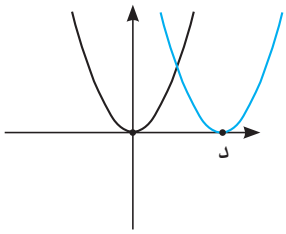
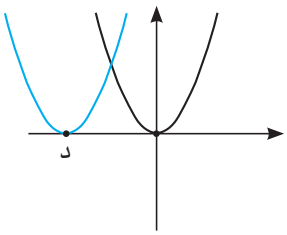
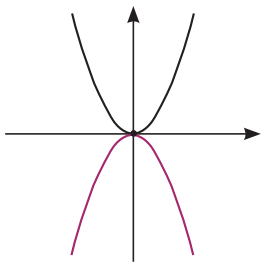
الصورة العامّة للدالّة التربيعية هي :

ص = أ س^{٢} + ب س + جـ حيث أ ، ب ، جـ أعداد حقيقية ، أ ≠ ٠

حدّ من الدرجة الثانية — حدّ من الدرجة الأولى — حدّ ثابت

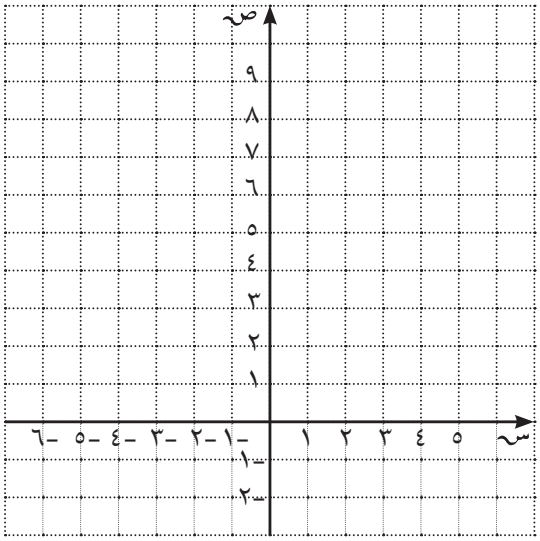
حيث أنّ كلًّا من المجال والمجال المقابِل للدالّة التربيعية هو مجموعة الأعداد الحقيقية .

- **الصورة القياسية للدالّة التربيعية :**
  ص = أ (س - د)^{٢} + هـ ؛ أ ، د ، هـ ∈ ح ، أ ≠ ٠
- **تقتصر دراستنا في حالة أ = ١ أي على الصورة ص = (س - د)^{٢} + هـ**
- **رأس منحنى الدالّة ص = (س - د)^{٢} + هـ هو النقطة (د ، هـ) .**

الدالّة التربيعية	التحويلات الهندسية المطبَّقة على التمثيل البياني للدالّة التربيعية ص = س^{٢}	التمثيل البياني	مثال
ص = س^{٢} + هـ	إزاحة رأسية بمقدار | هـ | وحدة إلى الأعلى إذا كانت هـ موجَبة .		ص = س^{٢} + ١
	إزاحة رأسية بمقدار | هـ | وحدة إلى الأسفل إذا كانت هـ سالبة .		ص = س^{٢} - ١
ص = (س - د)^{٢}	إزاحة أفقية بمقدار | د | وحدة إلى اليمين إذا كانت د موجَبة .		ص = (س - ١)^{٢}
	إزاحة أفقية بمقدار | د | وحدة إلى اليسار إذا كانت د سالبة .		ص = (س - (-١))^{٢} ص = (س + ١)^{٢}
ص = - س^{٢}	اِنعكاس في محور السينات .		ص = - س^{٢}

دورك الآن (١)

مثِّل بيانيًّا الدالّة ص = (س - ٣)^{٢} مستخدِمًا التمثيل البياني للدالّة التربيعية ص = س^{٢} .



(أ) أُرسم بيان الدالّة : ص = س^{٢}

(ب) بيان الدالّة ص = (س - ٣)^{٢}

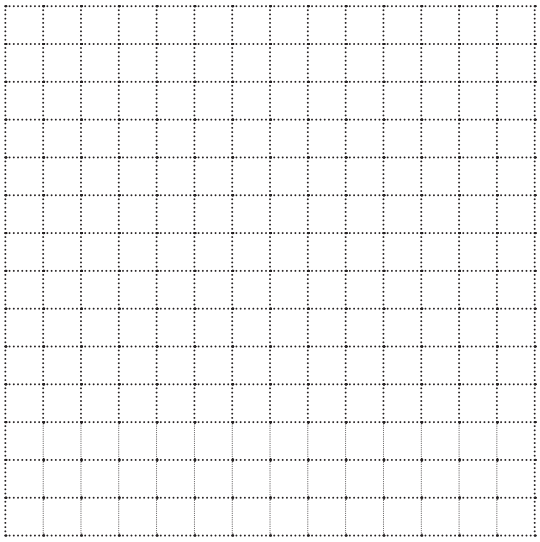
هو إزاحة ..... لبيان الدالّة : ص = س^{٢}

.....

