تم تحميل هذا الملف من موقع المناهج الكويتية

almanahj.com/kw

موقع المناهج الكويتية

حسام بيومي

الملف مراجعة الوحدة الثامنة ويشمل طرق العد وفضاء العينة والاحتمال وتمثيل البيانات
موقع المناهج ⇦ ملفات الكويت التعليمية ⇦ الصف الثامن ⇦ رياضيات ⇦ الفصل الثاني

روابط مواقع التواصل الاجتماعي بحسب الصف الثامن			
روابط مواد الصف الثامن على تلغرام			
التربية الاسلامية	اللغة العربية	اللغة الانجليزية	الرياضيات

المزيد من الملفات بحسب الصف الثامن والمادة رياضيات في الفصل الثاني	
1	حل كتاب التمارين
2	امتحان نهاية الفصل
3	اختبار نهاية الفصل
4	نموذج اجابة اختبارات نهاية الفصل
5	نموذج اسئلة

٨ - ١ طرق العدّ

١. مبدأ العدّ

مبدأ العدّ : هو عملية تتكوّن من خطوتَين متتاليتَين أو أكثر، إذا كان عدد طرق إجراء الخطوة الأولى $ن_١$ ، وعدد طرق إجراء الخطوة الثانية $ن_٢$ وهكذا ك من الخطوات ،
فإنّ عدد الطرق الممكنة لإجراء العملية هو : $ن_١ \times ن_٢ \times ... \times ن_ك$.

دورك الآن (١)

توجّه عمر إلى مكتبة المدرسة حيث توجد ٥ كتب دينية ، ٣ كتب علمية، ٤ كتب تاريخية .

كم عدد الطرق المختلفة لاختيار عمر كتابًا واحدًا من كلّ نوع؟

عدد الطرق = ... × ..... × ..... = ...

٢. التباديل (الترتيبات)

عندما يكون **ترتيب العناصر مهمًّا دون تكرار** ، نسمّي هذا الاختيار **تبديلًا** ونرمز إليه بالرمز (ل) .

$ل^{٤}_{٢} = ٤ \times ٣ = ١٢$

٤ : عدد عناصر المجموعة

٢ : عدد العناصر التي يتمّ اختيارها في كلّ مرّة

دورك الآن (٢)

ما هو عدد التبديلات الممكنة لاختيار ٤ عناصر من { ٢ ، ٤ ، ٦ ، ٨ } لنكوّن بها أعدادًا يتكوّن كلّ منها من أربعة أرقام مختلفة ؟

منازل العدد	آحاد	عشرات	مئات	آحاد الألوف
عدد طرق الاختيار	٤			

عدد التبديلات = ٤ × ..... × ..... × ..... × .....

= .....

$ل^{٤}_{...}$ = ٤ × ..... × ..... × ..... = ...

مضروب العدد : إختيار (ن) عنصر من بين (ن) عنصر مختلف وبدون تكرار أيّ عنصر منها ، حيث ترتيب العناصر مهمّ وسنرمز إليه بالرمز ن! ويُكتب على الصورة :

$ن! = ن (ن - ١) (ن - ٢) ... \times ٢ \times ١ = ل^{ن}_{ن}$ ، حيث $ن \in صـ_+$

ملاحظة :

١. $٠! = ١$

٢. $١! = ١$

٣. $ن! = ن \times (ن - ١)!$ ، حيث $ن \in صـ_+$

التباديل : عند اختيار (م) عنصر من بين (ن) عنصر مختلف (م ≤ ن) ومن دون تكرار أيّ عنصر منها ، حيث ترتيب العناصر مهمّ وسنرمز إليه برمز التبديلة ($ل^{ن}_{م}$) ويُكتب على الصورة :

١ $ل^{ن}_{م}$ = ن (ن - ١)(ن - ٢) ... إلى م من العوامل .

٢ $ل^{ن}_{م} = \frac{ن!}{(ن - م)!}$ ، حيث ن ∈ صـ$_{+}$ ، م ∈ صـ$_{+}$ ∪ {٠}

دورك الآن (٣)

أكمِل كلًّا ممّا يلي :

أ) ٣ ! = ٣ × ..... × ..... = ...

ب) ٦ ! = ... × ..... × ..... × ..... × ..... × ..... = ...

ج) ٨ × ٧ × ٦ × ٥ × ٤ × ٣ × ٢ × ١ = ...!

د) $ل^{٧}_{٣}$ = ٧ × ..... × ..... = ...

هـ) $ل^{١١}_{٢}$ = ... × ..... = ...

و) ٩ × ٨ × ٧ × ٦ = $ل^{....}_{....}$

ز) (١٠ - ٥) ! = ... ! = ...

ح) ٦ (٥ - ٢) ! = ...

دورك الآن (٤)

يريد فيصل وضع رقم سرّي من أربعة أرقام لحسابه الشخصي في تطبيق « سهل » بدون تكرار أيّ رقم (وباستخدام الأرقام من ١ إلى ٩) ، فكم عدد طرق الاختيار المتاحة له ؟

عدد طرق اختيار الرقم الأوّل (الآحاد) = ٩ طرق

عدد طرق اختيار الرقم الثاني (العشرات) = ... طرق

عدد طرق اختيار الرقم الثالث (المئات) = ... طرق

عدد طرق اختيار الرقم الرابع (آحاد الألوف) = ... طرق

∴ عدد طرق اختيار الرقم السرّي = ٩ × ..... × ..... × ..... = ... طريقة .

منازل العدد	آحاد	عشرات	مئات	آحاد الألوف
عدد طرق الاختيار	٩			

حلّ آخر :

∵ ترتيب العناصر مهمّ ، وبدون تكرار فإنّ :

عدد طرق اختيار الرقم السرّي = $ل^{....}_{....}$ = ...

ملاحظة :

١) $ل^{ن}_{٠} = ١$ ٢) $ل^{ن}_{١} = ن$ ٣) $ل^{ن}_{ن} = ن!$ حيث ن ∈ صـ$_{+}$

دورك الآن (٥)

بكم طريقة يمكن اختيار ٣ معلّمين من بين ٥ معلّمين لإعداد أسئلة مسابقة أولمبياد الرياضيات بحيث معلّم يُعدّ أسئلة الهندسة والثاني يُعدّ أسئلة الجبر والثالث يُعدّ أسئلة الإحصاء ؟

عدد طرق اختيار المعلّمين الثلاثة = ...

٣. التوافيق

ممّا سبق عندما يكون ترتيب العناصر غير مهمّ نسمّي هذا الاختيار توافيق ونرمز إليه بالرمز (ق) .

$$ق^{٤}_{٢} = \frac{ل^{٤}_{٢}}{!٢} = \frac{٤ \times ٣}{٢ \times ١} = ٦$$

٤ : عدد عناصر المجموعة

٢ : عدد العناصر التي يتمّ اختيارها في كلّ مرّة

التوافيق : عند اختيار (م) عنصر من بين (ن) عنصر مختلف (م ≤ ن) حيث ترتيب العناصر غير مهمّ وسنرمز إليه بالرمز $\binom{ن}{م}$ أو $ق^{ن}_{م}$ وتُكتب على الصورتَين :

- $ق^{ن}_{م} = \frac{ل^{ن}_{م}}{م!}$
- $ق^{ن}_{م} = \frac{ن!}{م! \times (ن - م)!}$ حيث ن ∈ صـ$_{+}$ ، م ∈ صـ$_{+}$ ∪ {٠}

دورك الآن (٦)

يقدّم مطعم أنواعًا من البيتزا حسب طلب الزبون فمنها (الخضار ، الدجاج ، اللحم ، البيبروني ، المارغريتا ، المارينارا و هاواي) .

