تم تحميل هذا الملف من موقع المناهج الكويتية

almanahj.com/kw

موقع المناهج الكويتية

عذاري الهاجري

الملف البرنامج التدريبي للوحدة الثانية التحليل والمعادلات
موقع المناهج ⇦ ملفات الكويت التعليمية ⇦ الصف التاسع ⇦ رياضيات ⇦ الفصل الثاني

روابط مواقع التواصل الاجتماعي بحسب الصف التاسع			
روابط مواد الصف التاسع على تلغرام			
التربية الاسلامية	اللغة العربية	اللغة الانجليزية	الرياضيات

المزيد من الملفات بحسب الصف التاسع والمادة رياضيات في الفصل الثاني	
1	مراجعة شاملة
2	الكتاب الثاني
3	توقعات ليلة الامتحان القصير الثاني (أسئلة)
4	مراجعة شاملة
5	تدريبات مهمة جدا ومبسطة

ضمن المرحلة الثانية من البرنامج التدريبي لكتب الرياضيات الجديدة (المعايير) للمرحلة المتوسطة

الوحدة الثانية للصف التاسع

إعداد و تقديم : الموجهة الفنية / عذاري الهاجري

الوحدة التعليمية الثانية

التحليل والمعادلات

المحتوى		رقم الصفحة
معايير المنهج ومؤشّرات الأداء للوحدة التعليمية الثانية		٦٦
مخطّط تنظيمي للوحدة التعليمية الثانية		٦٧
هل أنت مستعدّ ؟ للوحدة التعليمية الثانية		٦٨
(٣ - ١) تحليل الفرق بين مكعّبَين أو مجموعهما	حصتان	٧٠
(٣ - ٢) تحليل الحدودية الثلاثية : س^{٢} + ب س + جـ	حصتان	٧٥
(٣ - ٣) تحليل الحدودية الثلاثية : أ س^{٢} + ب س + جـ ، أ ≠ ١	حصتان	٨١
(٣ - ٤) تحليل المربّع الكامل	حصص 3	٨٦
(٣ - ٥) تحليل الحدودية الرباعية	حصتان	٩٤
(٣ - ٦) حلّ معادلة من الدرجة الثانية في متغيّر واحد	حصص 4	٩٨
تقويم الوحدة التعليمية الثانية	حصة	١٠٦
المشروع الأوّل		١١٣

موقع المناهج الكويتية almanahj.com/kw

معايير المنهج ومؤشرات الأداء للوحدة التعليمية الثانية

المجال	معايير المنهج	مؤشّر الأداء
العدّ والجبر	تمثيل وتحليل المواقف والبنى الرياضية باستخدام الرموز الجبرية .	العمل الجَماعي – الاستكشاف والتقصّي – التذكّر – التعرّف – الفهم – المقارنة والتمييز – التمثيل – النمذجة – التحليل والتركيب – القوانين
	فهم الأنماط والعلاقات والدوالّ .	التعاون – المشاركة – الاستنتاج – الترميز والبرمجة – حلّ المشكلات – الاستدلال – القيادة – اِتّخاذ القرار – الاستكشاف والتقصّي

موقع المناهج الكويتية almanahj.com/kw

مخطّط تنظيمي للوحدة التعليمية الثانية

المناهج الكويتية
almanahj.com/kw

هل أنت مستعدّ ؟

١ أوجد العامل المشترك الأكبر (ع . م . ا) لكلّ ممّا يلي :

(أ) ١٤ ، ٧

(ب) ٦س٢ ، ٨س٣

٢ حلّل ما يلي تحليلًا تامًّا :

(أ) ٣س٢ − ٨س

(ب) ص٢ − ٤

٣ أوجد ناتج كلّ ممّا يلي :

(أ) $\sqrt{\frac{-٨}{٢٧}}^{٢}$

(ب) $\sqrt{٠,٠٦٤}^{٢}$

٤ اختصر ما يلي :

(أ) $(٣^{٢})^{٢}$

(ب) $(٧^{٥})^{٢}$

(ج) $(ص^{٣})^{٢}$

(د) $(س^{٢} ص^{٣})^{٢}$

٥ أوجد ناتج كلّ ممّا يلي :

(أ) س (س − ٣)

(ب) ٢ (٢س٢ − ٧س + ٥)

(ج) (٣س − ١) × (س − ٤)

(د) (٣ص − ١) × (٢ص − ١)

(هـ) (س + ٥)٢

(و) (س − ص)(س٢ + س ص + ص٢)

٦ أوجد مجموعة حلّ كلّ من المعادلات الآتية في ح :

(أ) ٦ س + ١ = ٨ س

(ب) س٢ − ١٦ = ٠

موقع المناهج الكويتية
anahj.com/kw

٧ أوجد مساحة منطقة مربّعة طول ضلعها (س − ٣) سم .

٨ منطقة مستطيلة أبعادها موضّحة في الشكل المقابل. أوجد مساحتها .

(س + ٢) سم

(س + ٥) سم

٢-١ تحليل الفرق بين مكعّبَين أو مجموعهما

Factorising the Difference Between Two Cubes or Their Sum

موقع المناهج الكويتية
almanahj.com/kw

المعيار : تمثيل وتحليل المواقف والبنى الرياضية باستخدام الرموز الجبرية .

نواتج التعلم : تحليل الفرق ومجموع مكعبين .

مؤشرات الأداء :

- يستكشف قاعدة الفرق بين مكعبين عمليا .
- يستنتج تحليل الفرق بين مكعبين جبريا .
- يستخدم قانون الفرق بين مكعبين لتحليل مجموع مكعبين .
- يحلل فرق بين مكعبين تحليلا تاما .
- يحلل مجموع مكعبين تحليلا تاما.

٢ - ١ تحليل الفرق بين مكعّبَين أو مجموعهما

Factorising the Difference Between Two Cubes or Their Sum

سوف تتعلم : تحليل الفرق بين مكعّبين وتحليل مجموع مكعّبين .

العبارات والمفردات :

تحليل	Factorising	مجموع مكعّبين	Sum of Two Cubes
الفرق بين مكعّبين	Difference Between Two Cubes		

استكشف

أنتج مصنع الإسفنج قطعة مكعّبة الشكل طول حرفها (س) وحدة طول ، كما في الشكل (أ) .

ومن أحد رؤوسها تمّ قطع مكعّب صغير طول حرفه (ص) وحدة طول ، كما في الشكل (ب) .

الشكل (أ)

الشكل (ب)

الشكل (ج)

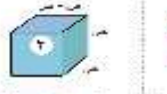
- أحسب كلًا من : حجم المكعّب الكبير = ... × ..... × ..... = ... وحدة مكعّبة

حجم المكعّب الصغير = ... × ..... × ..... = ... وحدة مكعّبة

حجم الجزء المتبقي = س³ − ص³ وحدة مكعّبة

يُسمّى المقدار س³ − ص³ فرقًا بين مكعّبين ، كما في الشكل (ج) .

وكذلك يمكن التوصل إلى حجم "الجزء المتبقي من قطعة الإسفنج بتجزئتها إلى ثلاثة مجسّمات (١) ، (٢) ، (٣) انظر بنيها على شكل شبه مكعّب معلومة أبعاده كما يلي .



حجم الجزء المتبقي = حجم الجزء (١) حجم الجزء (٢) حجم الجزء (٣)

س³ − ص³ = ... (س − ص) + ... (س − ص) + ... (س − ص)

= (س − ص) (س² + ... + ...)

تحقق جبريًا : (س − ص) (س² + س ص + ص²)

= س (س² + س ص + ص²) − ص (س² + س ص + ص²)

= س³ + س² ص + س ص² − ص س² − س ص² − ص³ = س³ − ص³

مما سبق ، نستنتج أنه لتحليل الفرق بين مكعّبين س³ − ص³ نتّبع القاعدة الآتية :

س³ − ص³ = (س − ص) (س² + س ص + ص²)

أي أنّ الفرق بين مكعّبي حدّين يُحلّل إلى حاصل ضرب عاملين كما يلي :

(الحدّ الأول − الحدّ الثاني) (مربّع الحدّ الأول + الحدّ الأول × الحدّ الثاني + مربّع الحدّ الثاني)

يمكن استخدام قانون "الفرق بين مكعّبين لتحليل المقدار س³ − ص³

يُكتب المقدار س³ + ص³ على الصورة س³ − (− ص)³

س³ − ص³ = س³ − (− ص)³

= (س − (− ص)) (س² + س (− ص) + (− ص)²)

= (س − ص) (س² − س ص + ص²)

∴ س³ + ص³ = (س + ص) (س² − س ص + ص²)

يُسمّى المقدار س³ + ص³ مجموع مكعّبين

معلومة مفيدة :

الإسفنج الصناعي يتمّ استخراجه من حيوان الإسفنج البحري ، ولكنّ الإسفنج المستخدم في عالمنا هو عبارة عن مادة صناعية يتمّ تصنيعها من سيليلوز ألياف الخشب ، أو البوليمرات البلاستيكية الرغوية .

