علي جهادي

الملف مذكرة الرياضيات الشاملة تغطي الوحدات من الخامسة إلى الثامنة
موقع المناهج ⇦ ملفات الكويت التعليمية ⇦ الصف التاسع ⇦ رياضيات ⇦ الفصل الثاني

@ALIJEHADEMATH

مراجعة رياضيات للصف التاسع
الفصل الدراسي الثاني - الاستاذ علي جهادي

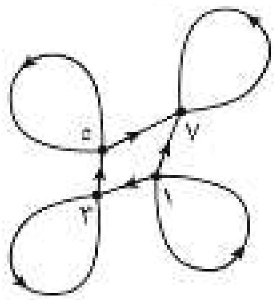
الوحدة الخامسة : العلاقات والزوال

٥ - ١ العلاقة وخواصّها

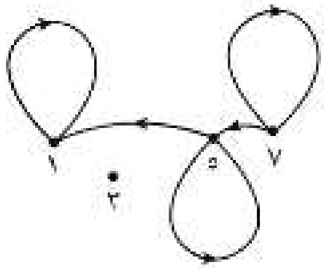
تُسمّى العلاقة ع المعرّفة على المجموعة س علاقة انعكاسية إذا وفقط إذا كان لكلّ أ ∈ س ، يكون (أ، أ) ∈ ع .

- للحكم على أنّ العلاقة انعكاسية ، يلزم التحقّق من أنّ كلّ عنصر من عناصر المجموعة يرتبط بنفسه في العلاقة .
- للحكم على أنّ العلاقة ليست انعكاسية يكفي وجود عنصر واحد من عناصر المجموعة لم يرتبط بنفسه في العلاقة .

المخطّطات السهمية الآتية ، تمثّل علاقات على س حيث س = { ١ ، ٣ ، ٥ ، ٧ }
إختبِر ما إذا كانت كلّ من $ع_1$ ، $ع_2$ علاقات انعكاسية أم لا ، مع ذكر السبب في كلّ حالة ، ممّا يلي :



المخطّط السهمي للعلاقة $ع_1$



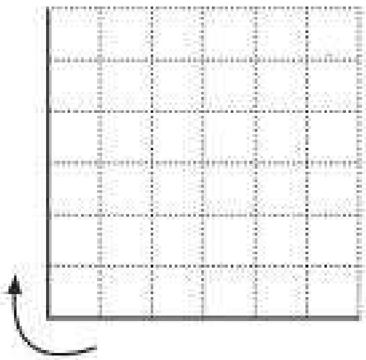
المخطّط السهمي للعلاقة $ع_2$

إذا عُلم أنَّ س = { ١ ، -١ ، ٢ ، -٢ ، ٤ ، -٤ } .

(أ) أكتب العلاقة ع المعرَّفة على س بذكر العناصر حيث ع = { (أ ، ب) : أ ، ب ∈ س ، أ = ب^{٢} }

(ب) إختبِر ما إذا كانت ع علاقة انعكاسية أم لا .

(ج) أرسم المخطّط البياني الذي يمثّلها .



تُسمّى العلاقة ع المعرَّفة على المجموعة س علاقة **متناظرة** إذا وفقط إذا كان
لكلّ (أ ، ب) ∈ ع ، فإنّ (ب ، أ) ∈ ع

إذا كانت س = { -١ ، ٢ ، ٣ } ، فأيّ العلاقات التالية متناظرة على س مع ذكر السبب ؟

(أ) ع$_{١}$ = { (-١ ، ٢) ، (٢ ، ٣) ، (٢ ، -١) ، (٣ ، ٢) }

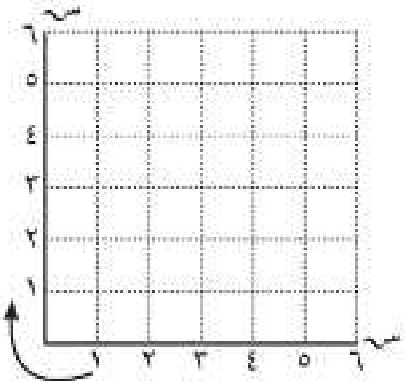
(ب) ع$_{٢}$ = { (٣ ، ٣) }

(ج) ع$_{٣}$ = { (-١ ، ٣) ، (٣ ، -١) ، (٢ ، ٣) } ، مثِّل ع$_{٣}$ بمخطّط سهمي .

إذا كانت س = { ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٦ } ، ع١ ، ع٢ علاقات معرّفة على س :

ع١ = { (أ ، ب) : أ ، ب ∈ س ، أ + ب = ٧ } ،

ع٢ = { (أ ، ب) : أ ، ب ∈ س ، أ = $\frac{1}{2}$ ب }



(أ) أكتب ع١ بذكر العناصر ومثّلها بمخطّط بياني ، ثمّ ابحث فيما إذا كانت ع١ علاقة متناظرة أم لا مع ذكر السبب .

ع١ = { (١ ، ....) ، (٢ ، ....) ، (........ ، ....) ،
(........ ، ....) ، (........ ، ....) ، (........ ، ....) }

العلاقة ع١ : (١ ، ....) ∈ ع١ ، (........ ، ....) ∈ .... ،
(........ ، ....) ∈ .... ، (........ ، ....) ∈ ع١ ،
(........ ، ....) ∈ .... ، (........ ، ....) ∈ ....

∴ ع١ علاقة .... لأنّ لكلّ (أ ، ب) ∈ ع١ ، فإنّ (........ ، ....) ∈ ....

(ب) أكتب ع٢ بذكر العناصر ومثّلها بمخطّط سهمي ، ثمّ ابحث فيما إذا كانت ع٢ علاقة متناظرة أم لا مع ذكر السبب .

ع٢ = { (١ ، ....) ، (٢ ، ....) ، (........ ، ....) }

ع٢ علاقة .... لأنّ (........ ، ....) ∈ ع٢ ولكن (........ ، ....) ∉ ع٢

تُسمّى العلاقة ع المعرّفة على المجموعة س علاقة متعدّية إذا وفقط إذا كان
لكلّ (ا ، ب) ∈ ع و (ب ، جـ) ∈ ع ، فإنّ (ا ، جـ) ∈ ع .

لتكن س = { ٠ ، ١ ، ٢ } ، ع علاقة معرّفة على س
حيث ع = { (٠ ، ١) ، (١ ، ٢) ، (٠ ، ٢) }
إختبر ما إذا كانت العلاقة ع متعدّية أم لا مع ذكر السبب .

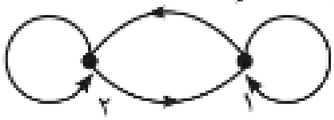
- وجود العنصر (ا ، ا) في ع ، لا يؤثّر على خاصّية التعدّي .
- لبحث علاقة التعدّي ، نختبر كلّ الأزواج المرتّبة المختلفة المساقط .
- إذا وُجد العنصر (ا ، ب) في ع ، ولم يوجد العنصر (ب ، جـ) في ع ، فلا يوجد ما ينفي شرط التعدّي .

إذا كانت س = { ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ } ، ع علاقة معرّفة على س حيث
ع = { (١ ، ٢) ، (٢ ، ٣) ، (١ ، ٣) ، (٣ ، ٤) ، (٤ ، ١) } ، فهل ع علاقة متعدّية ؟ ولماذا ؟

تكون العلاقة ع ليست متعدّية إذا وُجد (ا ، ب) ∈ ع و (ب ، جـ) ∈ ع ، ولكن (ا ، جـ) ∉ ع .

تكون العلاقة ع المعرَّفة على مجموعة س علاقة تكافؤ إذا كانت انعكاسية ومتناظرة ومتعدِّية .

لتكن س = { ١ ، ٢ } ، ع علاقة معرَّفة على س موضَّحة في المخطَّط السهمي المقابِل :



أجِب عن الأسئلة الآتية :

أ) هل ع علاقة انعكاسية ؟ ولماذا ؟

....

....

....

ب) هل ع علاقة متناظرة ؟ ولماذا ؟

....

ج) هل ع علاقة متعدِّية ؟ ولماذا ؟

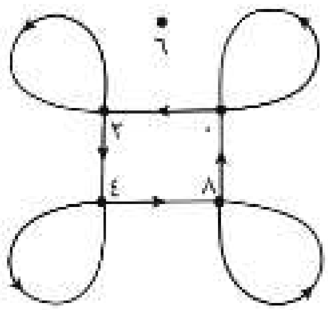
....

....

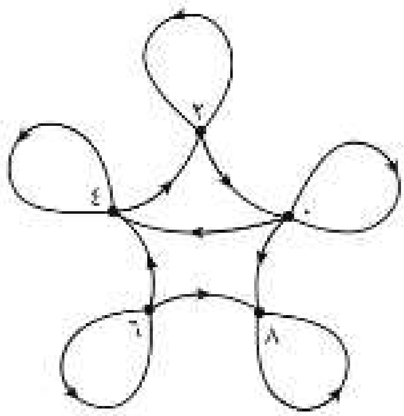
∴ العلاقة ع تُسمَّى « علاقة تكافؤ » .

فيما يلي مجموعة من المخطَّطات السهمية لعدّة علاقات على س = { ٠ ، ٢ ، ٤ ، ٦ ، ٨ } .
أُكتب كلّ علاقة بذكر العناصر ، ثم اختبِر إذا كانت العلاقة انعكاسية أم لا مع ذكر السبب .

أ)



ب)



أُكتب كلّ علاقة ممّا يأتي بذكر العناصر ، ومثّلها بمخطّط سهمي ، ثمّ اختبِر الخاصّية الانعكاسية .

(أ) س = { ١ ، ٣ ، ٥ }

ع = { (أ ، ب) : أ ، ب ∈ س ، أ + ب = عددًا زوجيًا }

(ج) م = { -١ ، ٠ ، ٣ }

ع = { (أ ، ب) : أ ، ب ∈ م ، أ ≤ ب }

أُكتب كلّ علاقة ممّا يأتي بذكر العناصر ، ثمّ اختبِر من حيث كونها متناظرة أم لا مع ذكر السبب .

(أ) العلاقة ع معرّفة على س = { ٣ ، ٤ ، ٥ }

حيث ع = { (أ ، ب) : أ ، ب ∈ س ، أ + ب = ٨ }

٥ - ٢ التطبيق (الدالّة)

التطبيق (الدالّة) : هو علاقة من س إلى ص بحيث يرتبط **كلّ** عنصر من عناصر س **بعنصر واحد** **وواحد فقط** من عناصر ص .

نرمز إلى التطبيق (الدالّة) بأحد الرموز : ت ، د ، هـ ، ن ، ...

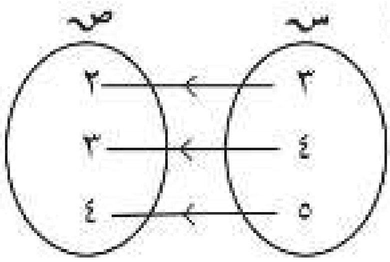
إذا كانت ت تطبيق من س إلى ص ، نرمز إلى ذلك ت : س ⟵ ص

مكوّنات التطبيق (الدالّة) ت : س ⟵ ص هي :

1. س تُسمّى مجال التطبيق (الدالّة) .
2. ص تُسمّى المجال المقابِل للتطبيق ت .
3. ت هي قاعدة الاقتران .

تمثّل المخطّطات السهمية التالية علاقات من س إلى ص ، أيّ منها يمثّل تطبيقًا وأيّها لا يمثّل تطبيقًا مع ذكر السبب ؟

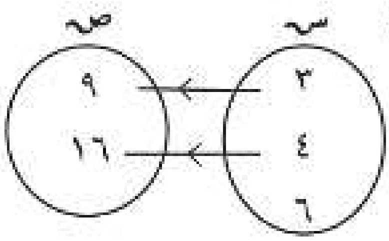
(أ)



العلاقة : ....

السبب : ....

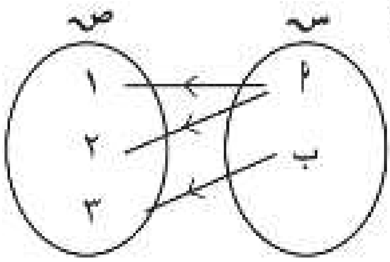
(ب)



العلاقة : ....

السبب : ....

(ج)



العلاقة : ....

السبب : ....

مدى التطبيق مجموعة جزئية من المجال المقابِل .

٢ حدِّد ما إذا كانت العلاقات أدناه تمثِّل تطبيقًا من س ⟵ ص أم لا ، مع ذكر السبب ، ثمَّ مثِّلها بمخطَّط سهمي .

(أ) ع₁ = { (أ ، ب) : أ ∈ س ، ب ∈ ص ، ب = أ - ٢ }
حيث س = { ٣ ، ٤ ، ٥ } ، ص = { ٠ ، ١ ، ٢ ، ٣ }

....

....

....

(ب) ع₂ = { (-١ ، ١) ، (١ ، ١) ، (١ ، ٣) }
حيث س = { -١ ، ١ ، ٢ } ، ص = { ١ ، ٣ }

....

....

....

٣ إذا كانت س = { -١ ، ٠ ، ١ } ، ص = { -٣ ، -١ ، ٠ ، ١ } ، وكانت ت تطبيقًا من س ⟵ ص
حيث ت (س) = ٢س - ١

(أ) أكمِل الجدول المقابِل :

س	-١	٠	١
٢س - ١			
ت (س)			

(ب) مدى ت = ...

(ج) أكتب ت كمجموعة من الأزواج المرتَّبة .
ت = ...

(د) أرسم مخطَّطًا سهميًا .

٤ إذا كانت س = { -١ ، ١ ، ٢ } ، ح هي مجموعة الأعداد الحقيقية ، هـ هي تطبيق معرَّف كما يلي :
هـ : س ⟵ ح حيث هـ (س) = س^{٣}

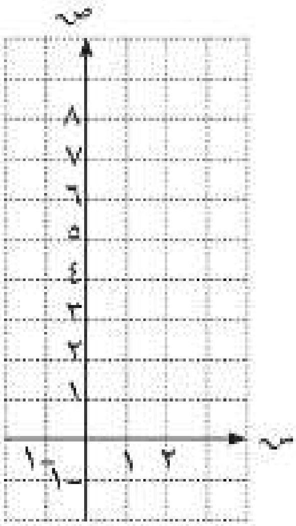
(أ) أكمِل الجدول التالي :

س	-١	١	٢
س^{٣}			
هـ (س)			

(ب) مدى هـ = ...

(ج) أكتب هـ كمجموعة من الأزواج المرتَّبة .
هـ = ...

(د) أرسم مخطَّطًا بيانيًا في المستوى الإحداثي .



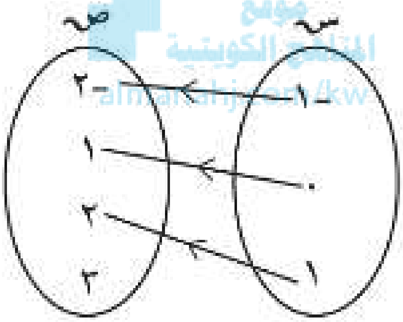
٥ - ٢ أنواع التطبيق

التطبيق الذي يتساوى فيه المدى والمجال المقابِل يُسمى « **تطبيق شامل** » .

التطبيق الذي لا يرتبط فيه عنصران أو أكثر من المجال بالعنصر نفسه من المجال المقابِل يُسمّى « **تطبيق متباين** » .

التطبيق الشامل والمتباين يُسمّى « **تطبيق تقابل** » .

من المخطّط السهمي المقابِل ، بيِّن نوع التطبيق ت : س ⟵ ص فيما إذا كان تطبيقًا شاملًا ، متباينًا ، تقابلًا ، مع ذكر السبب .



المجال = ...

المجال المقابِل = ...

المدى = ...

ت تطبيق ....

السبب : ....

ت تطبيق ....

السبب : ....

ت تطبيق ....

السبب : ....

إذا كانت $س = \{ -٢ ، ٠ ، ٢ \}$ ، $ص = \{ -٥ ، ١ ، ٧ \}$

التطبيق ت : س ⟵ ص ، حيث ت (س) = ٣س + ١

(أ) أوجِد مدى التطبيق ت .

ت (س) = ٣س + ١

ت (-٢) = ...

ت (٠) = ...

ت (٢) = ...

المدى = ...

(ب) أكتب التطبيق ت كمجموعة من الأزواج المرتَّبة .

....

(ج) مثِّل التطبيق ت بمخطَّط سهمي .

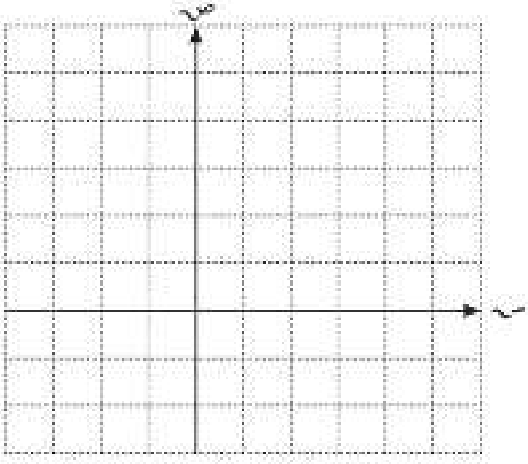
(د) بيِّن نوع التطبيق ت من حيث كونه شاملًا ، متباينًا ، تقابلًا ، مع ذكر السبب .