(ج) أُرسم بيان الدالّة : ص = (س - ٣)^{٢}

دورك الآن (٢)

مثِّل بيانيًّا الدالّة ص = - (س + ٢)^{٢} مستخدِمًا التمثيل البياني للدالّة التربيعية ص = س^{٢} .



.....

.....

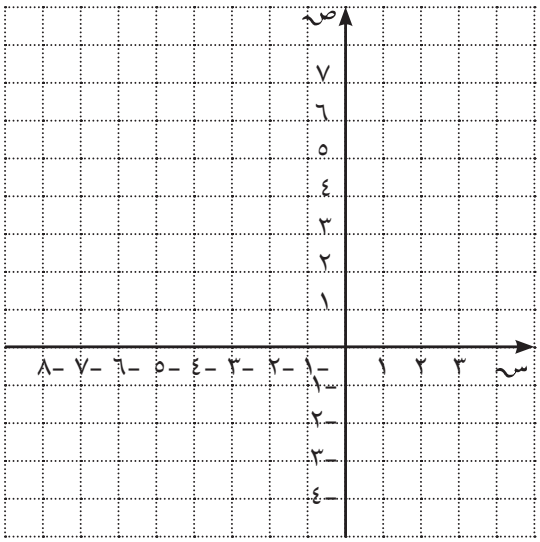
.....

.....

- خطّ تماثل بيان الدالّة ص = (س - د)^{٢} + هـ هو المستقيم الذي معادلته س = د

دورك الآن (٣)

مثِّل بيانيًّا الدالّة ص = (س + ٣)^{٢} - ٢ مستخدِمًا التمثيل البياني للدالّة التربيعية ص = س^{٢} .



.....

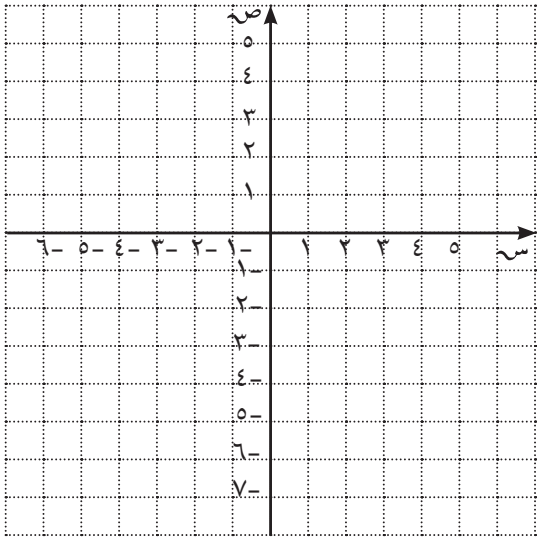
.....

.....

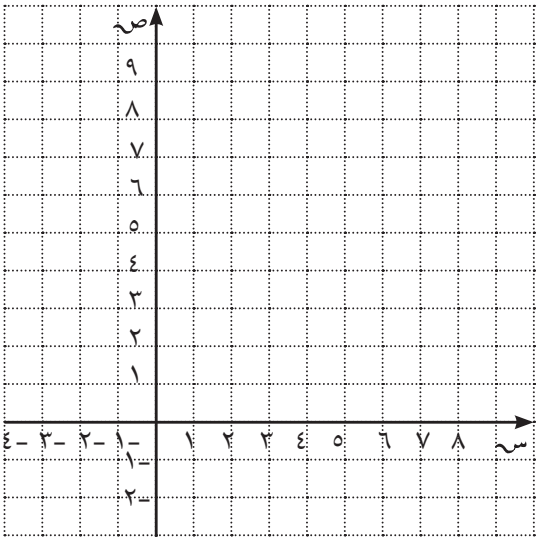
تَمارينٌ ذاتيَّةٌ :