أي أن مجموع مكعّبي حدّين يُحلّل إلى حاصل ضرب عاملين كما يلي :

(الحدّ الأول − الحدّ الثاني) (مربّع الحدّ الأول − الحدّ الأول × الحدّ الثاني + مربّع الحدّ الثاني)

مثال (٢) :

حلّل كلًّا مما يلي تحليلًا تامًّا :

(١) س³ − ٢٧

الحلّ :

س³ − ٢٧ = (س − ٣) (س² + ٣ س + ٩)

(٢) ٦٤ − ب³

الحلّ :

٦٤ − ب³ = (٤ − ب) (١٦ + ٤ ب + ب²)

(ج) ١ − م³ ن³

الحلّ :

١ − م³ ن³ = (١ − م ن) (١ + م ن + م² ن²)

انتبه

١ = ١¹	٦٤ = ٦⁴
١ = ١⁰	٦٤ = ٤³

لاحظ أن

ن³ = (ن)³

ن⁶ = (ن²)³

دورك الآن (١)

حلّل كلًّا مما يلي تحليلًا تامًّا :

① س^{٢} − ٦٤ = (..... − ٤) (..... + ... + ١٦)

② ١ − ٨ ص^{٣} = (..... − ٢ ص) (..... + ... + ...)

③ ٨ ن^{٣} + ٢٧ م^{٣} = (..... + ...) (..... − ..... + ...)

مثال (٢) :

حلّل كلًّا مما يلي تحليلًا تامًّا :

① ٥٤ ص − ٢ص^{٤}

الحل :

٥٤ ص − ٢ص^{٤} = ٢ ص (٢٧ − ص^{٣})

= ٢ ص (٣ − ص) (٩ + ٣ص + ص^{٢})

② ٠,٠٠٨ − س^{٣}

الحل :

٠,٠٠٨ − س^{٣} = (٠,٢ − س) (٠,٠٤ + ٠,٢ س + س^{٢})

③ $\frac{١}{٨}$ أ^{٣} + ١

الحل :

$\frac{١}{٨}$ أ^{٣} + ١ = ($\frac{١}{٢}$ أ + ١) ($\frac{١}{٤}$ أ^{٢} − $\frac{١}{٢}$ أ + ١)

انتبه

في الحدين، نبدأ باستخراج العامل المشترك الأكبر إن وجد.

دورك الآن (٢)

حلّل كلًّا مما يلي تحليلًا تامًّا :

① ٣ ع^{٣} − ٨١ = ٣ (ع^{٣} − .....)

= ٣ (ع − .....) (..... + ٣ ع + ...)

② ٢ س^{٣} + ١٦ س = (..... + ٨)

= ..... (..... + ٢) (..... − ..... + ...)

③ ٥ − ٤٠ م^{٣} = ... (١ − ..... م^{٣})

= ..... (١ − ..... م) (.....)

دورك الآن (٣)

حلّل كلًّا مما يلي تحليلًا تامًّا :

① $\frac{٢٧}{١١}$ + ن^{٣} = (..... + ن^{٣}) (..... − ..... + ن^{٢})

② $\frac{١}{١٢٥}$ أ^{٣} − $\frac{٨}{٢٧}$ ب^{٣} = ($\frac{١}{٥}$ أ − $\frac{٢}{٣}$ ب) (..... + ... + ...)

③ س^{٣} − ١٢٥ ص^{٣} = (س − ..... ص) (..... + ... س ص + ... ص^{٢})

عبّر عن فهمك

هل يمكن تحليل (م^{٣} − ن^{٣}) بطريقتين مختلفتين ؟ وضّح ذلك .

.....

.....

.....

دورك الآن (٤)

صندوق من شكل شبه مكعب حجمه (٨^{٣} − ٢٧) متر مكعب وارتفاعه (٢ − ٣) متر . وظّف مفهوم التحليل لإيجاد مساحة قاعدته .

تذكر

حجم شبه المكعب = مساحة القاعدة × الارتفاع

.....

.....

.....

.....

تمارين ذاتية :

١ حلّل كلًّا مما يلي تحليلًا تامًّا :

① أ^{٣} + ١ = ...

② ب^{٣} − ٨ = ...

③ ٨ ل^{٣} − ١٢٥ = ...

④ ١ − ٢٧ هـ^{٣} = ...

⑤ ل^{٣} م^{٣} + ن^{٣} = ...

⑥ ١٢٥ س^{٣} − ٦٤ ص^{٣} ع^{٣} = ...

٢ حلّل كلًّا ممّا يلي تحليلًا تامًّا :

(أ) ٠,٠٢٧ − ٠,٠٠١ ص^{٣} = ...

(ب) $\frac{٨}{٢٧}$ ٢ − $\frac{١}{٦٤}$ ب^{٣} = ...

(ج) ٥٤ ب^{٣} − ٢ ب = ...

(د) ٨١ ك^{٢} + ٣٦ هـ^{٢} = ...

(هـ) ٣ س^{٣} − ٢٤ س^{٢} = ...

(و) ١٦ س^{٤} − ٥٤ س ص^{٣} = ...

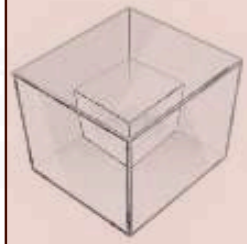
مهارات تفكير عليا :

٣ يريد فهد تخزين هدية داخل صندوق مكعّب الشكل طول ضلعه (س + ١) سم . لكنّه يحتاج إلى وضع صندوق آخر مكعّب الشكل أصغر منه طول ضلعه (س) سم ، وملء الفراغ المتبقّي بالزينة . كم حجم الفراغ المتبقّي ؟

.....

.....

.....



٤ اختر الإجابة الصحيحة :

صندوق على شكل شبه مكعّب مساحة قاعدته (س^{٢} − ٣س − ٤) متر مربع وارتفاعه (س − ٢) متر . فإنّ حجمه بالمتر المكعّب يساوي :

(أ) (س^{٢} + ٨) (ب) (س^{٢} + ١٦)

(ج) (س^{٢} − ٨) (د) (س^{٢} − ١٦)

موقع المناهج الكويتية
almanahj.com/kw

مهارات تفكير عليا :

٣ يريد فهد تخزين هديّة داخل صندوق مكعّب الشكل طول ضلعه (س + ١) سم . لكنّه يحتاج إلى وضع صندوق آخر مكعّب الشكل أصغر منه طول ضلعه (س) سم .
وملء الفراغ المتبقّي بالزينة . كم حجم الفراغ المتبقّي ؟

.....

.....

.....

.....

٤ إختر الإجابة الصحيحة :
صندوق على شكل شبه مكعّب مساحة قاعدته (س^{٢} – ٣س + ٤) متر مربّع وارتفاعه (س + ٢) متر ، فإنّ حجمه بالمتر المكعّب يساوي :

أ (س^{٣} + ٨)　　ب (س^{٣} + ١٦)

ج (س^{٣} – ٨)　　د (س^{٣} – ١٦)

موقع المناهج الكويتية
almanahj.com/kw

حجم الفراغ المتبقي = (س +1) ^{3} – (س)^{3}

= (س + 1) (س^{2} + س + 1) (س + 1) – س

= (س^{2} + س + 1) (س + 1)

= س^{2} + س^{2} + س + س^{2} + 2 س + 1

= 3 س^{2} + 3 س + 1 سم^{3}

٢ - ٢ تحليل الحدودية الثلاثية : س^{٢} + ب س + جـ

Factorising Trinomial : $x^2 + bx + c$

المعيار : تمثيل وتحليل المواقف والبنى الرياضية باستخدام الرموز الجبرية .

موقع المناهج الكويتية
almanahj.com/kw

نواتج التعلم : تحليل حدودية ثلاثيةعلى الصورة : س^2 +ب س +□ .

مؤشرات الأداء :

- يستكشف تحليل حدودية ثلاثية على الصورة : س^2 + ب س + جـ عمليا باستخدام بطاقات الجبر.
- يستكشف تحليل حدودية ثلاثية على الصورة : س^2 + ب س + جـ جبرياً .
- يحلل حدودية ثلاثية على الصورة : س^2 + ب س + جـ جبرياً .
- يحل تطبيقات حياتية باستخدام تحليل حدودية ثلاثية .

٢ - ٢ تحليل الحدودية الثلاثية : س^{٢} + ب س + جـ
Factorising Trinomial : $x^2 + bx + c$

سوف تتعلّم : تحليل حدودية ثلاثية على الصورة : س^{٢} + ب س + جـ .

العبارات والمفردات :

حدودية ثلاثية	Trinomial

استكشف

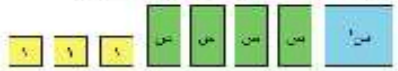
حلّل الحدودية الآتية تحليلًا تامًا باستخدام بطاقات الجبر :

س^{٢} + ٤ س + ٣

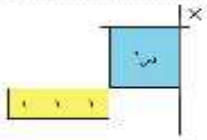
اللوازم :

الخطوة الأولى :

مثّل الحدودية س^{٢} + ٤ س + ٣ ببطاقات الجبر كما يأتي :

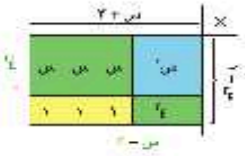


الخطوة الثانية :



ضع البطاقة س^{٢} في زاوية رقعة الضرب ، ورتّب بطاقات ١ . بما أنّ ٣ عدد أوّلي ، فإنّه يمكن ترتيب البطاقات الثلاث بمصفوفة ١ × ٣ كما في الشكل .

