نموذج اجابة امتحان تجريبي (١)

الصف الثاني عشر العلمي

نهاية الفصل الدراسي الأول ٢٠٢٥/ ٢٠٢٦

إعداد التوجيه الفني للرياضيات

منطقة العاصمة التعليمية

الإدارة العامة لمنطقة العاصمة التعليمية

التوجيه الفني للرياضيات

نموذج إجابة اختبار تجريبي (١) للفترة الدراسية الأولى للصف الثاني عشر علمي

العام الدراسي :٢٠٢٥ / ٢٠٢٦ م

المجال الدراسي: الرياضيات — الزمن ساعتان و٤٥ دقيقة — الأسئلة في ١١ صفحة

القسم الأول: أسئلة المقال

أجب عن الأسئلة التالية موضحاً خطوات الحل في كل منها.

السؤال الأول: (١٤ درجة)

(a) أوجد إن أمكن : $\lim\limits_{x\to 3} \dfrac{\sqrt{x+1}-2}{x-3}$

الحل: (8 درجات)

عند التعويض المباشر عن x=3 في كل من البسط والمقام نحصل على صيغة غير معينة

$$= \lim_{x\to 3} \frac{\sqrt{x+1}-2}{x-3} \cdot \frac{\sqrt{x+1}+2}{\sqrt{x+1}+2} = \lim_{x\to 3} \frac{x+1-4}{(x-3)(\sqrt{x+1}+2)}$$ $1+1$

$$= \lim_{x\to 3} \frac{\cancel{(x-3)}}{\cancel{(x-3)}(\sqrt{x+1}+2)} = \lim_{x\to 3} \frac{1}{(\sqrt{x+1}+2)}$$ $x \neq 3$ $\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$

$$= \frac{\lim\limits_{x\to 3}(1)}{\lim\limits_{x\to 3}(\sqrt{x+1}+2)}$$ $\frac{1}{2}$

$$= \frac{1}{4}$$ $\frac{1}{2}$

شرط الجذر:

$$\lim_{x\to 3}(x+1) = 3+1 = 4\,,\, 4 > 0$$ 1

$$\lim_{x\to 3}\left(\sqrt{x+1}\right) = \sqrt{\lim_{x\to 3}(x+1)} = \sqrt{4} = 2$$ $1\frac{1}{2}$

شرط المقام:

$$\lim_{x\to 3}\left(\sqrt{x+1}+2\right) = \lim_{x\to 3}\sqrt{x+1} + \lim_{x\to 3} 2 = 2+2 = 4\,,\, 4 \neq 0$$ $1\frac{1}{2}$

تابع / السؤال الأول : **(٦ درجات)**

(b) 1– اذا كانت : $y = x\,sinx$ أثبت أن $y'' + y - 2cosx = 0$

الحل :

$$y = x \sin x$$

$$y' = \sin x + x \cos x$$ $1\frac{1}{2}$

$$y'' = \cos x + \cos x - x \sin x$$ $1\frac{1}{2}$

$$y'' = 2 \cos x - y$$ $1\frac{1}{2}$

$$y'' + y - 2 \cos x = 0$$ $1\frac{1}{2}$

السؤال الثاني : **(١٤ درجة)**

(a) أوجد إن أمكن : $$\lim_{x\to\infty} \frac{\sqrt{9x^2+4}}{2x-3}$$ **(٨ درجات)**

الحل:

$1+1$ $$= \lim_{x\to\infty} \frac{\sqrt{x^2(9+\frac{4}{x^2})}}{x(2-\frac{3}{x})} = \lim_{x\to\infty} \frac{|x|\sqrt{9+\frac{4}{x^2}}}{x(2-\frac{3}{x})}$$ $|\,x\,| = x \ : \ x > 0$

1 $$= \lim_{x\to\infty} \frac{\cancel{x}\sqrt{9+\frac{4}{x^2}}}{\cancel{x}(2-\frac{3}{x})} = \lim_{x\to\infty} \frac{\sqrt{9+\frac{4}{x^2}}}{(2-\frac{3}{x})}$$ $x \neq 0$

شرط الجذر:

1 $$\lim_{x\to\infty}\left(9+\frac{4}{x^2}\right) = \lim_{x\to\infty} 9 + \lim_{x\to\infty}\frac{4}{x^2} = 9+0 = 9 \,,\, 9 > 0$$

1 $$\lim_{x\to\infty}\sqrt{9+\frac{4}{x^2}} = \sqrt{\lim_{x\to\infty}\left(9+\frac{4}{x^2}\right)} = \sqrt{9} = 3$$

شرط المقام:

1 $$\lim_{x\to\infty}\left(2-\frac{3}{x}\right) = \lim_{x\to\infty} 2 - \lim_{x\to\infty}\frac{3}{X} = 2-0 = 2 \quad , \quad 2 \neq 0$$

$1+1$ $$\lim_{x\to\infty} \frac{\sqrt{9x^2+4}}{2x-3} = \frac{\lim_{x\to\infty}\sqrt{9+\frac{4}{x^2}}}{\lim_{x\to\infty}\left(2-\frac{3}{x}\right)} = \frac{3}{2}$$

تابع / السؤال الثاني : **(٦ درجات)**

(b) مستطيل محيطه cm ٢٠ و مساحته أكبر ما يمكن ، أوجد بعديه ؟

الحل:

بفرض أن الطول (x) ، العرض (y)

$2x+2y=20$

$x+y=10$

$y=10-x$

المساحة(A)=الطول x العرض

$A = x.y$ ١+1

$A(x)= x\,(10-x)$ 1

$A(x)=10x-x^2$

$A'(x)=10-2x$ 1

نضع $A'(x)=0$

$10-2x=0$

$2x=10$

$x=5$ 1

$A''(x)=-2$

$A''(5)=-2\ ,\ -2<0$

المساحة أكبر ما يمكن عندما $x=5$

البعدان هما 5 ,5 1

السؤال الثالث : **(١٤ درجة)**

(a) **لتكن الدالة f :** $f(x)=\begin{cases} x^2+1 & : x\le 2 \\ 4x-3 & : x>2 \end{cases}$ **(٨ درجات)**

أوجد إن أمكن f' و عين مجالها .

الحل:

1 $D_f=(-\infty,2]\cup(2,\infty)=\mathbb{R}$

الدالة f متصلة على R

1 $f'(x)=\begin{cases} 2x & : x<2 \\ \text{نبحث} & : x=2 \\ 4 & : x>2 \end{cases}$

نبحث قابلية الاشتقاق للدالة f عند $x=2$

$\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$ $f(2)=5$, إن وجدت $f'(2)=\lim\limits_{x\to 2}\frac{f(x)-f(2)}{x-2}$

$1\frac{1}{2}$ $f'_+(2)=\lim\limits_{x\to 2^+}\frac{4x-3-5}{x-2}=\lim\limits_{x\to 2^+}\frac{4x-8}{x-2}=\lim\limits_{x\to 2^+}\frac{4(x-2)}{x-2}=\lim\limits_{x\to 2^+}4=4$

$1\frac{1}{2}$ $f'_-(2)=\lim\limits_{x\to 2^-}\frac{x^2+1-5}{x-2}=\lim\limits_{x\to 2^-}\frac{x^2-4}{x-2}=\lim\limits_{x\to 2^-}\frac{(x-2)(x+2)}{x-2}=\lim\limits_{x\to 2^-}(x+2)=4$

$\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$ $\because f'_+(2)=f'_-(2)=4$ $\quad\therefore f'(2)=4$

$\frac{1}{2}$ $\therefore f'(x)=\begin{cases} 2x & : x<2 \\ 4 & : x=2 \\ 4 & : x>2 \end{cases}$

$\therefore f'(x)=\begin{cases} 2x & : x\le 2 \\ 4 & : x>2 \end{cases}$

$\frac{1}{2}$ $\therefore D_{f'}=\mathbb{R}$

تابع / السؤال الثالث : **(٦ درجات)**

(b) أخذت عينة من مجتمع طبيعي . أوجد فترة ثقة % 95 للمتوسط الحسابي للمجتمع الاحصائي μ ،
اذا كان لدينا : $n = 13$, $s = 0.3$, $\bar{x} = 8.4$

الحل :

σ^2 غير معلومة ، $n \le 30$

$\therefore$ نستخدم التوزيع t

1 **درجات الحرية : $n - 1 = 13 - 1 = 12 \quad n = 13 \Rightarrow$**

مستوى الثقة $1 - \alpha = 95\%$

$1 - \alpha = 0.95$

$\alpha = 0.05$

$\frac{\alpha}{2} = 0.025$

$t_{\frac{\alpha}{2}} = 2.179$

1 **$\therefore$ هامش الخطأ $E = t_{\frac{\alpha}{2}} \times \frac{s}{\sqrt{n}}$**

١+1 $E = 2.179 \times \frac{0.3}{\sqrt{13}} = 0.181$

1 $(\bar{X} - E , \bar{X} + E) = (8.4 - 0.181 , 8.4 + 0.181)$

1 $= (8.219 , 8.581)$

السؤال الرابع : **(١٤ درجة)**

(a) ادرس تغير الدالة f : $f(x) = 3x - x^3$ ، ثم ارسم بيانها . **(١٠ درجات)**

الحل:

f كثيرة حدود متصلة وقابلة للاشتقاق على مجالها **R**

$\frac{1}{2}$ $\lim_{x\to\infty} f(x) = \lim_{x\to\infty}(-x^3) = -\infty$ $\lim_{x\to-\infty} f(x) = \lim_{x\to-\infty}(-x^3) = \infty$