مستخدِمًا التمثيل البياني للدالّة التربيعية ص = س^{٢} ، مثِّل بيانيًّا كلًّا من الدوالّ التالية :

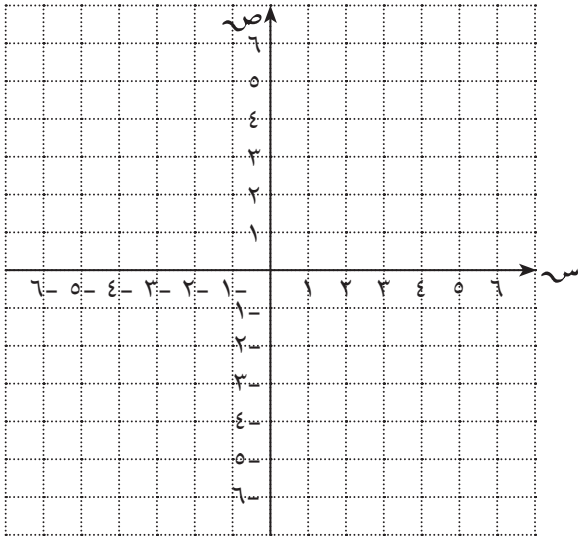
١ ص = س^{٢} - ٤



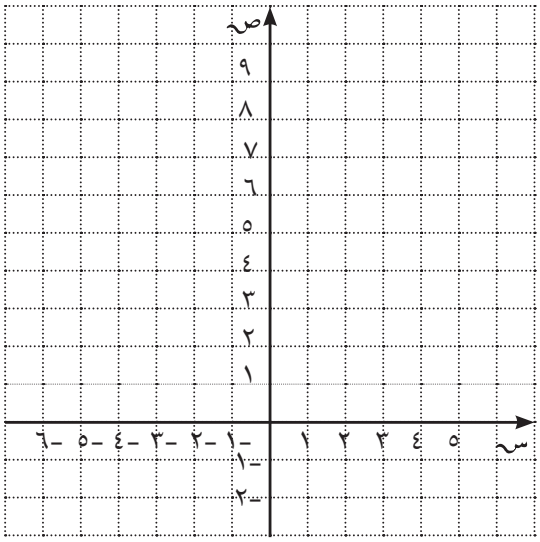
٢ ص = (س - ٥)^{٢}



٣ ص = - س^{٢} + ٢



٤ ص = (س + ١)^{٢} + ٢



.....

.....

.....

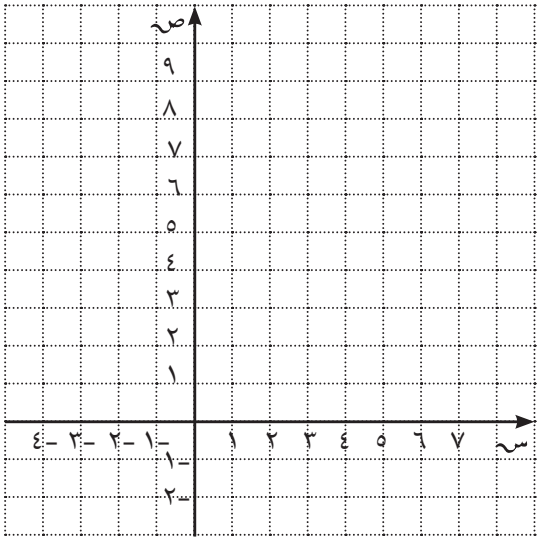
.....

.....

.....

.....

٥ ص = (س - ٣)^{٢} + ١



.....

.....

.....

.....

.....

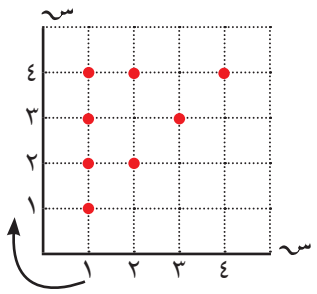
.....

.....

تقويم الوحدة التعليمية الخامسة

أولا : البنود المقالِية

١ يوضّح المخطّط البياني المقابِل العلاقة ع المعرَّفة على المجموعة س = { ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ }



أ أُكتب العلاقة ع بذكر العناصر .

.....

.....

ب اِختبِر العلاقة ع من حيث كونها انعكاسية ، متناظرة ، متعدّية ، تكافؤ .