ت تطبيق .... لأنَّ : ....

ت تطبيق .... لأنَّ : ....

ت تطبيق .... لأنَّه : ....

إذا كانت س = { ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ } ، التطبيق د : س ⟵ س ،
حيث د = { (١ ، ٢) ، (٢ ، ٣) ، (٣ ، ١) ، (٤ ، ١) }



(أ) مثِّل التطبيق د بمخطَّط بياني في المستوى الإحداثي .

(ب) أُكتب مدى التطبيق .

(ج) هل التطبيق د تطبيق تقابل ؟ لماذا ؟

ذا كانت س = { -١ ، ٠ ، ١ ، ٢ } ، ص = { -٣ ، ١ ، ٥ ، ٩ }
لتطبيق ت : س ← ص ، حيث ت (س) = ٤س + ١

أ) أوجِد مدى التطبيق ت .

ب) أُكتب التطبيق ت كمجموعة من الأزواج المرتَّبة .

ج) مثِّل التطبيق ت بمخطّط سهمي .

د) بيِّن نوع التطبيق ت من حيث كونه شاملًا ، متباينًا ، تقابلًا ، مع ذكر السبب .

إذا كانت ل = { ١ ، ٢ ، -٢ } ، هـ = { ٢ ، ٤ ، ٥ }

التطبيق ك : ل ⟵ هـ ، حيث ك (س) = $س^{٢}$ + ١

(أ) أوجِد مدى التطبيق ك .

....

....

(ب) أكتب التطبيق ك كمجموعة من الأزواج المرتَّبة .

....

....

(ج) مثِّل التطبيق ك بمخطّط بياني في المستوى الإحداثي .

(د) بيِّن نوع التطبيق ك من حيث كونه شاملًا ، متباينًا ، تقابلًا ، مع ذكر السبب .

إذا كانت $س = \{ -٢ ، ٠ ، ١ \}$ ، $ص = \{ -٩ ، -١ ، ٠ ، ١ \}$ ،

التطبيق هـ : $س \longleftarrow ص$ ، حيث هـ (س) = $س^{٣} - ١$

(أ) أوجِد مدى التطبيق هـ .

....

....

....

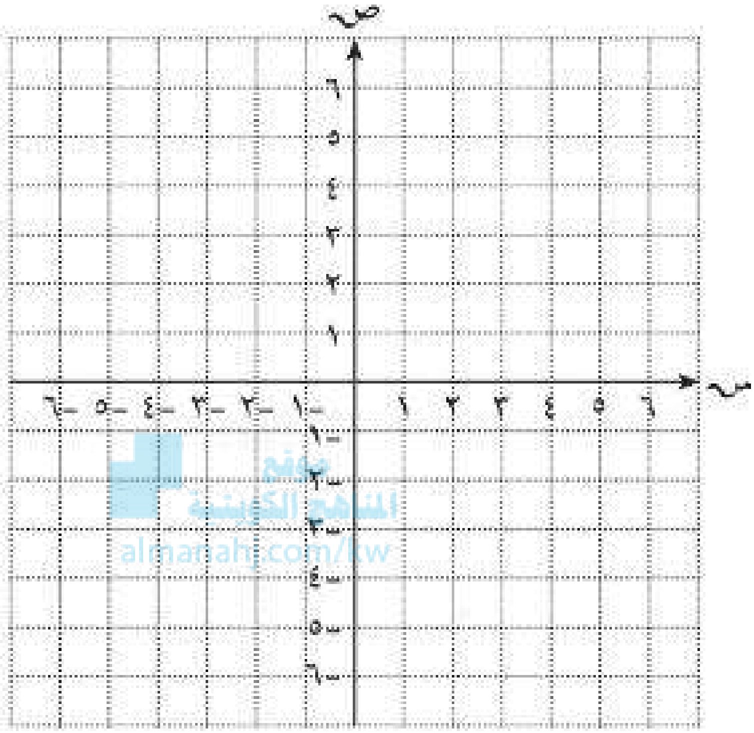
(ب) أُكتب التطبيق هـ كمجموعة من الأزواج المرتَّبة .

(ج) مثِّل التطبيق هـ بمخطَّط سهمي .

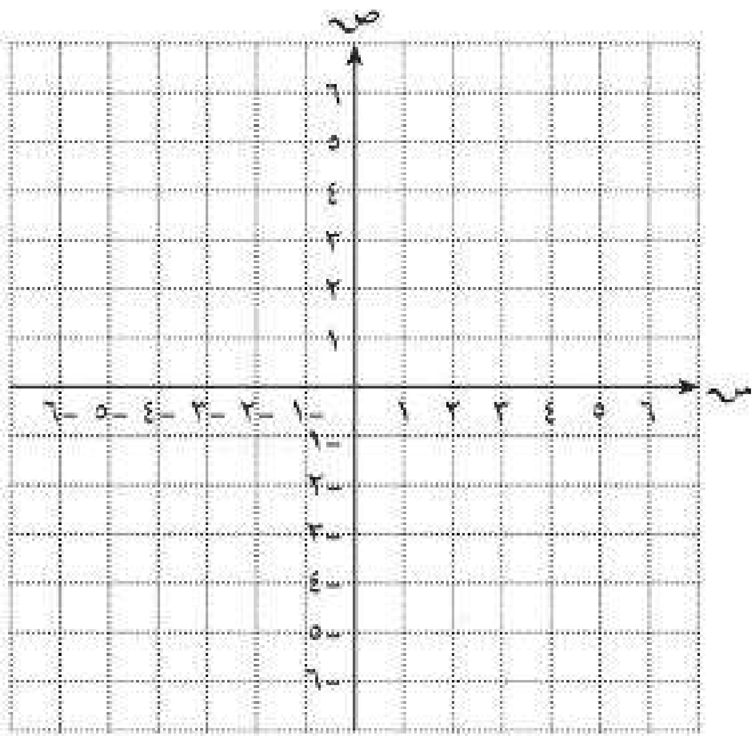
(د) بيِّن نوع التطبيق هـ من حيث كونه شاملًا ، متباينًا ، تقابلًا ، مع ذكر السبب .

أرسم بيان الدالّة الخطّية :

ص = س + ٢

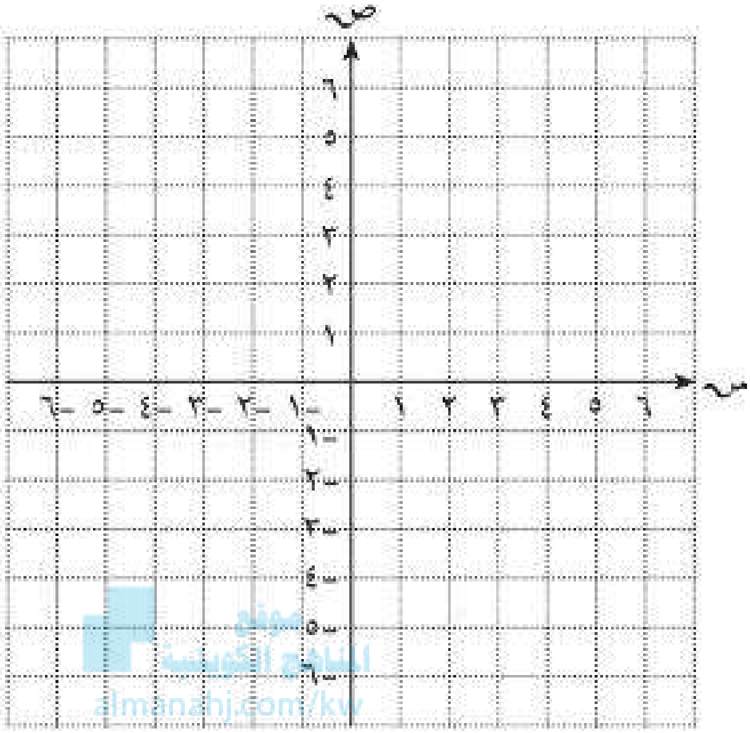


أرسم بيان الدالّة الخطّية : ص = ٣س + ٢

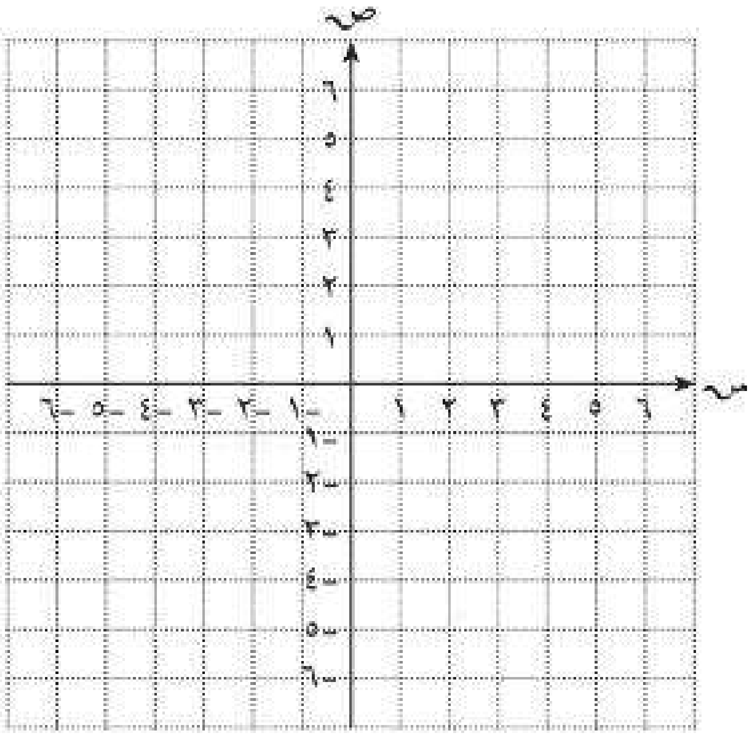


أرسم بيانيًا كلًّا من الدوالّ الخطّية التالية :

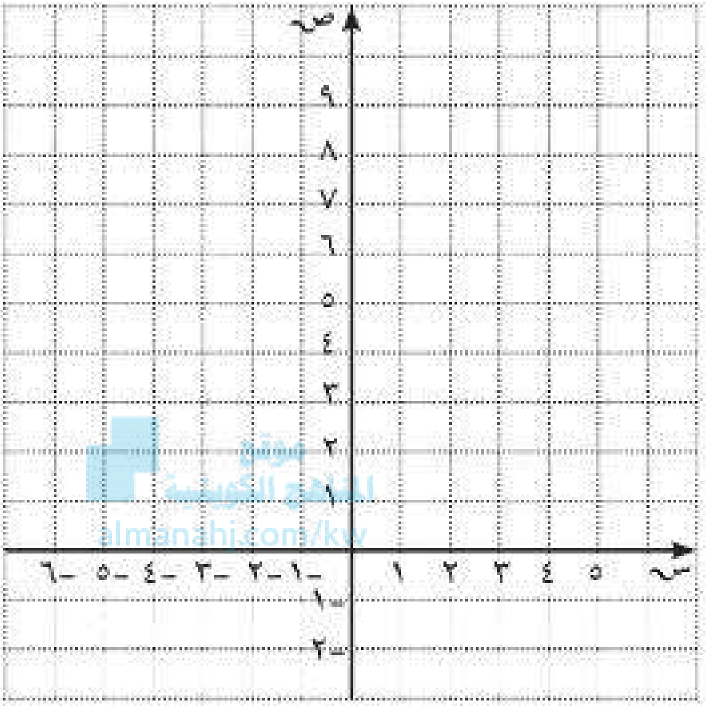
ص + س = ٣



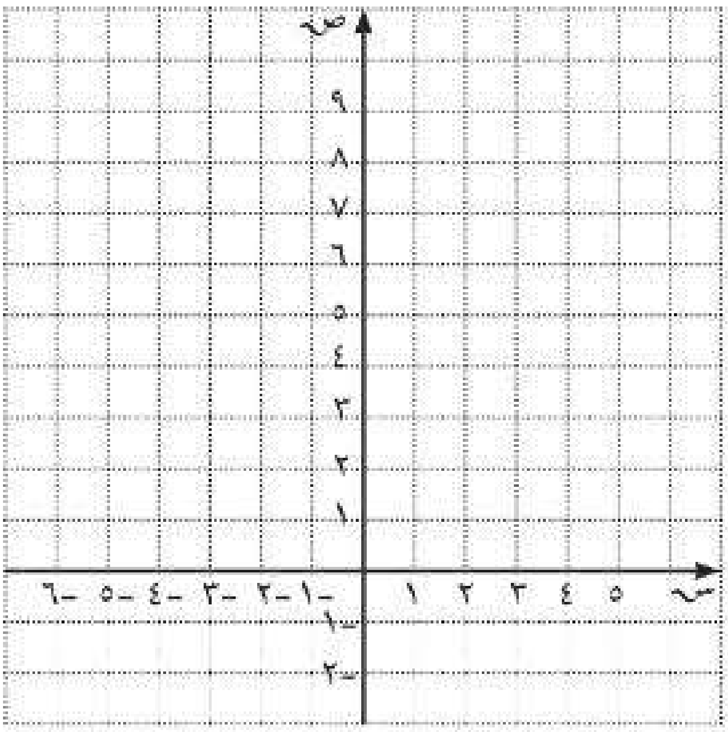
ص = ١ ـ ٢س



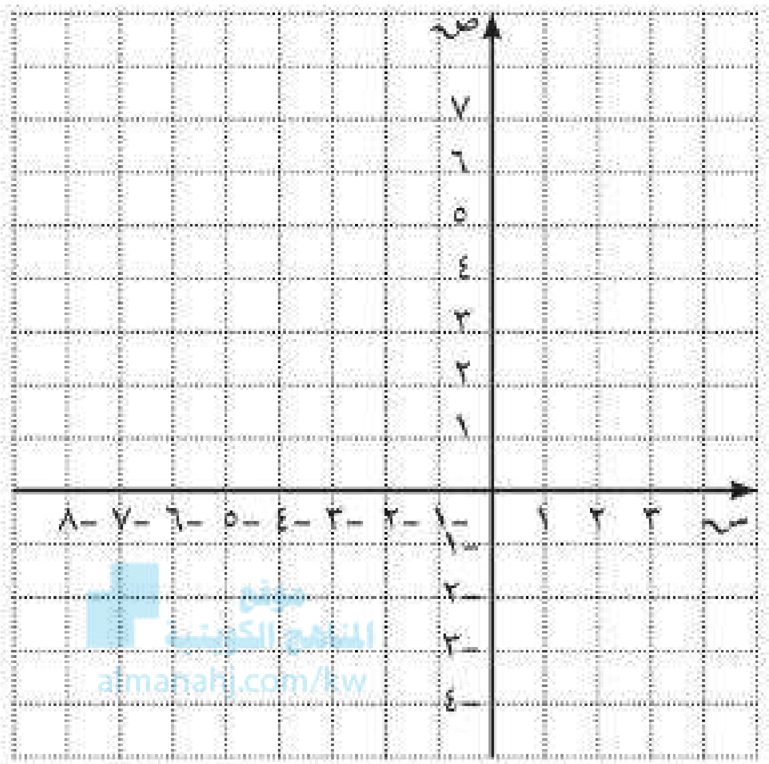
مثِّل بيانيًا الدالّة ص = س^{٢} + ٢ مستخدِمًا التمثيل البياني للدالّة التربيعية ص = س^{٢}



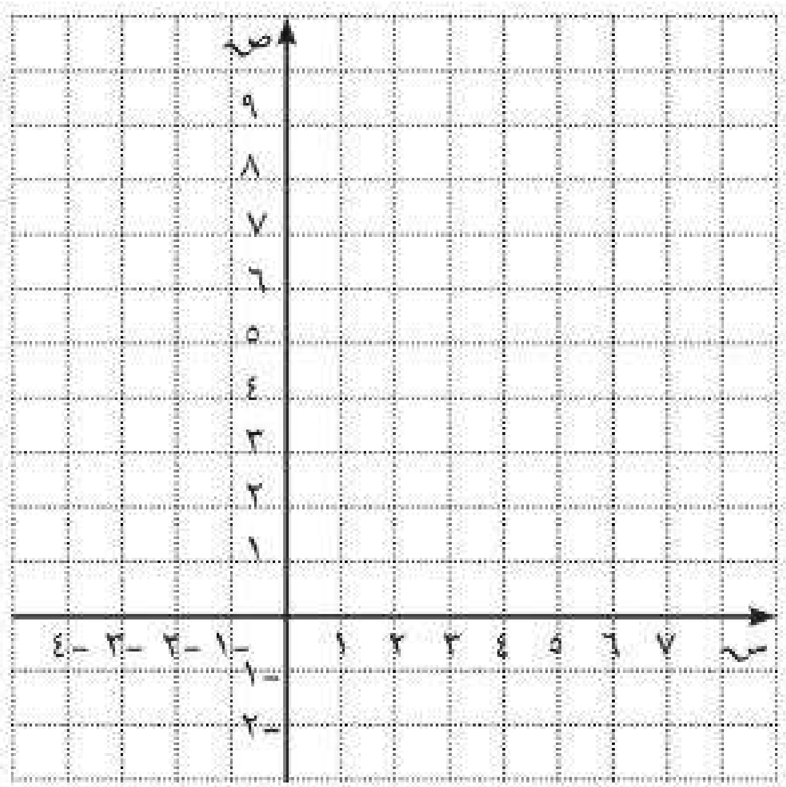
مثِّل بيانيًا الدالّة ص = (س - ٣)^{٢} مستخدِمًا التمثيل البياني للدالّة التربيعية ص = س^{٢} .