الخطوة الثالثة :



أكمل شكل المستطيل في رقعة الضرب ببطاقات س

فيكون بذلك طول المستطيل (س + ٣)

وعرض المستطيل (س + ١)

∴ مساحة المستطيل = (س + ٣) (س + ١)

∴ س^{٢} + ٤ س + ٣ = (س + ٣) (س + ١)

موقع المناهج الكويتية
almanahj.com/kw

تحقق جبريًا

$(س + ٢)(س - ١) = س^{٢} + س \times ١ + ٢ \times س + ٢ \times ١$

$= س^{٢} + ١ س + ٢ س + ٢ \times ١$

$= س^{٢} + (١ + ٢) س + ١ \times ٢$

$= س^{٢} + ٣ س + ٢$

عندما نكتب: $س^{٢} + ٣ س + ٢ = (س + ٢)(س + ١)$

نقول: إننا حلَّلنا الحدودية $س^{٢} + ٣ س + ٢$ إلى حاصل ضرب عاملين هما $(س + ٢)$ ، $(س + ١)$

لاحظ: أنَّه لتحليل الحدودية $س^{٢} + ٤ س + ٣$ نحلِّل العدد ٣ إلى عاملين يحققان الشرطين:

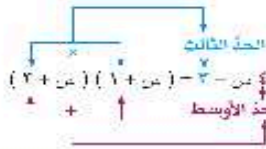
حاصل ضربهما ٣ — الحدّ الثالث

ناتج جمعهما ٤ — معامل الحدّ الأوسط

$٣ - ٣ = ٣ \times ٣$

$٣ + ١ = ٣ \times ١$

كما في الشكل الآتي:



التنبيه

إجمع الحدين المتشابهة.

لتحليل حدودية ثلاثية على الصورة $أ س^{٢} + ب س + جـ$ إلى عواملها:

ابحث عن عددين م ، ن حيث $م ن = أ جـ$ ، $م + ن = ب$

فيكون $أ س^{٢} + ب س + جـ = (أ س + م)(س + ن)$

مثال (١):

حلِّل تحليلًا تامًّا:

(١) $س^{٢} - ٦ س - ٥$

ابحث عن عددين حاصل ضربهما -٥ وناتج جمعهما -٦

الحل:

$س^{٢} + ٦ س - ٥ = (س - ٥)(س + ١)$

(ب) $أ^{٢} - ٧ أ + ١٢$

ابحث عن عددين حاصل ضربهما ١٢ وناتج جمعهما -٧

الحل:

$أ^{٢} - ٧ أ + ١٢ = (أ - ٤)(أ - ٣)$

دورك الآن (١)

حلِّل كلًّا مما يلي تحليلًا تامًّا:

(١) $ص^{٢} - ٨ ص - ٧$

$= (\quad + \quad)(\quad - \quad)$

(ب) $س^{٢} - ٩ س + ١٨$

$= (\ldots\ldots)(\ldots\ldots)$

مثال (٢):

حلِّل تحليلًا تامًّا:

(١) $أ^{٢} - ٢$

ابحث عن عددين حاصل ضربهما (-٢) وناتج جمعهما (١)

الحل:

$أ^{٢} - ٢ = (أ + \sqrt{٢})(أ - \sqrt{٢})$

(ب) $س^{٢} - ٥ س - ١٦$

ابحث عن عددين حاصل ضربهما (-١٦) وناتج جمعهما (-٥)

الحل:

$س^{٢} - ٥ س - ٣٦ = (س - ٩)(س + ٤)$

دورك الآن (٢)

حلِّل كلًّا مما يلي تحليلًا تامًّا:

(١) $س^{٢} + ٢ س - ٣$

$= (\quad)(\quad)$

(ب) $س^{٢} - ٥ س ص - ١٤ ص^{٢}$

$= (\ldots\ldots)(\ldots\ldots)$

دورك الآن (٣)

حلِّل كلًّا مما يلي تحليلًا تامًّا:

(١) $٥ ص^{٢} - ١٥ ص - ٢٠$

$= ٥ (\ldots\ldots)$

$= ٥ (\ldots\ldots)(\ldots\ldots)$

(ب) $- س^{٢} - ٧ س - ١٢$

$= -(\ldots\ldots)$

$=$

انتبه

عند أخذ (-١) كعامل مشترك يصبح ما داخل القوسين هو المكون الجمعي للحدودية.

المناهج الكويتية

عبّر عن فهمك

أعطِ ثلاث قيم مختلفة لـ جـ في الحدودية :
$س^{٢} + ٣ س - جـ$ بحيث يمكن تحليلها الى حاصل ضرب عاملين .

دورك الآن (٤)

حلّل الحدوديات الثلاثية الآتية تحليلًا تامًا :

(أ) $ص^{٢} - ٩ ص - ٢٠$

(ب) $س^{٢} - ١٢ س^{٢} + ٣٢ س$

(ج) $ص^{٢} - ص - ٤٢$

(د) $س^{٢} - ٧ س ف - ١٨ ف^{٢}$

عبّر عن فهمك

يقول حسين : إنّ تحليل الحدودية $س^{٢} + ٤ س - ٢١$ هو $(س - ٣) (س + ٧)$
بينما يقول حمود : إنّ تحليلها هو $(س + ٣) (س - ٧)$.
أيّهما على صواب ؟ فسّر إجابتك .

تمارين ذاتية :

١ أكمل بوضع (+) أو (−) في كلّ ممّا يلي :

(أ) $س^{٢} \square ٥ س + ٦ = (س \square ٢) (س \square ٣)$

(ب) $س^{٢} \square ٨ س + ١٢ = (س \square ٢) (س \square ٦)$

٢ حلّل كلًّا ممّا يلي تحليلًا تامًا :

(أ) $س^{٢} - ٤ س - ٢١$

(ب) $س^{٢} - ٦ س + ٨$

(ج) $ص^{٢} - ٧ ص - ٣٠$

(د) $س^{٢} - ٥ س - ٦$

(هـ) $س^{٢} - ٥٦ - س$

(و) $س^{٢} + ٧ س - ٤٤$

(ز) $ب^{٢} - ١٠ ب ك + ١٦ ك^{٢}$

(ح) $م^{٢} + ١٥ م ن + ٥٤ ن^{٢}$

(ط) $ص^{٢} - ١٧ ص^{٢} + ٣٠ ص^{٢}$

(ي) $-٢ س^{٢} + ٢ س + ٤$

٣ يُنتج مصنع للألومينيوم نوافذ مختلفة الأشكال .
إحدى هذه النوافذ مستطيلة الشكل مساحة سطحها الأمامي يساوي $(س^{٢} + ٩ س + ٣٠)$ وحدة مربعة.
أوجد بعدَي السطح الأمامي للنافذة بدلالة س .

موقع المناهج الكويتية
almanahj.com/kw

س + 1

س + 5

مساحة المستطيل =س ^{2} + 6 س + 5

= (س +1) (س +5)

محيط المستطيل = 2 (س + 1) + 2 (س + 5)

= 2س+2 +2س + 10

= 4س +12

موقع المناهج الكويتية
almanahj.com/kw

ع . م . أ = 2س

الارتفاع = ع . م . أ

حجم شبه المكعب = 2 س (س^2 + 5 س + 6)

= 2 س (س + 2) (س + 3)

٢ - ٣

تحليل الحدودية الثلاثية : أ س^{٢} + ب س + جـ ، أ ≠ ١

Factorising Trinomials : $a x^2 + b x + c,\ a \neq 1$

المعيار : تمثيل وتحليل المواقف والبنى الرياضية باستخدام الرموز الجبرية .

نواتج التعلم : تحليل حدودية ثلاثية على الصورة : س^2 +ب س + ، حيث 1

موقع المناهج الكويتية
almanahj.com/kw

مؤشرات الأداء :

- يستكشف تحليل حدودية ثلاثية على الصورة : س^2 +ب س + حيث 1 عمليا باستخدام بطاقات الجبر.
- يستكشف تحليل حدودية ثلاثية على الصورة : س^2 +ب س + حيث 1 جبريا .
- يحلل حدودية ثلاثية على الصورة س^2 +ب س + حيث 1 الى عواملها.
- يتحقق من صحة التحليل .

موقع
المناهج الكويتية
almanahj.com/kw

٢ - ٣

تحليل الحدودية الثلاثية : أ س^{٢} + ب س + جـ ، أ ≠ ١

Factorising Trinomials : a x^2 + b x + c, a ≠ 1

سوف تتعلّم : تحليل حدودية ثلاثية على الصورة : أ س^{٢} + ب س + جـ ، حيث أ ≠ ١

استكشف

حلّل الحدودية الآتية تحليلًا تامًا باستخدام بطاقات الجبر :

٢ س^{٢} + ٥ س + ٣

اللوازم

بطاقات الجبر

س^{٢}	س × س
س	١ × س
١	١ × ١

الخطوة الأولى :

مثّل الحدودية ببطاقات الجبر كما يلي :

الخطوة الثانية :

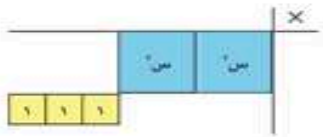
في زاوية رقعة الضرب، ضَع بطاقات س^{٢} .

كذلك ضَع بطاقات ١ على شكل مصفوفة.

بما أنّ ٣ عدد أوّلي ، فإنّه يمكن ترتيب

البطاقات الثلاث بمصفوفة ١ × ٣

كما في الشكل .



الخطوة الثالثة :

أكمِل شكل المستطيل على رقعة الضرب ببطاقات س .