$f'(x) = 3 - 3x^2$

$\frac{1}{2}$ **لإيجاد النقاط الحرجة نضع** $f'(x) = 0$

$\frac{1}{2}+1\frac{1}{2}$ $3 - 3x^2 = 0 \Rightarrow 1 - x^2 = 0$

$(1 - x)(1 + x) = 0$

$x = 1$ أو $x = -1$

$f(1) = 2$, $f(-1) = -2$

$\frac{1}{2}$ **(1 , ٢) , (-1 , -٢) نقطتان حرجتان**

	-∞	-1	1	∞
الفترات	(- ∞ , -1)	(-1 , 1)	(1 , ∞)	
إشارة f′	-	+	-	
سلوك f	↘	↗	↘	

$\frac{1}{2}$ $f(-1) = -2$ **قيمة عظمى محلية** ، $f(1) = 2$ **قيمة صغرى محلية**

1 **منحنى الدالة متزايد على (1 , 1-)** ، ومتناقصة على **(1 , ∞)** و **(-∞ , -1)**

$\frac{1}{2}$ $f''(x) = -6x$

نضع $f''(x) = 0$

$1+\frac{1}{2}$ $-6x = 0 \Rightarrow x = 0$

$f(0) = 0$

	-∞	0	∞
الفترات	(- ∞ , 0)	(0 , ∞)	
إشارة f′′	+	-	
التقعر	∪	∩	

$\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$ **منحنى الدالة مقعر لأعلى على (-∞ , 0)** ومقعر لأسفل على **(0 , ∞)**

(0 , 0) نقطة انعطاف

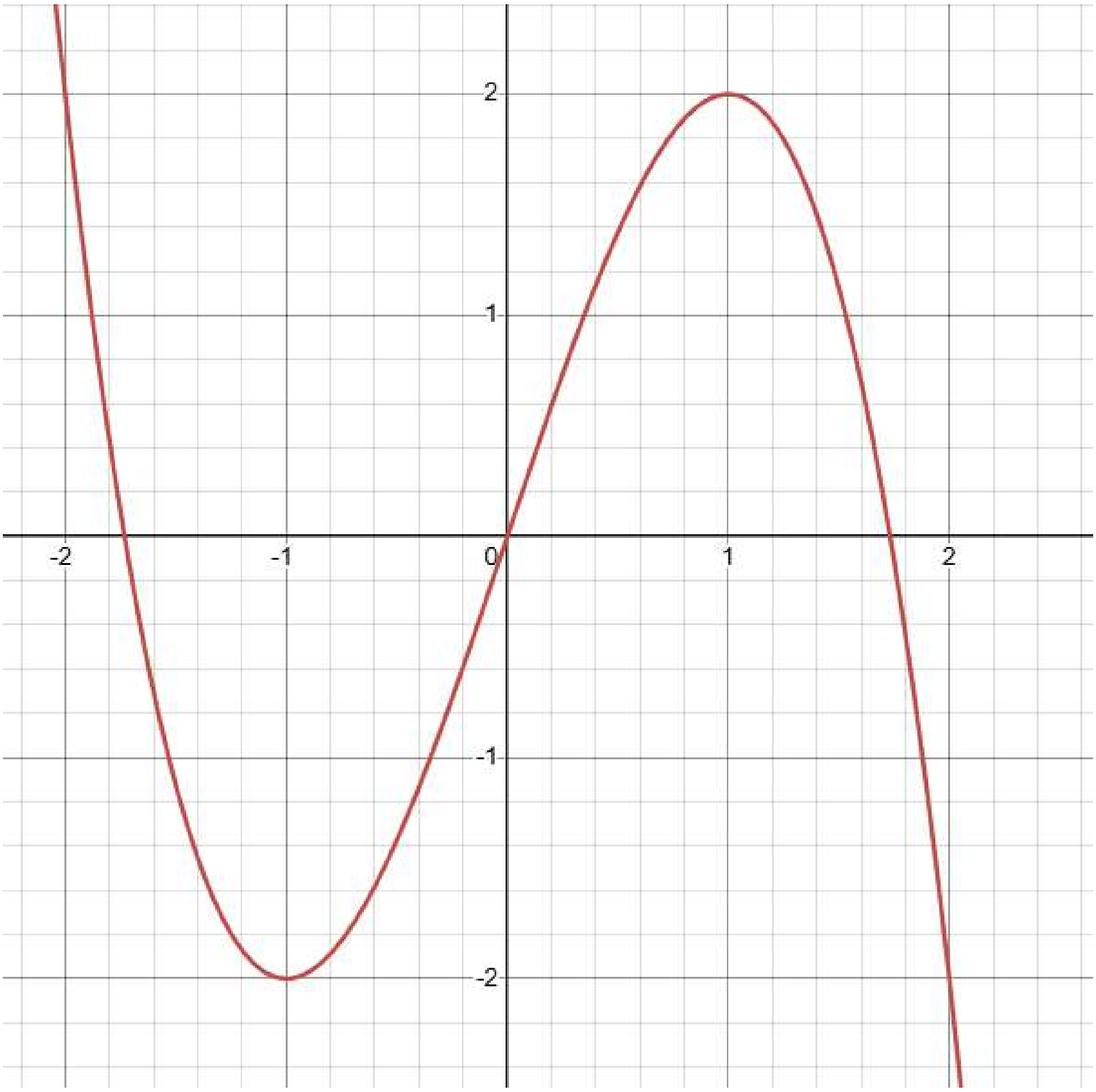
$\frac{1}{2}$

الرسم البياني

نقاط إضافية

x	-2	-1	0	1	2
y	2	-2	0	2	-2

$1\frac{1}{2}$



تابع / السؤال الرابع : **(٤ درجات)**

(b) ابحث اتصال الدالة $g \circ f$ عند $x = -2$ حيث :

$$g(x) = \sqrt{x+4} \quad , \qquad f(x) = 2x^2 - 3$$

$\frac{1}{2}$ **الحل:**

$\frac{1}{2}$ f كثيرة حدود متصلة متصلة عند $x = -2$ .... (١)

$\frac{1}{2}$ $f(-2) = 2(-2)^2 - 3 = 5$

نبحث اتصال g عند $x = 5$: $g(x) = \sqrt{x+4}$

$\frac{1}{2}$ نفرض $b(x) = x + 4$

$b(5) = 5 + 4 = 9 , 9 > 0$

$\frac{1}{2}$ $b(x) = x + 4$ متصلة عند $x = 5$

$\frac{1}{2}$ g متصلة عند $x = 5$ .... (٢)

1 من (١) ، (٢) $g \circ f$ متصلة عند $x = -2$

القسم الثاني (البنود الموضوعية)

أولاً: في البنود من (3 - 1)عبارات ظلل في ورقة الإجابة :(a) إذا كانت العبارة صحيحة

(b) إذا كانت العبارة خاطئة

---

(١) $\lim\limits_{x \to 1} \frac{\sqrt{x}\ -1}{x\ -\ 1} = 2$ — a b

(2) للدالة f : $f(x) = \sqrt[3]{x^2 - 1}$ مماس أفقي معادلته $x = 1$ — a b

(3) الدالة g : $g(x) = \sqrt{9 - x^2}$ لها قيمة عظمى في مجالها — a b

---

ثانياً: في البنود من (4 - 10) لكل بند أربع اختيارات واحد فقط منها صحيح

ظلل رمز الدائرة الدال على الاختيار الصحيح.

---

(٤) اذا كانت الدالة f متصلة عند $x = 2$ فإن $f(x)$ يمكن أن تكون

a) $\frac{1}{|x-2|}$ b) $\sqrt{x-2}$ c) $\frac{|x-2|}{x-2}$ d) $\begin{cases} \sqrt{x^2-3} & : x > 2 \\ 3x-5 & : x \le 2 \end{cases}$

(٥) الدالة $f(x) = \frac{2x-1}{\sqrt{x^2-25}}$ متصلة على

a) $(-\infty, \frac{1}{2}]$ b) $(5, \infty)$ c) $\mathbb{R}$ d) $(-5, 5)$

(٦) معادلة المستقيم العمودي على المماس لبيان الدالة $y = 2\cos x$ عند النقطة $(\frac{\pi}{2}, 0)$ هي

a) $y = \frac{x}{2} - \frac{\pi}{4}$ b) $y = -\frac{x}{2} + \frac{\pi}{4}$ c) $y = \frac{x}{2} + \frac{\pi}{4}$ d) $y = -\frac{x}{2} - \frac{\pi}{4}$

(٧) إذا كانت الدالة f' : $f'(x) = -3x$ ، فإنّ الدالة f

a) متزايدة على الفترة $(0, \infty)$

b) متزايدة على الفترة $(-\infty, \mathbf{0}]$

c) متزايدة على مجال تعريفها .

d) متزايدة على الفترة $(-\infty, \mathbf{0})$ و متناقصة على الفترة $(0, \infty)$

(٨) اذا كانت f دالة كثيرة حدود ، $(c\,,\ f(c))$ نقطة انعطاف لها فإن

a) $f''(c) = 0$

b) $f'(c) = 0$

c) $f(c) = 0$

d) $f''(c)$ غير موجودة

(٩) القيمة الحرجة $z_{\frac{\alpha}{2}}$ لدرجة الثقة *96.6 %* هي

a) 2.12

b) 2.17

c) 21.2

d) 21%

(١٠) في دراسة لمجتمع احصائي تبين ان متوسطه الحسابي $\mu = 125$ ، أخذت عينة من هذا المجتمع حجمها $n = 36$ فتبين أن متوسطها الحسابي $\bar{x} = 130$ اذا كان المقياس الإحصائي $z = 3.125$ فإن الانحراف المعياري σ هو

a) -9.6

b) 6.9

c) 9.6

d) -6.9

انتهت الأسئلة

جدول إجابة البنود الموضوعية

(1)	(a)	(b)		
(2)	(a)	(b)		
(3)	(a)	(b)		
(4)	(a)	(b)	(c)	(d)
(5)	(a)	(b)	(c)	(d)
(6)	(a)	(b)	(c)	(d)
(7)	(a)	(b)	(c)	(d)
(8)	(a)	(b)	(c)	(d)
(9)	(a)	(b)	(c)	(d)
(10)	(a)	(b)	(c)	(d)

نموذج اجابة امتحان تجريبي (٢)

الصف الثاني عشر العلمي

نهاية الفصل الدراسي الأول ٢٠٢٥/ ٢٠٢٦

إعداد التوجيه الفني للرياضيات

منطقة العاصمة التعليمية

الإدارة العامة لمنطقة العاصمة التعليمية

التوجيه الفني للرياضيات

نموذج اجابة الامتحان التجريبي (٢) الفترة الدراسية الأولى للصف الثاني عشر علمي

للعام الدراسي ٢٠٢٥-٢٠٢٦ م

المجال الدراسي: الرياضيات   الزمن: ساعتان و ٤٥ دقيقة   الأسئلة في ١١ صفحة

15

القسم الأول : أسئلة المقال .