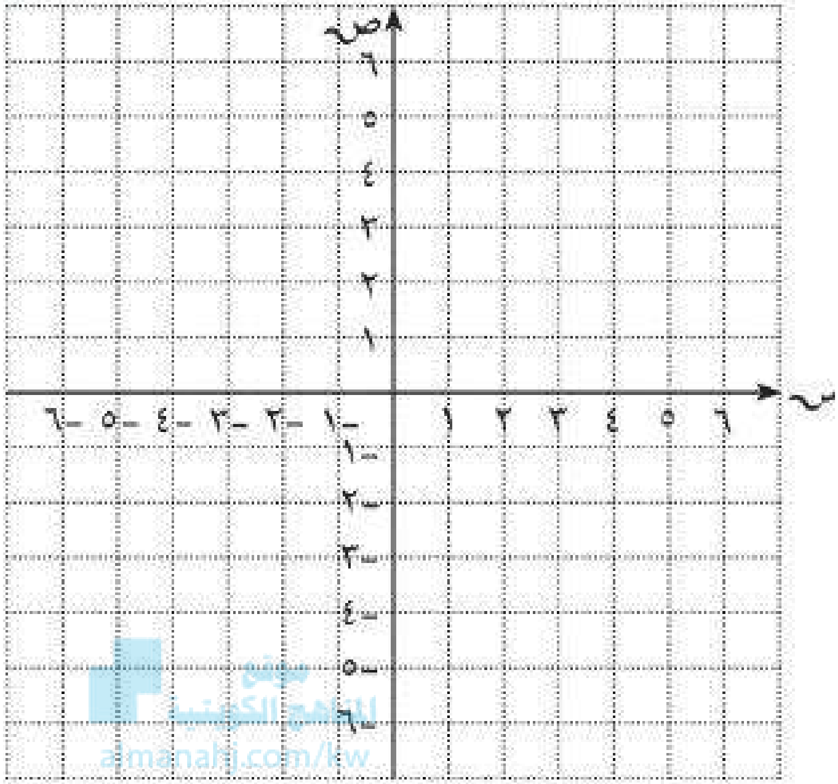
مثّل بيانيًا الدالّة ص = (س + ٣)^{٢} - ٢ مستخدِمًا التمثيل البياني للدالّة التربيعية ص = س^{٢} .



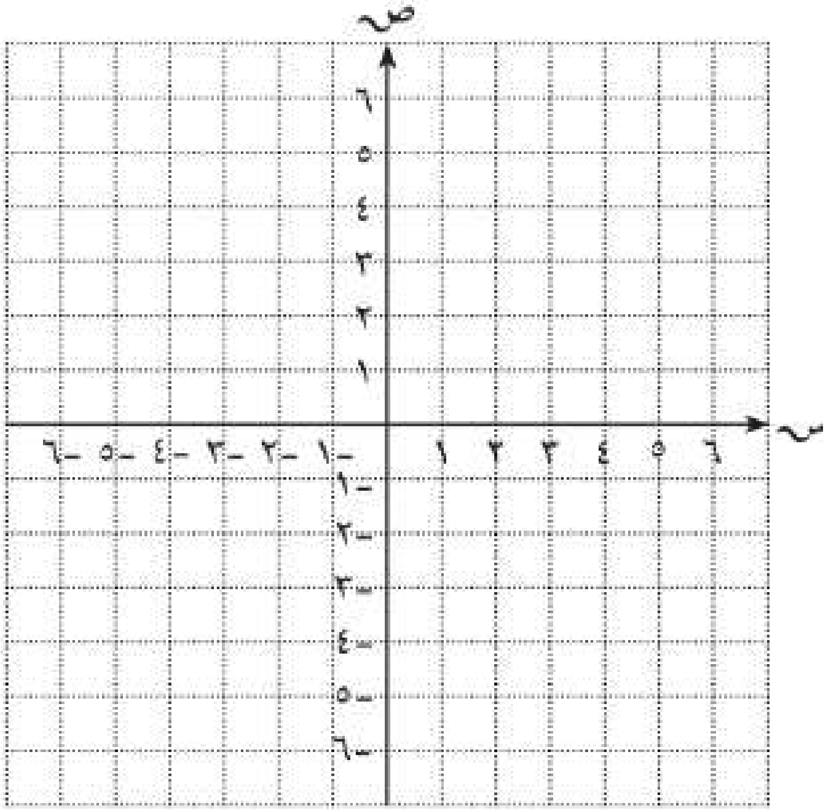
ص = (س - ٣)^{٢} + ١



ص = - س^{٢} + ٢

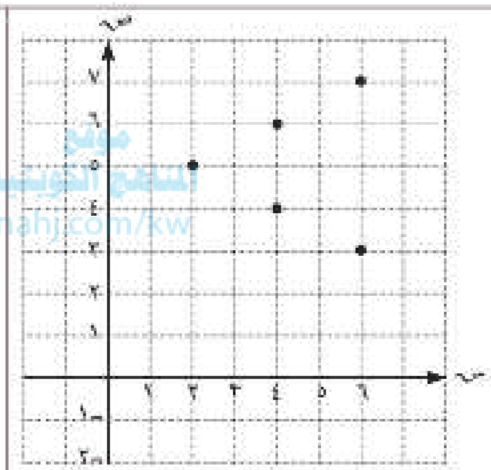


مثِّل بيانيًّا : ص = - س^{٢} - ٢ مستخدِمًا التمثيل البياني للدالّة التربيعية ص = س^{٢}



في البنود (١ - ٨) ، ظلّل **أ** إذا كانت العبارة صحيحة ، وظلّل **ب** إذا كانت العبارة غير صحيحة .

١ إذا كانت ع علاقة تكافؤ على سـ = { ٢ ، ٥ ، ٦ } ، ع = { (٢ ، ٢) ، (س ، ص) ، (٥ ، ٥) ، (٥ ، ٦) ، (٦ ، ٦) } فإنّ (س ، ص) = (٦ ، ٥)	أ	ب
٢ علاقة أكبر من أو يساوي على مجموعة أعداد هي علاقة متناظرة .	أ	ب
٣ علاقة التطابق على مجموعة مثلّثات هي علاقة تكافؤ .	أ	ب

٤ لتكن ع : { ٢ ، ٤ ، ٦ } ⟵ { ٢ ، ٤ ، ٥ ، ٦ ، ٧ } فإنّ العلاقة ع الممثّلة في المستوى الإحداثي المقابِل تمثّل تطبيقًا . 	أ	ب
٥ لتكن سـ = { -١ ، ٠ ، ١ } ، صـ = { -١ ، ٠ ، ١ ، ٢ } التطبيق ت : سـ ⟵ صـ ، حيث ت (س) = س^{٢} ، فإنّ ت تطبيق شامل وليس متباينًا .	أ	ب
٦ إذا كانت النقطة (٣ ، ٢) هي رأس منحنى الدالّة التربيعية ، فإنّ معادلة خطّ التماثل للدالّة هي س = ٣ .	أ	ب
٧ لتكن سـ = { ٥ ، ٦ ، ٧ } ، إذا كان التطبيق ت : سـ ⟵ صـ ، (صـ هي مجموعة الأعداد الصحيحة) ، حيث ت (س) = س ، فإنّ ت تطبيق ليس تقابلًا .	أ	ب
٨ النقطة (١ ، ١) تنتمي إلى بيان الدالّة ص = -٢س + ٣	أ	ب

٩ إذا كانت ع علاقة معرَّفة على س = { ٣ ، ٤ ، ٥ } ، ع = { (٤ ، ٤) } ، فإنَّ ع تكون :

أ إنعكاسية
ب متناظرة وليست متعدّية
ج متناظرة ومتعدّية
د علاقة تكافؤ

---

١٠ إذا كانت ع علاقة معرَّفة على س = { أ ، ب } ، ع = { (أ ، ب) ، (ب ، أ) } ، فإنَّ :

أ ع علاقة متناظرة فقط
ب ع علاقة متناظرة ومتعدّية
ج ع علاقة انعكاسية فقط
د ع علاقة تكافؤ

---

١١ علاقة التوازي على مجموعة مستقيمات هي :

أ علاقة انعكاسية فقط
ب علاقة متناظرة فقط
ج علاقة انعكاسية ومتعدّية
د علاقة تكافؤ

١٢ لتكن س = { ١ ، ٤ ، ٢٥ } ، إذا كان التطبيق ت : س ⟵ ص ،
(ص هي مجموعة الأعداد الصحيحة) ، حيث ت (س) = $\sqrt{س}$ ، فإنَّ ت تطبيق :

أ شامل ومتباين
ب ليس شاملًا وليس متباينًا
ج شامل وليس متباينًا
د متباين وليس شاملًا

---

١٣ لتكن س = { ١ ، ٠ ، −١ } ، التطبيق ت : س ⟵ س ، حيث ت (س) = س^{٢} − ١ ، فإنَّ ت تطبيق :

أ متباين وليس شاملًا
ب شامل ومتباين
ج ليس شاملًا وليس متباينًا
د شامل وليس متباينًا

---

١٤ إذا كانت س = { ١ ، ٢ } ، ت : س ⟵ س ، فإنَّ التطبيق التقابل فيما يلي هو :

أ { (١ ، ١) ، (٢ ، ١) }
ب { (١ ، ١) ، (٢ ، ٢) }
ج { (١ ، ٢) ، (٢ ، ٢) }
د ليس أيّ ممّا سبق صحيحًا .

١٥ إذا كان التطبيق ن : صـ ⟵ { ٣ } ، حيث (صـ هي مجموعة الأعداد الصحيحة) ،
ن (س) = ٣ ، فإنّ ن تطبيق :

أ شامل ومتباين
ب ليس شاملًا وليس متباينًا
ج شامل وليس متباينًا
د متباين وليس شاملًا

١٦ إذا كان التطبيق ن : ط ⟵ ط ، حيث (ط هي مجموعة الأعداد الكلّية) ،
ت (س) = ٢س ، فإنّ ت تطبيق :

أ ليس شاملًا وليس متباينًا
ب متباين وليس شاملًا
ج شامل وليس متباينًا
د تقابل

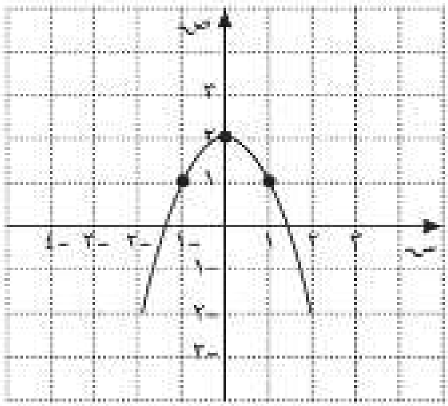
١٧ ليكن التطبيق ت : ح ⟵ ح ، حيث ت (س) = ٢ + ٥س . إذا كان ت (أ) = ٢ ، فإنّ أ تساوي :

أ ٥
ب صفر
ج ٧
د ٣

١٨ إذا كانت النقطة (-٢ ، ١) تنتمي إلى بيان الدالّة : ص = أ س + ٣ ، فإنّ أ تساوي :

أ ١
ب -١
ج ٢
د -٢

١٩ يمثّل الشكل المقابل بيان الدالّة :



أ ص = س^{٢} + ٢
ب ص = - س^{٢} + ٢
ج ص = - (س^{٢} + ٢)
د ص = س^{٢} - ٢

٢٠ بيان الدالّة ص = (س - ٢)^{٢} - ٤ ، يمثّل بيان الدالّة ص = س^{٢} تحت تأثير :

أ إزاحة أفقية بمقدار ٢ وحدة إلى اليسار ، وإزاحة رأسية بمقدار ٤ وحدات إلى الأسفل .
ب إزاحة أفقية بمقدار ٢ وحدة إلى اليمين ، وإزاحة رأسية بمقدار ٤ وحدات إلى الأسفل .
ج إزاحة أفقية بمقدار ٤ وحدات إلى اليسار ، وإزاحة رأسية بمقدار ٢ وحدة إلى الأعلى .
د إزاحة أفقية بمقدار ٢ وحدة إلى اليمين ، وإزاحة رأسية بمقدار ٤ وحدات إلى الأعلى .

٢١ معادلة خطّ التماثل لمنحنى الدالّة د : د (س) = س^{٢} هي ....

أ س = ١   ب س = ٠   ج ص = ١   د ص = ٠

٢٢ معادلة خطّ التماثل لمنحنى الدالّة د : د (س) = (س - ٢)^{٢} هي ....

أ س = ٠   ب س = ٢   ج س = -٢   د س = -٤

٢٣ نقطة رأس منحنى الدالّة : ص = - (س - ٣)^{٢} + ٤ هي ....

أ (-٣ ، ٤)   ب (٣ ، -٤)   ج (٣ ، ٤)   د (-٣ ، -٤)

في البنود (٢٤ - ٢٥) ، إختر من القائمة (٢) ما يناسب كلّ بند من القائمة (١) لتحصل على عبارة صحيحة .

القائمة (١)	القائمة (٢)
٢٤ إذا كان التطبيق ت : ص ← ص (مجموعة الأعداد الصحيحة) ، ت (س) = س^{٢} ، فإنّ ت	أ شامل وليس متباينًا .
٢٥ إذا كان التطبيق ن : { -٢ ، ٠ ، ٢ } ← { -١ ، ٠ ، ١ } حيث ن (س) = $\frac{١}{٢}$ س ، فإنّ ن	ب متباين وليس شاملًا .
	ج ليس شاملًا وليس متباينًا .
	د تطبيق تقابل .

٦ - ١ الميل

أوجِد ميل المستقيم المارّ بالنقطتَين في كلّ ممّا يلي :

أ) أ (٢ ، ١) ، ب (٣ ، ٥)

....

....

ب) س (-١ ، ٧) ، ص (٣ ، ٤)

....

....

ج) ع (-٥ ، ٠) ، ل (٠ ، ٤)

د) هـ (٢ ، ٤) ، ل (-٥ ، ٤)

أوجِد الميل والجزء المقطوع من محور الصادات للمستقيم الذي معادلته :

أ) ص = ٢ س

....

....

ب) ٣ س + ص = ٧

....

....

ج) ٢ ص - ٥ س + ٣ = ٠

د) ٣ ص = ٣ س + ٦

أوجِد الميل والجزء المقطوع من محور الصادات والجزء المقطوع من محور السينات للمستقيم الذي معادلته :

أ) ص = ٤ س + ٥

ب) ص = ٢ - ٥ س

ليكن $م_١$ هو ميل $\overleftrightarrow{ل_١}$ ، $م_٢$ هو ميل $\overleftrightarrow{ل_٢}$:

- $م_١ = م_٢ \Leftarrow \overleftrightarrow{ل_١} // \overleftrightarrow{ل_٢}$ (والعكس صحيح $\overleftrightarrow{ل_١} // \overleftrightarrow{ل_٢} \Leftarrow م_١ = م_٢$ ما لم يوازِ أحدهما محور الصادات)
- $م_١ \times م_٢ = -١ \Leftarrow \overleftrightarrow{ل_١} \perp \overleftrightarrow{ل_٢}$ (والعكس صحيح $\overleftrightarrow{ل_١} \perp \overleftrightarrow{ل_٢} \Leftarrow م_١ \times م_٢ = -١$ ما لم يوازِ أحدهما أيًا من المحورَين)

إذا كان $\overleftrightarrow{أب}$ يمرّ بالنقطتَين أ (٢ ، ٥) ، ب (٣ ، ٥) ،
$\overleftrightarrow{جـ د}$ يمرّ بالنقطتَين جـ (٣ ، ٦) ، د (٨ ، ٦) فأثبِت أنّ $\overleftrightarrow{أب} // \overleftrightarrow{جـ د}$.

إذا كان $\overleftrightarrow{هـ}$ يمرّ بالنقطتَين (٣ ، -٧) ، (٥ ، ٧) ،
$\overleftrightarrow{ل}$ يمرّ بالنقطتَين (٢ ، ٦) ، (٩ ، ٥) ،
فأثبِت أنّ $\overleftrightarrow{هـ} \perp \overleftrightarrow{ل}$.

إذا كان ميل $\overleftrightarrow{أب}$ هو -5 ، وكان $\overleftrightarrow{لع}$ معادلته :

5 س $+$ ص $= 2$ ، فأثبِت أنّ $\overleftrightarrow{أب} \parallel \overleftrightarrow{لع}$.

إذا كانت معادلة $\overleftrightarrow{هـ}$: ص $= 9$ س $+ 5$ ومعادلة $\overleftrightarrow{ن}$: 2 ص $- 18$ س $- 1 = 0$ ،
فأثبِت أنّ المستقيمَين متوازيان .