فنلاحظ أنّ : طول المستطيل = ٢ س + ٣

وعرض المستطيل = س + ١

∴ مساحة المستطيل = (٢ س + ٣) (س + ١)

∴ ٢ س^{٢} + ٥ س + ٣ = (٢ س + ٣) (س + ١)

تحقّق جبريًا

أوجد ناتج ضرب (٢س – ٣) (س – ١)

الحلّ :

(٢س – ٣) (س – ١) = ٢س^{٢} – ٢س – ٣س + ٣

= ٢س^{٢} – ٥س + ٣

أي أنّ ٢س^{٢} – ٥س + ٣ = (٢س – ٣) (س – ١)

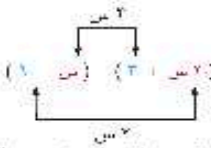
نلاحظ أنّنا حلّلنا ٢س^{٢} – ٥س + ٣ إلى عاملين (٢س – ٣) ، (س – ١) حيث إنّ

الحدّ الأوّل ٢س^{٢} في المقدار الثلاثي هو ناتج ضرب ٢س × س

الحدّ الثالث (المطلق) ٣ في المقدار الثلاثي هو ناتج ضرب ٣ × ١

الحدّ الأوسط ٥س هو ناتج جمع (٢س × ١) + (٣ × س) أي

[حاصل ضرب طرفي عاملي تحليل المقدار وهما (٢س ، ١) + حاصل ضرب وسطي عاملي التحليل للمقدار الثلاثي وهما (٣ ، س)]



حيث ٢س^{٢} + ٥س – ٣ = (٢س – ٣) (س – ١)

٣س + ٢س = ٥س = الحدّ الأوسط

∴ ٢س^{٢} + ٥س – ٣ = (٢س – ٣) (س – ١)

مثال توضيحي

حلّل تحليلًا تامًا :

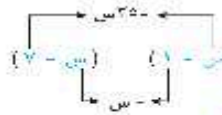
٥س^{٢} – ١٢س + ٧

الحلّ :

الحدّ الأوّل : ٥س^{٢} عوامل الحدّ الأوّل هي ٥س ، س

الحدّ الأوسط : – ١٢س (سالب)

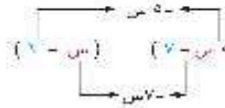
الحدّ الثالث : ٧ (موجب) عوامل الحدّ الثالث هي – ٧ ، – ١



المحاولة الأولى ٥س^{٢} – ١٢س + ٧ = (٥س – ٧) (س – ١)

نلاحظ أنّ الحدّ الأوسط الناتج (– ٣٥ س) وهو لا يساوي الحدّ الأوسط للمقدار الثلاثي المطلوب (– ١٢ س) .

∴ المحاولة ليست صحيحة : لذلك نبدّل موضع العاملين – ٧ ، – ١



المحاولة الثانية ٥س^{٢} – ١٢س + ٧ = (٥س – ٧) (س – ١)

نلاحظ أنّ الحدّ الأوسط الناتج (– ١٢س) وهو مساوٍ للحدّ الأوسط للمقدار الثلاثي المطلوب .

∴ المحاولة صحيحة

∴ ٥س^{٢} – ١٢س + ٧ = (٥س – ٧) (س – ١)

مثال (٢) :

حلّل تحليلًا تامًا :

٣س^{٢} – ٧س – ٤

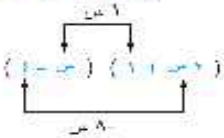
الحلّ :

الحدّ الأوّل : ٣س^{٢} عوامل الحدّ الأوّل هي ٣س ، س

الحدّ الأوسط : – ٧س (سالب)

الحدّ الثالث : – ٤ (سالب) عوامل الحدّ الثالث هي – ٤ ، ١

أو ٤ ، – ١ أو ٢ ، – ٢



– ٨س + ٣س = – ٥س = الحدّ الأوسط

∴ ٣س^{٢} – ٧س – ٤ = (٣س + ١) (س – ٤)

موقع المناهج الكويتية
mnahj.com/kw

دورك الآن (١)

حلّل تحليلًا تامًّا كلًّا مما يلي :

(أ) ٥ س^{٢} + ٨ س ص + ٣ = (... + ...) (... − ...)

(ب) ٢ هـ^{٢} − ٣ هـ ﻫ − ٥ ﻫ^{٢} = (... − ...) (... − ...)

(ج) ٣ س^{٢} + ٧ س ص − ٦ ص^{٢} = (... − ...) (... + ...)

تنبيه

يمكن إجراء التحليل ، تحقَّق من صحَّته .

مثال (٢) :

حلّل تحليلًا تامًّا :

٦ س^{٢} − ١٩ س ص + ١٠ ص^{٢}

الحل :

الحدّ الأول : ٦ س^{٢} عوامل الحدّ الأول هي ٦ س ، س
أو ٢ س ، ٣ س

الحدّ الأوسط : − ١٩ س ص (تعامل)

الحدّ الثالث : + ١٠ ص^{٢} عوامل الحدّ الثالث هي − ٢ ص ، − ٥ ص
أو ص ، − ١٠ ص

− ١٥ س ص

(٢ س − ٥ ص) (٣ س − ٢ ص)

− ٤ س ص

− ١٥ س ص + (− ٤ س ص) = − ١٩ س ص = الحدّ الأوسط

٦ س^{٢} − ١٩ س ص + ١٠ ص^{٢} = (٢ س − ٥ ص) (٣ س − ٢ ص)

دورك الآن (٢)

حلّل تحليلًا تامًّا كلًّا مما يلي :

(أ) ٤ س^{٢} − ٤ س − ٣ = ...

(ب) ٧ ك^{٢} − ١١ ك ل − ٦ ل^{٢} = ...

(ج) ٤٢ ص^{٢} − ٣٢ ص + ٦ = ٢ (..... ....)
= ٢ (...) (...)

(د) ١٢ ع^{٢} − ٥ ع^{٢} − ٨ ع = ...
= .....

عبّر عن فهمك

أوجد قيمتين للعامل ك تسمحان بتحليل المقدار :
٤ س^{٢} + ك س + ١٠

تمارين ذاتية :

حلّل تحليلًا تامًّا كلًّا مما يلي :

١ ٣ س^{٢} + ١٦ س + ٥

٢ ١١ ل^{٢} − ١٢ ل − ١

٣ ٧ ك^{٢} − ١١ ك − ٢١

٤ ٨ ص^{٢} + ١٠ ص ل − ٣ ل^{٢}

٥ ٢٥ س^{٢} + ١٠ س − ١٥

٦ ٦ س^{٢} − ٥ س ص − ص^{٢}

٧ ٢١ ف^{٢} − ٧٠ ف + ٢٩

٨ ٤ هـ^{٢} + ١٢ هـ − ٩

موقع المناهج الكويتية
almanahj.com/kw

٢ - ٤ تحليل المربع الكامل
Factorising Perfect Square

المعيار : تمثيل وتحليل المواقف والبنى الرياضية باستخدام الرموز الجبرية .

موقع المناهج الكويتية
almanahj.com/kw

نواتج التعلم : تحليل المربع الكامل ، و التحليل باكمال المربع .

مؤشرات الأداء :

- يستكشف تحليل المربع الكامل باستخدام بطاقات الجبر.
- يستكشف تحليل المربع الكامل جبريا.
- يحدد ما اذا كانت الحدودية الثلاثية المعطاة مربعا كامل ام لا.
- يستنتج اكمال مربع الحد9دية على الصورة $س^2$ +ب س الى مربع كامل .
- يكمل حدودية على الصورة $س^2$ + ب س الى مربع كامل.
- يحلل حدودية بطريقة اكمال مربع.

٢ - ٤ تحليل المربّع الكامل
Factorising Perfect Square

سوف نتعلّم : تحليل المربّع الكامل ، والتحليل باكمال المربّع .

العبارات والمفردات :

مربع كامل	Perfect Square
إكمال المربع	Completing the Square

استكشف

حلّل الحدودية الاتية تحليلًا تامًا باستخدام بطاقات الجبر :

س^{٢} − ٤ س − ٤

اللوازم :

بطاقات الجبر

س^{٢}	س × س	١
س	١ × س	٢
١	١ × ١	١

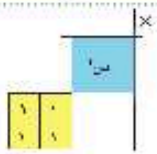
الخطوة الأولى :

مثّل الحدودية س^{٢} + ٤ س + ٤ ببطاقات الجبر كما يلي :

الخطوة الثانية :

في زاوية رقعة الضرب ، ضع بطاقة س^{٢} .

كذلك ضع بطاقات ١ على شكل مصفوفة كما في الشكل :



الخطوة الثالثة :

أكمل شكل المربع على رقعة الضرب ببطاقات س .

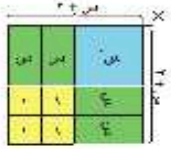
نلاحظ أن طول ضلع المربع = س + ٢

∴ مساحة المربع = (س + ٢) (س + ٢)

= (س + ٢)^{٢}

∴ س^{٢} + ٤ س + ٤ = (س + ٢) (س + ٢)

= (س + ٢)^{٢} (تحقق جبريًا)



أكمل ما يلي :

(أ + ب)^{٢} = ... + ... + ...

(أ − ب)^{٢} = ... − .....

(أ ± ب)^{٢} = أ^{٢} ± ٢ أ ب + ب^{٢} يُسمّى ذلك مربعًا كاملًا .

- مربع الحدّ الأوّل
- ٢ × الحدّ الأوّل × الحدّ الثاني
- مربع الحدّ الثاني

تحليل المربع الكامل

أ^{٢} − ٢ أ ب + ب^{٢} = (أ − ب)^{٢}

- الجذر التربيعي الموجب للحدّ الأوّل
- إشارة الحدّ الأوسط
- الجذر التربيعي الموجب للحدّ الثالث

∴ لتحليل الحدودية س^{٢} + ٤ س + ٤ بالطريقة الجبرية :

- الجذر التربيعي الموجب الحدّ الأوّل = س
- الجذر التربيعي الموجب الحدّ الأخير = ٢

∴ س^{٢} + ٤ س + ٤ = (س + ٢)^{٢}

وهذا المقدار (س^{٢} + ٤ س + ٤) يُسمّى مربعًا كاملًا .