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

٢ إذا كانت ع علاقة معرَّفة على س = { ٣ ، ٥ ، ٧ ، ٩ } ،

ع = { (٣ ، ٣) ، (٥ ، ٥) ، (٣ ، ٥) ، (٧ ، ٧) ، (٥ ، ٩) ، (٩ ، ٩) ، (٣ ، ٩) }

فاختبِر العلاقة ع من حيث كونها انعكاسية ، متناظرة ، متعدّية ، تكافؤ .

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

٣ إذا كانت سـ = { ١ ، ٢ ، ٣ } ، صـ = { ٠ ، ٣ ، ٦ }

وكانت ت تطبيق من سـ إلى صـ حيث ت (س) = ٣س ـ ٣

س	١	٢	٣
٣س ـ ٣			
ت (س)			

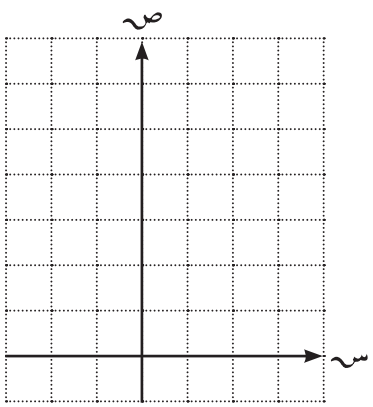
(أ) أكمِل الجدول المقابِل :

(ب) مدى ت = ...

(ج) أُكتب ت كمجموعة من الأزواج المرتَّبة :

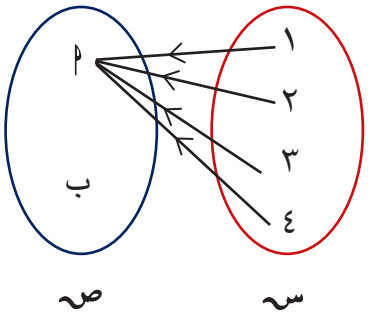
ت = ...

(د) أُرسم مخطّطًا سهميًّا ، وآخر بيانيًّا في المستوى الإحداثي .



٤ أيّ من المخطّطات السهميّة التالية يمثّل تطبيقًا ؟ ولماذا ؟

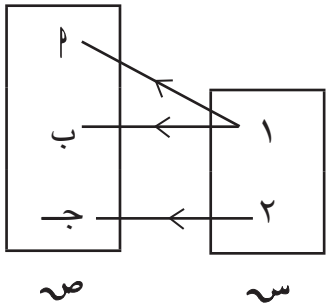
(أ)



.....

.....

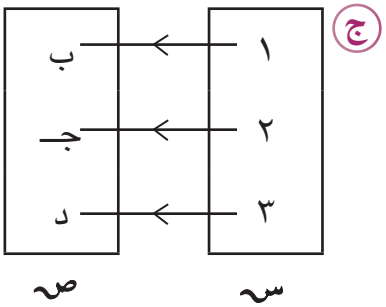
(ب)



.....

.....

(ج)



.....

.....

٥ إذا كان التطبيق د : سـ ← صـ ، حيث سـ = { ٠ ، ١ ، ٢ } ، صـ = { ـ٤ ، ٠ ، ٤ } ،

د (س) = ٤س ـ ٤

(أ) أوجِد مدى التطبيق د .

.....

.....

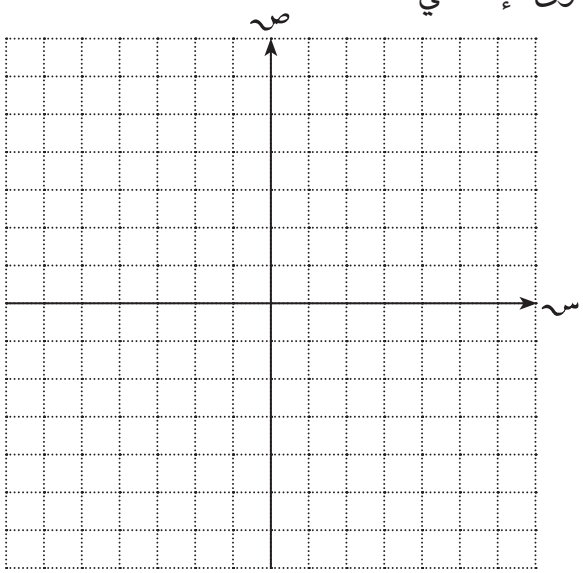
.....

.....

(ب) أُكتب د كمجموعة من الأزواج المرتَّبة .

.....