أجب عن جميع أسئلة المقال موضحاً خطوات الحل

السؤال الأول :

(a) أوجد $y' = \frac{dy}{dx}$ حيث : $y^2 + xy = 7x$ (7 درجات)

الحل :

نشتق طرفي المعادلة بالنسبة للمتغير x

$$2y\,\grave{y} + 1x\,\grave{y} + y = 7$$ 1 + 1 + 1 + 1

$$\grave{y}\,(\,2y + x\,) = 7 - y$$ 1

$$\grave{y} = \frac{7 - y}{2y + x}$$ 2

تابع / السؤال الأول : (8 درجات)

(b) أوجد

$$\lim_{x \to 0} \frac{sin^2 x}{1 - cosx}$$

الحل :

$$\lim_{x \to 0} \frac{sin^2 x}{1 - cosx} * \frac{1 + cosx}{1 + cosx}$$ 2

$$\lim_{x \to 0} \frac{sin^2 x \,(1 + cosx)}{1 - \cos^2 x}$$ 2

$$\lim_{x \to 0} \frac{sin^2 x \,(1 + cosx)}{\sin^2 x}$$ 1

$$\lim_{x \to 0}(1 + cosx)$$ 1

$$\lim_{x \to 0} 1 + \lim_{x \to 0} cosx)$$ 1

$$1 + 1 = 2$$ 1

15

(8 درجات)

السؤال الثاني :

(a) لتكن الدالة f : $f(x) = x^3 - 12x - 5$ أوجد كلا مما يلي :

1) النقاط الحرجة للدالة .

2) الفترات التي تكون الدالة f متزايدة أو متناقصة عليها .

3) القيم القصوى المحلية .

الحل : f دالة كثيرة حدود متصلة وقابلة للاشتقاق عند كل $x : x \in \mathbb{R}$،

1)

1 $\quad f'(x) = 3x^2 - 12$

بوضع , $f'(x) = 0$

1 $\quad 3x^2 - 12 = 0$

1 $\quad x = -2 \quad , x = 2$

النقاط الحرجة هي :

1 $\quad (-2, f(-2)) = (-2, 11)$

$(2, f(2)) = (2, -21)$

2)

2

الفترات	$(-\infty, -2)$	$(-2, 2)$	$(2, \infty)$
إشارة f'	+++	---	+++
سلوك f	↗	↘	↗

الدالة متزايدة على الفترة $(-\infty, -2)$, والفترة $(2, \infty)$ ومتناقصة على الفترة $(-2, 2)$

3)

1 توجد قيمة عظمى محلية عند $x = -2$ هي $f(-2) = 11$

1 وتوجد قيمة صغرى محلية عند $x = 2$ هي $f(2) = -21$

تابع / السؤال الثاني : (7 درجات)

(b) لتكن $f(x) = 2x^2 - 3$ ، $g(x) = \sqrt{x+4}$

ابحث اتصال الدالة gof عند $x = -2$

الحل :

f دالة متصلة عند $x = -2$ (1) 1

$f(-2) = 5$ 1

نفرض ان

$h(x) = x + 4 \;, \quad x \geq -4$ 1

h دالة متصلة عند $x = 5$ 1

$h(5) = 9 > 0$ 1

$\therefore$ $g(x) = \sqrt{h(x)}$ متصلة عند $x = 5$ 1

$\therefore$ g متصلة عند $f(-2)$ (2)

من (1) , (2) نجد ان gof متصلة عند $x = -2$ 1

15

السؤال الثالث :

(a) أوجد فترات التقعر ونقطة الإنعطاف لمنحنى الدالة f :

$$f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 1$$

(7 درجات)

الحل :

f دالة كثيرة حدود

$\therefore$ f قابلة للاشتقاق على R

$f'(x) = 6x^2 + 6x$ 1

$f''(x) = 12x + 6$ 1

نضع , $f''(x) = 0$

$12x + 6 = 0$ $\frac{1}{2}$

$x = -\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$

2

الفترات	$\left(-\infty , -\frac{1}{2}\right)$	$\left(-\frac{1}{2} , \infty\right)$
إشارة f''	$- - -$	$+ + +$
بيان الدالة f	$\cap$	$\cup$

بيان الدالة f مقعر لأسفل على الفترة $\left(-\infty , -\frac{1}{2}\right)$ 1

بيان الدالة f مقعر لأعلى على الفترة $\left(-\frac{1}{2} , \infty\right)$

$$f\left(-\frac{1}{2}\right) = -\frac{1}{2}$$

نقطة الانعطاف لمنحنى الدال f هي $\left(-\frac{1}{2} , -\frac{1}{2}\right)$ 1

تابع / السؤال الثالث : (8 درجات)

(b) لتكن الدالة f :

$$f(x)=\begin{cases} x+3 & : \quad x\le -1 \\ \frac{4}{x+3} & : \quad x>-1 \end{cases}$$

ادرس إتصال f على مجالها

الحل :

مجال الدالة f هو : $D_f=(-\infty,-1]\cup(-1,\infty)=R$ 1

نفرض : $g(x) = x+3$ 2

g دالة كثيرة حدود متصلة على R

$f(x)=g(x) \quad \forall\, x\in(-\infty,-1]$

$\therefore$ f متصلة على $(-\infty,-1]$ (1)

نفرض : $h(x) = \frac{4}{x+3}$

h دالة حدودية نسبية متصلة لكل $x\in R-\{-3\}$ 2

$f(x)=h(x) \quad \forall\, x\in(-1,\infty)$

$\therefore$ f متصلة على $(-1,\infty)$ (2)

2

ندرس اتصال الدالة f عند $x=-1$ من جهة اليمين

$f(-1)=2$

حيث نهاية المقام $\neq 0$ $\quad \lim\limits_{x\to-1^+} f(x)=\lim\limits_{x\to-1^+}\frac{3}{x+3}=2$

$\lim\limits_{x\to-1^+} f(x)=f(-1)$

$\therefore$ الدالة f متصلة عند $x=-1$ من جهة اليمين (3)

من (3) , (2) , (1) 1

$\therefore$ الدال f متصلة على R

15

(8 درجات)

السؤال الرابع:

(a) أوجد معادلة المماس عند النقطة $\left(1, \frac{1}{3}\right)$ لمنحنى الدالة

$$f(x) = \frac{x^3 + 1}{x^2 + 5}$$

الحل:

$$f'(x) = \frac{(3x^2)(x^2 + 5) - (2x)(x^3 + 1)}{(x^2 + 5)^2}$$ 3

ومنه الميل :

$$f'(1) = \frac{(3)(6) - (2)(2)}{(1 + 5)^2} = \frac{7}{18}$$ 2

معادلة خط المماس :

$$y - f(a) = f'(a)(x - a)$$

$$y - f(1) = f'(1)(x - 1)$$ 1

$$y - \frac{1}{3} = \frac{7}{18}(x - 1)$$ 1

$$y = \frac{7}{18}x - \frac{7}{18} + \frac{1}{3}$$

$$y = \frac{7}{18}x - \frac{1}{18}$$ 1

تابع / السؤال الرابع : (7 درجات)

(b) إذا كانت $s = 1.79$, $\overline{x} = 37.2$, $n = 80$

اختبر الفرض بأن $\mu = 37$ عند مستوى معنوية $\alpha = 0.05$

الحل :

$s = 1.79$, $\overline{x} = 37.2$, $n = 80$

(1) صياغة الفروض : $H_0: \mu = 37$, $H_1: \mu \neq 37$ 1

(2) σ غير معلومة ، $n > 30$

نستخدم المقياس الاحصائي Z

$$Z = \frac{\overline{x} - \mu}{\frac{s}{\sqrt{n}}}$$

$$Z = \frac{37.2 - 37}{\frac{1.79}{\sqrt{80}}} = 0.999$$ 2

(3) تحديد مستوى المعنوية α

$\alpha = 0.05$, $\frac{\alpha}{2} = 0.025$ 1

$Z_{0.025}, = 1.96$

(4) منطقة القبول هي $(-1.96 , 1.96)$ 1

(5) اتخاذ القرار الاحصائي : $0.999 \in (-1.96 , 1.96)$ 1

∴ القرار بقبول فرض العدم $\mu = 37$ 1

القسم الثاني (البنود الموضوعية)

أولا : في البنود من (1) إلى (3) عبارات ظلل في ورقة الإجابة : (a) إذا كانت العبارة صحيحة (b) إذا كانت العبارة خاطئة

---

(1) $\lim_{x \to 1^-} (2x - |x| + 2) = 3$

---

(2) $\lim_{x \to 0} \frac{1 - \sin x}{\cos^2 x} = 0$

---

(3) إذا كان لمنحني الدالة f نقطة انعطاف هي $(c, f(c))$ فإن $f''(c) = 0$

ثانياً : في البنود من (4) إلى (10) لكل بند أربع اختيارات واحد فقط منها صحيح

ظلل في ورقة الإجابة الرمز الدال على الاختيار الصحيح

---

(4) إن الدالة f : $f(x) = x + \sqrt{x^2} + 2$

ليست قابلة للإشتقاق عند $x = 0$ والسبب هو :