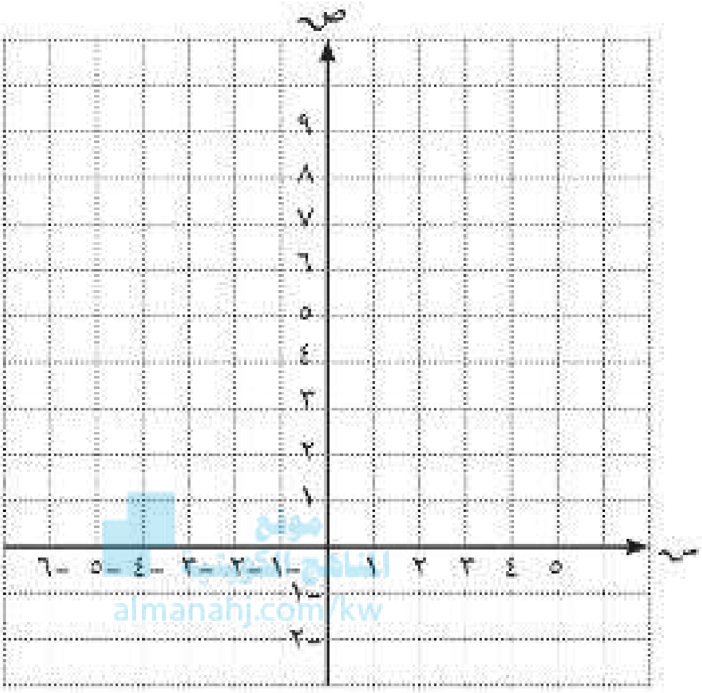
إذا كان $\overleftrightarrow{ك}$ يمرّ بالنقطتَين (4 ، 7) ، (9 ، 4) ، ومعادلة $\overleftrightarrow{ل}$: 5 س $- 3$ ص $- 6 = 0$ ،
فأثبِت أنّ المستقيمَين متعامدان .

أوجِد مجموعة حلّ المعادلتَين آنيًّا بيانيًّا :

ص = ٢ س - ١ ، ص = - س + ٥

ص = ٢ س - ١			
س			
ص			

ص = - س + ٥			
س			
ص			



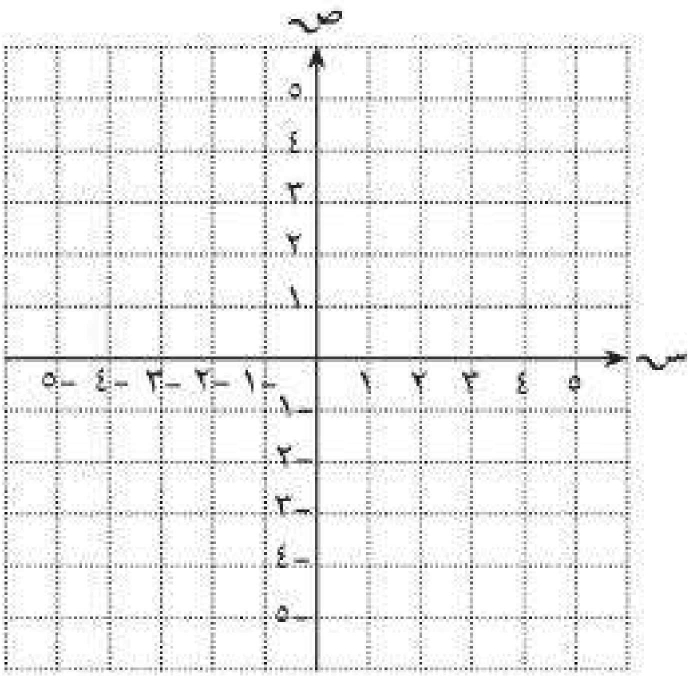
∴ مجموعة الحلّ = { (.............. ، ....) }

أوجِد مجموعة حلّ المعادلتَين آنيًّا بيانيًّا :

ص = ٢ س + ١ ، ص = س + ١

س			
ص			

س			
ص			

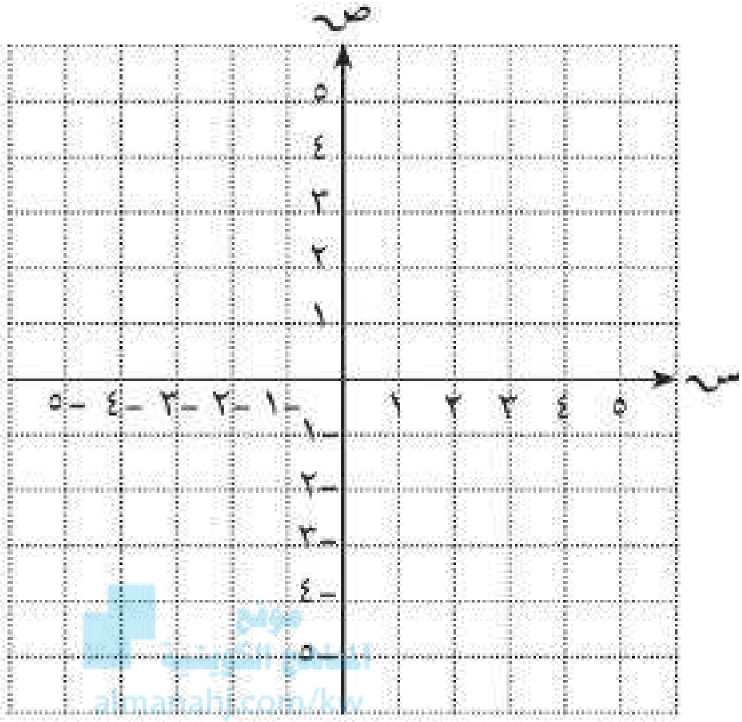


أوجِد مجموعة حلّ المعادلتَين آنيًّا بيانيًّا :

ص = س - ١ ، ص = - س + ١

س			
ص			

س			
ص			

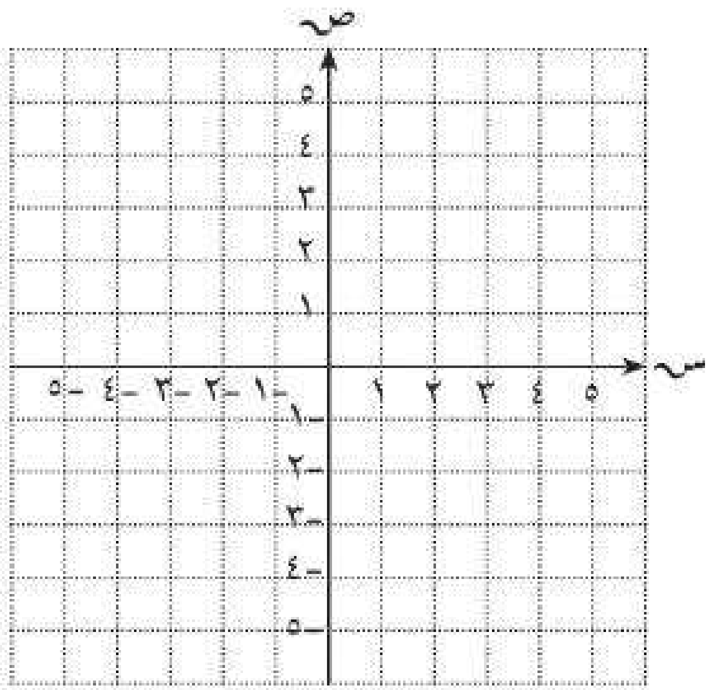


أوجِد مجموعة حلّ المعادلتَين آنيًا بيانيًّا :

ص = ٣ س - ٢ ، ص = ٣ س + ١

س			
ص			

س			
ص			



أوجِد مجموعة حلّ المعادلتَين آنيًا جبريًا بطريقة الحذف :

س + ص = ٤ ، س − ص = ٢

أوجِد مجموعة حلّ المعادلتَين آنيًا جبريًا بطريقة الحذف :

س + ٥ ص = ٢ ، ٢ س − ٣ ص = −٩

أوجِد مجموعة حلّ المعادلتَين آنيًّا جبريًّا بطريقة التعويض :

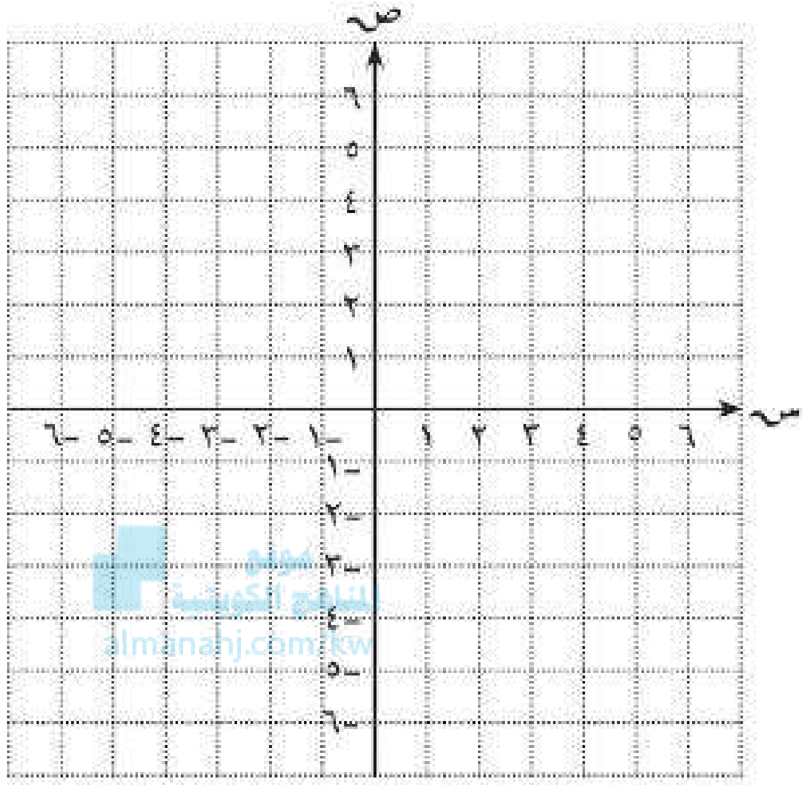
س = ص ، س + ٢ ص = ٦

أوجِد مجموعة حلّ المعادلتَين آنيًّا جبريًّا بطريقة التعويض :

س + ص = ٧ ، ٣ س - ٢ ص = ٦

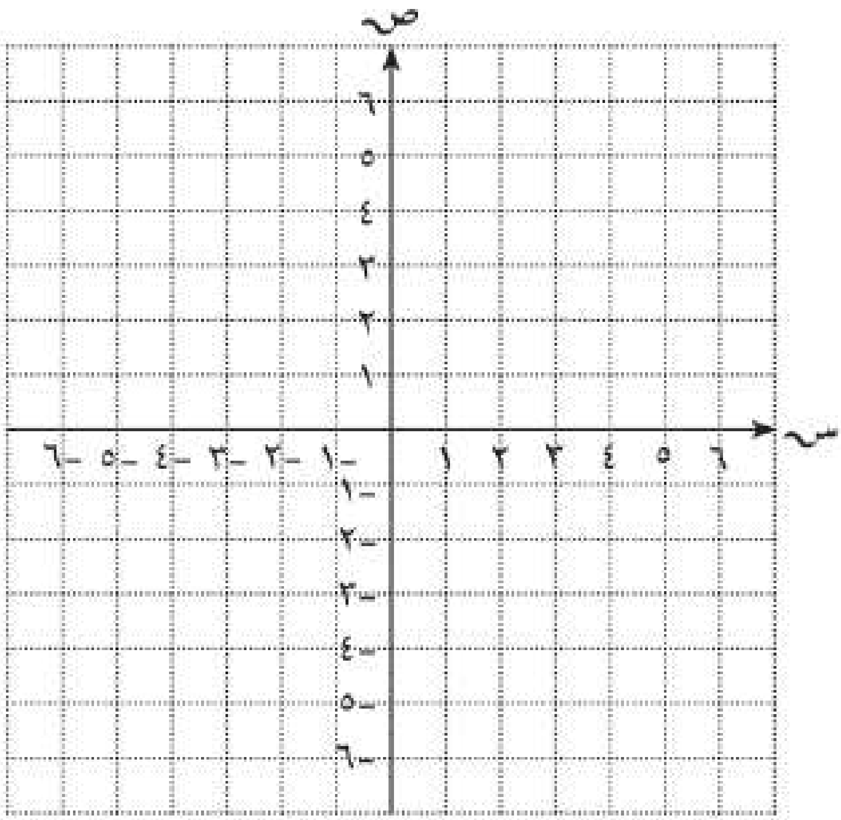
مثّل بيانيًّا منطقة الحلّ للمتباينة :

ص > س + ١



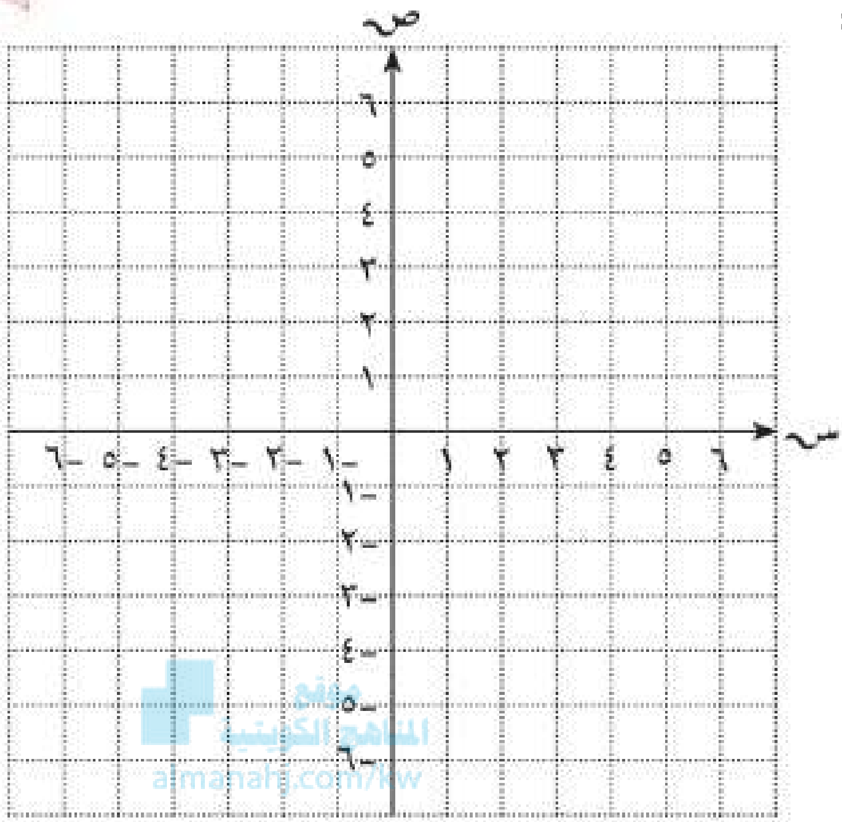
مثّل بيانيًّا منطقة الحلّ للمتباينة :

ص ≥ ١ - س



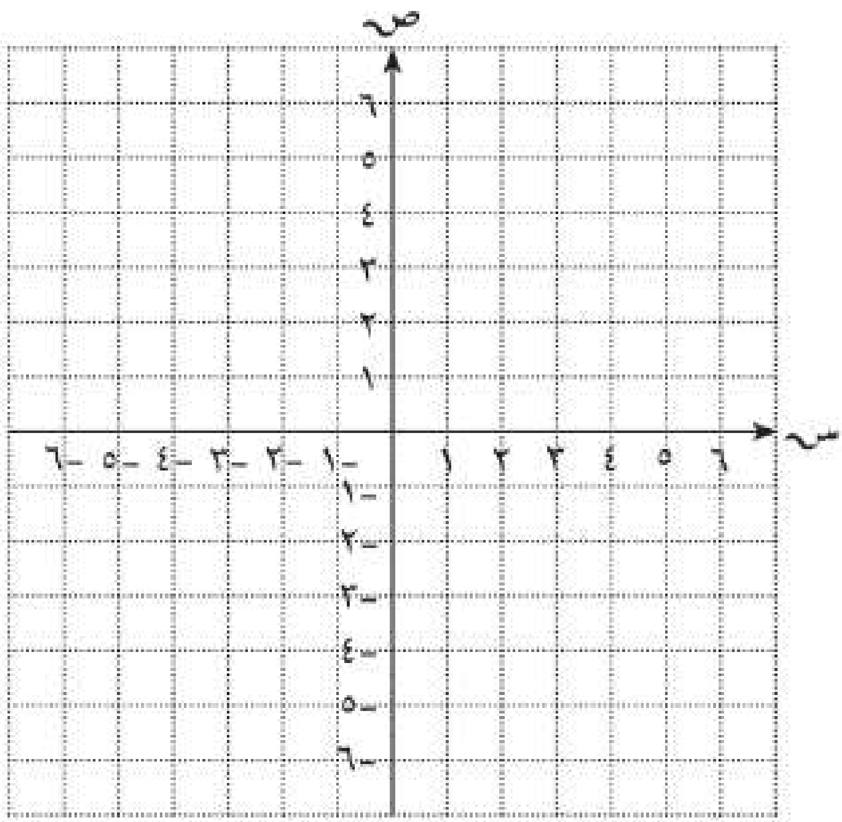
مثّل بيانيًا منطقة الحلّ المشترَك للمتباينتَين :

ص ≥ ٢س - ٣ ، ص > ٢س + ١



مثّل بيانيًا منطقة الحلّ المشترَك للمتباينتَين :

ص ≤ -س + ١ ، ص ≥ ٣س + ١



في البنود (١ - ١٠) ، ظلّل أ إذا كانت العبارة صحيحة ، وظلّل ب إذا كانت العبارة غير صحيحة .