ج) مثِّل التطبيق د بمخطّط سهمي وآخر بياني في المستوى الإحداثي .



د) بيِّن نوع التطبيق د من حيث كونه شاملًا ، متباينًا ، تقابلًا ، مع ذكر السبب .

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

٦ **إذا كان التطبيق ن : سـ ⟵ صـ ، حيث سـ = { -١ ، ٠ ، ١ } ، صـ = { ١ ، ٢ } ،**
ن (س) = ٢ - س^{٢} ، فبيِّن نوع التطبيق ن من حيث كونه شامل ، متباين ، تقابل مع ذكر السبب .

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

٧ إذا كانت سـ = { ١ ، ٩ } ، صـ = { ٢ ، ٣ ، ٤ } ، والتطبيق ت : سـ ⟵ صـ ، حيث ت (س) = $\sqrt{س + ١}$

أ أوجِد مدى التطبيق ت .

.....

.....

.....

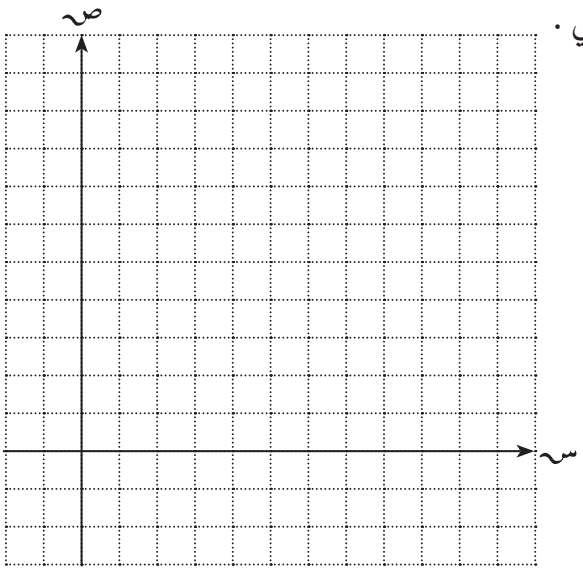
.....

ب أُكتب التطبيق ت كمجموعة من الأزواج المرتَّبة .

.....

ج مثِّل التطبيق ت بمخطّط سهمي .

د مثِّل التطبيق ت بمخطّط بياني في المستوى الإحداثي .



هـ بيِّن نوع التطبيق ت من حيث كونه شاملًا ، متباينًا ، تقابلًا ، مع ذكر السبب .

.....

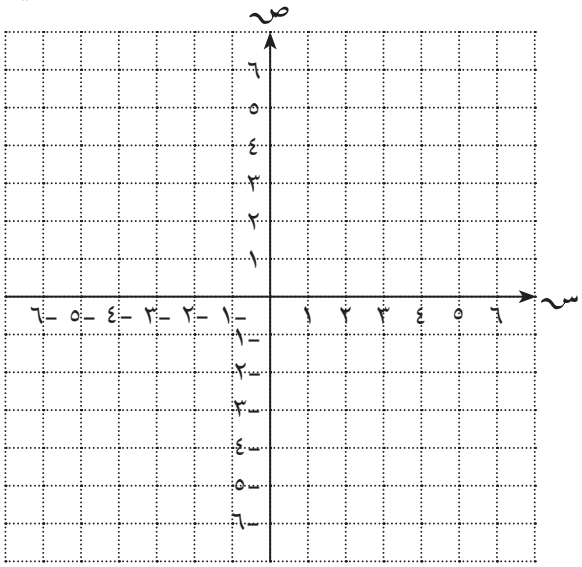
.....

.....

.....

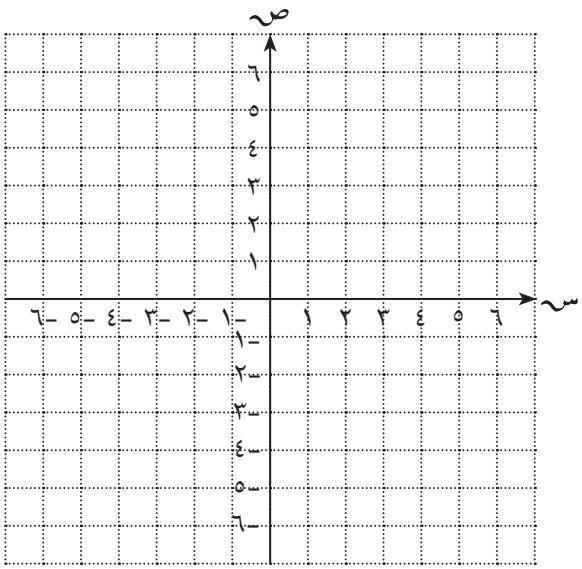
٨ أُرسم بيان الدالّة الخطّية : ص - ٢س = ٢