(a) ناب (b) ركن (c) مماس عمودي (d) غير متصلة

---

(5) إذا كانت g متصلة عند $x = 2$ فإن الدالة المتصلة عند $x = 2$ فيما يلي هي $f(x)$ تساوي :

(a) $\sqrt{g(x)}$ (b) $\frac{1}{g(x)}$ (c) $\frac{g(x)}{x-2}$ (d) $|g(x)|$

---

(6) الدالة $f(x) = \frac{2x-1}{\sqrt{x^2-25}}$ متصلة على :

(a) $(-\infty , \frac{1}{2})$ **(b)** $(5 , \infty)$

(c) R **(d)** $(-5 , 5)$

---

(7) مستطيل مساحته $36\ cm^2$ فإن أبعاده التي تعطي أصغر محيط هي :

(a) $9\ cm , 4\ cm$ **(b)** $12\ cm , 3\ cm$

(c) $6\ cm , 6\ cm$ **(d)** $18\ cm , 2\ cm$

---

(8) إذا كانت $f(x) = (1+6x)^{\frac{2}{3}}$ فإن f'' تساوي :

(a) $8(1+6x)^{-\frac{4}{3}}$ **(b)** $\frac{8}{27}(1+6x)^{-\frac{4}{3}}$

(c) $-8(1+6x)^{-\frac{4}{3}}$ **(d)** $-64(1+6x)^{-\frac{4}{3}}$

---

(9) إذا كانت $f(x) = 3x + xtanx$ فإن $f'(0)$ يساوي :

(a) -3 **(b)** 0 **(c)** 1 **(d)** 3

---

(10) تتقارب قيمتي z, t المتناظرة في جدول التوزيع الطبيعي المعياري إذا زادت درجات الحرية عن

(a) 29 **(b)** 28 **(c)** 27 **(d)** 26

انتهت الأسئلة

جدول إجابة البنود الموضوعية

(1)	(a)	(b)	(c)	(d)
(2)	(a)	(b)	(c)	(d)
(3)	(a)	(b)	(c)	(d)
(4)	(a)	(b)	(c)	(d)
(5)	(a)	(b)	(c)	(d)
(6)	(a)	(b)	(c)	(d)
(7)	(a)	(b)	(c)	(d)
(8)	(a)	(b)	(c)	(d)
(9)	(a)	(b)	(c)	(d)
(10)	(a)	(b)	(c)	(d)

لكل بند درجة واحدة (1×10)

10

الدرجة: ....

نموذج اجابة امتحان تجريبي (٣)

الصف الثاني عشر العلمي

نهاية الفصل الدراسي الأول ٢٠٢٥/ ٢٠٢٦

إعداد التوجيه الفي للرياضيات

منطقة العاصمة التعليمية

القسم الأول: أسئلة المقال:

أجب عن الأسئلة التالية موضحاً خطوات الحل في كل منها:

السؤال الأول:

15

(a) أوجـــــــد إن أمكن : $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{1-\cos x}{sin^2 x}$

الحل:

7

$$\lim_{x\to 0} \frac{1-\cos x}{sin^2 x} = \lim_{x\to 0} \frac{1-\cos x}{sin^2 x} \times \frac{1+\cos x}{1+\cos x} \quad 1$$

$$= \lim_{x\to 0} \frac{(1-\cos x)(1+\cos x)}{sin^2 x(1+\cos x)}$$

$$= \lim_{x\to 0} \frac{1-\cos^2 x}{sin^2 x(1+\cos x)} \quad 1$$

$$= \lim_{x\to 0} \frac{sin^2 x}{sin^2 x(1+\cos x)} \quad 1$$

$$= \lim_{x\to 0} \frac{1}{(1+\cos x)} \quad , \quad sin^2 x \neq 0 \quad 1$$

$$\because \lim_{x\to 0} (1+\cos x) = \lim_{x\to 0} 1 + \lim_{x\to 0} cosx \quad \frac{1}{2}$$

$$= 1 + 1 = 2 \ , \ 2 \neq 0 \quad \frac{1}{2}$$

$$\therefore \lim_{x\to 0} \frac{1-\cos x}{sin^2 x} = \lim_{x\to 0} \frac{1}{(1+\cos x)} \quad \frac{1}{2}$$

$$= \frac{\lim\limits_{x\to 0} 1}{\lim\limits_{x\to 0} (1+\cos x)} \quad 1$$

$$= \frac{1}{2} \quad \frac{1}{2}$$

تابع السؤال الأول:

8

(b) لتكن الدالة f : $f(x) = x^3 - 12x - 5$ أوجد كلا مما يلي :

(1) النقاط الحرجة للدالة

(2)الفترات التي تكون الدال f متزايدة أو متناقصة عليها

(3)القيم القصوى المحلية

الحل :

- f دالة كثيرة حدود $\frac{1}{2}$
- f متصلة و قابلة للإشتقاق عند كل x: $x \in R$ $\frac{1}{2}$

نوجد النقاط الحرجة :

$$f'(x) = 3x^2 - 12$$ 1

$$f'(x) = 0$$

$$3x^2 - 12 = 0 \implies 3(x-2)(x+2) = 0$$ 1

$$x = 2 \,, x = -2$$

$$\left(-2, f(-2)\right) = (-2,11)$$ $\frac{1}{2}$

$$\left(2, f(2)\right) = (2,-21)$$ $\frac{1}{2}$

نكون جدول التغير لدراسة إشارة f' :

$-\infty$ ... -2 ... 2 ... ∞

الفترات	$(-\infty$ ،-2)	$(-2$ ،-2)	$(2,\infty)$
إشارة f'	+++	---	+++
سلوك الدالة f	متزايدة ↗	متناقصة ↘	متزايدة ↗

$1\frac{1}{2}$

الدالة متزايدة على الفترة $(-\infty$ ،-2) والفترة $(2,\infty)$ 1

و متناقصة على الفترة $(-2,2)$ $\frac{1}{2}$

(3) توجد قيمة عظمى محلية عند $x = -2$ وهي $f(-2) = 11$ 1

توجد قيمة صغرى محلية عند $x = 2$ وهي $f(2) = -21$

السؤال الثاني :

6

(a) أوجد

$$\lim_{x \to 2} \frac{(x+1)^2 - 9}{x^2 - 2x}$$

الحل :

عند التعويض المباشر عن x بـ 2 في كل من البسط والمقام نحصل على صيغة غير معينة

$1\frac{1}{2}$
$$\frac{(x+1)^2 - 9}{x^2 - 2x} = \frac{(x+1-3)(x+1+3)}{x(x-2)}$$

1
$$= \frac{(x-2)(x+4)}{x(x-2)}$$

$\frac{1}{2}$
$$= \frac{(x+4)}{x} \quad , \quad x \neq 2$$

$\frac{1}{2}$
$$\therefore \quad \lim_{x \to 2} \frac{(x+1)^2 - 9}{x^2 - 2x} = \lim_{x \to 2} \frac{x+4}{x}$$

1
$$\because \lim_{x \to 2} x = 2 \quad , \quad 2 \neq 0$$

$\frac{1}{2}$
$$\therefore \quad \lim_{x \to 2} \frac{x+4}{x} = \frac{\lim_{x \to 2} (x+4)}{\lim_{x \to 2} x}$$

$\frac{1}{2}$
$$= \frac{2+4}{2}$$

$\frac{1}{2}$
$$= 3$$

تابع السؤال الثاني:

9

(b) لتكن الدالة f : $f(x) = \begin{cases} x^2+1 & : x \le 2 \\ 4x-3 & : x > 2 \end{cases}$ دالة متصلة على مجالها

أوجد $f'(x)$ إن أمكن

الحل :

$D_f = (-\infty,\ 2] \cup [2, \infty) = R$	1
$f'(x) = \begin{cases} 2x & : x < 2 \\ \text{تبحث} & : x = 2 \\ 4 & : x > 2 \end{cases}$	1
$f(2) = 2^2 + 1 = 5$	$\frac{1}{2}$
$f'_{-}(2) = \lim\limits_{x\to 2^-} \dfrac{f(x)-f(2)}{x-2}$ (ان وجدت)	$\frac{1}{2}$
$= \lim\limits_{x\to 2^-} \dfrac{x^2+1-5}{x-2} = \lim\limits_{x\to 2^-} \dfrac{x^2-4}{x-2}$	1
$= \lim\limits_{x\to 2^-} \dfrac{(x-2)(x+2)}{x-2} = \lim\limits_{x\to 2^-} (x+2) = 4$	1
$f'_{+}(2) = \lim\limits_{x\to 2^+} \dfrac{f(x)-f(2)}{x-2}$ (ان وجدت)	1
$= \lim\limits_{x\to 2^+} \dfrac{4x-8}{x-2} = \lim\limits_{x\to 2^+} \dfrac{4(x-2)}{x-2}$	1
$= \lim\limits_{x\to 2^+} 4 = 4$	$\frac{1}{2}$
$f'_{+}(2) = f'_{-}(2) = 4$	$\frac{1}{2}$
$\therefore\ f'(2) = 4$	$\frac{1}{2}$
$\therefore\ f'(x) = \begin{cases} 2x & : x \le 2 \\ 4 & : x > 2 \end{cases}$	$\frac{1}{2}$

السؤال الثالث :

(a) **أخذت عينة عشوائية من مجتمع طبيعي حجمها $n = 36$ ومتوسطها الحسابي $\bar{x} = 60$ وانحرافها المعياري $S = 4$ ، باستخدام مستوى ثقة 95% .**

(1) أوجد هامش الخطأ .