وسنقتصر دراستنا في هذا الكتاب على الطريقة الجبرية فقط .

مثال (١) :

حدّد ما إذا كانت الحدودية الثلاثية الآتية مربعًا كاملًا أم لا ؟ ثمّ حلّل الحدودية إذا كانت مربعًا كاملًا .

س^{٢} + ١٠ س + ٢٥

الحلّ :

- هل س^{٢} مربع كامل ؟ **الإجابة :** نعم ، وجذره التربيعي الموجب = س
- هل ٢٥ مربع كامل ؟ **الإجابة :** نعم ، وجذره التربيعي الموجب = ٥
- هل الحدّ الأوسط ضعف حاصل ضرب س × ٥ ؟

الإجابة : نعم ، حيث ٢ × س × ٥ = ١٠ س (الحدّ الأوسط)

∴ الحدودية الثلاثية س^{٢} + ١٠ س + ٢٥ مربع كامل

∴ س^{٢} + ١٠ س + ٢٥ = (س + ٥)^{٢}

موقع المناهج الكويتية
manahj.com/kw

دورك الآن (١)

أيّ من الحدوديات الثلاثية الآتية تمثّل مربعًا كاملًا :

(أ) $س^{٢} - ١٤ س + ٤٩$

(ب) $ص^{٢} - ٢ ص - ٩$

(ج) $٩ س^{٢} - ٦ س - ١$

(د) $٤ س^{٢} + ٣٦ س - ٩$

دورك الآن (٢)

حلّل كلًّا ممّا يلي تحليلًا تامًّا :

(أ) $ص^{٢} - ٨ ص - ١٦$

$= (\ldots\ldots + \ldots\ldots)^{٢}$

(ب) $١٦ ب^{٢} - ٢٤ ب + ٩$

$= (\ldots\ldots - \ldots\ldots)^{٢}$

(ج) $ص^{٢} - ١٦ ص + ٦٤$

(د) $١ - ١٠ س + ٢٥ س^{٢}$

مثال (٢) :

حلّل تحليلًا تامًّا : $٢٠ س^{٣} - ٢٠ س + ٥$

الحلّ :

$٢٠ س^{٣} - ٢٠ س + ٥$

$= ٥ (٤ س^{٣} - ٤ س + ١)$ (وأخذ العامل المشترك)

$= ٥ (٢ س - ١)^{٢}$

تذكّر

إخراج العامل المشترك الأكبر لِـ (جـ) .

دورك الآن (٣)

حلّل كلًّا ممّا يلي تحليلًا تامًّا :

(أ) $٩ س^{٢} - ٦ س ص + ص^{٢}$

(ب) $٤ ب^{٢} جـ - ٨ ب^{٢} جـ + ٤ ب^{٢} جـ^{٢}$

مثال (٣) :

أوجد قيمة جـ التي تجعل الحدودية الثلاثية الآتية مربعًا كاملًا :

$٩ س^{٢}$ جـ $س ص + ٤٩ ص^{٢}$

الحلّ :

الجذر التربيعي الموجب للحد الأول $= ٣ س$ ،

الجذر التربيعي الموجب للحد الثالث $= ٧ ص$ ،

الحد الأوسط $= + ٢ \times ٣ س \times ٧ ص$

جـ $س ص = ٤٢ س ص$

$\therefore$ جـ $= ٤٢$ أو جـ $= -٤٢$

دورك الآن (٤)

وظّف مفهوم المربّع الكامل لإيجاد قيمة كلّ ممّا يلي :

$(١٠١)^{٢} = (١٠٠ + \ldots\ldots)^{٢}$

$= (١٠٠)^{٢} + ٢ \times ١٠٠ \times \ldots\ldots + (\ldots\ldots)^{٢}$

$= ١٠٠٠٠ + \ldots\ldots + \ldots\ldots$

موقع المناهج الكويتية
manahj.com/kw

عبّر عن فهمك

إذا كان المقدار $س^{٢} + ٦ س +$ جـ مربّعًا كاملًا، هل يمكن إيجاد قيمة جـ ؟ فسّر إجابتك .

إكمال المربّع

تعلم أنّ الحدودية $ص^{٢} + ب س +$ جـ مربّع كامل إذا كان :

$س^{٢} + ب س -$ جـ $= (س + \sqrt{\text{جـ}})^{٢}$

لكنّ الحدودية $س^{٢} + ب س$ ليست مربّعًا كاملًا

لنفترض عند إضافة جـ يصبح مربّعًا كاملًا

$س^{٢} + ب س +$ جـ $- (س + \sqrt{\text{جـ}})^{٢}$

$- س^{٢} - ٢ \sqrt{\text{جـ}}\, س -$ جـ

$\therefore ب = ٢ \sqrt{\text{جـ}}$

$\sqrt{\text{جـ}} = \left(\frac{ب}{٢} \right)$ مربّع الطرفين

$\therefore$ جـ $= \left(\frac{ب}{٢} \right)^{٢}$ ماذا تلاحظ ؟

وبصورة عامة :

لإكمال الحدودية $س^{٢} + ب\ س$ إلى مربّع كامل ، نضيف إليها مربّع نصف معامل $س$ أي $\left(\frac{ب}{٢}\right)^{٢}$

$س^{٢} + ب\ س = \left(\frac{ب}{٢}\right)^{٢} = \left(س + \frac{ب}{٢}\right)^{٢}$ وهو مربّع كامل.

مثال (٤) :

أكمل $س^{٢} + ٤\ س$ إلى مربّع كامل .

الحلّ :

معامل $س = ٤$

نصف معامل $س = \frac{٤}{٢}$

مربّع نصف معامل $س = \left(\frac{٤}{٢}\right)^{٢} = (٢)^{٢} = ٤$

نضيف مربّع نصف معامل $س$

$س^{٢} + ٤\ س = ٤ - (س + ٢)^{٢}$

دورك الآن (٥)

أكمل: $س^{٢} + ١٤\ س$ إلى مربّع كامل .

مربّع نصف معامل $س =$ ..... = ...

$س^{٢} + ١٤\ س$: ..... = (.....)^{٢}

مثال (٥) :

حلّ الحدودية الآتية بطريقة إكمال المربّع :

$س^{٢} - ٦\ س + ٨$

الحلّ :

$س^{٢} - ٦\ س + ٨$ ليست مربّعًا كاملًا

حتّى يصبح ($س^{٢} - ٦\ س$) مربّعًا كاملًا ، نُضيف مربّع نصف معامل $س$

مربّع نصف معامل $س = \left(\frac{٦}{٢}\right)^{٢} = (-٣)^{٢} = ٩$

وحتّى لا تتغيّر الحدودية المطلوب تحليلها يلزم طرح ٩

$س^{٢} - ٦\ س + ٨ = \underbrace{س^{٢} - ٦\ س + ٩}_{\text{مربع كامل}} + ٨ - ٩$

$= (س - ٣)^{٢} - ١$ (فرق بين مربّعين)

$= (س - ٣ + ١)(س - ٣ - ١)$

$= (س - ٢)(س - ٤)$

مثال (٦) :

حلّ الحدودية الآتية بطريقة إكمال المربّع :

$س^{٢} - ٥\ س - ٦$

الحلّ :

$س^{٢} - ٥\ س - ٦$ ليست مربّعًا كاملًا

حتّى يصبح ($س^{٢} - ٥\ س$) مربّعًا كاملًا ، نُضيف مربّع نصف معامل $س$

مربّع نصف معامل $س = \left(\frac{٥}{٢}\right)^{٢} = \frac{٢٥}{٤}$

وحتّى لا تتغيّر الحدودية المطلوب تحليلها يلزم طرح $\frac{٢٥}{٤}$

$س^{٢} - ٥\ س - ٦ = \underbrace{س^{٢} - ٥\ س + \frac{٢٥}{٤}}_{\text{مربع كامل}} - \frac{٢٥}{٤} - ٦$

$= \left(س - \frac{٥}{٢}\right)^{٢} - \frac{١}{٤}$ (فرق بين مربّعين)

$= \left(س - \frac{٥}{٢} - \frac{١}{٢}\right)\left(س - \frac{٥}{٢} + \frac{١}{٢}\right)$

$= (س - ٣)(س - ٢)$

انتبه

$\left(\frac{أ}{ب}\right)^{٢} - \left(\frac{ج}{د}\right)^{٢}$

دورك الآن (٦)

حلّ الحدودية الآتية بطريقة إكمال المربّع :

$٢س^{٢} + ٨\ س - ١٠$

$= ٢$ (.....) بأخذ العامل المشترك

مربّع نصف معامل $س =$ ..... = ...

$٢س^{٢} + ٨\ س - ١٠ = ٢$ ($س^{٢} + ٤\ س$: ..... = ...) = ...

$= ٢$ [.....]

$= ٢$ (.....) (.....)

$= ٢$ (.....) (.....)