١ ميل المستقيم الأفقي يساوي صفرًا .	أ	ب
٢ ميل المستقيم الموازي لمحور الصادات يساوي صفرًا .	أ	ب
٣ الجزء المقطوع من محور الصادات للمستقيم الذي معادلته : ٢ س + ٣ ص = ١ هو ١	أ	ب
٤ إذا كان المستقيمان اللذان ميلاهما $\frac{-٢}{٣}$ ، $\frac{٦}{ك}$ متعامدَين ، فإنّ ك تساوي ٤ .	أ	ب
٥ المستقيم الذي معادلته ص = ٥ ليس له ميل .	أ	ب
٦ المستقيمان ص = ٢ س + ٣ ، ٢ ص = ٤ س - ١ متوازيان .	أ	ب
٧ المستقيم الذي معادلته ص = ٣ والمستقيم الذي معادلته س = ٢ مستقيمان متعامدان .	أ	ب
٨ إذا كان ميل $\overleftrightarrow{ع_١}$ هو ٣ ، فإنّ ميل $\overleftrightarrow{ع_٢}$ العمودي عليه $\frac{-١}{٣}$	أ	ب
٩ النقطة (٢ ، ٠) هي أحد حلول المتباينة ص $\leq$ ٣ س - ٢	أ	ب
١٠ مجموعة حلّ المعادلتَين ص = ٣ س - ٢ ، ص = ٢ س + ٢ هي { (٤ ، ١٠) }	أ	ب

١٧ أ ب جـ د مربّع قطراه $\overline{أجـ}$ ، $\overline{ب د}$ حيث أ (٥ ، ٤) ، جـ (-٢ ، ٣) فإنّ ميل $\overleftrightarrow{ب د}$ يساوي :

أ ٧   ب -٧   ج $\frac{١}{٧}$ د $-\frac{١}{٧}$

---

١٨ إذا كان $م_١$ ، $م_٢$ ميلَي مستقيمَين متوازيَين وغير رأسيَّين ، فإنّ :

أ $م_١ + م_٢ = ٠$ ب $م_١ - م_٢ = ٠$

ج $م_١ \times م_٢ = ٠$ د $م_١ - م_٢ \neq ٠$

١١ الجزء المقطوع من محور الصادات للمستقيم الذي معادلته :
٣ ص − س + ١ = ٠ هو :

أ −١ ب +١ ج $\frac{-١}{٣}$ د $\frac{١}{٣}$

١٢ ميل المستقيم المتعامد مع المستقيم : ٢ ص = −٤ س + ٣ هو :

أ ٢ ب $\frac{١}{٢}$ ج ١ د $\frac{-١}{٢}$

١٣ مجموعة حلّ المعادلتَين :
ص = ٣ س − ١ ، ص = ٢ س + ١ هي :

أ { (٠ ، −١) } ب { (٢ ، ٥) }
ج { (٠ ، ١) } د ∅

١٤ النقطة التي تنتمي إلى منطقة الحلّ المشترَك للمتباينتَين
س + ص < ٣ ، ٢ س − ص > ٣ هي :

أ (−٢ ، ١) ب (٣ ، ١)
ج (٢ ، ٢) د (٤ ، ١)

١٥ المستقيم الموازي للمستقيم : ٣ ص = ٦ س + ٢ هو :

أ ص = ٢ س + ٥ ب ٢ ص = ٣ س − ٢
ج ٣ ص = س + ٢ د ص = ٣ س + ٢

١٦ إذا كان المستقيمان اللذان ميلاهما $\frac{-٢}{٣}$ ، $\frac{ك}{٢}$ متوازيَين ، فإنّ ك تساوي :

أ $-\frac{٣}{٤}$ ب $\frac{١}{٣}$ ج ٣ د $-\frac{٤}{٣}$

انتهت مراجعة الجزء الاول من كتاب الرياضيات الفصل الثاني للصف التاسع

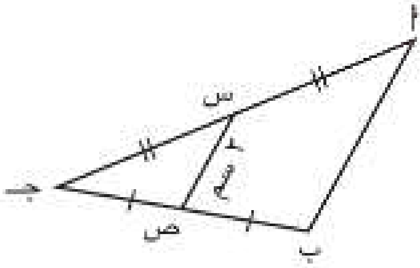
لا تنسوني من صالح دعاءكم

٧ - ١ القطعة المستقيمة الواصلة بين منتصفي ضلعَين في مثلّث

نظرية :
القطعة المستقيمة الواصلة بين منتصفَي ضلعَين في مثلّث توازي الضلع الثالث ، وطولها يساوي نصف طول هذا الضلع .

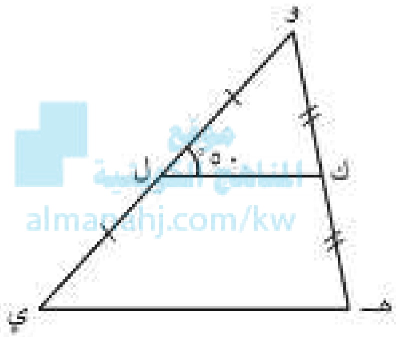
في كلّ من المثلّثات التالية ، أكمِل (دون استخدام الأدوات الهندسية) :

(أ)



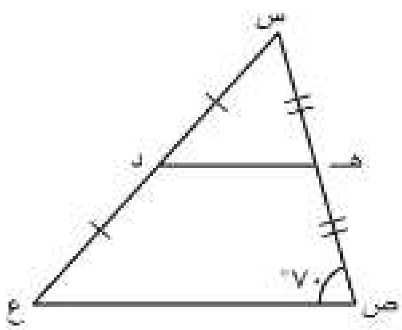
أ ب = ...

(ب)



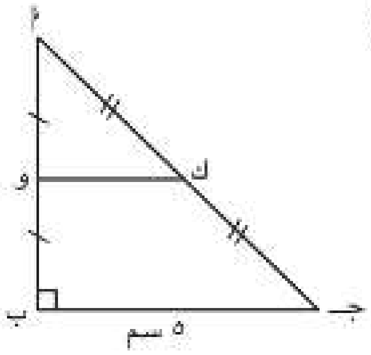
ق ($\hat{ي}$) = ...

(ج)



ق (س $\hat{هـ}$ د) = ...

(د)



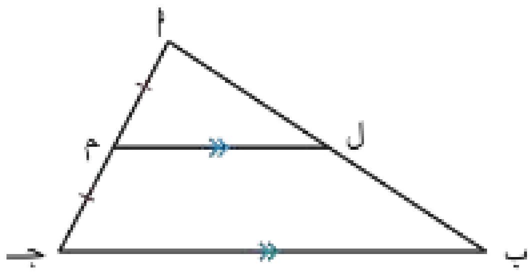
و ك = ...

نظرية :
إذا رُسم مستقيم من منتصف أحد أضلاع مثلّث موازيًا ضلعًا آخر فيه ، فإنّه ينصّف الضلع الثالث .

في المثلّث أ ب جـ :

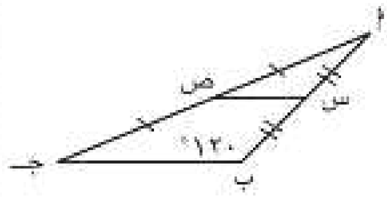
∵ م منتصف $\overline{أ جـ}$ ، $\overline{ل م}$ // $\overline{ب جـ}$

∴ ل منتصف $\overline{أ ب}$



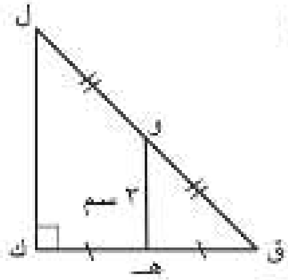
١ في كلّ من المثلّثات التالية ، أكمِل (دون استخدام الأدوات الهندسية) :

(أ)



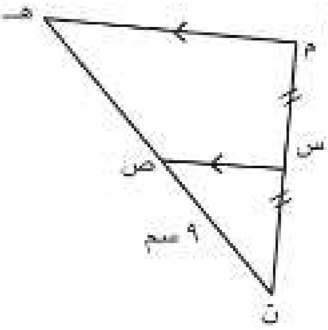
ق (أ $\hat{س}$ ص) = ...

(ب)



ك ل = ...

(ج)



ص هـ = ...

---

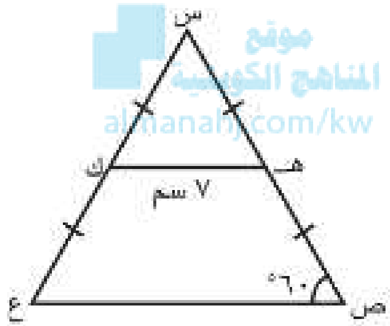
٢ في Δ س ص ع : س هـ = هـ ص = س ك = ك ع

ق ($\hat{ص}$) = ٦٠° ، هـ ك = ٧ سم .

أوجِد بالبرهان : (١) طول $\overline{ص ع}$.

(٢) ق ($\hat{ع}$)

(٣) طول $\overline{س ع}$.

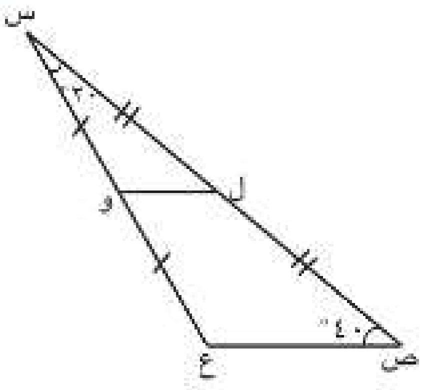


٣ س ص ع مثلّث فيه ،

ل منتصف $\overline{\text{س ص}}$ ، و منتصف $\overline{\text{س ع}}$

ق (ص^) = ٤٠° ، ق (س^) = ٢٠°

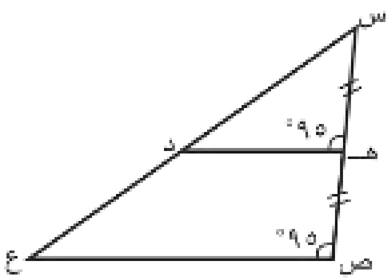
أوجِد بالبرهان ق (س و^ ل) .



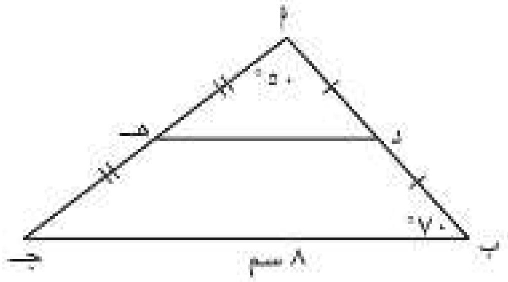
٥ س ص ع مثلّث فيه : هـ منتصف $\overline{\text{س ص}}$ ،

ق (ص^) = ق (س هـ^ د) = ٩٥°

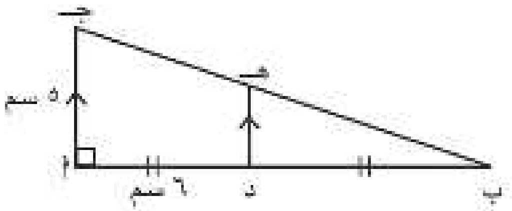
أثبِت أنّ : د منتصف $\overline{\text{س ع}}$.



٢ ا ب جـ مثلث فيه : د منتصف $\overline{اب}$ ،
هـ منتصف $\overline{اجـ}$ ، ق ($\hat{ا}$) = ٥٠° ،
ب جـ = ٨ سم ، ق ($\hat{ب}$) = ٧٠° .
أوجد بالبرهان : (١) د هـ (٢) ق (ا $\hat{د}$ هـ)
(٣) ق (ا $\hat{هـ}$ د)



٥ في الشكل المقابل، أ ب جـ مثلث قائم الزاوية في أ
د منتصف $\overline{أب}$ ، $\overline{دهـ}$ // $\overline{أجـ}$ ،
د أ = ٦ سم ، أ جـ = ٥ سم .



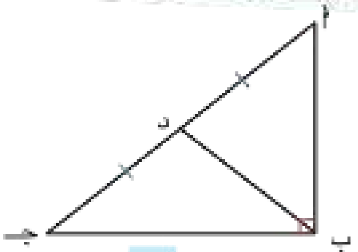
(أ) أثبِت أنّ : ب هـ = هـ جـ .

(ب) أوجِد : طول $\overline{هـ جـ}$.

القطعة المستقيمة الواصلة من رأس الزاوية القائمة إلى منتصف الوتر

نظرية :

طول القطعة المستقيمة الواصلة من رأس الزاوية القائمة إلى منتصف الوتر في المثلّث القائم الزاوية يساوي نصف طول الوتر .

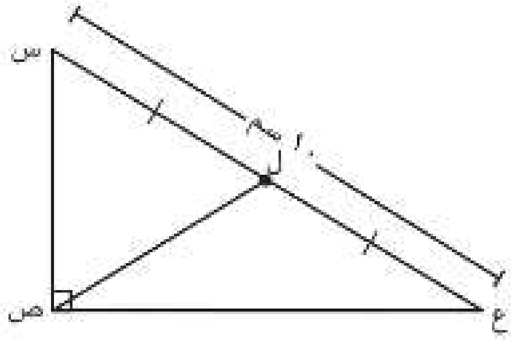


في المثلّث أ ب جـ :

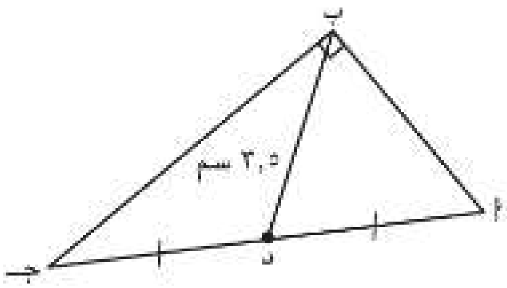
∵ ق (ب̂) = ٩٠° ، د منتصف $\overline{\text{أجـ}}$

∴ ب د = $\frac{١}{٢}$ أجـ

أكمِل ما يلي (دون استخدام الأدوات الهندسية) :



طول $\overline{\text{ص ل}}$ = ...

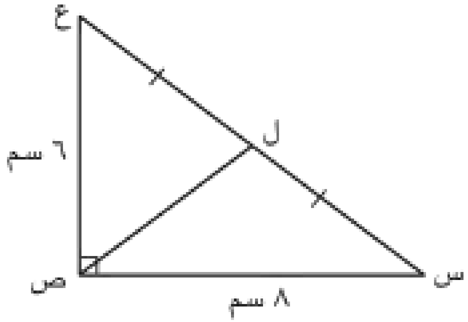


أ جـ = ...

في الشكل المقابل ، س ص ع مثلّث قائم الزاوية في ص ،

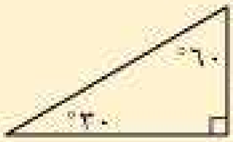
ع ص = ٦ سم ، س ص = ٨ سم ، ل منتصف $\overline{\text{س ع}}$.

أوجِد بالبرهان طول $\overline{\text{ص ل}}$.



نتيجة (١) :
في المثلّث الثلاثيني الستّيني ، يكون طول الضلع المقابِل للزاوية التي قياسها ٣٠° مساوِيًا نصف طول الوتر.

المثلّث التالي يُسمّى : مثلّثًا ثلاثينيًا ستّينيًا

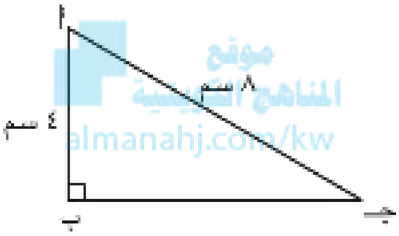


نتيجة (٢) :
في المثلّث القائم الزاوية ، إذا كان طول أحد ضلعَي الزاوية القائمة مساويًا نصف طول الوتر ، فإنّ قياس الزاوية المقابِلة لهذا الضلع ٣٠° ويُسمَى المثلّث ثلاثينيًا ستّينيًا .