(2) أوجد فترة الثقة للمتوسط الحسابي للمجتمع الإحصائي μ

6

الحل:

حجم العينة *n=36* والمتوسط الحسابي $\bar{x}$ = 60 والانحراف المعياري *s=4*

$\because$ مستوى الثقة 95%

1 $\therefore Z_{\frac{\alpha}{2}}=1.96$

1 $\because$ σ^2 غير معلوم *n>30*

$$E= Z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{S}{\sqrt{n}}$$

2 $$= 1.96\times \frac{4}{\sqrt{36}} = 1.3066$$

$\therefore$ هامش الخطأ = 1.3067

فترة الثقة هي : $(\bar{x} - E, \bar{x} + E)$

1 $(60 - 1.3067 , 60 + 1.3067)$

1 (58.6933، 61.3067)

تابع السؤال الثالث :

9

(b) لتكن f : $\boldsymbol{f(x) = \sqrt{x^2 - 7x + 10}}$

أوجد مجال الدالة f ، ثم ادرس اتصال الدالة على $[-1, 1]$

الحل:

نفرض أن:

$\frac{1}{2}$ $$f(x) = \sqrt{g(x)}$$

$\frac{1}{2}$ $$g(x) = x^2 - 7x + 10$$

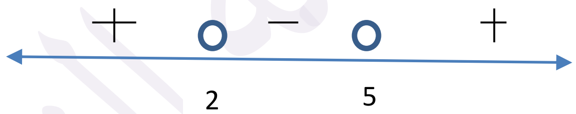
1 $$D_f = \{x : g(x) \geq 0\}$$

$$x^2 - 7x + 10 \geq 0$$

المعادلة المناظرة: $x^2 - 7x + 10 = 0$

$$(x-2)(x-5) = 0$$

2 $x = 2 \quad , x = 5$



1 ∴ مجال الدالة f هو $(-\infty,\ 2] \cup [5, \infty)$

1 لدراسة اتصال الدالة f على $[-1, 1]$

1 $g(x) \geq \forall\ x \in (-\infty,\ 2] \cup [5, \infty)$

$\because [-1, 1] \subseteq D_f$

1 $\therefore\ g(x) \geq 0\ \ \forall\ x\ [-1, 1] \qquad (1)$

(2) الدالة g : $g(x) = x^2 - 7x + 10$ متصلةعلى $[-1, 1]$

1 من(2) و(1) :

∴ الدالة f متصلة على $[-1, 1]$

السؤال الرابع :

15

6

(a لتكن f :
$$f(x)=\begin{cases}\frac{x^2-9}{x-3} & : \quad x>3\\ 7 & : \quad x\le 3\end{cases}$$

ابحث اتصال الدالة f عند $x=3$

الحل :

$$f(3)=7 \qquad \tfrac{1}{2}$$

$$\lim_{x\to 3^-} f(x)=\lim_{x\to 3^-} 7=7 \qquad 1$$

$$\lim_{x\to 3^+} f(x)=\lim_{x\to 3^+}\frac{x^2-9}{x-3} \qquad \tfrac{1}{2}$$

$$=\lim_{x\to 3^+}\frac{(x-3)(x+3)}{x-3} \qquad \tfrac{1}{2}$$

$$=\lim_{x\to 3^+}(x+3)$$

$$=3+3=6 \qquad \tfrac{1}{2}$$

$$\because \lim_{x\to 3^-} f(x)\ne \lim_{x\to 3^+} f(x) \qquad 1$$

$\therefore \lim_{x\to 3} f(x)$ ليست موجودة 1

$\therefore$ الدالة f ليست متصلة عند $x=3$ 1

تابع السؤال الرابع:

(b) للمنحنى الذي معادلته $x^2 - y^2 + yx - 1 = 0$ أوجد $\boldsymbol{y'}$ ثم أوجد ميل المماس لهذا المنحنى عند النقطة $(1,1)$: 6

الحل :

$$2x - 2yy' + y + xy' - 0 = 0$$ 2

$$-2yy' + xy' = -2x - y$$ 1

$$y'(-2y + x) = -2x - y$$ 1

$$y' = \frac{-2x - y}{x - 2y}$$ 1

بالتعويض ب$(1,1)$

$$y' = \frac{-2(1) - (1)}{(1) - 2(1)} = \frac{-3}{-1} = 3$$ 1

∴ ميل المماس = 3

تابع السؤال الرابع:

(c) **أوجد ميل المماس للمنحنى** $y = \sin^5 x$ **عند** $x = \frac{\pi}{3}$ 3

الحل:

$$\frac{dy}{dx} = 5\sin^4 x \,.\, (\sin x)' = 5\sin^4 x \,.\, \cos x$$ 2

بالتعويض عن $x = \frac{\pi}{3}$

ميل المماس هو:

$$\frac{dy}{dx} = 5\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^4\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{45}{32}$$ 1

القسم الثاني (الأسئلة الموضوعية)

أولاً: في البنود $(1 - 3)$ ظلل في جدول الإجابة (a) إذا كانت العبارة صحيحة

(b) إذا كانت العبارة خاطئة

(1) $\lim\limits_{x \to \infty} \frac{2x-1}{|x|-3} = 2$ 　 ⓐ ⓑ

---

(2) $\lim\limits_{x \to \infty} \frac{1-\sin x}{\cos^2 x} = 0$ 　 ⓐ ⓑ

---

(3) إذا كانت الدالة f متصله عند $x = 1$ وكان $\lim\limits_{x \to -1} (f(x) - 2) = -1$ فإن $f(-1) = 1$ 　 ⓐ ⓑ

ثانياً: في البنود $(4 - 10)$ لكل بند أربع خيارات واحد منها فقط صحيح ، اختر الإجابة الصحيحة ثم ظلل في جدول الإجابة الرمز الدال عليها :

(4) لتكن الداله f : $f(x) = \frac{x}{\sqrt{x-3}}$ ، الدالة g : $g(x) = x^2 + 3, x \neq 0$ فإن $(f \circ g)(x)$ تساوي:

ⓐ $\frac{x^2}{x-3} + 3$ 　 ⓑ $\frac{x}{\sqrt{x-3}} + 3$ 　 ⓒ $\frac{-(x^2+3)}{x} + 3$ 　 ⓓ $\frac{x^2+3}{|x|}$

---

(5) إن الدالة f : $f(x) = x + \sqrt{x^2} + 2$ ليست قابلة للإشتقاق عند$x = 0$ والسبب هو :

ⓐ ركن 　 ⓑ ناب 　 ⓒ غير متصلة 　 ⓓ مماس عمودي

(6) إذاكانت $f(x) = 3x + xtanx$ فإن $f^{/}(0)$ يساوي

ⓐ -3 ⓑ 0 ⓒ 1 ⓓ 3

---

(7) عدد النقاط الحرجة للدالة: $y = 3x^3 - 9x - 4$ على الفترة : $(0, 2)$ هو:

ⓐ 3 ⓑ 2 ⓒ 1 ⓓ 0

---

(8) إذاكانت $r = tan(2 - \theta)$: فإن $\frac{dr}{d\theta}$ تساوي :

ⓐ $\sec^2(2-\theta)$ ⓑ $-\sec^2(2-\theta)$ ⓒ $\sec^2(2+\theta)$ ⓓ $\sec(\theta+2)$

---

(9) مستطيل مساحتهُ $36\ cm^2$ فإنَّ أبعادهُ التي تعطي أصغر محيط هي :

ناب

ⓐ $9cm\ ,4cm$ ⓑ $12cm\ ,3cm$ ⓒ $6cm\ ,6cm$ ⓓ $18cm\ ,2cm$

---

(10) إذا كان القرار رفض فرض العدم وفترة الثقة $(-1.96, 1.96)$ فإن قيمة الإختيار z ممكن أن تكون :

ⓐ 1.5 ⓑ -2.5

ⓒ 1.87 ⓓ -1.5

1	●	b	c	d
2	a	●	c	d
3	●	b	c	d
4	a	b	c	●
5	●	b	c	d
6	a	b	c	●
7	a	b	●	d
8	a	●	c	d
9	a	b	●	d
10	a	●	c	d

كل بند موضوعي درجة واحدة

$\frac{\quad}{10}$

نموذج اجابة امتحان تجريبي (٤)

الصف الثاني عشر العلمي

نهاية الفصل الدراسي الأول ٢٠٢٥/ ٢٠٢٦

إعداد التوجيه الفني للرياضيات

منطقة العاصمة التعليمية

نموذج إجابة اختبار تجريبى (٤) الفترة الدراسية الأولى للصف الثانى عشر علمى
للعام الدراسى ٢٠٢٥ – ٢٠٢٦

المجال الدراسي : الرياضيات | الزمن : ساعتان و ٤٥دقيقة | الأسئلة في ١١ صفحة

القسم الأول : أسئلة المقال
أجب عن الأسئلة التالية موضحاً خطوات الحل في كل منها .

السؤال االأول:

١٥

(٨ درجات)

(a) أوجد معادلة المماس لمنحنى الدالة : $y = \dfrac{8}{4+x^2}$

عند النقطة $(2, 1)$

....

الحل

$$\frac{dy}{dx} = \frac{-8(2x)}{(4+x^2)^2} = \frac{-16x}{(4+x^2)^2}$$ ٢

$$m = \left.\frac{dy}{dx}\right|_{x=2} = \frac{-16(2)}{(4+2^2)^2}$$ ١

$$m = \frac{dy}{dx} = \frac{-1}{2}$$ ١

معادلة المماس هي :

$$y - f(a) = m(x-a)$$ ٢

$$y - 1 = -\frac{1}{2}(x-2)$$

$$y - 1 = -\frac{1}{2}x + 1$$ ١

$$y = \frac{-1}{2}x + 1 + 1$$

$$y = -\frac{1}{2}x + 2$$ ١

تابع السؤال الأول : (٧ درجات)

(b) لتكن $f(x)=\dfrac{2x+1}{x}$ ، $g(x)=x^2+1$

أوجد $(f\circ g)'(x)$

الحل

$$(f\circ g)'(x)=f'\big(g(x)\big)\cdot g'(x)$$ ١

$$f'(x)=\frac{2x-(2x+1)}{x^2}=\frac{-1}{x^2}$$ ٢

$$f'\big(g(x)\big)=f'\big(x^2+1\big)=\frac{-1}{(x^2+1)^2}$$ ١

$$g'(x)=2x$$ ١

$$(f\circ g)'(x)=\frac{-1}{(x^2+1)^2}\cdot 2x$$ ١

$$=\frac{-2x}{(x^2+1)^2}$$ ١

١٥

السؤال الثاني:

(a) أوجد : $\displaystyle \lim_{x\to\infty} \frac{\sqrt{2x^2-x}}{x+1}$ (٨ درجات)

....