ما عدد الطرق المختلفة :

أ) لاختيار نوعَين من البيتزا ؟ .....

ب) لاختيار خمسة أنواع من البيتزا ؟ .....

ج) لاختيار سبعة أنواع من البيتزا ؟ .....

د) لعدم اختيار أيّ نوع من البيتزا ؟ .....

ملاحظة :

١) $ق^{ن}_{٠} = ١$ ٢) $ق^{ن}_{ن} = ١$ ٣) $ق^{ن}_{١} = ن$ ٤) $ق^{ن}_{م} = ق^{ن}_{(ن-م)}$

حيث ن ∈ صـ$_{+}$ ، م ∈ صـ$_{+}$ ∪ {٠} ، م ⩽ ن

تمارين ذاتِية :

١ توجد أربعة طرق ممكنة تصل بين المدينة (أ) والمدينة (ب) ، وتوجد ثلاثة طرق ممكنة تصل بين المدينة (ب) والمدينة (جـ) . كم عدد الطرق المختلفة من المدينة (أ) إلى المدينة (جـ) مرورًا بالمدينة (ب) ؟ .....

٢ ما عدد طرق اختيار حقيبة سفر من بين ٥ أنواع ، و٦ ألوان ، و٣ أحجام ؟

.....

٣ أكمِل كلًّا ممّا يلي :

(أ) ٥! = ...

(ب) (٦ - ٤)! = ...

(ج) ٦ × ٥ × ٤ × ٣ × ٢ × ١ = ل.... = ... !

(د) ل٦٣ = ...

(هـ) ١٠! = ...

(و) ٣! × ٤! = ...

(ز) ٥ × ٤! = ...

٤ أوجِد عدد الطرق الممكنة لاختيار ثلاثة أرقام من ١ إلى ٦ ، إذا كان :

(أ) لا يمكن تكرار الرقم . .....

(ب) يمكن تكرار الرقم . .....

٥ اِشترى والد مبارك ٧ أحواض للزرع و٧ شتلات مختلفة ، بكم طريقة يمكن توزيع الشتلات على الأحواض بحيث يكون في كلّ حوض شتلة واحدة ؟

.....

.....

.....

.....

٦ ذهب بدر وعبد العزيز إلى السينما لمشاهدة أفلام ، كم عدد الطرق التي يمكن أن يتمّ بواسطتها : اِختيار فيلمَين مع مراعاة الترتيب أو أن يكون واحد تلو الآخر من بين ١٠ أفلام معروضة على شاشة الاختيارات ؟

.....

.....

.....

.....

٧ أوجِد قيمة كلّ من :

أ) $ق_{٩}^{٩}$ = ...

ب) $\binom{٨}{٠}$ = ...

ج) $ق_{٤}^{٧}$ = ...

د) $ق_{١}^{٨}$ = ...

هـ) $ق_{٤}^{٠} + ق_{٣}^{٠} + ق_{٢}^{٠} + ق_{١}^{٠} + ق_{٠}^{٠}$ = ...

.....

.....

.....

٨ وقع اختيار عائلة أحمد في عطلة نهاية الأسبوع على مطعم هندي لتناول وجبة الغداء فيه . يقدّم المطعم ١٠ أنواع من الأطباق الهندية المختلفة ، فبكم طريقة يمكن للعائلة اختيار ٤ من هذه الأطباق لمشاركتها فيما بينهم ؟

.....

.....

.....

٩ إشترك عبد الرحمن في شركة وجبات صحّية ، ما هو عدد الطرق المختلفة لاختيار ٣ وجبات صحّية من بين قائمة تحوي ١٠ وجبات ليوم واحد ؟

.....

.....

.....

مهارات تفكير عليا :

١٠ إذا كانت س~ = { ٠ ، ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ } ، تمّ تكوين أعداد من ثلاث منازل باستخدام عناصر س~ أوجِد :

مئات	عشرات	آحاد

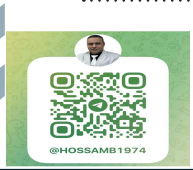
أ) عدد الأعداد الممكن تكوينها .

عدد الأعداد = ... × ..... × ..... = ...

مئات	عشرات	آحاد

ب) عدد الأعداد المختلفة الأرقام الممكن تكوينها .

عدد الأعداد = ... × ..... × ..... = ...



٨ - ٢ فضاء العيّنة

التجربة العشوائية : هي تجربة نستطيع تحديد جميع نواتجها قبل إجرائها ، إلّا أنّنا لا نستطيع أن نجزم أنّ أيًّا من هذه النواتج سيتحقّق فعلًا عند إجرائها .

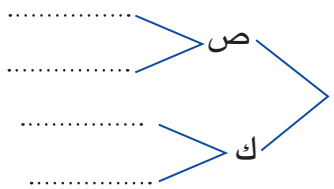
فضاء العيّنة (ف) : هو مجموعة كلّ النواتج الممكنة الحدوث لتجربة عشوائية .

دورك الآن (١)

أُكتب فضاء العيّنة لتجربة إلقاء قطعة نقود مرّتَين متتاليتَين ، وحدِّد عدد النواتج .

(أ) أكمِل الجدول لتبيّن كلّ النواتج الممكنة :

الرمية الأولى \ الرمية الثانية	ص	ك
ص	(ص ، ص)	(..... ، .....)
ك	..... ،	(ك ، ك)



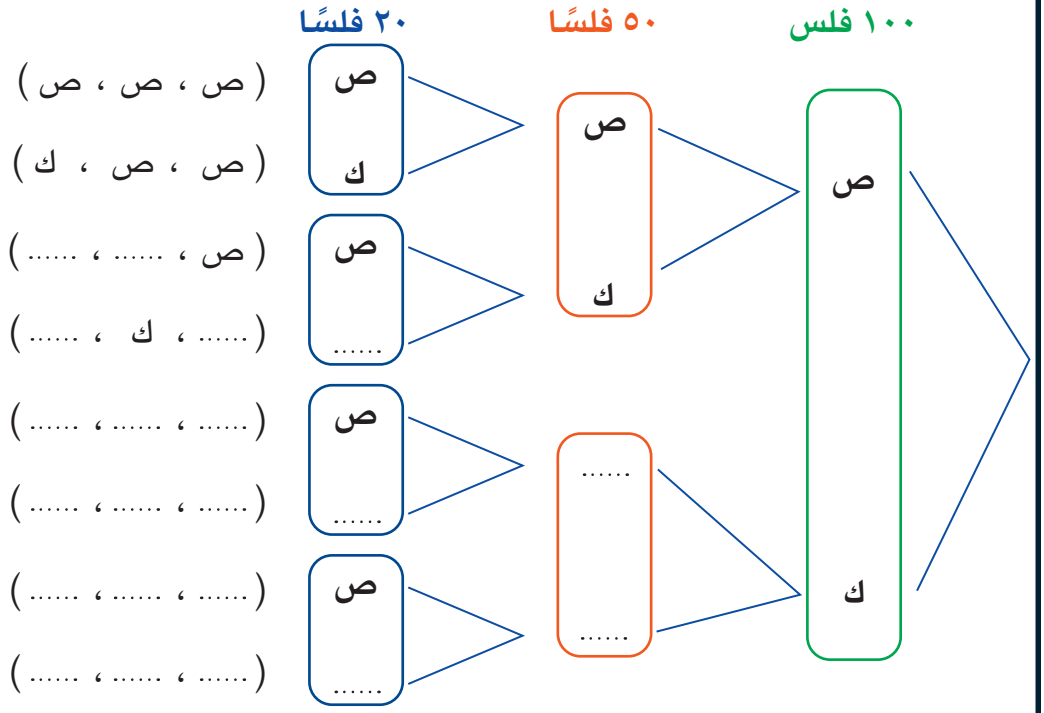
(ب) فضاء العيّنة (ف) = { (ص ، ص) ، (ص ، .....) ، (ك ، .....) ، (..... ، .....) } .