∵ أ ب جـ مثلّث قائم الزاوية في ب ، أ ب = $\frac{١}{٢}$ أ جـ

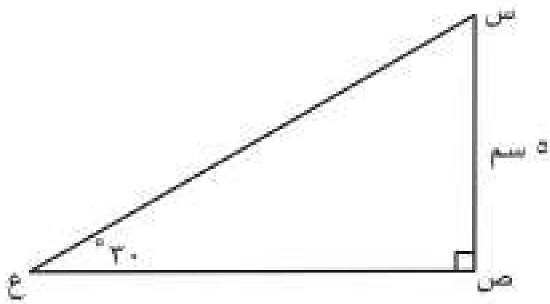
∴ ق ($\hat{جـ}$) = ٣٠°

∴ المثلّث أ ب جـ ثلاثيني ستّيني



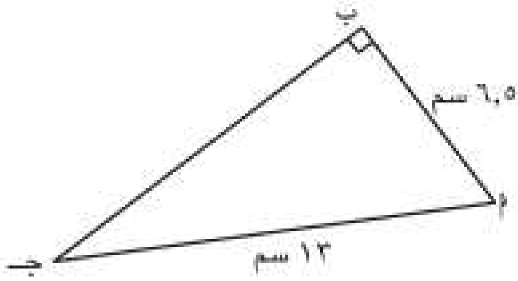
أكمِل ما يلي (دون استخدام الأدوات الهندسية) :

(أ)



س ع = ...

(ب)

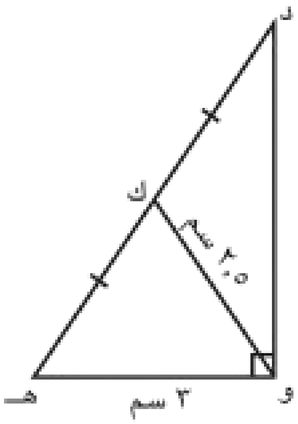


ق ($\hat{جـ}$) = ...

٢ في الشكل المقابِل : المثلّث هـ و د قائم الزاوية في و ، ك منتصف $\overline{\text{هـ د}}$.

أوجِد بالبرهان كلًّا ممّا يلي : (١) طول $\overline{\text{هـ د}}$

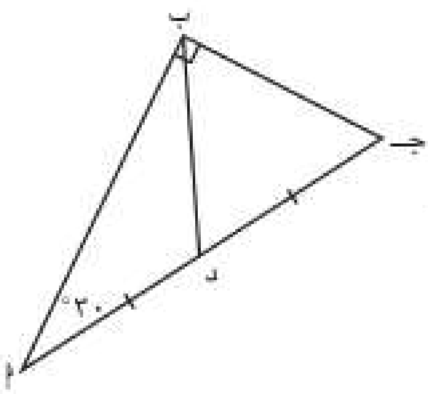
(٢) طول $\overline{\text{د و}}$



٣ في الشكل المقابِل :

المثلّث ٱ ب جـ قائم الزاوية في ب ، ق ($\hat{\text{ٱ}}$) = ٣٠° .

أثبِت أنّ المثلّث ب د جـ متطابق الأضلاع .

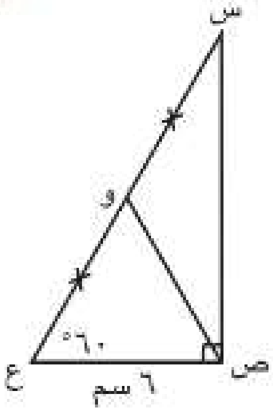


١ س ص ع مثلّث قائم الزاوية في ص ، و منتصف $\overline{\text{س ع}}$.

أوجِد بالبرهان كلًّا ممّا يلي : (١) طول $\overline{\text{س ع}}$

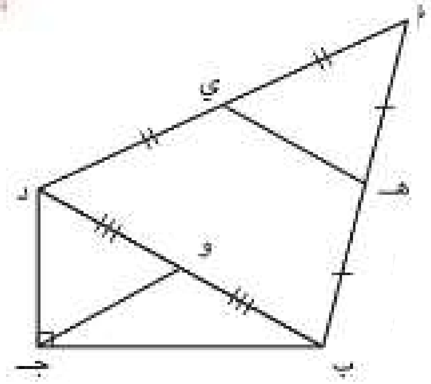
(٢) طول $\overline{\text{ص و}}$

(٣) ق (و $\hat{\text{ص}}$ س)



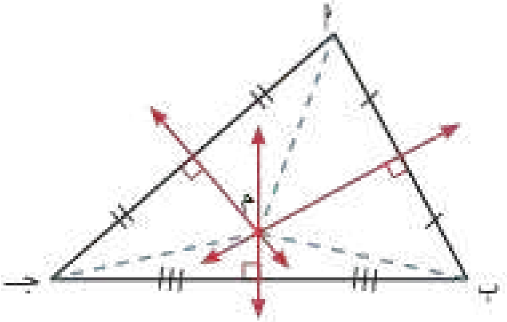
٧ في الشكل المقابل: هـ، ي، و منتصفات $\overline{أب}$، $\overline{أد}$، $\overline{ب د}$ على الترتيب، ق ($\hat{جـ}$) = ٩٠°.

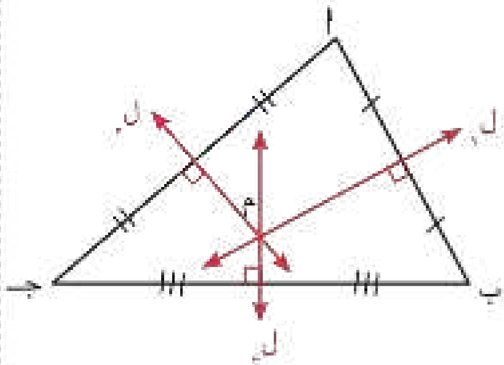
برهن أنّ: هـ ي = و جـ.



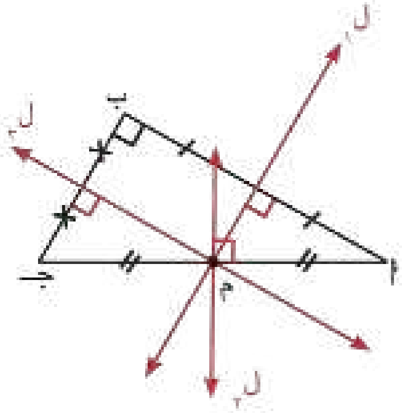
٧ - ٢ محاور أضلاع المثلث

نظرية : محاور أضلاع المثلّث تتقاطع في نقطة واحدة .





مثلّث حادّ الزوايا



مثلّث قائم الزاوية

مثلّث منفرج الزاوية

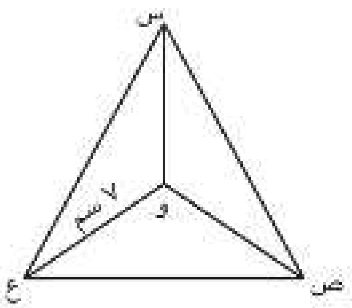
من الأشكال السابقة نلاحظ أنّ :

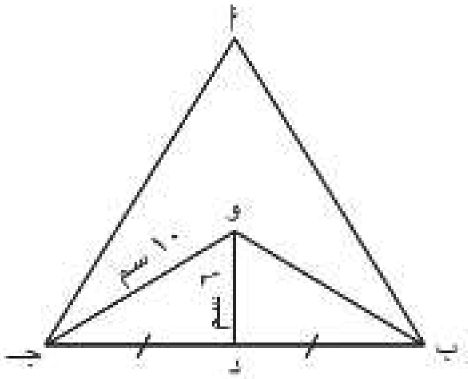
- نقطة تقاطع محاور أضلاع المثلّث الحادّ الزوايا تقع داخل المثلّث .
- نقطة تقاطع محاور أضلاع المثلّث القائم الزاوية تقع في منتصف الوتر .
- نقطة تقاطع محاور أضلاع المثلّث المنفرج الزاوية تقع خارج المثلّث .

المثلّث س ص ع فيه : و نقطة تقاطع محاور أضلاع المثلّث ،
و ع = ٧ سم . أكمِل دون استخدام الأدوات الهندسية :

و س = ... سم

و ص = ... سم





أ ب جـ مثلث فيه :

و نقطة تقاطع محاور أضلاعه ،

د منتصف ب جـ ،

و جـ = ١٠ سم ، و د = ٦ سم

أوجِد بالبرهان كلًّا ممّا يلي :

(١) ب و (٢) ب د (٣) ب جـ

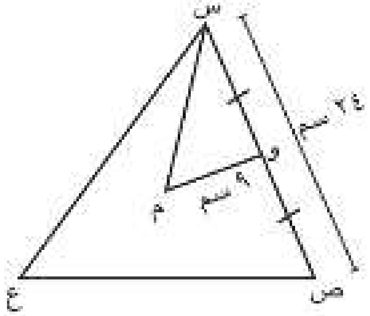
١ س ص ع مثلث فيه :

م نقطة تقاطع محاور أضلاع المثلث ، و م = ٩ سم ،

س ص = ٢٤ سم ، و منتصف س ص .

أوجِد بالبرهان كلًا ممّا يلي :

(١) و س (٢) س م (٣) م ص

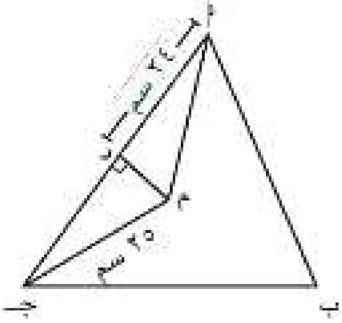


٢ Δ أ ب جـ فيه : م نقطة تقاطع محاور أضلاع المثلث ،
جـ م = ٢٥ سم ، د أ = ٢٤ سم .

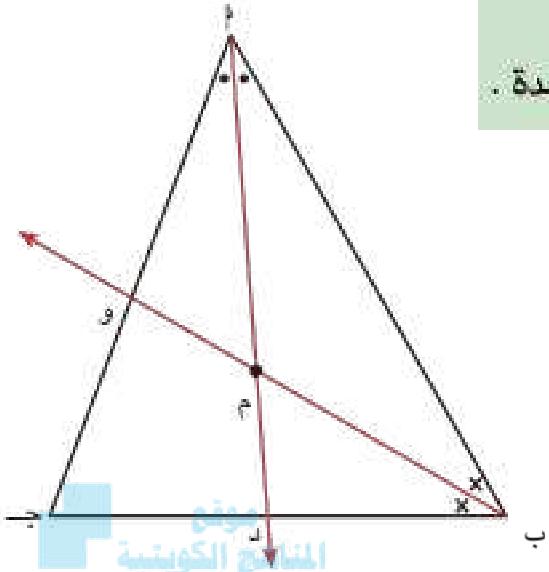
أوجِد بالبرهان :

(١) طول $\overline{\text{م أ}}$

(٢) محيط Δ م جـ أ



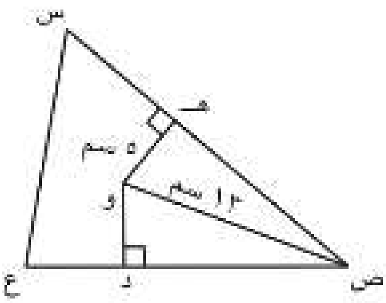
٧ - ٤ منصِّفات الزوايا الداخلة للمثلّث



نظرية :
منصِّفات الزوايا الداخلة للمثلّث تتقاطع في نقطة واحدة .

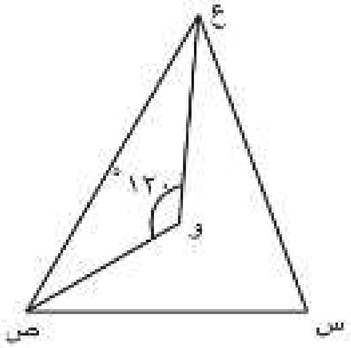
٢ المثلّث س ص ع فيه : و نقطة تقاطع منصِّفات زواياه الداخلة ،
هـ و = ٥ سم ، ص و = ١٢ سم
أوجِد بالبرهان :

(أ) و د (ب) ص د



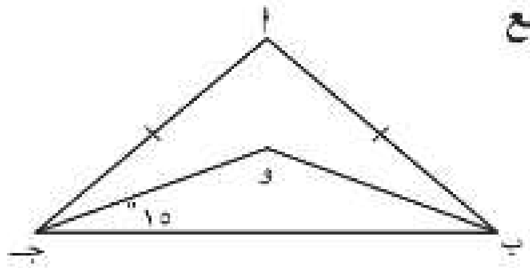
٣ المثلّث س ص ع فيه : و نقطة تقاطع منصِّفات زواياه الداخلة ، ق ($\hat{و}$) = ١٢٠°

أوجِد بالبرهان ق ($\hat{س}$) .

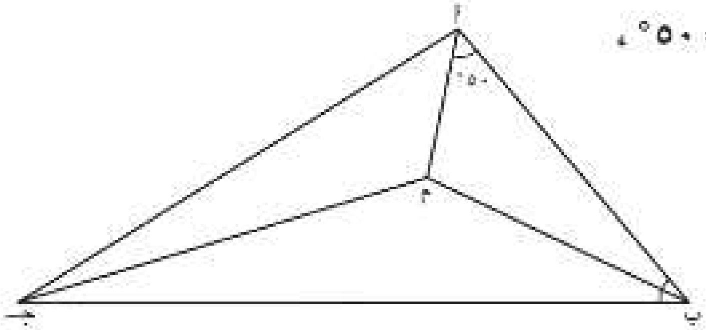


٤ المثلّث أ ب جـ متطابق الضلعين فيه : و هي نقطة تقاطع منصّفات زواياه الداخلة ، ق (و $\hat{جـ}$ ب) = ١٥° .

أوجِد بالبرهان ق ($\hat{أ}$) .



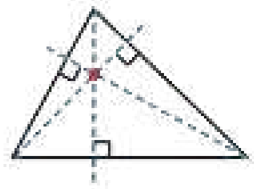
٦ ا ب جـ مثلث فيه : ق (ب $\hat{ا}$ م) = ق (ا $\hat{ب}$ جـ) = ٥٠° ،
حيث م نقطة تقاطع منصفات الزوايا الداخلة .
أوجد بالبرهان ق (ا $\hat{جـ}$ م) .



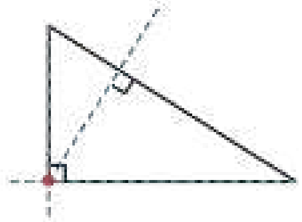
٧ ـ ٥ الأعمدة المرسومة من رؤوس المثلّث على أضلاعه

نظرية : الأعمدة المرسومة من رؤوس المثلّث على أضلاعه تتقاطع في نقطة واحدة .

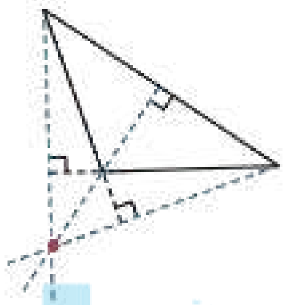
لاحِظ أنّ :



نقطة تقاطع الأعمدة المرسومة من رؤوس المثلّث الحادّ الزوايا على أضلاعه تقع داخل المثلّث .



نقطة تقاطع الأعمدة المرسومة من رؤوس المثلّث القائم الزاوية على أضلاعه هي رأس الزاوية القائمة .



نقطة تقاطع الأعمدة المرسومة من رؤوس المثلّث المنفرج الزاوية على أضلاعه (أو امتدادها) تقع خارج المثلّث .

١ في الشكل المقابِل ، المثلّث س ص ع فيه : ق ($\hat{س}$) = ٧٠° ،

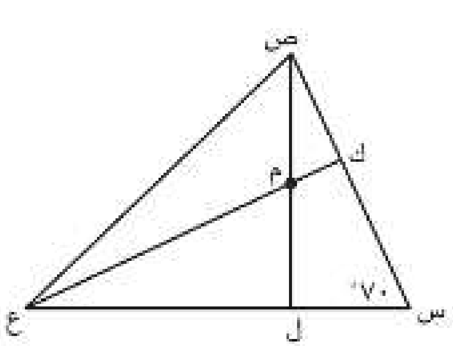
م نقطة تقاطع الأعمدة المرسومة

من رؤوس المثلّث على أضلاعه ،

$\overline{ل ص} \cap \overline{ك ع} = \{ م \}$ ،

أوجِد بالبرهان : (١) ق (س $\hat{ص}$ ل)

(٢) ق (ص $\hat{م}$ ع)



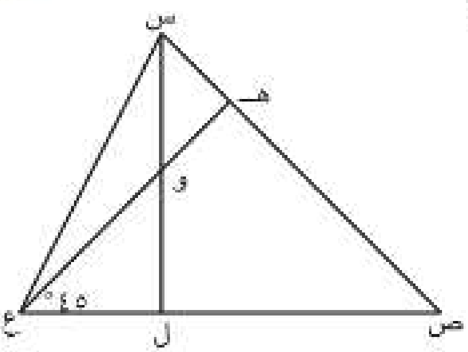
٣ في الشكل المقابِل ، س ص ع مثلّث فيه : ق (هـ $\hat{ع}$ ل) = ٤٥°

و نقطة تقاطع الأعمدة المرسومة من رؤوسه على أضلاعه ،

$\overline{س ل}$ ∩ $\overline{هـ ع}$ = { و } .