موقع المناهج الكويتية
manahj.com/kw

تمارين ذاتية :

١ أي من الحدوديات الثلاثية الآتية تمثل مربعًا كاملًا ؟

(أ) $س^{٢} - ٢ س ص + ص^{٢}$

(ب) $ع^{٢} - ٤ ع - ٤$

(ج) $١ + ١٠ س - ٢٥ س^{٢}$

(د) $٩ ب^{٢} - ١٢ ب - ١٦$

٢ حلّل كلًّا مما يلي تحليلًا تامًا :

(أ) $س^{٢} - ٣ س + ١$

(ب) $١ + ٦ ب - ٩ ب^{٢}$

(ج) $س - ٤ س^{٢} - ٤ س^{٣}$

(د) $س^{٢} - ٢٢ س + ١٢١$

(هـ) $س^{٣} - ٦ س^{٢} - ٩ س$

(و) $١٢ س^{٢} - ٣٦ س ص - ٢٧ ص^{٢}$

٣ وظّف مفهوم المربع الكامل لإيجاد قيمة كلّ مما يلي :

(أ) $(٣٠١)^{٢}$

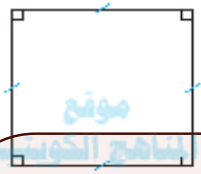
(ب) $(٥٩)^{٢}$

٤ أوجد قيمة جـ التي تجعل كلًّا من الحدوديات الثلاثية الآتية مربعًا كاملًا :

(أ) $س^{٢} - جـ س + ٨١$

(ب) $٤ س^{٢} - جـ س ص - ٩ ص^{٢}$

٥ ما طول ضلع المربع الذي مساحته $(س^{٢} + ٢٢ س + ١٢١)$ وحدة مربعة .



موقع المناهج الكويتية
https://kwmanahj.com/kw

٦ أكمل كلًّا مما يلي إلى مربع كامل :

(أ) $س^{٢} + ١٨ س$

(ب) $س^{٢} - ٧ س$

٧ حلّل كلًّا مما يلي بطريقة إكمال المربع :

(أ) $س^{٢} + ٦ س - ٧$

(ب) $٢ س^{٢} - ٨ س - ٢٤$

٢ - ٥ تحليل الحدودية الرباعية
Factorising Quadrinomial Polynomial

المعيار : تمثيل وتحليل المواقف والبنى الرياضية باستخدام الرموز الجبرية .

موقع المناهج الكويتية
almanahj.com/kw

نواتج التعلم : تحليل الحدودية الرباعية.

مؤشرات الأداء :

- يتعرف على الحدودية الرباعية .
- يحلل حدودية رباعية تحليلا تاما.

٢ - ٥ تحليل الحدودية الرباعية
Factorising Quadrinomial Polynomial

سوف تتعلّم : تحليل الحدودية الرباعية .

العبارات والمفردات :

حدودية رباعية	Quadrinomial Polynomial

كلّ وناقش

الحدودية الرباعية هي حدودية مكوّنة من أربعة حدود غير متشابهة .

فمثلًا : أ س - أ ص - ب س + ب ص حدودية رباعية

- هل يمكنك تحليل الحدودية الرباعية باستخدام طرق التحليل التي درستها من قبل ؟
- هل يوجد عامل مشترك بين الحدود الأربعة ؟

أ س - أ ص - ب س + ب ص

= (أ س - أ ص) + (ب س + ب ص)

= أ (... - ...) + ب (... + ...)

= (... - ...) (... + ...)

هل يوجد عامل مشترك بين حدّين من الحدود ؟

أخرج العامل المشترك لكلّ حدّين .

هل يوجد عامل مشترك بين العاملين ؟

(تحقّق جبريًا)

جرّب : الآن ، تحليل الحدودية الرباعية بأخذ عوامل مشتركة أخرى

أ س - أ ص + ب س - ب ص

تحقّق : هل حصلت على التحليل نفسه ؟

تذكر

- الجمع عملية إبدالية .
- الضرب عملية إبدالية .

مثال (١) :

حلّل الحدودية الآتية تحليلًا تامًا :

هـ جـ + هـ د + ب جـ - ب د

الحل :

هـ جـ + هـ د + ب جـ - ب د

= (هـ جـ + هـ د) + (ب جـ - ب د) (جزّئ)

= هـ (جـ + د) + ب (جـ - د) (بأخذ العامل المشترك)

= (جـ + د) (هـ + ب) (بأخذ العامل المشترك)

دورك الآن (١)

حلّل كلًا مما يلي تحليلًا تامًا :

(أ) س٢ هـ - س٢ د + ص٢ هـ - ص٢ د

= (س٢ هـ - س٢ د) + (... ...)

= س٢ (... ...) + ص٢ (... ...)

= (... ...) (س٢ - ص٢)

(ب) ٢ س - جـ س - ٢ جـ + جـ٢

... ...

... ...

مثال (٢) :

حلّل تحليلًا تامًا :

س٣ - ٣ س٢ - ٢ س + ٦

الحل :

س٣ - ٣ س٢ - ٢ س + ٦ = (س٣ - ٣ س٢) - (٢ س - ٦)

= س٢ (س - ٣) - ٢ (س - ٣)

= (س - ٣) (س٢ - ٢)

موقع المناهج الكويتية
almanahj.com/kw

دورك الآن (٢)

حلّل كلًا مما يلي تحليلًا تامًا :

(أ) س٢ - ٣ س - س ص + ٣ ص

... ...

... ...

... ...

تذكر

(س - ص) = - (- س + ص)

= - (ص - س)

(ب) ٢٠ س٢ ص - ١٠ ب س٢ - ٢٤ ص + ١٢ ب

= ٢ (... ... ...)

... ...

... ...

... ...

مثال (٣) :

حلّل تحليلًا تامًا :

$س^{٣} - ٢ س^{٢} - س + ٢$

الحل :

$س^{٣} - ٢ س^{٢} - س + ٢ = (س^{٣} - ٢ س^{٢}) + (- س + ٢)$

$= س^{٢} (س - ٢) - (س - ٢)$

$= (س - ٢) (س^{٢} - ١)$ (لحلّ الفرق بين مربّعين)

$= (س - ٢) (س - ١) (س + ١)$

انتبه

أكمل الحلّ حتى تصل إلى تحليلًا تامًا .

دورك الآن (٣)

حلّل كلًّا ممّا يلي تحليلًا تامًا :

(أ) $س^{٣} - ٣ س^{٢} - ٤ س + ١٢$

(ب) $ص^{٣} - ٤ ص^{٢} - ٩ ص + ٣٦$

تمارين ذاتية :

حلّل كلًّا ممّا يلي تحليلًا تامًا :

١ $م هـ - س م - هـ ص + س ص$

٢ $٢ أ س + ٢ س ب + أ ص + ب ص$

٣ $٤ س^{٣} + ٢ أ س + ٨ ب س + ٤ أ ب$

٤ $٦ س^{٣} - ٨ س ص - ٣ س ب + ٤ ب ص$

٥ $س^{٣} - ٢ س^{٢} - ٩ س + ١٨$

٦ $س^{٣} + ٢ س^{٢} - ٢٥ س - ٥٠$

موقع المناهج الكويتية
almanahj.com/kw

الحل :

$= م هـ + هـ ص - س م - س ص$

$= هـ (م + ص) - س (م + ص)$

$= (م + ص) (هـ - س)$

٦ - ٢ حلّ معادلة من الدرجة الثانية في متغيّر واحد
Solving Second Degree Equation in One Variable

المعيار : تمثيل وتحليل المواقف والبنى الرياضية باستخدام الرموز الجبرية .

نواتج التعلم : حل معادلة من الدرجة الثانية في متغير واحد على صورة واحدة :
أ س ^{2} + ب س + ج = 0 ، أ ≠ 0

موقع المناهج الكويتية
almanahj.com/kw

مؤشرات الأداء :
- يتعرف على خاصية الضرب الصفري .
- يستخدم خاصية الضرب الصفري .
- يوجد مجموعه حل معادلة من الدرجة الثانية في متغير واحد على صورة واحدة :
أ س ^{2} + ب س + ج = 0 ، أ ≠ 0

٦ - ٢ حلّ معادلة من الدرجة الثانية في متغيّر واحد

Solving Second Degree Equation in One Variable

سوف نتعلّم: حل معادلة من الدرجة الثانية في متغيّر واحد على صورة واحدة: أس٢ + ب س + جـ = ٠ ، أ ≠ ٠

العبارات والمفردات:

معادلة من الدرجة الثانية في متغيّر واحد	Second Degree Equation with One Variable
حل معادلة	Solving an Equation

حلّ وناقش

تشارك أمل في مسابقة برسم لوحة فنّية بمناسبة إطفاء أحد برج نفطية ، وكان من شروط المسابقة أن تكون مساحة اللوحة ١٥٠ سم٢ .

قام برج في الصورة إلا أوجدان إحداهما مربعة الشكل والأخرى مستطيلة الشكل كما هو موضّح في الشكل المقابل . ساعد أمل على إيجاد قيم س التي تجعل مجموع مساحتي اللوحتين يساوي ١٥٠ سم٢ .

١ أكتب مساحة اللوحة المربعة بدلالة س : س2

٢ أكتب مساحة اللوحة المستطيلة بدلالة س : ٥س

٣ أوجد قيم س التي تجعل مجموع المساحتين يساوي ١٥٠ سم٢

- نكتب المعادلة : ..... س2 + ... س5 = ١٥٠

نبحث عن عدد موجب مجموع مربّعه وخمسة أمثاله يساوي ١٥٠

- نضع المعادلة في صورة أ س٢ + ب س + جـ = ٠

..... س2 + ... س5 - 150 = ٠

- نحلّ بطريقة مناسبة لإيجاد قيم س :

(س + ...) (س .....) = ٠

(س + 15) (س - 10) = ٠

- نوجد قيم س .....