(ج) عدد النواتج = ٢ × ..... = ...

دورك الآن (٢)

أُكتب فضاء العيّنة لتجربة رمي ثلاث قطع نقود متمايزة مرّة واحدة ، وحدِّد عدد النواتج .

أ أكمِل مخطّط الشجرة لتبيّن كلّ النواتج الممكنة :



ب فضاء العيّنة = { (ص ، ص ، ص) ، (ص ، ص ، ك) ، .....

.....

ج عدد النواتج = ...

د عدد الاختيارات باستخدام مبدأ العدّ = ٢ × ٢ × ٢ = $(٢)^{٣}$ = ...

دورك الآن (٣)

تريد موضي اختيار خلفية لشاشة هاتفها من بين ثلاثة خيارات (صورة شخصية - منظر طبيعي - نمط هندسي) كما ستختار أيضًا غطاء (cover) من بين ثلاثة خيارات (شفّاف - أسود - ملوَّن).

١ أُكتب فضاء العيّنة .

ف = ...

.....

٢ أوجِد عدد النواتج الممكنة التي يمكن أن تحصل عليها .

.....

٣ أُكتب عناصر الحدث اختيار خلفية الشاشة صورة شخصية والغطاء (cover) غير شفّاف .

.....

الحدث : هو مجموعة جزئية من فضاء العيّنة (ف) .

دورك الآن (٤)

صندوق فيه ثلاث بطاقات متماثلة ألوانها هي : الأسود (س) ، الأبيض (ب) ، الأصفر (ص) . إذا سحبت بطاقة من الصندوق عشوائيًّا ثمّ أعدتها ، وسحبت بطاقة مرّة أخرى عشوائيًّا :

أكمِل لكتابة فضاء العيّنة (ف) .

لون البطاقة	س	ب	ص
س	(س ، س)	(..... ، .....)	(..... ، .....)
ب	(..... ، .....)	(..... ، .....)	(ب ، ص)
ص	(..... ، .....)	(..... ، .....)	(..... ، .....)

ف = { (س ، س) ، (..... ، .....) ، (..... ، .....) ، (..... ، .....) ،
(..... ، .....) ، (ب ، ص) ، (..... ، .....) ، (..... ، .....) ، (..... ، .....) }

تمارين ذاتِية :

١ أُكتب فضاء العيّنة لتجربة إلقاء حجر نرد منتظم ، ثمّ إلقاء قطعة نقود معدنية .

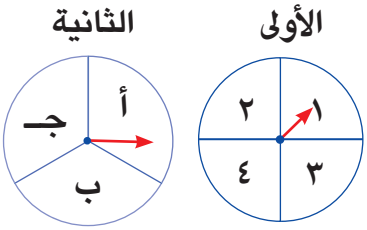
.....

.....

.....

.....

٢ عند تدوير الدوّارة الأولى ، ثمّ الدوّارة الثانية .
أُكتب فضاء العيّنة وحدِّد عدد النواتج الممكنة .



.....

.....

.....

.....

.....

.....

٣ إختارت المعلّمة شيماء عمل مسابقة في برنامجها الإذاعي وهو ترتيب الأرقام لتكوّن المتعلّمة أعدادًا مختلفة وكانت الأرقام المستخدَمة كالتالي : ٢ ، ٤ ، ٥
أُرسم مخطّط الشجرة البيانية لتبيّن كلّ الأعداد المؤلَّفة من ٣ أرقام مختلفة والتي يمكن اختيارها من بين هذه الأرقام .

.....

.....

.....

.....

.....

.....

٤ أراد محمّد السفر مع أسرته إلى دولة خليجية ، فعرض عليهم خيارات السفر إمّا بواسطة السيّارة أو الطائرة ، وكذلك الاختيار من بين المدن (الرياض - الدوحة - المنامة)

(أ) إِصنع مخطّط الشجرة .

(ب) أوجِد عدد النواتج الممكنة . .....

.....

.....

(ج) ما فضاء العيّنة لرحلة محمّد ؟ .....

.....

٨ - ٣ الاحتمال

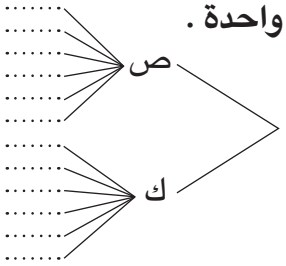
إنّ احتمال وقوع حدث ما هو ناتج قسمة عدد الطرق التي يمكن أن يقع بها هذا الحدث على عدد كلّ النواتج الممكنة . يرمز إلى احتمال وقوع (حدث أ) بالرمز ل (أ) .

ويعبّر عن الاحتمال كالتالي : اِحتمال وقوع (حدث أ) = $\frac{\text{عدد عناصر الحدث أ}}{\text{عدد عناصر فضاء العيّنة ف}}$

$\Longleftarrow$ ل (أ) = $\frac{\text{عدد عناصر أ}}{\text{عدد عناصر ف}}$

دورك الآن (١)

إذا تمّ رمي قطعة نقود معدنية ، ثمّ حجر نرد منتظم مرّة واحدة .



(أ) أكمِل مخطّط الشجرة واكتب فضاء العيّنة .

ف = ...

.....

.....

(ب) نفرض أنّ ج حدث ظهور صورة وعدد زوجي .

ج = { (..... ، .....) ، (..... ، .....) ، (..... ، .....) ، (..... ، .....) }

عدد عناصر ج = ... ، عدد عناصر ف = ... ،

∴ اِحتمال ظهور صورة وعدد زوجي = $\frac{\text{عدد عناصر ج}}{\text{عدد عناصر ف}}$ = ...

دورك الآن (٢)

صندوق يحوي هدايا مختلفة وُضعت داخل علب ملوَّنة متماثلة . إذا كان هناك علبتان حمراوان ، و ٧ زرقاء ، و ٤ سوداء وتمّ سحب علبة واحدة عشوائيًّا ، أوجِد احتمال كلّ من الأحداث التالية :

(أ) أ « العلبة المسحوبة حمراء » . .....

.....

(ب) ب « العلبة المسحوبة زرقاء » . .....

.....

(ج) جـ « العلبة المسحوبة بيضاء » . .....

.....

(د) د « العلبة المسحوبة ليست سوداء » . .....

.....

تمارين ذاتِية :

١ إذا أُلقي حجر نرد منتظم مرّة واحدة ولوحِظ العدد الظاهر على الوجه العلوي ، فأوجِد احتمال كلّ من الأحداث التالية :

أ) « ظهور عدد أكبر من ٥ » . .....