س				
ص				

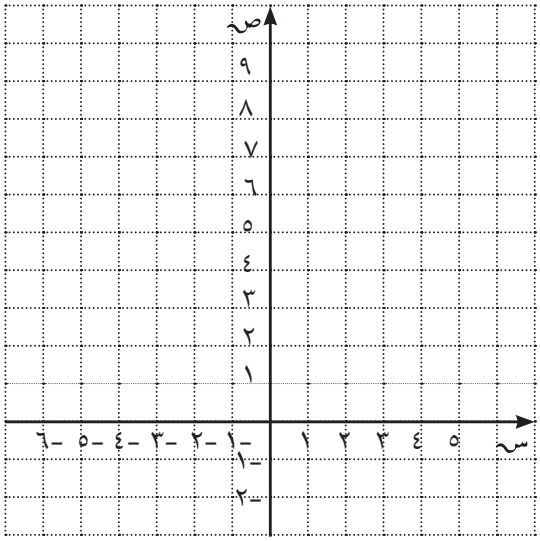


٩ أُرسم بيان الدالّة الخطّية : ص = س

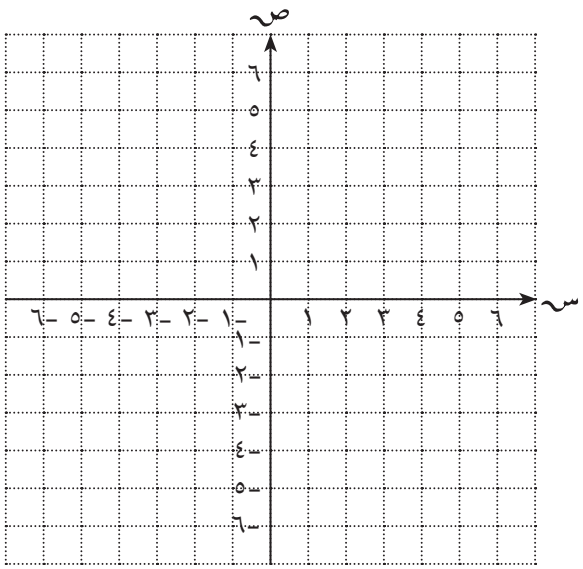
س				
ص				



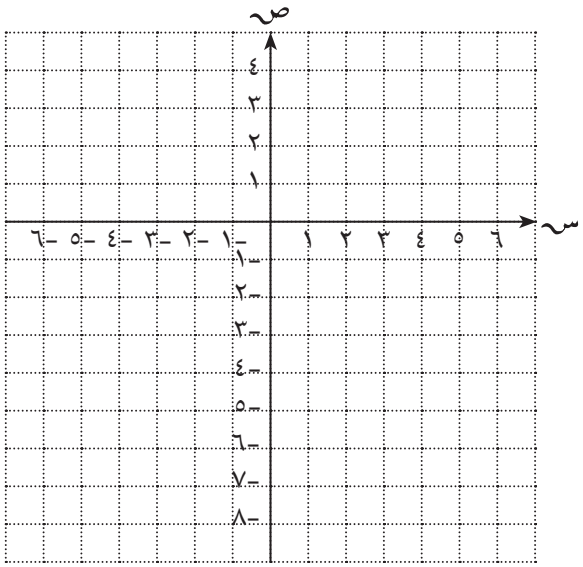
١٠ مثِّل بيانيًّا : ص = $س^{٢}$ + ١ مستخدِمًا التمثيل البياني للدالّة التربيعية ص = $س^{٢}$



١١ مثِّل بيانيًّا : ص = - س^{٢} - ٢ مستخدِمًا التمثيل البياني للدالّة التربيعية ص = س^{٢}



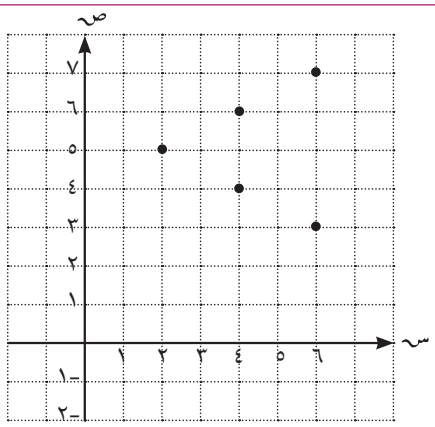
١٢ مثِّل بيانيًّا : ص =(س - ١)^{٢} - ٣ مستخدِمًا التمثيل البياني للدالّة التربيعية ص = س^{٢}



ثانِيا : البنود الموضوعِية

في البنود (١ - ٨) ، ظلِّل [أ] إذا كانت العبارة صحيحة ، وظلِّل [ب] إذا كانت العبارة غير صحيحة .