- هل نقبل القيمتان؟ لماذا؟

لاحظ أن

المعادلة من الدرجة الثانية في متغيّر واحد تُسمّى المعادلة التربيعية .

تذكّر

حلّ المعادلة يعني إيجاد قيم المتغيّر التي تحقّق المعادلة .

معلومة مفيدة:

تحتفل الكويت سنويًا في ٢ نوفمبر بتذكرى إطفاء آخر بئر نفطية اثر تحرير العراق الغاشم .

خاصية الضرب الصفري

لكل أ ، ب عددان حقيقيان ، إذا كان أ × ب = ٠ ، فإن أ = ٠ أو ب = ٠

مثال (١):

أوجد مجموعة حلّ المعادلة : (س - ٥) (س - ٦) = ٠ ، حيث س ∈ ح ، ثم تحقّق من صحّة الحلّ .

الحل :

(س - ٥) (س - ٦) = ٠

س - ٥ = ٠ أو س - ٦ = ٠ (استخدم خاصية الضرب الصفري)

س = ٥ أو س = ٦

∴ مجموعة الحلّ = { ٥ ، ٦ }

تحقّق :

عوّض عن س بالعدد ٥

(٥ - ٥) (٥ - ٦) = ٠ ؟

٠ × -١ = ٠ ؟

٠ = ٠ ✓

عوّض عن س بالعدد ٦

(٦ - ٥) (٦ - ٦) = ٠ ؟

١ × ٠ = ٠ ؟

٠ = ٠ ✓

لاحظ أن

عند حلّ المعادلة التربيعية ، سنعتبر أن قيم المتغيّر تنتمي إلى مجموعة الأعداد الحقيقية ما لم يُذكر غير ذلك .

مثال (٢):

أوجد مجموعة حلّ كلّ من المعادلات الآتية في ح :

١ ص٢ - ٥ ص = ٠

الحل :

ص٢ - ٥ ص = ٠

ص (ص - ٥) = ٠

ص = ٠ أو ص - ٥ = ٠

ص = ٥

∴ مجموعة الحلّ = { ٠ ، ٥ }

تذكّر

لإيجاد حلّ معادلة تربيعية :

١ ضع المعادلة في الصورة العامّة .

٢ حلّ .

٣ استخدم خاصية الضرب الصفري .

موقع المناهج الكويتية
mnahj.com/kw

(ب) $س^{٢} = ٩$

الحلّ :

$س^{٢} = ٩$

$س^{٢} - ٩ = ٠$

$(س - ٣) (س + ٣) = ٠$

$س - ٣ = ٠$ أو $س + ٣ = ٠$

$س = ٣$ $س = -٣$

∴ مجموعة الحلّ = $[٣ ، -٣]$

(ج) $ص^{٢} - ٦ ص + ٥ = ٠$

الحلّ :

$ص^{٢} - ٦ ص - ٥ = ٠$

$(ص - ٥) (ص - ١) = ٠$

$ص - ٥ = ٠$ أو $ص - ١ = ٠$

$ص = ٥$ $ص = ١$

∴ مجموعة الحلّ = $[١ ، ٥]$

(د) $س^{٢} + ٨ س + ١٦ = ٠$

الحلّ :

$س^{٢} + ٨ س + ١٦ = ٠$

$س^{٢} + ٨ س + ١٦ = ٠$

$(س + ٤)^{٢} = ٠$

$(س + ٤) = ٠$

$س = -٤$

∴ مجموعة الحلّ = $[-٤]$

لاحظ أنّ

إذا كان $س^{٢} = ٠$

فإنّ $س = ٠$

عبّر عن فهمك (١)

ما مجموعة حلّ المعادلة $س^{٢} + ١ = ٠$ ، حيث $س \in ح$.

مثال (٣) :

أوجد مجموعة حلّ كلّ من المعادلات الآتية في ح :

(أ) $٦ ص^{٢} + ٩ ص - ٢ = ص^{٢}$

الحلّ :

$٦ ص^{٢} + ٩ ص - ٢ - ص^{٢} = ٠$

$٦ ص^{٢} + ٩ ص - ٢ - ص^{٢} = ٠$

$٥ ص^{٢} + ٩ ص - ٢ = ٠$

$(٥ ص - ١) (ص + ٢) = ٠$

$٥ ص - ١ = ٠$ أو $ص + ٢ = ٠$

$٥ ص = ١$ $ص = -٢$

$ص = \frac{١}{٥}$

∴ مجموعة الحلّ = $\{ \frac{١}{٥} ، -٢ \}$

انتبه

اجمع الحدود المتشابهة .

(ب) $ع (ع - ٦) = ٧$

الحلّ :

$ع (ع - ٦) = ٧$

$ع^{٢} - ٦ ع = ٧$

$ع^{٢} - ٦ ع - ٧ = ٠$

$(ع - ٧) (ع + ١) = ٠$

$ع - ٧ = ٠$ أو $ع + ١ = ٠$

$ع = ٧$ $ع = -١$

∴ مجموعة الحلّ = $[٧ ، -١]$

(ج) $(س + ٢)^{٢} = ١٤٤$

الحلّ :

$(س + ٢)^{٢} = ١٤٤$

$(س + ٢)^{٢} - ١٤٤ = ٠$

$[(س + ٢) - ١٢] [(س + ٢) + ١٢] = ٠$

$(س - ١٠) (س + ١٤) = ٠$

$س - ١٠ = ٠$ أو $س + ١٤ = ٠$

$س = ١٠$ $س = -١٤$

∴ مجموعة الحلّ = $[١٠ ، -١٤]$

عبّر عن فهمك (٢)

هل يمكنك حلّ مثال (٣) : (ج) بطريقة أخرى ؟

موقع المناهج الكويتية
mnahj.com/kw

مثال (٤) :

ما العدد الحقيقي الذي يزيد مربّعه عن أربعة أمثاله بمقدار ٥ ؟

الحلّ :

نفرض أن العدد الحقيقي هو س

س^{٢} − ٤ س = ٥ (كوّن المعادلة التربيعية)

س^{٢} − ٤ س − ٥ = ٠ (ضع المعادلة في الصورة العامة)

(س + ١) (س − ٥) = ٠ (حلّل)

إذا (س + ١) = ٠ أو (س − ٥) = ٠

س = −١ س = ٥

العدد المطلوب هو −١ أو ٥

تذكّر

نفرض أن س عدد حقيقي ، فإنّ :

ضعفه هو ٢ س

مربّعه هو س^{٢}

ثلاثة أمثاله هو ٣ س

مثال (٥) :

أوجد مجموعة حلّ المعادلة الآتية في ح بإكمال المربّع :

س^{٢} + ٤ س + ٢ = ٠

الحلّ :

س^{٢} + ٤ س + ٤ − ٤ + ٢ = ٠ (أكمل إلى مربّع كامل)

(س + ٢)^{٢} − ٢ = ٠ (حلّل الفرق بين مربّعين)

(س + ٢ − √٢) (س + ٢ + √٢) = ٠

إذا س + ٢ − √٢ = ٠ أو س + ٢ + √٢ = ٠

س = −٢ + √٢ س = −٢ − √٢

∴ مجموعة الحلّ = { −٢ + √٢ ، −٢ − √٢ }

إنتبه

√٧ × √٧ = ٧

دورك الآن

أوجد مجموعة حلّ المعادلة الآتية في ح بإكمال المربّع :

س^{٢} + ٦ س − ٣ = ٠

الحلّ :

س^{٢} − ٦ س ... ... − ٣ = ٠

(س − ١ ... ...)^{٢} − ... ... = ٠

(س + ٣ ... ...) (س − ٣ + ...) = ٠

إذا س + ٣ − ... ... = ٠ أي س − ٣ + ... = ٠

س = −٣ + ... س = −٣ − ... ...

∴ مجموعة الحلّ = { ..... ، ..... }

تمارين ذاتية :

١ أوجد مجموعة حلّ كلّ من المعادلات الآتية في ح :

(أ) (س − ٣) (٢ س + ١) = ٠

(ب) ص^{٢} − ٣٦ = ٠

(ج) ص^{٢} − ١٠ ص − ١١ = ٠

(د) ن^{٢} − ٦ ن − ٩ = ٠

(هـ) ك^{٢} + ٧ ك + ١٢ = ٠

(و) ل^{٢} = ٧ ل

(ز) ٣ ن^{٢} − ن − ١٠ = ٠

(ح) ٧ س^{٢} − ١٣ س − ٨ = ٥ س^{٢} − ٦ س

(ط) ٢ ص^{٢} − ١٥ ص − ١٨

(ي) س (س + ١) = ٢

موقع المناهج الكويتية
almanahj.com/kw

(ل) (أ س + ٢ أ)^{٢} − ٤٩ = ٠

(ل) ٩ م^{٢} − ١٢ م = ٤

٢ أوجد مجموعة حلّ المعادلة الآتية في ح بإكمال المربّع : س^{٢} − ٣س − ٤ = ٠

٣ يُنتج مصنع للحديد والصلب قطعة على شكل شبه مكعّب أبعاده :
٤ سم ، (س − ٣) سم ، (س − ٣) سم وحجمه يساوي ١٠٠ سم^{٣} . أوجد قيمة س .

٤ لدى مخزن أحد المصانع أرضية مستطيلة الشكل يزيد طولها ٣٠ مترًا عن عرضها ، وكانت مساحتها ٣٠٠ م^{٢} . أوجد بعدَي أرضية المخزن .