ب) « ظهور عدد أوّلي » . .....

جـ) « ظهور عدد فردي » . .....

د) « ظهور عدد أصغر من ٧ » . .....

هـ) « ظهور عدد يساوي ٧ » . .....

٢ في أحد فصول الصفّ الثامن يوجد ٢٥ متعلّمًا منهم ٥ متعلّمين يرتدون نظّارات طبّية ، إذا تمّ اختيار متعلّم واحد عشوائيًّا ، أجِب عمّا يلي :

أ) ما احتمال أن يكون المتعلّم يرتدي نظّارة ؟ .....

ب) ما احتمال أن يكون المتعلّم لا يرتدي نظّارة ؟ .....

٣ يحوي كرتون في المخزن ١٤ كتابًا متماثلًا : ٥ كتب علوم ، ٤ كتب رياضيات ، ٣ كتب لغة عربية ، ٢ كتاب تربية إسلامية . إذا تمّ سحب كتاب واحد عشوائيًّا ، فأوجِد احتمال كلّ من الأحداث التالية :

أ) « الكتاب من كتب العلوم أو كتب اللغة العربية » .

.....

.....

ب) « الكتاب ليس من كتب الرياضيات » .

.....

.....

٤ يوجد في فصل ٢٥ متعلّمًا ، منهم ١٠ يلعبون كرة القدم ، ٦ يلعبون كرة السلّة ، ٤ يلعبون كرة الطائرة . عند اختيار متعلّم من الفصل عشوائيًّا . فما احتمال أن يكون ممّن لا يلعب أيًّا من الألعاب السابقة ؟ (ملاحظة : لا يلعب أيّ متعلّم أكثر من لعبة) .

.....

.....

.....

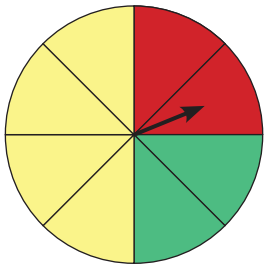
٥ يحتوي صندوق على ٩ كرات متماثلة مرقَّمة من ١ إلى ٩ . سُحبت كرة عشوائيًّا من الصندوق .
أوجِد احتمال كلّ من الأحداث التالية :

أ) أ « ظهور عدد أكبر من ٧ » . .....

ب) ب « ظهور عدد زوجي » . .....

ج) جـ « ظهور عدد أكبر من ٧ أو ظهور عدد زوجي » . .....

٦ عند تدوير القرص المجاوِر مرّة واحدة ، أوجِد احتمال أن يتوقّف المؤشّر عند :



أ) أ « اللون الأحمر » . .....

ب) ب « اللون الأصفر أو الأخضر » . .....

ج) جـ « لون غير الأخضر » . .....

٧ يحتوي كيس على كرة صفراء ، ٦ كرات حمراء ، ٣ كرات زرقاء جميعها متماثلة . إذا سُحبت كرة عشوائيًّا من الكيس ولوحِظ لونها ، فما احتمال أن تكون الكرة المسحوبة :

أ) أ « حمراء » .
.....
.....

ب) ب « خضراء » .
.....
.....

ج) جـ « صفراء أو زرقاء » .
.....
.....

د) د « ليست صفراء » .
.....
.....

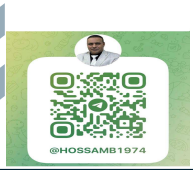
مهارات تفكير عليا :

٨ في إحدى الأسواق التجارية يتمّ إعطاء بطاقات متماثلة « اِمسح واربح » ، على كلّ بطاقة يوجد أحد الأعداد (من ١ إلى ١٠) بحيث جميع الأعداد لها الفرصة نفسها في الظهور . إذا كانت البطاقة تحمل عددًا فرديًّا يحصل العميل على خصم ١٠٪ من قيمة المشترَيات النهائية لفاتورة الشراء ، أمّا إذا كانت البطاقة تحمل عددًا زوجيًّا أكبر من ٤ فيحصل العميل على خصم ٢٠٪ ، وفي الحالات الأخرى تكون قيمة الخصم ٥٪ . أجِب عمّا يلي :

أ) ما احتمال حدوث خصم ١٠٪ ؟ .....

ب) ما احتمال حدوث خصم ٢٠٪ ؟ .....

ج) ما احتمال حدوث خصم ٥٪ ؟ .....



د) إذا خصّص مدير التسويق للزبائن ٢٠٠ بطاقة « اِمسح واربح » ، فما عدد العملاء الذين سيحصلون على الخصم ذي الاحتمال الأكبر ؟ وضِّح إجابتك .

.....

.....

.....

.....

اِختر الإجابة الصحيحة .

٩ يحتوي كيس على عدد من الكرات المتماثلة منها ٤ حمراء اللون والباقي من اللون الأخضر ، سُحبت منه كرة عشوائيًّا . إذا كان احتمال سحب كرة خضراء يساوي $\frac{٢}{٣}$ ، فإنّ العدد الكلّي للكرات يساوي :

أ) ٨ ب) ١٢

ج) ١٦ د) ٢٠

٨ - ٤ مخطّطات الساق والأوراق المزدوجة

- كلّ عدد من البيانات يُجزَّأ إلى ساق وأوراق .
- إذا كان العدد مؤلَّفًا من رقمَين ، يكون رقم منزلة العشرات يمثّل الساق ورقم منزلة الآحاد يمثّل الأوراق .
- إذا كان العدد مؤلَّفًا من ٣ أرقام ، يكون رقما منزلتَي العشرات والمئات يمثّلان الساق ورقم منزلة الآحاد يمثّل الأوراق .

دورك الآن (١)

يوضّح الجدول التالي عدد الزوّار (بالآلاف) في يومَي الجمعة والسبت خلال ١٠ أسابيع في مجمَّع الأفنيوز .

الأسبوع	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠
الجمعة	٥٢	٥٥	٦٠	٥٨	٧٠	٦٦	٧٢	٦٩	٧٢	٤١
السبت	٤٨	٥٠	٥٧	٥٤	٥٩	٦٠	٤٥	٦٤	٦٢	٥٥

أكمِل مخطّط الساق والأوراق المزدوج لهذه البيانات .

الجمعة		السبت
الأوراق	الساق	الأوراق
.....	٤	.....
..... ٢	٥	..... ٤٠
.....	.....	.....
.....	.....	.....

تمارين ذاتية :

١ إستخدِم مخطّط الساق والأوراق المزدوج التالي الذي يوضّح عدد زوّار مدينة الألعاب (ونترلاند) وعدد زوّار المركز العلمي في أيّام من شهر فبراير .

عدد زوّار ونترلاند الكويت		عدد زوّار المركز العلمي
الأوراق	الساق	الأوراق
٣	٥١	٨ ٩
٥ ٤	٥٢	٧ ٨ ٩
٧ ٣ ٢	٥٣	٤ ٥ ٦
٦ ٦ ٥ ٤	٥٤	٠ ١ ٣
٥ ٢ ١ ٠	٦١	٣ ٤ ٥

أجِب عمّا يلي :

أ ما أكبر عدد وصل إليه زوّار ونترلاند ؟ .....

ب ما أصغر عدد وصل إليه زوّار المركز العلمي ؟ .....