١ إذا كانت ع علاقة تكافؤ على س = { ٣ ، ٥ ، ٦ } ، ع = { (٣ ، ٣) ، (س ، ص) ، (٥ ، ٥) ، (٥ ، ٦) ، (٦ ، ٦) } فإنّ (س ، ص) = (٦ ، ٥)	أ	ب
٢ علاقة أكبر من أو يساوي على مجموعة أعداد هي علاقة متناظرة .	أ	ب
٣ علاقة التطابق على مجموعة مثلّثات هي علاقة تكافؤ .	أ	ب

٤	لتكن ع : { ٢ ، ٤ ، ٦ } ⟵ { ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٦ ، ٧ } فإنّ العلاقة ع الممثَّلة في المستوى الإحداثي المقابِل تمثّل تطبيقًا . 	أ	ب
٥	لتكن سـ = { -١ ، ٠ ، ١ } ، صـ = { -١ ، ٠ ، ١ ، ٢ } التطبيق ت : سـ ⟵ صـ ، حيث ت (س) = س^{٣} ، فإنّ ت تطبيق شامل وليس متباينًا .	أ	ب
٦	إذا كانت النقطة (٣ ، ٢) هي رأس منحنى الدالّة التربيعية ، فإنّ معادلة خطّ التماثل للدالّة هي س = ٣ .	أ	ب
٧	لتكن سـ = { ٥ ، ٦ ، ٧ } ، إذا كان التطبيق ت : سـ ⟵ صـ ، (صـ هي مجموعة الأعداد الصحيحة) ، حيث ت (س) = س ، فإنّ ت تطبيق ليس تقابلًا .	أ	ب
٨	النقطة (١ ، ١) تنتمي إلى بيان الدالّة ص = -٢س + ٣	أ	ب

في البنود (٩ - ٢٣) ، لكلّ بند أربعة اختيارات ، واحد فقط منها صحيح ، ظلِّل الإجابة الصحيحة .

٩ إذا كانت ع علاقة معرَّفة على سـ = { ٣ ، ٤ ، ٥ } ، ع = { (٤ ، ٤) } ، فإنّ ع تكون :

أ اِنعكاسية
ب متناظرة وليست متعدّية
ج متناظرة ومتعدّية
د علاقة تكافؤ

.....

١٠ إذا كانت ع علاقة معرَّفة على سـ = { أ ، ب } ، ع = { (أ ، ب) ، (ب ، أ) } ، فإنّ :

أ ع علاقة متناظرة فقط
ب ع علاقة متناظرة ومتعدّية
ج ع علاقة انعكاسية فقط
د ع علاقة تكافؤ

.....

١١ علاقة التوازي على مجموعة مستقيمات هي :

أ علاقة انعكاسية فقط
ب علاقة متناظرة فقط
ج علاقة انعكاسية ومتعدّية
د علاقة تكافؤ

١٢ لتكن سـ = { ١ ، ٤ ، ٢٥ } ، إذا كان التطبيق ت : سـ ⟵ صـ ،
(صـ هي مجموعة الأعداد الصحيحة) ، حيث ت (س) = $\sqrt{\text{س}}$ ، فإنّ ت تطبيق :

أ شامل ومتباين
ب ليس شاملًا وليس متباينًا
ج شامل وليس متباينًا
د متباين وليس شاملًا

.....

١٣ لتكن سـ = { ١ ، ٠ ، -١ } ، التطبيق ن : سـ ⟵ سـ ، حيث ن (س) = س^{٢} - ١ ، فإنّ ن تطبيق :

أ متباين وليس شاملًا
ب شامل ومتباين
ج ليس شاملًا وليس متباينًا
د شامل وليس متباينًا

.....