الحل

١+١ $f(x) = \dfrac{\sqrt{2x^2-x}}{x+1} = \dfrac{\sqrt{x^2\left(2-\frac{1}{x}\right)}}{x\left(1+\frac{1}{x}\right)} = \dfrac{|x|\sqrt{\left(2-\frac{1}{x}\right)}}{x\left(1+\frac{1}{x}\right)}$

$\because x \to \infty$

$\therefore |x| = x$

١ $= \dfrac{x\sqrt{\left(2-\frac{1}{x}\right)}}{x\left(1+\frac{1}{x}\right)}$

$\frac{١}{٢}$ $= \dfrac{\sqrt{\left(2-\frac{1}{x}\right)}}{\left(1+\frac{1}{x}\right)}$ ، $x \neq 0$

$\displaystyle \lim_{x\to\infty} \frac{\sqrt{2x^2-x}}{x+1} = \lim_{x\to\infty} \frac{\sqrt{\left(2-\frac{1}{x}\right)}}{\left(1+\frac{1}{x}\right)}$

١ $= \dfrac{\lim_{x\to\infty}\sqrt{\left(2-\frac{1}{x}\right)}}{\lim_{x\to\infty}\left(1+\frac{1}{x}\right)}$

$\frac{١}{٢}$ $= \dfrac{\sqrt{2}}{1} = \sqrt{2}$

٢ شرط نهاية ما تحت الجذر $0 <$

$\displaystyle \lim_{x\to\infty}\left(2-\frac{1}{x}\right) = \lim_{x\to\infty} 2 - \lim_{x\to\infty}\frac{1}{x}$

$= 2 - 0 = 2 \quad , \quad 2 > 0$

$\displaystyle = \lim_{x\to\infty}\sqrt{2-\frac{1}{x}} = \sqrt{\lim_{x\to\infty}\left(2-\frac{1}{x}\right)}$

$= \sqrt{2}$

شرط نهاية المقام $0 \neq$ ١

$\displaystyle = \lim_{x\to\infty}\left(1+\frac{1}{x}\right)$

$\displaystyle = \lim_{x\to\infty} 1 + \lim_{x\to\infty}\frac{1}{x}$

$= 1 + 0$

$= 1 \quad , \quad 1 \neq 0$

تابع السؤال الثاني: (٧درجات)

(b) لتكن الدالة f $f(x) = -x^3 + 3x^2 - 4$

أوجد كلا مما يلي :

١) النقاط الحرجة للدالة .

٢) الفترات التي تكون الدالة f متزايدة أو متناقصة عليها

٣) القيم القصوى المحلية

....

الحل

$\because$ f دالة كثيرة حدود

١ $\therefore$ f متصلة وقابلة للإشتقاق على R

$$f'(x) = -3x^2 + 6x$$

١ $f'(x) = 0$ $\quad - 3x^2 + 6x = 0$

$$3x(-x + 2) = 0$$

$$x = 0 \qquad x = 2$$

$$f(0) = -4 \qquad f(2) = 0$$

١ النقاط الحرجة هي $(2, 0)$, $(0, -4)$

٢ الجدول

$-\infty$ $\quad 0 \quad 2 \quad \infty$

الفترات	$(-\infty, 0)$	$(0, 2)$	$(2, \infty)$
إشارة f'	$- -$	$+ +$	$- -$
سلوك الدالة f	↘↘	↗↗	↘↘

١ الدالة f متزايدة على الفترة $(0, 2)$

الدالة f متناقصة على كل من الفترتين $(-\infty, 0)$, $(2, \infty)$

$\frac{١}{٢}$ يوجد قيمة عظمى محلية عند $x = 2$ ، القيمة العظمى المحلية هي $f(2) = 0$

$\frac{١}{٢}$ يوجد قيمة صغرى محلية عند $x = 0$ ، القيمة الصغرى المحلية هي $f(0) = -4$

١٥

السؤال الثالث :

(a) **لتكن** $f(x) = \sqrt{x^2 - 7x + 10}$

أوجد مجال الدالة **f ثم ادرس اتصال الدالة على** $[-1, 1]$ **(٨ درجات)**

....

الحل $f(x) = \sqrt{g(x)} \quad , \quad g(x) = x^2 - 7x + 10$

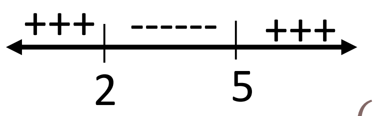
١ $D_f = \{x : g(x) \geq 0\}$

١ $x^2 - 7x + 10 \geq 0$

المعادلة المناظرة $x^2 - 7x + 10 = 0$

١ $(x-2)(x-5) = 0$

$x = 2 \quad ، \quad x = 5$



١ مجال الدالة هو : $(-\infty, 2] \cup [5, \infty)$

لدراسة اتصال الدالة f على $[-1,1]$ حيث $f(x) = \sqrt{x^2 - 7x + 10}$

١ $\because \quad g(x) \geq 0 \quad \forall \quad x \in (-\infty, 2] \cup [5, \infty)$

١ $[-1,1]$ مجموعة جزئية من D_f

$g(x) \geq 0 \quad \forall \quad x \in [-1,1]$ -------- 1

١ 2----- الدالة g : $g(x) = x^2 - 7x + 10$ متصلة على $[-1,1]$

١ من 1 ، 2 ينتج أن

الدالة f متصلة على $[-1,1]$

تابع السؤال الثالث : **(٧ درجات)**

(b) أوجد عددين مجموعهما 14 وناتج ضربهما أكبر ما يمكن

....

الحل

١ بفرض أن أحد العددين x حيث $0 < x < 14$

$\therefore$ العدد الآخر هو $14 - x$

ناتج ضربهما هو : $g(x) = x(14 - x)$

١ $= 14x - x^2$

$g'(x) = 14 - 2x$

١ $g'(x) = 0$ $14 - 2x = 0$

$x = 7$

١ $\therefore$ توجد نقطة حرجة $(7, g(7))$

١ $g''(x) = -2$

$g''(7) = -2 \ , \quad -2 < 0$

١

١ $\therefore$ يوجد عند $x = 7$ **قيمة عظمى محلية**

$\therefore$ ***العدد الأول هو*** 7 ***والعدد الثاني هو*** 7 14 – 7 = 7

العددان هما 7 , 7

١٥

السؤال الرابع :

(a) أوجد :
$$\lim_{x \to 0} \frac{x^2}{1-\cos x}$$

(٨ درجات)

الحل

$$\lim_{x \to 0} \frac{x^2}{1-\cos x}$$

١ $$= \lim_{x \to 0} \frac{x^2}{1-\cos x} \times \frac{1+\cos x}{1+\cos x}$$

١ $$= \lim_{x \to 0} \left(\frac{x^2}{(1-\cos x)(1+\cos x)} \cdot (1+\cos x) \right)$$

١ $$= \lim_{x \to 0} \left(\frac{x^2}{1-\cos^2 x} \cdot (1+\cos x) \right)$$

١ $$= \lim_{x \to 0} \left(\frac{x^2}{\sin^2 x} \cdot (1+\cos x) \right)$$

١ $$= \lim_{x \to 0} \left(\frac{x}{\sin x} \right)^2 \cdot \lim_{x \to 0} (1+\cos x)$$

١ $$= \lim_{x \to 0} \left(\left(\frac{x}{\sin x} \right)^2 \cdot (1+\cos x) \right)$$

١ $$= \left(\lim_{x \to 0} \frac{x}{\sin x} \right)^2 \cdot \left(\lim_{x \to 0} 1 + \lim_{x \to 0} \cos x \right)$$

١ $$= (1)^2 \cdot (1+1) = 2$$

تابع السؤال الرابع: (٧ درجات)

(b) عينة عشوائية حجمها 36 ، فإذا كان المتوسط الحسابي للعينة 60 وتباينها 16 . باستخدام مستوى الثقة 95%

١) أوجد هامش الخطأ

٢) أوجد فترة الثقة للمتوسط الحسابي للمجتمع الاحصائي

الحل

$$n = 36 \qquad \bar{x} = 60 \qquad s^2 = 16$$

١) مستوى الثقة 95%

١ $z_{\frac{\alpha}{2}} = 1.96$

$n > 30$ σ^2 غير معلوم

١ $E = z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{s}{\sqrt{n}}$

$= 1.96 \cdot \frac{4}{\sqrt{36}}$

١ $= 1.3066$

١ ∴ هامش الخطأ يساوي تقريبا 1.3067

٢) فترة الثقة هي

١ $(\bar{x} - E , \bar{x} + E)$

١ $= (60 - 1.3067 , 60 + 1.3067)$

١ $= (58.6933 , 61.3067)$

القسم الثاني (البنود الموضوعية)

أولاً : في البنود من $(1 - 3)$ ظلّل في ورقة الإجابة (a) إذا كانت العبارة صحيحة
(b) إذا كانت العبارة خاطئة

....

(1) $\lim_{x \to -\infty} \frac{|x| - 3}{x + 3} = -1$ Ⓐ Ⓑ

---

(2) الدالة $f: f(x) = x|x|$ غير قابلة للاشتقاق $\forall x \in \mathbb{R}$ Ⓐ Ⓑ

---

(3) إذا كانت $f''(c) = 0$ ، فإنّ لمنحنى الدالة f نقطة انعطاف عند $(c\ ,\ f(c))$. Ⓐ Ⓑ

ثانياً : في البنود من $(4 - 10)$ لكل بند أربع اختيارات واحد فقط منها صحيح
ظلّل رمز الدائرة الدال على الاختيار الصحيح .

....