ج ما العدد الذي تكرّر في زوّار ونترلاند ؟ .....

د ما العدد الذي يسبق العدد ٥٢٧ مباشرة في زوّار المركز العلمي ؟ .....

هـ ما العدد الذي يلي العدد ٥٤٦ مباشرة في زوّار ونترلاند ؟ .....

٢ في عام ٢٠٢٥ ، بدأ الكثير من قاطني البيوت الحديثة استخدام روبوتات مساعِدة ذكية (تنظيف - مراقبة - ذكاء اصطناعي) . تقدّم شركتان عالميتان مثل هذه الخدمات ، الشركة (أ) التي تصنّع روبوتًا منزليًّا يعتمد على الذكاء الاصطناعي ، والشركة (ب) التي تصنّع روبوتًا مخصَّصًا للأعمال المنزلية اليومية .
يبيّن الجدول التالي مقارنة بين عدد مستخدِمي الروبوتات لبعض الأشهر (بالآلاف) .

عدد مستخدِمي روبوتات الشركة (أ)	١٥٠	١٤٢	١٣٠	١٢٥	١١٨	١١٢
عدد مستخدمي روبوتات الشركة (ب)	١٥٥	١٤٧	١٣٣	١٢٠	١١١	١٥٠

اِصنع مخطّط الساق والأوراق المزدوج لهذه البيانات .

الشركة (أ)		الشركة (ب)
الأوراق	الساق	الأوراق

٣ قامت الصحّة المدرسية بمتابعة متعلّمي الصفّ الثامن لمدرستَين (بنين - بنات) ، وذلك عبر الزيارات الميدانية وقياس أطوال عيّنة من المتعلّمين بوحدة السنتيمتر .
أطوال المتعلّمات : ١٣٣ ، ١٣٥ ، ١٤٣ ، ١٥٣ ، ١٦٠ ، ١٦٣ ، ١٧٠ ، ١٧٥ ، ١٥٣ ، ١٦٢ ، ١٤٠
أطوال المتعلّمين : ١٤٣ ، ١٤٠ ، ١٨٠ ، ١٧٣ ، ١٧٨ ، ١٦٣ ، ١٦٥ ، ١٥٥ ، ١٥٨ ، ١٨٥ ، ١٨٤
اِصنع مخطّط الساق والأوراق المزدوج للبيانات المعطاة السابقة .

٤ يُظهر مخطّط الساق والأوراق المزدوج عدد الأمتار التي يقطعها فريقا السباحة في الماراثون باستخدام السباحة الحرّة وسباحة الظهر وسباحة الفراشة .

فريق السباحة (أ)		فريق السباحة (ب)
الأوراق	الساق	الأوراق
٥٦	٢	٣٢١
١٥٧٧	٣	٣٣٢١
٢٣٤٤	٤	٥١
١٣٤	٥	٥٤٢٠

أجِب عمّا يلي :

(أ) ما عدد الأمتار الأكثر لكلّ فريق ؟

الفريق (أ) ..... الفريق (ب) .....

(ب) ما عدد الأمتار الأقلّ للفريق (ب) ؟ .....

(ج) ما الأمتار الأكثر تكرارًا عند الفريق (أ) ؟ .....

(د) ما الأمتار التي تكرّرت في كلا الفريقَين ؟ .....

٨ - ٥ تمثيل البيانات باستخدام القطاعات الدائرية

قياس زاوية القطاع = $\frac{\text{التكرار المقابِل لكلّ قطاع}}{\text{مجموع التكرارات}} \times ٣٦٠°$

خطوات تمثيل البيانات بالقطاعات الدائرية :

١ أوجِد مجموع التكرارات .

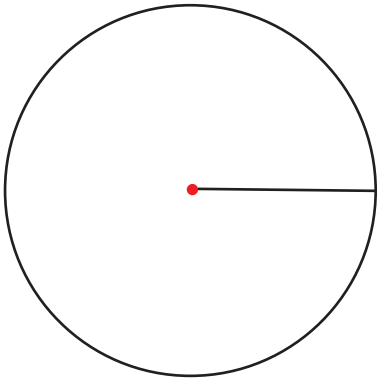
٢ أوجِد قياس زاوية كلّ قطاع .

٣ أُرسم دائرة وحدِّد مركزها ، وارسم أيّ نصف قطر فيها ، ثمّ استخدِم المنقلة لرسم القطاعات كلّ بحسب قياس زاويته .

دورك الآن (١)

يبيّن الجدول التالي هوايات مجموعة من المتعلّمين . أكمِل الجدول ، ثمّ مثِّل البيانات بالقطاعات الدائرية .

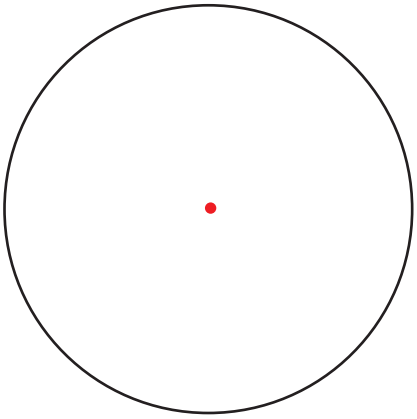
الهواية	السباحة	ركوب الخيل	الرماية	القراءة	الكتابة	المجموع
عدد المتعلمين (التكرار)	١٠	٣٠	٢٠	٢٥	١٥	.....
قياس زاوية القطاع	$\frac{١٠}{١٠٠} \times ٣٦٠°$ = ...	.....	.....	.....	.....	.....



دورك الآن (٢)

يمثّل الجدول التالي توزيع استخدام المتعلّمين في الجامعة للأجهزة الرقمية خلال اليوم ، وكان عددهم ٣٠٠ متعلّم جامعي . أكمِل الجدول ، ثمّ مثِّل البيانات بالقطاعات الدائرية :

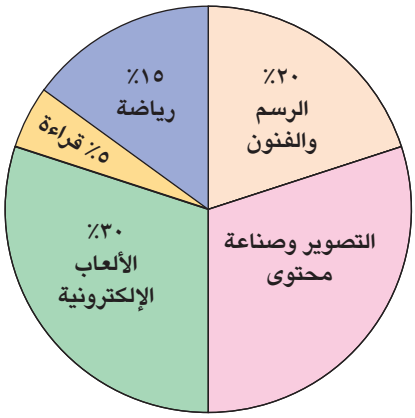
نوع الجهاز	الهاتف الذكي	الحاسوب المحمول	الجهاز اللوحي	الساعة الذكية
النسبة المئوية	٪٥٠	٪٢٥	٪١٥	٪١٠
قياس زاوية القطاع	$\frac{٥٠}{١٠٠} \times ٣٦٠°$ = ...	$\frac{٢٥}{١٠٠} \times ٣٦٠°$ = ...	$\frac{.....}{.....} \times ٣٦٠°$ = ...	..... × ..... = ...
عدد المتعلّمين الذين يستخدمون هذا الجهاز	٣٠٠ × ٪٥٠ = ...	..... × ٪٢٥ = ...	..... × ..... = ...	..... × ..... = ...



تمارين ذاتية :

١ يوضّح التمثيل البياني بالقطاعات الدائرية المقابل النسبة المئوية لأكثر الهوايات انتشارًا بين متعلّمي الصفّ الثامن . إذا كان عددهم ٢٠٠ متعلّم ، فأوجِد كلًّا ممّا يلي :

هوايات متعلّمي الصفّ الثامن



(أ) النسبة المئوية لهواة التصوير وصناعة محتوى .