١٤ إذا كانت سـ = { ١ ، ٢ } ، ت : سـ ⟵ سـ ، فإنّ التطبيق التقابل فيما يلي هو :

أ { (١ ، ١) ، (٢ ، ١) }
ب { (١ ، ١) ، (٢ ، ٢) }
ج { (١ ، ٢) ، (٢ ، ٢) }
د ليس أيّ ممّا سبق صحيحًا .

.....

١٥ إذا كان التطبيق ن : صـ ⟵ { ٣ } ، حيث (صـ هي مجموعة الأعداد الصحيحة) ،
ن (س) = ٣ ، فإنّ ن تطبيق :

أ شامل ومتباين
ب ليس شاملًا وليس متباينًا
ج شامل وليس متباينًا
د متباين وليس شاملًا

.....

١٦ إذا كان التطبيق ن : ط ⟵ ط ، حيث (ط هي مجموعة الأعداد الكلّية) ،
ت (س) = ٢س ، فإنّ ت تطبيق :

أ ليس شاملًا وليس متباينًا
ب متباين وليس شاملًا
ج شامل وليس متباينًا
د تقابل

.....

١٧ ليكن التطبيق ت : ح ⟵ ح ، حيث ت (س) = ٢ + ٥س . إذا كان ت (أ) = ٢ ، فإنّ أ تساوي :

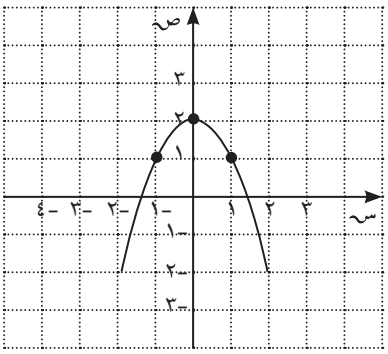
أ ٥
ب صفر
ج ٧
د ٣

.....

١٨ إذا كانت النقطة (-٢ ، ١) تنتمي إلى بيان الدالة : ص = أ س + ٣ ، فإنّ أ تساوي :

أ ١
ب -١
ج ٢
د -٢

١٩ يمثّل الشكل المقابل بيان الدالّة :



أ ص = س^{٢} + ٢

ب ص = - س^{٢} + ٢

ج ص = - (س^{٢} + ٢)

د ص = س^{٢} - ٢

٢٠ بيان الدالّة ص = (س - ٢)^{٢} - ٤ ، يمثّل بيان الدالّة ص = س^{٢} تحت تأثير :

أ إزاحة أفقية بمقدار ٢ وحدة إلى اليسار ، وإزاحة رأسية بمقدار ٤ وحدات إلى الأسفل .

ب إزاحة أفقية بمقدار ٢ وحدة إلى اليمين ، وإزاحة رأسية بمقدار ٤ وحدات إلى الأسفل .

ج إزاحة أفقية بمقدار ٤ وحدات إلى اليسار ، وإزاحة رأسية بمقدار ٢ وحدة إلى الأعلى .

د إزاحة أفقية بمقدار ٢ وحدة إلى اليمين ، وإزاحة رأسية بمقدار ٤ وحدات إلى الأعلى .

٢١ معادلة خطّ التماثل لمنحنى الدالّة د : د (س) = س^{٢} هي .....

أ س = ١ ب س = ٠ ج ص = ١ د ص = ٠

٢٢ معادلة خطّ التماثل لمنحنى الدالّة د : د (س) = (س - ٢)^{٢} هي .....

أ س = ٠ ب س = ٢ ج س = -٢ د س = -٤

٢٣ نقطة رأس منحنى الدالّة : ص = - (س - ٣)^{٢} + ٤ هي .....

أ (-٣ ، ٤) ب (٣ ، -٤) ج (٣ ، ٤) د (-٣ ، -٤)

في البنود (٢٤ - ٢٥) ، اِختر من القائمة (٢) ما يناسب كلّ بند من القائمة (١) لتحصل على عبارة صحيحة .

القائمة (١)	القائمة (٢)
٢٤ إذا كان التطبيق ت : صـ ← صـ (مجموعة الأعداد الصحيحة) ، ت (س) = س^{٢} ، فإنّ ت	أ شامل وليس متباينًا . ب متباين وليس شاملًا . ج ليس شاملًا وليس متباينًا . د تطبيق تقابل .
٢٥ إذا كان التطبيق ن : { -٢ ، ٠ ، ٢ } ← { -١ ، ٠ ، ١ } حيث ن (س) = $\frac{١}{٢}$ س ، فإنّ ن	