(4) إذا كانت الدالة f متصلة عند $x = -2$ وكانت $\lim_{x \to -2} (x^2 + f(x)) = 7$ فإن $f(-2)$ تساوي:

Ⓐ 3 Ⓑ 5 Ⓒ 9 Ⓓ 11

---

(5) $\lim_{x \to 2^+} \frac{|x - 2|}{x^2 - 4} =$

Ⓐ $\frac{1}{2}$ Ⓑ $-\frac{1}{2}$ Ⓒ $\frac{1}{4}$ Ⓓ $-\frac{1}{4}$

(6) إذا كانت $y = \frac{1}{x} + 5\sin x$ فإن $\frac{dy}{dx}$ تساوي:

ⓐ $-\frac{1}{x^2} - 5\cos x$

ⓑ $\frac{1}{x^2} + 5\cos x$

ⓒ $-\frac{1}{x^2} + 5\cos x$

ⓓ $\frac{1}{x^2} - 5\cos x$

---

(7) لتكن الدالة f: $f(x) = \sqrt{x^2+7}$ ، g : $g(x) = x^2 - 3$ فإن: $(f \circ g)(0)$ يساوي:

ⓐ -1

ⓑ 1

ⓒ -4

ⓓ 4

---

(8) ميل المماس عند النقطة $A(1\ ,\ 1)$ على منحنى: $x^2 - 3y^2 + 2xy = 0$ هي:

ⓐ -1

ⓑ 0

ⓒ 1

ⓓ 2

---

(9) إذا كانت $f(x) = ax^2 - 25x$ لها قيمة قصوى محلية عند $x = \frac{5}{2}$ ، فإنّ a تساوي:

ⓐ 2

ⓑ 3

ⓒ 4

ⓓ 5

---

(10) إذا كانت قيمة الاختبار الإحصائي $Z = -1.5$ وفترة القبول $(-1.96\ ,\ 1.96)$ فإن القرار يكون:

ⓐ رفض فرض العدم

ⓑ قبول فرض العدم

ⓒ قبول الفرض البديل

ⓓ Z لا تنتمي للفترة

جدول إجابة البنود الموضوعية

(1)	(a)	(b)		
(2)	(a)	(b)		
(3)	(a)	(b)		
(4)	(a)	(b)	(c)	(d)
(5)	(a)	(b)	(c)	(d)
(6)	(a)	(b)	(c)	(d)
(7)	(a)	(b)	(c)	(d)
(8)	(a)	(b)	(c)	(d)
(9)	(a)	(b)	(c)	(d)
(10)	(a)	(b)	(c)	(d)

١٠

الدرجة : ....

نموذج اجابة امتحان تجريبي (٥)

الصف الثاني عشر العلمي

نهاية الفصل الدراسي الأول ٢٠٢٥/ ٢٠٢٦

إعداد التوجيه الفي للرياضيات

منطقة العاصمة التعليمية

الإدارة العامة لمنطقة العاصمة التعليمية

التوجيه الفني للرياضيات

نموذج تجريبي(5) الفترة الدراسية الأولى للصف الثاني عشر علمي

للعام الدراسي 2025-2026

المجال الدراسي : الرياضيات - الزمن : ساعتان و خمس وأربعون دقيقة

الأسئلة في 12 صفحة

القسم الأول : أسئلة المقال

أجب عن الأسئلة التالية موضحا خطوات الحل

$\frac{\quad}{15}$

السؤال الأول: (a) أوجد $\lim\limits_{x\to 2}\frac{\sqrt{x^2+5}-3}{x^2-2x}$

(8 درجات)

عند التعويض المباشر عن x بـ 2 في كل من البسط والمقام نحصل على صيغة غير معينة

1

$\lim\limits_{x\to 2}(x^2+5)=4+5=9>0$

$\lim\limits_{x\to 2}\sqrt{x^2+5}=\sqrt{\lim\limits_{x\to 2}(x^2+5)}$

$=\sqrt{2^2+5}=\sqrt{9}=3$

$\frac{1}{2}$

$\lim\limits_{x\to 2}(x.(\sqrt{x^2+5}+3))$

1

$=\lim\limits_{x\to 2}x.(\lim\limits_{x\to 2}\sqrt{x^2+5}+\lim\limits_{x\to 2}3)$

1

$=2\,(3+3)=12\quad,\quad 12\neq 0$

$\frac{1}{2}$

1 $=\lim\limits_{x\to 2}\frac{\sqrt{x^2+5}-3}{x^2-2x}\cdot\frac{\sqrt{x^2+5}+3}{\sqrt{x^2+5}+3}$

$=\lim\limits_{x\to 2}\frac{x^2+5-9}{x(x-2)(\sqrt{x^2+5}+3)}$

1 $=\lim\limits_{x\to 2}\frac{x^2-4}{x(x-2)(\sqrt{x^2+5}+3)}$

1 $=\lim\limits_{x\to 2}\frac{\cancel{(x-2)}(x+2)}{x\cancel{(x-2)}(\sqrt{x^2+5}+3)}\quad,\quad x\neq 2$

$=\frac{\lim\limits_{x\to 2}(x+2)}{\lim\limits_{x\to 2}x(\sqrt{x^2+5}+3)}$

1 $=\frac{(2+2)}{12}=\frac{4}{12}=\frac{1}{3}$

تابع السؤال الأول :　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　(7 درجات)

(b) اذاكانت: $u = 5x^2 + 2$ ، $y = u^3 - 3u$

أوجد $\frac{dy}{dx}$ باستخدام قا عدة التسلسل

$$\frac{dy}{du} = 3u^2 - 3 \quad , \quad \frac{du}{dx} = 10x$$

1+1

$$\frac{dy}{dx} = (3u^2 - 3) \times 10x$$

1

$$\frac{dy}{dx} = \left(3(5x^2 + 2)^2 - 3\right) \times 10x$$

1

1+1+1

$$= 750x^5 + 600x^3 + 90x$$

$\frac{}{15}$

السؤال الثاني :

(a) أوجد معادلة المماس للمنحنى الذي معادلته : (8 درجات)

$2x\,y + \pi \sin y = 2\pi$ عند النقطة $\left(1, \frac{\pi}{2}\right)$

نشتق طرفى المعادله ضمنيا بالنسبه لـ X

$$2\,(y) + (2x)\,(y') + \pi \cos y\,(y') = 0$$

$$y'\,(2x + \pi \cos y) = -2y$$

1+1+1 $$y' = \frac{-2\,y}{2x + \pi \cos y}$$

$$\frac{dy}{dx}_{\left(1,\frac{\pi}{2}\right)} = \frac{-2 \times \frac{\pi}{2}}{2(1) + \pi \cos \frac{\pi}{2}}$$

ميل المماس للمنحنى هو:-

1 $$m = \frac{-\pi}{2}$$

معادلة المماس للمنحنى هي :-

1 $$y - y_1 = m\,(x - x_1)$$

1 $$y - \frac{\pi}{2} = -\frac{\pi}{2}\,(x - 1)$$

1 $$y = -\frac{\pi}{2}\,x + \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{2}$$

1 $$y = -\frac{\pi}{2}\,x + \pi$$

تابع السؤال الثاني :

(b) **عددان مجموعهما 100 ومجموع مربعيهما أصغر مايمكن – ما العددان**

(7 درجات)

نفرض أحد العددين x **حيث** $0 < x < 100$

1

العدد الأخر = $100 - x$

1 **مجموع مربعيهما هو** $f(x) = (100 - x)^2 + x^2$

1 $f'(x) = 2(100 - x)(-1) + 2x$

$f'(x) = -200 + 2x + 2x$

$\frac{1}{2}$ $f'(x) = -200\ x + 4x$

1 **نضع** $f'(x) = 0$ $\quad x = 50 \quad \longrightarrow \quad -200\ x + 4\ x = 0$

توجد نقطة حرجه $(50, f(50))$

1 توجد قيمه صغري مطلقه عند $x = 50$ $\quad f'' = 4 \quad , 4 > 0$

العدد الأول هو $x = 50$

1 العدد الثاني هو $100 - x = 100 - 50 = 50$

العددان هما 50 , 50

$\frac{1}{2}$

15

السؤال الثالث:-

: ادرس اتصال الدالة f على مجالها حيث:
$$f(x)=\begin{cases} x+3 & : \ x\le -1 \\ \frac{4}{x+3} & : \ x>-1 \end{cases}$$

(8درجات)

1 مجال الدالة هو $D_f = (-1,\infty) \cup (-\infty,-1] = R$

1 بفرض: $g(x) = x+3$

g كثيرة حدود متصله علي R

$$f(x) = g(x) \quad \forall \quad x \in (-\infty,-1]$$

1 f داله متصله علي (-∞,-1] <---------(1)

1 بفرض : $h(x) = \frac{4}{x+3}$

h داله حدوديه نسبيه متصله لكل $x \in R - \{-3\}$

$$f(x) = h(x) \quad \forall \quad x \in (-1,\infty)$$

1 f داله متصله علي $(-1,\infty) ---------> (2)$

$$f(-1) = -1+3 = 2$$

1 $\lim_{x\to -1^+}(x+3) = 2 \ , 2 \neq 0$ ، $\lim_{x\to -1^+} f(x) = \lim_{x\to -1^+} \frac{4}{x+3} = \frac{\lim_{x\to -1^+} 4}{\lim_{x\to -1^+} x+3} = 2$

1

$$f(-1) = \lim_{x\to -1^+} f(x) ---------> (3)$$

الداله fمتصله عند x = -1 من جهة اليمين

الداله f متصله علي الفتره (∞ , ∞-)

1

f متصله علي R

تابع السؤال الثالث: (7 درجات)

(b) أوجد : $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\tan 2x + 3x\cos 4x}{5x}$

1 + 1 $$= \lim_{x\to 0}\left(\frac{\tan 2x}{5x} + \frac{3x\cos 4x}{5x}\right)$$

1 + 1 $$= \lim_{x\to 0}\frac{\tan 2x}{5x} + \lim_{x\to 0}\left(\frac{3\cos 4x}{5}\right)$$