(١) أوجِد بالبرهان ق (هـ $\hat{و}$ س)

(٢) ما نوع المثلّث هـ و س بالنسبة إلى أضلاعه ؟



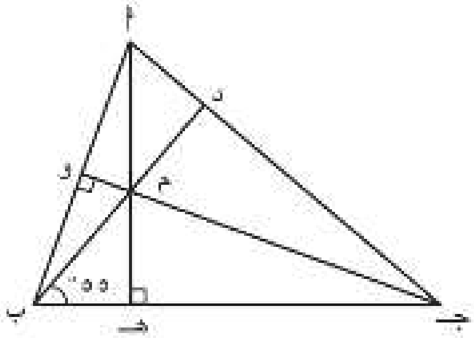
٤ أ ب جـ مثلّث فيه :

$\overline{أ هـ}$ ⊥ $\overline{ب جـ}$ ، $\overline{جـ و}$ ⊥ $\overline{أ ب}$.

ق (م $\hat{ب}$ هـ) = ٥٥°

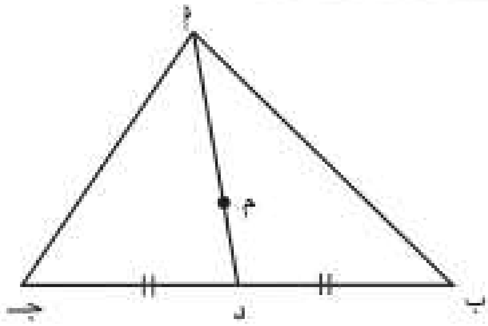
(١) أثبِت أنّ : $\overline{ب د}$ ⊥ $\overline{أ جـ}$.

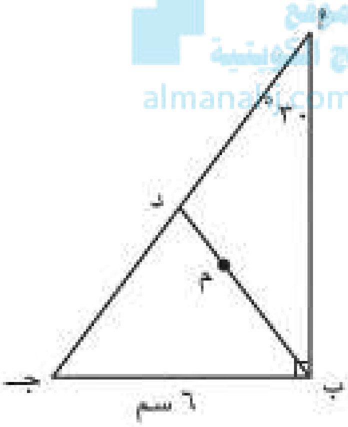
(٢) أوجِد ق (م $\hat{أ}$ جـ) .



نظرية :

القطع المتوسّطة للمثلّث تتقاطع في نقطة واحدة تُقسم كلّ منها بنسبة ٢ : ١ من جهة الرأس .





أ ب جـ مثلّث قائم الزاوية في ب ،

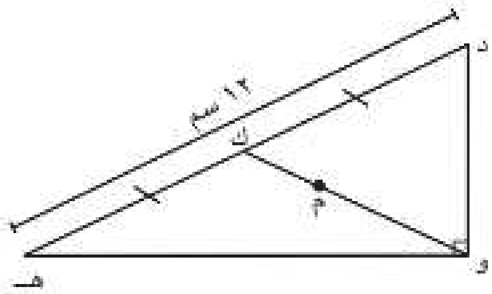
ب جـ = ٦ سم ،

م نقطة تقاطع القطع المتوسّطة للمثلّث أ ب جـ ، ق ($\hat{أ}$) = ٣٠°

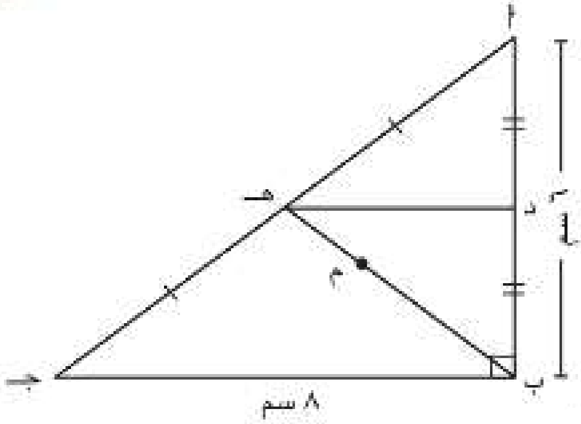
أوجِد بالبرهان كلًّا من : (١) أ جـ (٢) ب د

(٣) ب م (٤) م د

٢ Δ هـ و د قائم الزاوية في و ، فيه :
م نقطة تقاطع القطع المتوسطة للمثلث .
أوجِد بالبرهان كلًا مما يلي : (١) و ك
(٢) م ك



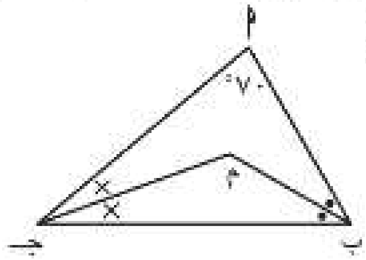
٣ ا ب جـ مثلّث قائم الزاوية في ب فيه :
د منتصف $\overline{\text{ا ب}}$ ، هـ منتصف $\overline{\text{ا جـ}}$ ،
ا ب = ٦ سم ، ب جـ = ٨ سم
م نقطة تقاطع القطع المتوسّطة للمثلّث ا ب جـ .
أوجِد بالبرهان : (أ) د هـ (ب) ا جـ
(ج) ب هـ (د) م هـ



تقويم الوحدة التعليمية السابعة

١ في كلّ من المثلّثات التالية ، أكمِل دون استخدام الأدوات الهندسية :

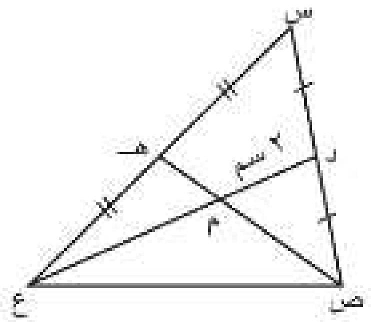
أ



ق (أ بَ̂ جـ) + ق (أ جـ̂ ب) = ...

ق (ب م̂ جـ) = ...

ب

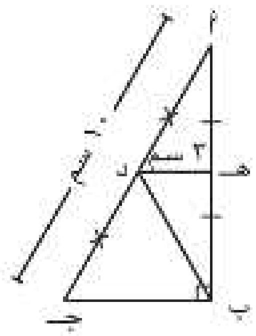


م نقطة تقاطع القطع المتوسّطة للمثلّث س ص ع .

م ع = ...

د ع = ...

ج

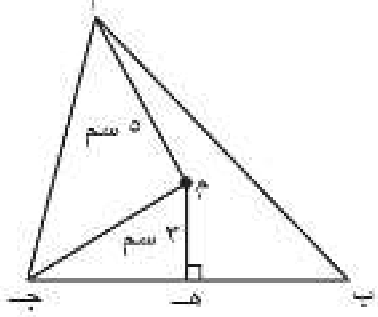


ب جـ = ...

ب د = ...

أ ب = ...

د



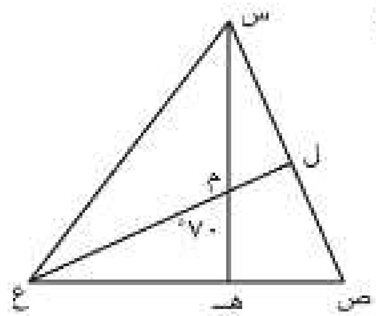
م نقطة تقاطع محاور أضلاع المثلّث أ ب جـ .

م جـ = ...

هـ جـ = ...

ب جـ = ...

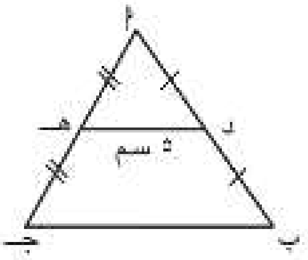
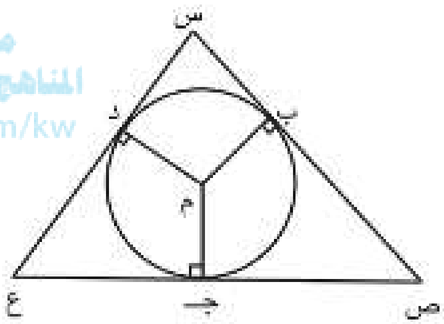
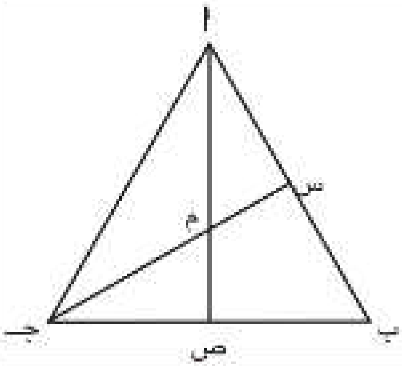
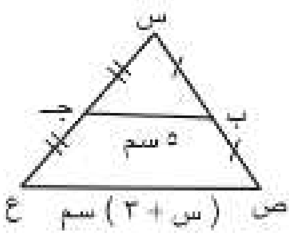
هـ



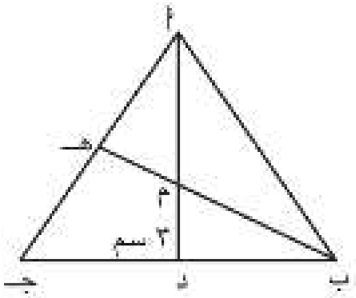
م نقطة تقاطع الأعمدة المرسومة من رؤوس المثلّث س ص ع على أضلاعه .

ق (م ع̂ هـ) = ...

ق (ل ص̂ ع) = ...

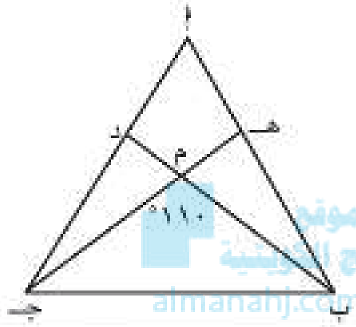
١ المثلّث أ ب جـ فيه : د منتصف $\overline{\text{أب}}$ ، هـ منتصف $\overline{\text{أجـ}}$ ، د هـ = ٥ سم ، فإنّ أ جـ = ١٠ سم . 	أ	ب
٢ نقطة تقاطع محاور أضلاع المثلّث المنفرج الزاوية تقع داخل المثلّث .	أ	ب
٣ نقطة تقاطع الأعمدة المرسومة من رؤوس المثلّث القائم الزاوية على أضلاعه هي رأس الزاوية القائمة .	أ	ب
٤ في الشكل المقابل : دائرة مركزها م فإنّ م هي نقطة تقاطع القطع المتوسّطة للمثلّث س ص ع . 	أ	ب
٥ إذا كان Δ أ ب جـ متطابق الأضلاع ، م نقطة تقاطع الأعمدة المرسومة من رؤوسه على أضلاعه ، $\overline{\text{جـ س}} \cap \overline{\text{أ ص}} = \{\text{م}\}$ ، فإنّ ق (أ $\hat{\text{م}}$ جـ) = ١٢٠° 	أ	ب
٦ في الشكل المقابل : س = ٧ 	أ	ب

في البنود (٧ – ١٩) أربعة اختيارات ، واحد فقط منها صحيح ، ظلِّل الإجابة الصحيحة .



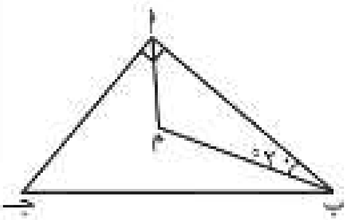
٧ أ ب جـ مثلّث فيه م نقطة تقاطع متوسّطات المثلّث ،
م د = ٣ سم ، فإنّ أ د =

أ	٦ سم	ب	٩ سم	ج	١,٥ سم	د	٥ سم



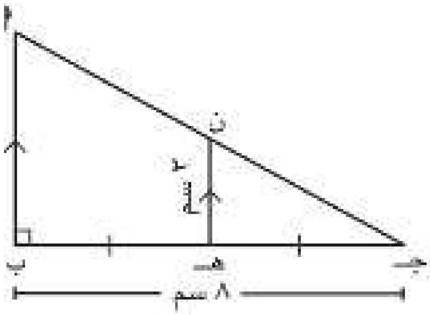
٨ أ ب جـ مثلّث فيه م نقطة تقاطع الأعمدة المرسومة
من رؤوس المثلّث على أضلاعه ، ق (ب $\hat{م}$ جـ) = ١١٠° ،
فإنّ ق ($\hat{أ}$) =

أ	٧٠°	ب	١١٠°	ج	٣٥°	د	٦٠°



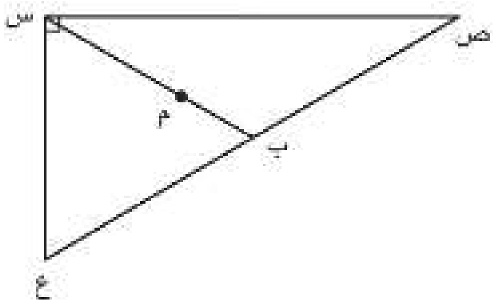
٩ أ ب جـ مثلّث قائم الزاوية في أ ،
م نقطة تقاطع منصِّفات الزوايا الداخلة للمثلّث ،
ق (أ $\hat{ب}$ م) = ٢٠° ، فإنّ ق ($\hat{جـ}$) =

أ	٢٠°	ب	٤٠°	ج	٥٠°	د	٦٠°



١٠ أ ب جـ مثلّث قائم الزاوية في ب ،
هـ منتصف $\overline{ب جـ}$ ، $\overline{هـ ن}$ // $\overline{ب أ}$.
فإنّ : أ جـ =

أ	٨ سم	ب	١٠ سم	ج	٣ سم	د	٦ سم



١١ س ص ع مثلّث قائم الزاوية في س .
طول وتره = ٢٤ سم ، م نقطة تقاطع القطع
المتوسّطة للمثلّث س ص ع ،
فإنّ : م ب =

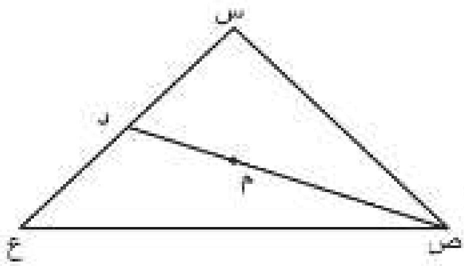
أ	٤ سم	ب	٣ سم	ج	٦ سم	د	١٢ سم

١٢ عدد القطع المتوسطة للمثلّث المنفرج الزاوية يساوي :

أ صفر ب ١ ج ٢ د ٣

١٣ إذا كان $\overline{\text{ص د}}$ قطعة متوسطة في المثلّث س ص ع ،
م نقطة تلاقي القطع المتوسّطة ، فإنّ م د =

أ $\frac{١}{٢}$ ص م ب ٢ ص م ج $\frac{١}{٢}$ ص د د ٢ ص د



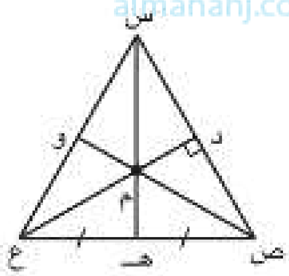
١٤ س ص ع مثلّث متطابق الأضلاع ، $\overline{\text{س هـ}} \cap \overline{\text{ص و}} \cap \overline{\text{ع د}}$ = { م } ،
فإنّ م هي نقطة تقاطع :

أ منصّفات زوايا المثلّث فقط .

ب منصّفات زوايا المثلّث والأعمدة المرسومة من رؤوسه على أضلاعه فقط .

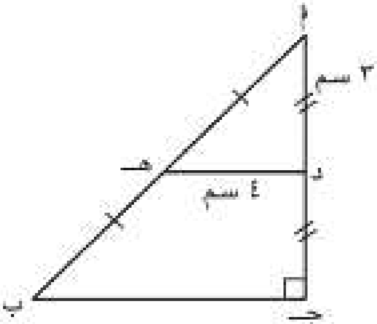
ج منصّفات زوايا المثلّث والأعمدة المرسومة من رؤوسه على أضلاعه و القطع المتوسّطة للمثلّث ومحاور أضلاعه .

د منصّفات زوايا المثلّث ومحاور أضلاعه فقط .