.....

(ب) عدد متعلّمي هواية الرسم والفنون .

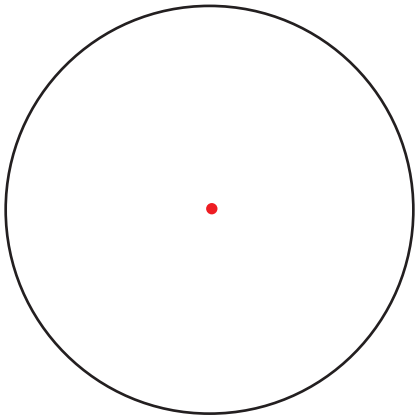
.....

(ج) عدد متعلّمي هواية القراءة .

.....

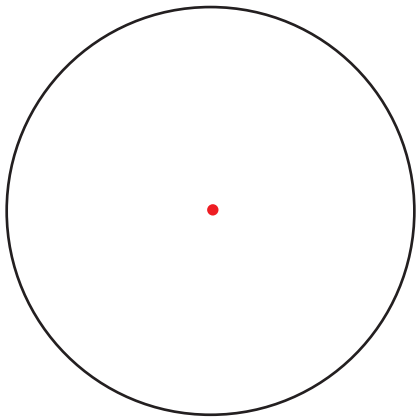
٢ أكمِل الجدول ، ثمّ مثِّل البيانات التالية بالقطاعات الدائرية .

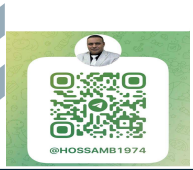
عادات الأكل لدى المتعلّمين		
نوع الوجبات	النسبة المئوية	قياس زاوية رأس القطاع
سريعة	٪٣٠	
منزلية	٪٣٥	
صحّية	٪١٥	
حلويات وقهوة	٪٢٠	
المجموع		



٣ يُنفق متعلّم مبتعث مكافأته الشهرية بما يعادل الدينار كالآتي : ٤٠٠ دينار للسكن ، ٣٠٠ دينار للمأكل ، ٥٠ دينارًا للكهرباء ، ١٥٠ دينارًا للملبس ، ٧٠ دينارًا للمواصلات و ٣٠ دينارًا للكتب .
أكمِل الجدول ، ثمّ مثِّل البيانات بالقطاعات الدائرية .

جوانب الصرف	السكن	المأكل	الكهرباء	الملبس	مواصلات	الكتب	المجموع
مبلغ المكافأة الشهرية							
النسبة المئوية							
قياس زاوية القطاع							





٨ - ٦ المتوسّط الحسابي – الوسيط – المنوال

دورك الآن (١)

تتصدّق غادة على الفقراء بمبالغ متفاوتة شهريًّا بالدينار الكويتي كالآتي :

١٠ ، ٧ ، ٨ ، ٥ ، ٨ ، ٦ ، ٧ ، ٩ ، ٧ ، ٧ ، ٦ ، ٤

(أ) الجدول التكراري (البسيط) هو :

القيمة	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠	المجموع
التكرار								

(ب) المتوسّط الحسابي = $\frac{(\ldots \times ٤) + (\ldots \times ٥) + (\ldots \times ٦) + (\ldots \times ٧) + (\ldots \times ٨) + (\ldots \times ٩) + (\ldots \times ١٠)}{\ldots\ldots\ldots\ldots}$

= .....

(ج) الوسيط = ...

(د) المنوال = ...

مركز الفئة : هو المتوسّط الحسابي لطرفَيها مركز الفئة = $\frac{\text{الحدّ الأدنى} + \text{الحدّ الأعلى}}{٢}$

دورك الآن (٢)

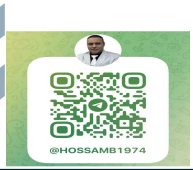
تستخدم معظم البيوت شبكة إنترنت فائقة السرعة ، ولكن تختلف سرعة الاتّصال من خلال هذه الشبكة من يوم إلى آخر . لذا ، فقد طلبت شركة الاتّصالات من عملائها تسجيل سرعة الإنترنت حتّى يتسنّى للشركة تطوير خدماتها . فكانت البيانات كالآتي : ١٢ ، ١٥ ، ١٨ ، ٢٢ ، ١٣ ، ١٦ ، ١٢ ، ١٧ ، ١٤ ، ١٦ ، ١٩ ، ١٧ ، ١٤ ، ١٣ ، ١٦ ، ١٨ ، ١٥ ، ٢٤ ، ٢٣ ، ٢٦ ، ٢٧ ، ٢٣ ، ١٩ ، ١٧ ، ١٣ .

(أ) أكمِل الجدول التكراري التالي :

الفئات	علامات العدّ	التكرارات	مركز الفئة	(ت) × (م)
١٠-	|||||	٥	$\frac{١٠ + ١٤}{٢} = ١٢$	٥ × ١٢ = ٦٠
١٤-		١٠	$\frac{\ldots\ldots + \ldots\ldots}{٢}$	
١٨-			$\frac{\ldots\ldots + \ldots\ldots}{٢}$	
٢٢-			$\frac{\ldots\ldots + \ldots\ldots}{٢}$	
٢٦-			$\frac{\ldots\ldots + \ldots\ldots}{٢}$	
		المجموع = ٢٥		المجموع = ...

(ب) أوجِد المتوسّط الحسابي لهذه البيانات مستخدِمًا مراكز الفئات .

المتوسّط الحسابي = ...



مقاييس النزعة المركزية التي تصف البيانات هي :

١ **المتوسّط الحسابي** $\frac{\text{مجموع القِيَم}}{\text{عددها}}$

٢ **الوسيط** هو القيمة الوسطى لمجموعة البيانات بعد ترتيبها تصاعديًّا أو تنازليًّا .

٣ **المنوال** هو أكثر القِيَم تكرارًا .

تمارين ذاتية :

١ يبيّن الجدول المقابِل أسعار مجموعة من الألعاب الإلكترونية بالدينار الكويتي .

أوجِد المتوسّط الحسابي ، والوسيط ، والمنوال لتلك البيانات .

أسعار الألعاب الإلكترونية بالدينار الكويتي				
١٢	١٨	١٥	٤٠	٢٠
١٤	٢٠	١٥	١٧	١٠
١٥	١٨	٤٠	٩	٢٥
٢٠	٢١	٢٢	١٠	٢٤

.....

.....

.....

.....

٢ قام أحد المطاعم بإعداد قائمة لأسعار وجبات الغداء بالدينار الكويتي ، كما هي موضَّحة في الجدول التالي :

الصنف	السعر بالدينار
دجاج مشوي	٤
كباب	٣
سمك	٥
ستيك لحم	١٢
روبيان	٤
خضار	٤

عيِّن القيمة المتطرّفة ، واحسب المتوسّط الحسابي لسعر الوجبات والوسيط والمنوال لمجموعة البيانات مع القيمة المتطرّفة مرّة ، وبدون القيمة المتطرّفة مرّة أخرى .

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

٣ يبيّن مخطّط الساق والأوراق عدد الدقائق التي يستغرقها الفرد في استخدام الهاتف للمكالمات الهاتفية ومشاهدة برامج التواصل الاجتماعي في عشرة أيّام .