٥ جا العدد الحقيقي الذي ينقص مربّعه عن خمسة أمثاله بمقدار ٤ ؟

مهارات تفكير عليا :

٦ أوجد مجموعة حلّ المعادلة : حيث ص ∋ ح
(س + ٥)^{٢} + ٥(س + ٥) + ٤ = ٠

موقع المناهج الكويتية
almanahj.com/kw

أوجد مجموعة حل المعادلة الآتية في ح بإكمال المربع : $س^{٢} - ٢س - ٤ = ٠$

الحل :

$س^{٢} - ٢س + ١ - ١ - ٤ = ٠$

$(س - ١)^{٢} - ٥ = ٠$

$((س - ١) - \sqrt{٥})((س - ١) + \sqrt{٥}) = ٠$

اما $((س - ١) - \sqrt{٥}) = ٠$ او $((س - ١) + \sqrt{٥}) = ٠$

$س = ١ + \sqrt{٥}$ $س = ١ - \sqrt{٥}$

مجموعة الحل $= \{١ - \sqrt{٥}، ١ + \sqrt{٥}\}$

موقع المناهج الكويتية
almanahj.com/kw

الحل :

$(س + 5)^2 + 5(س + 5) + 4 = 0$

$((س + 5) + 4)((س + 5) + 1) = 0$

$(س + 9)(س + 6) = 0$

اما $س + 9 = 0$ او $س + 6 = 0$

$س = -9$ $س = -6$

مجموعة الحل = {- 9 ، - 6}

بفرض ان: ص = (س + 5)

almanahj.com/kw

تقويم الوحدة التعليمية الثانية
Unit Two Assessment

أولًا : البنود المقالية

١ حلِّل كلًّا مما يلي تحليلًا تامًّا :

(أ) $س^{٢} - ١٤ س - ٤٩$

(ب) $١٢٥ - س^{٣}$

(ج) $٢٢ س^{٢} - ٤$

(د) $س^{٦} - \frac{٢٧}{٦٤} ص^{٣}$

(هـ) $س^{٣} - ٨ س - ٧$

(و) $س^{٢} - ٣ س - ١٨$

(ز) $٢ س^{٣} - ١٤ س + ٢٤$

(ح) $ص^{٤} + ١١ ص^{٢} - ٢٨ ص^{٠}$

(ط) $ب^{٢} - ٩ ب ت - ١٠ ت^{٢}$

(ي) $٢ س^{٢} - ٨ س + ٦$

(ل) $٦ س^{٢} + ٢١ س - ١٢$

(ل) $١٢ ل^{٢} - ١١ ل م - ١٥ م^{٢}$

(م) $٤ س^{٢} + ٤ س + ١$

(ن) $٩ س^{٢} ص - ٥٤ س ص + ٨١ ص$

(س) $س^{٣} - ٢ س^{٢} - س - ٢$

(ص) $س ص^{٢} + ٢ س^{٢} - ٣ ص^{٢} - ٦ س ص$

٢ حلِّل الحدودية الآتية بطريقة إكمال المربع :
$س^{٢} - ٢ س - ٣$

موقع المناهج الكويتية
almanahj.com/kw

٢ أوجد مجموعة حلّ كلّ من المعادلات الآتية :

(أ) س^{٢} − ٦ س = ٠

(ب) ٩ص^{٢} − ١١ = ١٤

(ج) س^{٢} − ٤ س = ٢١

(د) ٩ ن^{٢} + ١٢ ن + ٤ = ٠

(هـ) (ن − ٧)^{٢} − ٨١ = ٠

(و) ٩ س^{٢} − ٥ س − ٦ س^{٢} − ٣ س + ٥

(ز) س (س + ٢) − ٣

(ح) (٣ س − ٢)^{٢} − س^{٢} = ٠

٤ أوجد مجموعة حلّ المعادلة في ح بطريقة إكمال المربّع :
س^{٢} − ٨ س + ١٤ = ٠

٥ وظّف مفهوم المربّع الكامل لإيجاد قيمة : (٦١)^{٢}

موقع المناهج الكويتية almanahj.com/kw

ثانيًا: البنود الموضوعية

في البنود (١ - ١٠)، ظلّل [أ] إذا كانت العبارة صحيحة، وظلّل [ب] إذا كانت العبارة غير صحيحة.

١ $س^{\frac{1}{2}} - ص^{\frac{1}{2}} = (س^{\frac{1}{4}} - ص^{\frac{1}{4}})(س^{\frac{1}{4}} + ص^{\frac{1}{4}})$ [أ] [ب]

٢ المقدار الثلاثي $س^{٢} + س - \frac{١}{٤}$ مربع كامل [أ] [ب]

٣ $س^{٢} - س + ١ = (س - ١)^{٢}$ [أ] [ب]

٤ مجموعة حلّ المعادلة $س^{٢} - ٣ = ٠$ ، $س \in$ ح هي $\{٠\}$ [أ] [ب]

٥ $(س + ص)^{-١} = س^{-١} - ص^{-١}$ [أ] [ب]

٦ إذا كان $٤ ص^{٢} - جـ ص + ٩$ مربعًا كاملًا، فإنّ إحدى قيم جـ هي ١٢ [أ] [ب]

٧ إذا كان $٢ س^{٢} - س - ١٠ = ل(س - ٢)$ فإنّ $ل = (٢س - ٥)$ [أ] [ب]

٨ $(س - ص)^{٢} = س^{٢} - ص^{٢}$ [أ] [ب]

٩ $٠,٠٠١ + أ^{٣} = (٠,١ + أ)(أ^{٢} - ٠,١ أ + ٠,٠١)$ [أ] [ب]

١٠ إذا كان $س - ص = ٥$ ، $س^{٢} - س ص - ص^{٢} = ٠$
فإنّ $س^{٢} - ص^{٢} = ٣٠$ [أ] [ب]

في البنود (١١ - ١٤) لكلّ بند أربعة اختيارات، واحد فقط منها صحيح، ظلّل الإجابة الصحيحة.

١١ إذا كان $أ^{٢} = ١٠$ ، $ب^{٢} = ٣٠$ ، فإنّ $(أ + ب)(أ^{٢} - أب + ب^{٢}) =$

[أ] -٨ [ب] ٨ [ج] ١٢ [د] ٢٠

١٢ $س(س - ٣) - ٣س + ٩ =$

[أ] $(س - ٣)(س - ٣)$ [ب] $(س - ٣)^{٢}$

[ج] $(س - ٣)(س - ١)$ [د] $(س + ٣)^{٢}$

١٣ إذا كان $ل + م = ٣$ ، $ل^{٢} + م^{٢} = ٥١$ ، فإنّ $ل^{٣} - ل م + م^{٣} =$

[أ] ١٧ [ب] ٤٨ [ج] ٥٤ [د] ١٥٣

١٤ $(س - ١)^{٢} - ٤ =$

[أ] $(س - ٢)(س - ١)$ [ب] $(س + ٢)(س - ١)$

[ج] $(س - ١)(س - ٣)$ [د] $(س + ١)(س - ٣)$

١٥ إذا كان $٣ س^{٢} + م س - ٧ = (٣ س - ١)(س + ٧)$ ، فإنّ $م =$

[أ] -١٢ [ب] ١٢ [ج] ١٤ [د] ١٥

١٦ مجموعة حلّ المعادلة $س(س + ١٢) - ١٣ = ٠$ في ح هي:

[أ] $\{١٢، -١٣\}$ [ب] $\{١، -١٣\}$

[ج] $[-١٣، ١٢]$ [د] $[-١٣، ١]$

١٧ $ص^{٢} + ٠,٢٧ =$

[أ] $ص(ص - ٠,٣)(ص^{٢} + ٠,٣ ص - ٠,٠٩)$

[ب] $ص(ص - ٠,٧)(ص^{٢} - ٠,٣ ص - ٠,٠٩)$

[ج] $ص(ص - ٠,٣)(ص^{٢} - ٠,٣ ص - ٠,٠٩)$

[د] $ص(ص - ٠,٧)(ص^{٢} - ٠,٦ ص + ٠,٠٩)$

١٨ $(س - ١)^{٣} + ١ =$

[أ] $س(س^{٢} - ٣س + ٣)$

[ب] $س(س^{٢} - ٣س - ٣)$

[ج] $س(س^{٢} + ٣س - ٣)$

[د] $س(س^{٢} - ٣س + ٣)$

١٩ قيمة جـ التي تجعل الحدودية الثلاثية $س^{٢} - ٦ س + جـ$ مربعًا كاملًا هي:

[أ] -٩ [ب] ٣ [ج] ٩ [د] ٣٦

موقع المناهج الكويتية almanahj.com/kw

في البنود (٣٠ - ٣٣) . إختر من القائمة (٢) ما يناسب كلّ بند من القائمة (١) لتحصل على عبارة صحيحة .

القائمة (١)		القائمة (٢)
٣٠ ٦ س^{٢} - ١١ س + ٤ =	☐	أ (٣ س - ١) (س - ٢)
٣١ ٦ س^{٢} - ٥ س - ٤ =	☐	ب ٣ (٣ س - ٢) (س - ١)
٣٢ ٩ س^{٢} - ٣ س - ٦ =	☐	ج (٣ س - ١) (٣ س - ٤)
٣٣ س (٣ س + ٥) - ٢ =	☐	د (٣ س + ١) (٣ س - ٤)
		هـ (٣ س - ١) (٣ س - ٤)

موقع المناهج الكويتية almanahj.com/kw

,,, شكرا لتفاعلكم

موقع المناهج الكويتية
almanahj.com/kw