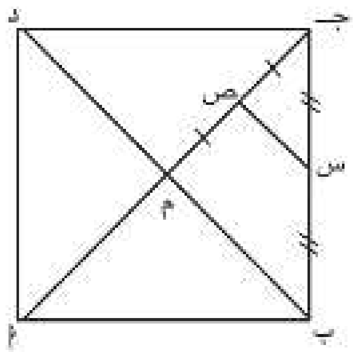
١٥ في الشكل المقابل : إذا كانت د ، هـ منتصفي $\overline{\text{أ جـ}}$ ،
$\overline{\text{أ ب}}$ على الترتيب ، فإنّ أ ب =

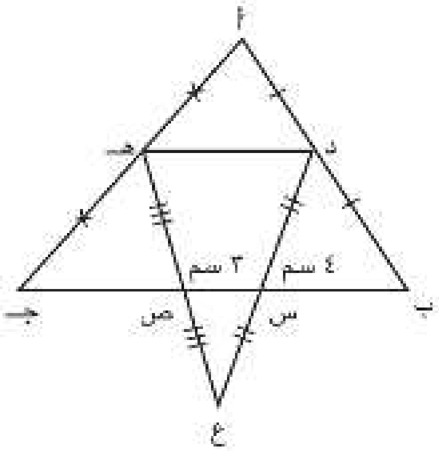
أ ٥ سم ب ١٠ سم ج ٢٥ سم د ١٢ سم



١٦ في الشكل المقابل : أ ب جـ د مربّع فيه
س ، ص منتصفا ب جـ ، جـ م على الترتيب
حيث أ جـ = ١٢ سم ، فإنّ س ص يساوي :

أ ١٢ سم ب ٦ سم ج ٣ سم د ٤ سم

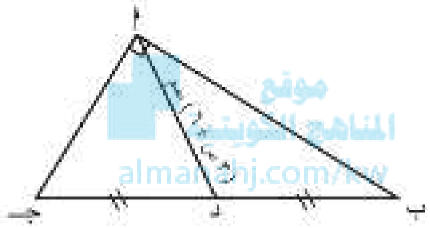




١٧ في الشكل المقابِل ، وحسب المعطَيات الموضّحة حيث

ب س = ٤ سم ، س ص = ٣ سم ، فإنّ طول ص جـ يساوي :

أ ٣ سم ب ٤ سم ج ٥ سم د ٦ سم

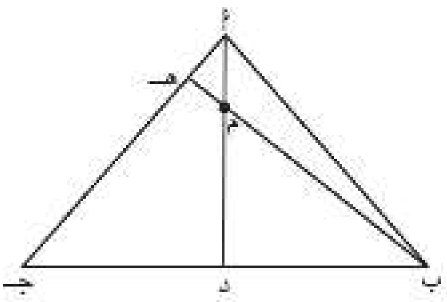


١٨ في الشكل المقابِل : المثلّث أ ب جـ قائم الزاوية في أ ،

د منتصف ب جـ حيث أ د = (٣ س + ٦) سم ،

ب جـ = (١٠ س) سم ، فإنّ طول أ د يساوي

أ ٣٠ سم ب ١٥ سم ج ١٠ سم د ٢٠ سم



١٩ في الشكل المقابِل : إذا كانت م نقطة تقاطع الأعمدة

المرسومة من رؤوس المثلّث على أضلاعه ،

فإنّ ق (هـ $\hat{ب}$ جـ) =

أ ق (ب $\hat{أ}$ د) ب ق (هـ $\hat{جـ}$ د)

ج ق (جـ $\hat{أ}$ د) د ق (د $\hat{م}$ هـ)

٨ - ١ تقدير النسبة المئوية

١ قدِّر ٢٩٪ من ٢٠٠ ٤

....

....

....

٢ قدِّر ٣٨٪ من ١٢٠

....

....

....

٣ جهاز كهربائي ثمنه ٦٢٠ دينارًا ، وكان عليه خصم ٢٢٪ . قدِّر ثمنه بعد الخصم .

....

....

....

....

٤ أعلن أحد المحلّات التجارية عن خصم ١١٪ على إحدى السلع . قدِّر قيمة الخصم إذا كان سعر السلعة ٤٩٩ دينارًا .

١ قدِّر ما يلي :

أ ١٨٪ من ١٥٢

ب ٦٢٪ من ٦٢

ج ٥٣٪ من ٤٥٨

د ٣٤٪ من ٤٠٠

أوجِد النسبة المئوية للتناقص إذا كانت القيمة النهائية ٢٠٠ والقيمة الأصلية ٥٠٠ .

١ أوجِد التكلفة الإجمالية لسلعة كان سعرها ٣٠٠ دينار ، ثمّ زادت بنسبة ٢٠٪ .

٢ أوجِد القيمة الأصلية إذا كانت : القيمة النهائية تساوي ٥٠٠ ،
والنسبة المئوية للتناقص تساوي ٧٥٪ .

٣ تزايدت إيرادات إحدى المؤسّسات التجارية في أحد الشهور بنسبة ٣٠٪ عن الشهر السابق حيث بلغت ١٣ ٠٠٠ دينار ، أُحسب إيرادات الشهر السابق .

٤ يعمل خالد كمحاسب في متجر ويحصل على خصم ٣٠٪ على مشترياته منه .
إذا كان سعر البيع لإحدى السلع ٩٠ دينارًا ، فكم سيدفع خالد بعد الخصم ؟

٥ إشترت منى أجهزة كهربائية بقمية ٤٠٠ ٢ دينار ، حيث حصلت على خصم ٢٠٪ .
أوجِد السعر الأصلي للأجهزة ، ثمّ أوجِد مقدار الخصم .

٦ أوجِد النسبة المئوية للتزايد إذا كانت القيمة النهائية ٢١٠ دنانير والقيمة الأصلية ١٤٠ دينارًا .

١ تداول أحمد في سوق الكويت للأوراق المالية حيث اشترى أسهمًا بمبلغ ٤٠٠٠٠ دينار وكانت أسعار الأسهم تتأرجح بين هبوط وارتفاع . أوجِد سعر بيع أسهم أحمد عند ارتفاع الأسهم ٢٥٪ ، ثمَّ انخفاض ١٠٪ ؟

٢ يعمل ناصر وسيطًا عقاريًا في شركة عقارات في الكويت ، إذا طلبت منه الشركة بيع عقار (منزل) سعره الأصلي ٣٠٠٠٠٠ دينار بنسبة زيادة ٣٠٪ عن سعره الأصلي ، حيث يتقاضى ناصر ٥٪ من سعر البيع ، فما هو المبلغ الذي تحصل عليه الشركة من بيع العقار ؟

٣ بلغ سعر التذكرة الواحدة لحضور أمسية شعرية ٣٠ دينارًا ، ويُضاف إليها نظير الخدمة .
أوجِد سعر التذكرة في كلٍّ من الحالات التالية :

أ) خصم ٢٠٪ ، ثمَّ إضافة ١٠٪ نظير الخدمة . ...

....

ب) خصم ٢٠٪ بعد إضافة ١٠ دنانير نظير الخدمة . ...

٤ إذا انخفضت نفقات فهد الشهرية ٦٠٪ عن الشهر السابق ، والتي كانت ٥٠٠ دينار ، أوجِد ما يلي :

(أ) نفقات فهد بعد الانخفاض .

(ب) النسبة المئوية للتزايد التي تجعل نفقات فهد تعود إلى مستواها في الشهر السابق .

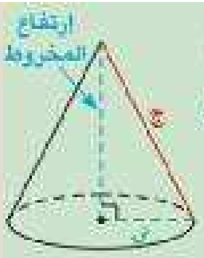
المساحة السطحية للمخروط الدائري القائم

المساحة الجانبية للمخروط الدائري القائم = π ر × ج (حيث ج هو طول الراسم)

المساحة السطحية للمخروط الدائري القائم = المساحة الجانبية + مساحة القاعدة

= π ر × ج + π ر²

= π ر (ج + ر)



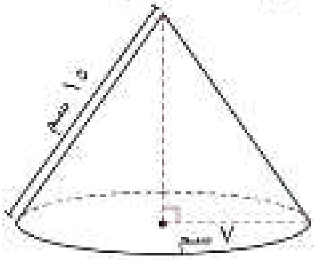
في الشكل المقابل ، مخروط دائري قائم (إعتبِر $\pi = \frac{22}{7}$) .

أوجِد :

(أ) مساحته الجانبية .

(ب) مساحته السطحية .

(١) أوجِد المساحة السطحية للمخروط الدائري القائم في الشكل المقابِل . (إعتبِر $\pi = \frac{22}{7}$)

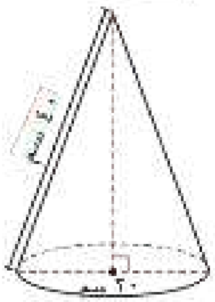


....

....

....

(٢) أوجِد المساحة السطحية للمخروط الدائري القائم في الشكل المقابِل .
(إعتبِر π = ٣,١٤)



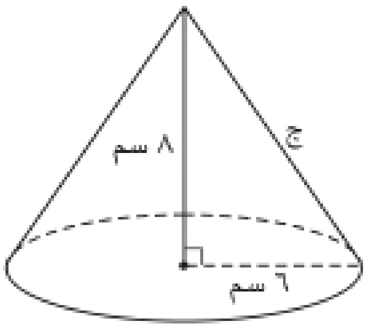
....

....

....

٣ مخروط دائري قائم طول نصف قطر قاعدته ٦ سم وارتفاعه ٨ سم ، أوجِد ما يلي :

(أ) طول الراسم (ج) :



....

....

....

....

(ب) المساحة السطحية للمخروط : (بدلالة π)

....

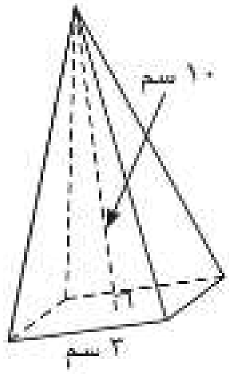
....

....

....

٤ أوجِد المساحة السطحية لمخروط دائري قائم ، طول نصف قطر قاعدته ٧ سم وطول الراسم ٩ سم . (اِعتبِر $\pi = \frac{٢٢}{٧}$)

هرم قائم منتظم قاعدته مربَعة الشكل طول ضلعها ٣ سم وارتفاع الهرم ١٠ سم . أوجِد حجم الهرم .

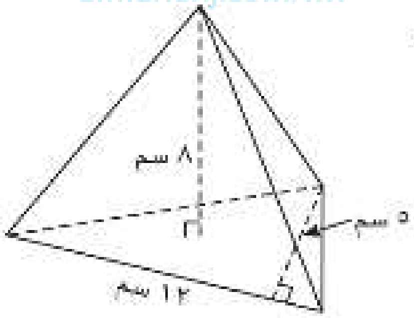


....

....

....

هرم قائم قاعدته مثلّثة الشكل ، طولها ١٢ سم ، وارتفاعها ٥ سم ، وارتفاع الهرم ٨ سم . أوجِد حجم الهرم .

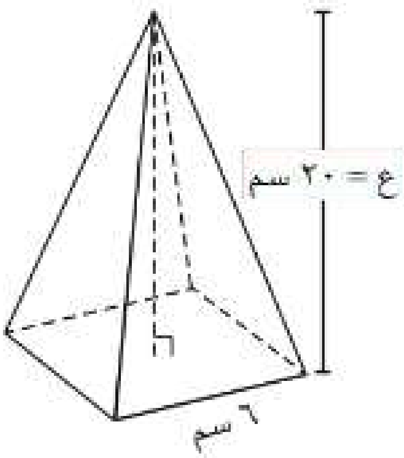


....

....

....

أوجِد حجم الهرم القائم المنتظم الذي قاعدته على شكل مربّع طول ضلعه ٦ سم وارتفاعه ٢٠ سم .



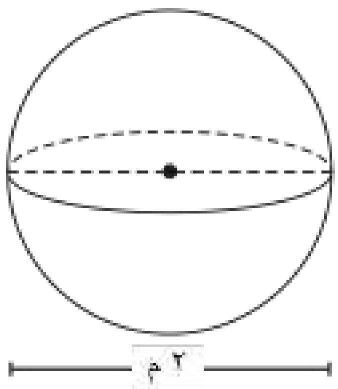
٨ - ٦ حجم الكرة

حجم الكرة $= \frac{٤}{٣} \times \pi$ نق^{٣}

أوجِد حجم كرة طول نصف قطرها ٦ سم . (بدلالة π)

أوجِد حجم كرة طول نصف قطرها ٩ سم . (بدلالة π)

أوجِد حجم الكرة المرسومة . (اِعتبِر $\pi = \frac{٢٢}{٧}$)



أوجِد ثلاثة أرباع حجم كرة فولاذية طول قطرها ٢٠ سم . (اِعتبِر $\pi = ٣,١٤$)

٢ تقدّم إحدى شركات التغذية لزبائنها عرضًا للاشتراك الشهري بخصم نسبته ١٥٪ .
كم سيدفع المشترك إذا كان السعر الأصلي للاشتراك الشهري ٢٠٠ دينار ؟

....

....

....

٣ بلغ عدد زوّار المركز العلمي (قاعة الأحياء البحرية) يوم الأربعاء ٨٠ زائرًا ، وفي يوم الجمعة زاد عدد الزوّار إلى ٢٤٠ زائرًا . أوجِد النسبة المئوية للتزايد في عدد الزوّار يوم الجمعة .

....

....

....

٤ رفع أحد معارض السيّارات أسعاره بنسبة ٢٠٪ ، ثمّ منح هذا المعرض موظّفيه خصمًا يبلغ ١٠٪ . فكم سيدفع أحد الموظّفين في هذا المعرض ثمنًا لشراء سيّارة كان سعرها الأصلي ٨٠٠٠ دينار قبل الزيادة ؟

٦ قامت مالكة مشروع ، يُصنَّف من المشاريع الصغيرة ، بتخفيض سعر سلعة لديها إلى ٣٠٠ دينار بنسبة خصم ٤٠٪ . أوجِد ما يلي :

(أ) القيمة الأصلية للسلعة .

....

....

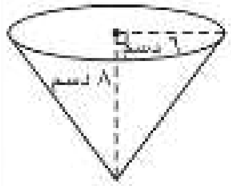
....

....

(ب) ما النسبة المئوية للتزايد التي تُعيد سعر السلعة إلى سعرها الأصلي ؟

٧ أوجِد كلًّا ممّا يلي (بدلالة π) :

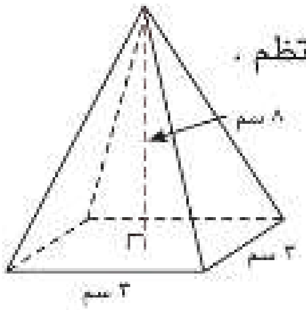
(أ) المساحة السطحية للمخروط الدائري القائم .



....

....

(ب) حجم الهرم القائم المنتظم .

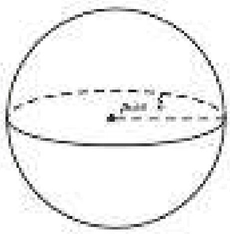


....

....

....

(ج) حجم الكرة .

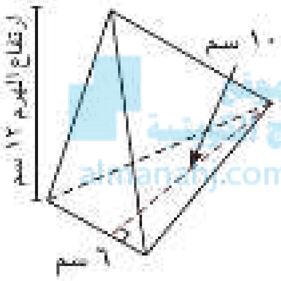


....

....

....

(د) حجم الهرم القائم .



....

....

....

١ جهاز سعره الأصلي ٢٥٠ دينارًا وقد أصبح ثمنه خلال فترة الخصومات ١٥٠ دينارًا ، فإنّ النسبة المئوية للخصم هي ٢٥٪ .	أ	ب
٢ قلادة ذهبية سعرها ١٠٠٠ دينار بيعت بسعر ١٢٠٠ دينار ، فإنّ النسبة المئوية للتزايد ٢٠٪ .	أ	ب
٣ إذا انخفض سعر سلعة بنسبة ١٠٪ ثمّ ارتفع بنسبة ١٠٪ ، فإنّ سعر السلعة سيعود إلى سعرها الأصلي .	أ	ب
٤ حجم الكرة يساوي $\frac{٣}{٤}$ π نق^{٣} .	أ	ب
٥ حجم الهرم القائم يساوي ثلث حاصل ضرب مساحة القاعدة في الارتفاع .	أ	ب
٦ هرم قائم قاعدته مربّعة طول ضلعها ٤ سم وارتفاعه ٦ سم ، فإنّ حجمه يساوي ٣٢ سم^{٣} .	أ	ب

٨ في أحد التنزيلات ، إنخفضت الأسعار بنسبة ٣٥٪ . إذا كان سعر غسّالة بعد التنزيلات ٦٥ دينارًا ، فإنّ سعرها قبل التنزيلات يساوي :

أ ١٣٥ دينارًا   ب ٩٠ دينارًا   ج ١٠٠ دينار   د ٦٥ دينارًا

٩ إذا انخفض سعر سهم ٥٠٪ عن سعره في العام الماضي ، فإنّ النسبة المئوية للتزايد التي تُعيده إلى سعره الأصلي هي :

أ ١٠٠٪   ب ٥٠٪   ج ١٥٠٪   د ٢٠٠٪

١٠ كرة طول قطرها ٦ سم ، فإنّ ثلث حجمها بدلالة π يساوي :

أ ٣٦ π سم^3 ب ١٢ π سم^3 ج ٢٧ π سم^3 د ٩ π سم^3

١١ هرم قائم قاعدته مربعة طول ضلعها ٦ سم وارتفاعه ٩ سم ، فإنّ حجمه يساوي :

أ ١٠٨ سم^3 ب ٣٢٤ سم^3 ج ٥٤ سم^3 د ٣٦٩ سم^3

١٢ إذا كان طول نصف قطر قاعدة مخروط دائري قائم ٥ سم وراسمه ١٣ سم ، فمساحته الجانبية بدلالة π تساوي :

أ ١٨ π سم^2 ب ٦٥ π سم^2 ج ٣٠ π سم^2 د ١٣ π سم^2

١٣ إذا كان حجم كرة ٢٨٨ π سم^3 ، فإنّ طول نصف قطرها يساوي :

أ ٣ سم   ب ٤ سم   ج ٦ سم   د ٨ سم

١٤ النسبة بين حجمَي كرتَين طول نصفا قطرَيهما ٢ سم ، ٦ سم على الترتيب تساوي :

أ ١ : ٢   ب ١ : ٣   ج ١ : ٩   د ١ : ٢٧

انتهت مراجعة الرياضيات الفصل الثاني للصف التاسع

لا تنسوني من صالح دعاءكم