الأوراق (المكالمات)	الساق	الأوراق (برامج التواصل الاجتماعي)
٠١	١٢	٣٢١
٣	١٣	٣٣٣
٢٤٤٤	١٤	٦٥
٠١٣	١٥	٥٤

أ ما منوال بيانات (المكالمات) ؟

.....

ب أوجِد الوسيط لبيانات (المكالمات) والوسيط (لبرامج التواصل الاجتماعي) .

.....

.....

ج أوجِد المتوسّط الحسابي لبيانات (المكالمات) .

.....

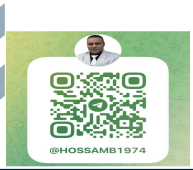
٤ في مسابقة ألعاب القوى (مسابقة الجري) التي نظّمتها إحدى المدارس ، بلغت سرعة المتسابقين بالأمتار للدقيقة كما يلي :

٢٠٠ ، ١٩٠ ، ٢٠٨ ، ١٨٠ ، ١٦٠ ، ١٦٥ ، ١٥٠ ، ١٥٣ ، ١٦٤ ، ١٥٣ ، ١٩٥ ، ١٥٤ ، ١٥٦ ، ١٩٢ ، ١٦٠ ، ١٦٧ ، ١٨٨ ، ١٧٨

أ أوجِد المدى لهذه البيانات . .....

ب أكمِل الجدول التكراري التالي :

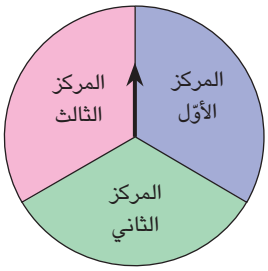
الفئات	علامات العدّ	التكرار (ت)	مركز الفئة (م)	(ت) × (م)
١٥٠-				
١٦٠-				
١٧٠-				
١٨٠-				
١٩٠-				
٢٠٠-				
		المجموع =		المجموع =



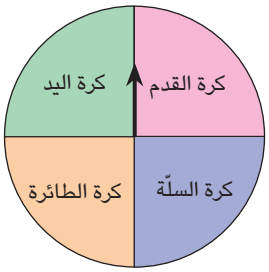
تقويم الوحدة التعليمية الثامنة

أولا : البنود المقالِية

١ أُرسم مخطّط الشجرة لتوضيح النواتج الممكنة لتدوير اللوحتَين الدوّارتَين :



(الدوّارة الأولى)



(الدوّارة الثانية)

٢ أوجِد ناتج كلّ ممّا يلي :

أ) ٢! × ٤! = ...

ب) ل$^{٦}_{٣}$ = ...

ج) ٥(٤ - ٣)! = ...

د) ق$^{°}_{٢}$ = ...

هـ) $\binom{٧}{٣}$ = ...

٣ اِختارت ياسمين ٣ أرقام سرّية لفتح خزانة المركز الرياضي التابعة له ، إذا كان اختيارها للأرقام من ١ إلى ٨ ، فأوجِد عدد الطرق المختلفة في اختيار ذلك الرقم السرّي للخزانة .

.....

.....

.....

٤ بكم طريقة يمكن تكوين مجلس المتعلّمين بحيث يكون فيه رئيس ونائب رئيس من بين ١٠ متعلّمين ؟

.....

.....

.....

٥ يوجد في مدرسة خمسة من المتعلّمين المتميّزين في مادّة الرياضيات ، وقد طلبت إدارة المدرسة اختيار ثلاثة متعلّمين منهم لتمثيل المدرسة في مسابقة الحساب الذهني (أباكس) .
ما عدد الطرق المختلفة لإرسال ٣ منهم لتقديم المسابقة ؟ .....

.....

.....

٦ يوجد في صندوق ٣٠ بطاقة متماثلة مرقَّمة بالأرقام من ١ إلى ٣٠ .
سُحبت بطاقة واحدة بطريقة عشوائية .
أوجِد احتمال كلّ من الأحداث التالية :

أ (ظهور عدد يقبل القسمة على العدد ٥) .

.....

.....

ب (ظهور عدد فردي أصغر من ٧) .

.....

.....

ج (ظهور عدد أكبر من ٢١ أو ظهور العدد ١٣) .

.....

.....

د (ظهور عدد مربّع كامل) .

.....

.....

٧ لدى أحد محلّات تغليف الهدايا ٢٠ نوعًا من الورق المزيَّن للتغليف ، و١٠ أنواع من الأشرطة للزينة ، و٤ أنواع من بطاقات التهنئة . ما عدد الاختيارات المختلفة المتوفّرة لتغليف الهديّة ؟

.....

.....

٨ يمكن تصميم بطاقة دعوة إلكترونية باستخدام برنامج الذكاء الاصطناعي ، عند التصميم تمّ تقديم عدّة خيارات : ٤ خلفيات ، ٥ ألوان ، ٦ صوتيات . ما عدد الخيارات المختلفة المتوفّرة لتصميم تلك البطاقة ؟

.....

٩ في أحد سباقات الزوارق السريعة للشباب ، تمّت مقارنة أطوال الزوارق بوحدة السنتيمتر لثمانية مشارِكين من كلّ فريق فكانت كما يلي :

أطوال زوارق الفريق الأوّل : ٢٥٤ ، ٢٧٦ ، ٢٧٥ ، ٢٦٩ ، ٢٥٨ ، ٢٦٨ ، ٢٧٠ ، ٢٥٨

أطوال زوارق الفريق الثاني : ٢٦٠ ، ٢٧٤ ، ٢٥١ ، ٢٥٩ ، ٢٦٠ ، ٢٧٣ ، ٢٦٨ ، ٢٧٧

(أ) مثِّل البيانات التالية باستخدام مخطّط الساق والأوراق المزدوج .

الأوراق (الفريق الأوّل)	الساق	الأوراق (الفريق الثاني)

(ب) أكمِل الجدول التالي مستخدِمًا مخطّط الساق والأوراق المزدوج .

	الفريق الأوّل	الفريق الثاني
الوسيط		
المدى		
المنوال		

١٠ يبيّن الجدول التالي درجات ٥٠ متعلّمًا في مادّة الرياضيات .

الفئات	-١٠	-٢٠	-٣٠	-٤٠	-٥٠	المجموع
التكرار	٨	١٢	١٤	٩	٧	٥٠

(أ) أكمِل الجدول التكراري التالي :

الفئات	التكرار (ت)	مركز الفئة (م)	(ت) × (م)
-١٠			
-٢٠			
-٣٠			
-٤٠			
-٥٠			
	المجموع =		المجموع =

(ب) أوجِد المتوسّط الحسابي للبيانات السابقة مستخدِمًا مراكز الفئات .

.....

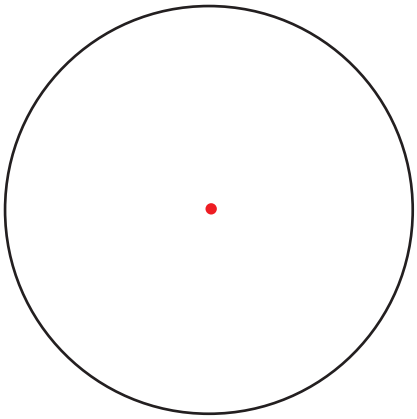
.....

.....

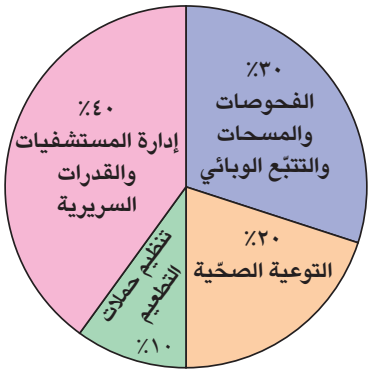
.....

١١ يبيّن الجدول التالي أنواع القصص وعدد المتعلّمين الذين يفضّلون قراءة كلّ نوع في إحدى المدارس . أكمِل الجدول ، ثمّ مثِّل البيانات بالقطاعات الدائرية .

أنواع القصص	عدد	قياس زاوية القطاع
خيال علمي	٩٠	
كوميدية	١٥٠	
دينية	٥٠	
اِجتماعية	٧٠	
المجموع	٣٦٠	



١٢ يبيّن التمثيل بالقطاعات الدائرية أدناه توزيع النسب المئوية للمخصَّصات المالية لوزارة الصحّة أثناء جائحة كورونا .



أ) ما القطاع الذي حصل على أكثر مخصَّصات مالية ؟

.....

ب) ما القطاع الذي يمثّل ثلاثة أمثال قطاع تنظيم حملات التطعيم ؟ .....

ج) بكم تزيد نسبة مخصَّصات التوعية الصحّية عن نسبة مخصَّصات تنظيم حملات التطعيم ؟ .....

د) إذا كانت قيمة المخصَّصات المالية لوزارة الصحّة هي ٤ ملايين دينار أثناء جائحة كورونا ، فما حصّة كلّ قطاع من القطاعات الآتية ؟

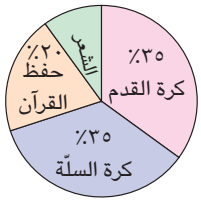
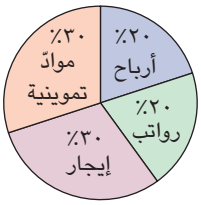
التوعية الصحّية : .....

إدارة المستشفيات : .....

حملات التطعيم : .....

ثانِيا : البنود الموضوعِية

في البنود (١-٩) ظلِّل [أ] إذا كانت العبارة صحيحة ، وظلِّل [ب] إذا كانت العبارة غير صحيحة .

١ عند رمي حجرَي نرد متمايزَين مرّة واحدة ، فإنّ عدد عناصر فضاء العيّنة يساوي ١٢	أ	ب
٢ ${}^{٦}ل_{٢} = ١٢$	أ	ب
٣ ${}^{٧}ق_{٣} = {}^{٧}ق_{٤}$	أ	ب
٤ ٢! × ٤! = ٨!	أ	ب
٥ عند سحب بطاقة عشوائية من صندوق فيه ٦ بطاقات مرقَّمة من ١ إلى ٦ ، فإنّ احتمال (ظهور عدد أوّلي) هو $\frac{١}{٢}$	أ	ب
٦ مجموعة من البيانات مكوَّنة من ٦ قِيَم والمتوسّط الحسابي لهذه القِيَم هو ٩ ، فإنّ مجموع هذه القِيَم يساوي ٥٤	أ	ب
٧ إذا كان التمثيل البياني بالقطاعات الدائرية المقابِل يوضّح النسبة المئوية للأنشطة التي يمارسها المتعلّمون في الصفّ الثامن خلال حصّة النشاط ، فإنّ نشاط الشعر يمثّل ٢٠٪ من الأنشطة . 	أ	ب
٨ عدد الطرق المختلفة لقراءة ٣ كتب من بين ٦ كتب مختلفة خلال الإجازة الصيفية هو ${}^{٦}ق_{٣}$	أ	ب
٩ في التمثيل البياني المقابِل : إذا كان الإيراد الشهري للمطعم هو ٣٦٠٠ دينار ، فإنّ صافي أرباح المطعم شهريًّا هو ٢١٦٠ دينارًا . 	أ	ب

في البنود (١٠-١٩) لكلّ بند أربعة اختيارات ، واحد فقط منها صحيح ، اِختر الإجابة الصحيحة :

١٠ في تجربة إلقاء حجرَي نرد متمايزَين مرّة واحدة وملاحظة الوجه العلوي ، فإنّ احتمال الحصول على رقمَين مجموعهما يساوي ١٠ هو :

أ $\frac{٥}{٣٦}$ ب $\frac{١}{٦}$ ج ١ د $\frac{١}{١٢}$

١١ إذا كان الساق ٩ والورقة ٥ ، فإنّ العدد هو :

أ ٥٩ ب ٩٠٥ ج ٩٥ د ٥٠٩

١٢ عدد الطرق المختلفة عند الاختيار من قائمة أحد المطاعم الذي يقدّم ٧ أطباق مختلفة ، بحيث يمكنك اختيار ٣ من هذه الأطباق هو :

أ) ٧ × ٣ ب) ق$^{٧}_{٣}$ ج) ٧! د) ل$^{٧}_{٣}$

١٣ ٨ × ٧! =

أ) ٥٦ ب) ٨! ج) ١٥! د) ٥٦!

١٤ العدد ٧٢٠ في صورة مضروب يساوي :

أ) ٣! ب) ٦! ج) ٤! د) ٥!

١٥ المدى لمجموعة البيانات التالية : ١٨ ، ٢٨ ، ٣٨ ، ٤٨ ، ٩٨ هو :

أ) ٣٨ ب) ٧٠ ج) ٨٠ د) ١١٦

١٦ الوسيط لمجموعة القِيَم : ٤ ، ٦ ، ٢ ، ٤ ، ٥ ، ١٠ هو :

أ) ٤ ب) ٤ $\frac{١}{٢}$ ج) ٥ د) ١٠

١٧ العدد الذي لا يمثّل متوسّطًا حسابيًّا ولا وسيطًا ولا منوالًا لمجموعة البيانات التالية :
١٨ ، ١٨ ، ٢٠ ، ٢٤ هو :

أ) ٢٠ ب) ١٨ ج) ١٩ د) ٢٢

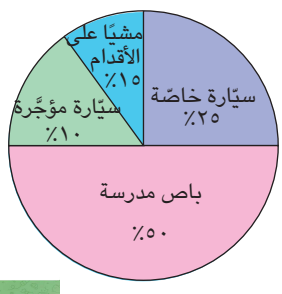
١٨ في التمثيل المقابِل :
أعلى درجة حرارة سيليزية تمّ تسجيلها هي :

أ) ٥٣ ب) ٤٤
ج) ٧٢ د) ٣٩

درجات الحرارة المسجَّلة لأيّام من شهر مايو بالدرجة السيليزية

أوراق (دولة الكويت)	الساق	أوراق (دولة تركيا)
	٢	٧٦٥
٧٧٨٩	٣	٥٤٤٣٢
٢٢٣٤	٤	

١٩ تمثّل الدوّارة وسائط النقل التي يستخدمها المتعلّمون للذهاب إلى المدرسة ، إذا كان عدد المتعلّمين ٨٠٠ متعلّم في المدرسة ، فإنّ المتعلّمين الذين يمشون على الأقدام يساوي :



أ) ١٢٠ متعلّمًا ب) ١٦٠ متعلّمًا
ج) ٤٠ متعلّمًا د) ١٥٠ متعلّمًا