1 $$= \lim_{x\to 0}\left(\frac{\tan 2x}{5x}\right) + \frac{3}{5}\lim_{x\to 0}(\cos 4x)$$

1 $$= \frac{2}{5} + \frac{3}{5}$$

1 $$= 1$$

$\frac{\quad}{15}$

السؤال الرابع :

(a) أدرس تغير الدالة f : $f(x) = 1 - x^3$

ثم أرسم بيانها

$f(x)$ دالة كثيرة حدود متصلة على $\mathcal{R}$ وقابلة للاشتقاق على $\mathcal{R}$ (9 درجات)

نوجد النهايات عند الحدود المفتوحة $\lim_{x\to-\infty} f(x) = \lim_{x\to-\infty}(-x^3) = \infty$

1

$\lim_{x\to\infty} f(x) = \lim_{x\to\infty}(-x^3) = -\infty$

1   $f'(x) = -3x^2$ بوضع $f'(x) = 0$ $\longrightarrow$ $-3x^2 = 0$ $\longrightarrow$ $x = 0$

توجد نقطة حرجه $(1,0)$ $f(0) = 1 - (0)^3 = 1$

نكون جدول التغير لدراسة إشارة ∞

	$-\infty$		0		∞
اشارة f'		− − −		− − −	
1 سلوك الدالة f		تناقص		تناقص	

f متناقصه على كل من الفترتين $(-\infty, 0)$ $(0, \infty)$

نكون جدول التغير لدراسة إشارة f''-

1

$f'' = -6x$

$\frac{1}{2}$ $-6x = 0 \longrightarrow x = 0$

	$-\infty$		0		∞
اشارة f'		+ + +		− − −	
1 التقعر f		تقعّر لأعلى		تقعّر لأسفل	

منحني الداله مقعر لاعلى علي الفتره $(-\infty, 0)$ ومقعر لاسفل علي الفتره $(0, \infty)$

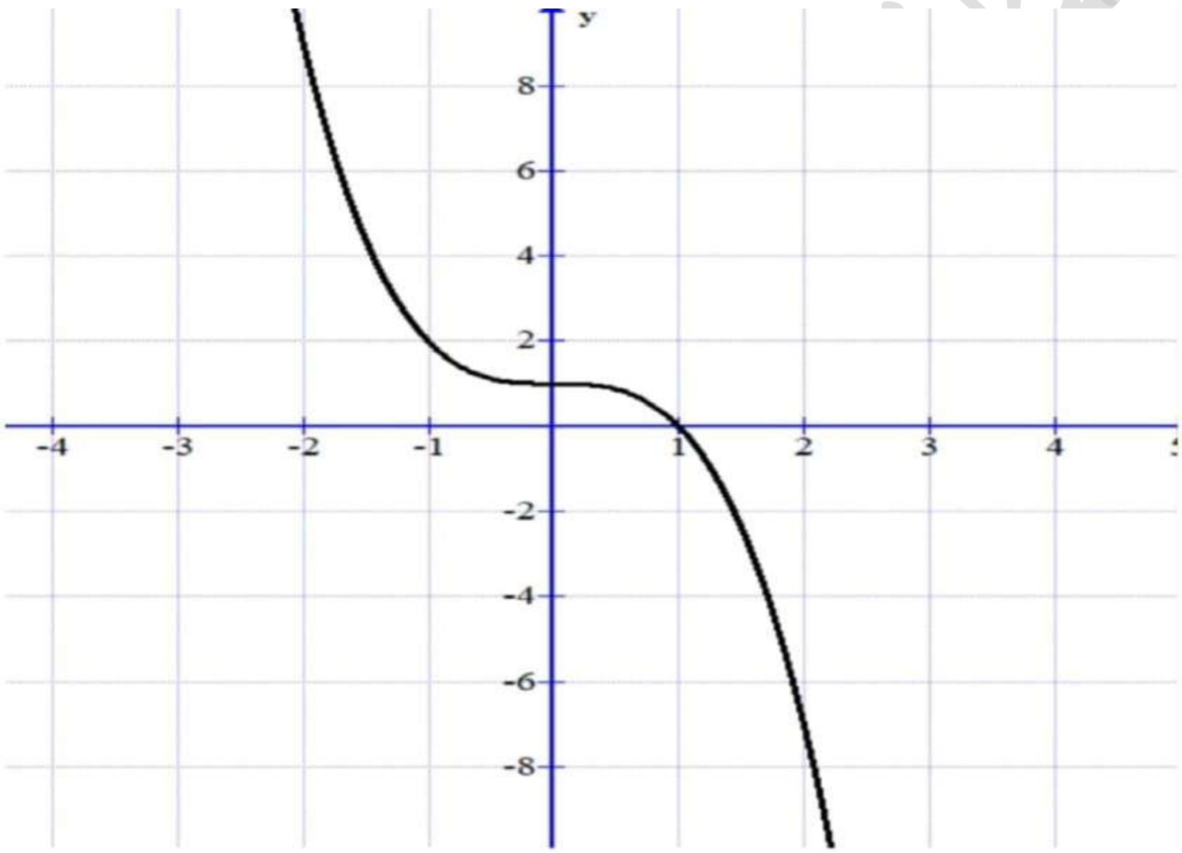
$\frac{1}{2}$

نقطة انعطاف $(0, 1)$

نقاط إضافيه 1

x	-2	-1	0	1	2
$f(x)$	9	2	1	0	-7

1 + 1



تابع السؤال الرابع :

(b) (6 درجات)

يزعم مسؤول في متجر لبيع الأدوات الكهربائيّة، أنّ متوسّط الأسعار هو 300 دينار. أعطت عينة من 49 آلة (دينارًا) $\overline{x} = 280$ والانحراف المعياري معلوم (دينارًا) $\sigma = 40$. تأكّد من فرضيّة المسؤول عند مستوى المعنوية $\alpha = 5\%$.

1 - صياغة الفروض: $H_0 : \mu = 300$ مقابل $H_1 : \mu \neq 300$ 1

2 - $\sigma = 40$ (معلومة)

نستخدم المقياس الإحصائي Z:

$$Z = \frac{\overline{x} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} = \frac{280-300}{\frac{40}{\sqrt{49}}} = -3.5$$ 1

3– مستوى المعنوية 5% $\alpha = 0.05 \Rightarrow \frac{\alpha}{2} = 0.025$ $Z_{\frac{\alpha}{2}} = 1.96$ 1

(4) منطقة القبول (1.96 , 1.96 -) 1

5- اتخاذ القرار الإحصائي :

$-3.5 \notin (-1.96 , 1.96)$ 1

القرار : رفض فرض العدم و قبول الفرض البديل $\mu \neq 300$ 1

القسم الثاني : البنود الموضوعية

أولا: في البنود (1- 3) ظلل في ورقة الإجابة (a) إذا كانت العبارة صحيحة ، (b) إذا كانت العبارة خطأ

(1) $\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{3x-7}{\sqrt{4x^2-8x+5}}=\frac{3}{2}$ ⓐ ⓑ

(2) إن الدالة f: $f(x)=\frac{x^3-8}{x^2-4x-5}$ غير قابلة للاشتقاق عندما x تساوي -1 فقط. ⓐ ⓑ

(3) الداله f : $f(x)=x^{\frac{2}{3}}$ تحقق نظرية القيمه المتوسطه علي$[0,1]$ ⓐ ⓑ

ثانيا: في البنود (4- 10) لكل بند أربع اختيارات ، واحد فقط منها صحيح ظلل في ورقة الإجابة الرمز الدال على الاختيار الصحيح

(4)

$$\lim_{x\to2^+}\frac{|x-2|}{x^2-4}=$$

ⓐ $\frac{1}{2}$ ⓑ $-\frac{1}{2}$ ⓒ $\frac{1}{4}$ ⓓ $-\frac{1}{4}$

---

(5)

إذا كانت الدالة f متصلة عند $x=2$ فإنّ $f(x)$ يمكن أن تكون:

ⓐ $\frac{1}{|x-2|}$ ⓑ $\sqrt{x-2}$ ⓒ $\frac{|x-2|}{x-2}$ ⓓ $\begin{cases}\sqrt{x^2-3} & : x>2\\ 3x-5 & : x\leqslant 2\end{cases}$

---

(6)

لتكن الدالة f: $f(x)=\sqrt{x^2+7}$ ، g : $g(x)=x^2-3$ فإن: $(f\circ g)(0)$ يساوي:

ⓐ 4 ⓑ -4

ⓒ 1 ⓓ -1

تابع الأسئلة الموضوعية :

(7)

ميل الناظم لمنحنى الدالة $y = x^3 - 3x + 1$ عند النقطة $(2\ ,\ 3)$ هي:

a) 9 b) 3 c) $-\frac{1}{3}$ d) $\frac{-1}{9}$

---

(8)

لنفترض أن متوسط مجتمع إحصائي يقع ضمن الفترة $62.84 < \mu < 69.46$ مع انحراف معياري 6.50

إذا تمّ استخدام عينة من 100 فرد فمتوسط هذه العينة يساوي:

a) 56.34 b) 62.96 c) 6.62 d) 66.15

---

(9)

إذا كانت: $f(x) = (1+6x)^{\frac{2}{3}}$ فإن: $f''(x)$ تساوي:

a) $\frac{8}{27}(1+6x)^{-\frac{4}{3}}$ b) $8(1+6x)^{-\frac{4}{3}}$

c) $-8(1+6x)^{-\frac{4}{3}}$ d) $-64(1+6x)^{-\frac{4}{3}}$

---

(10)

أي من منحنيات الدوال التالية يكون مقعرًا لأسفل في $(1\ ,\ -1)$:

a) $f(x) = x^2$ b) $f(x) = x|x|$ c) $f(x) = -x^3$ d) $f(x) = -x^2$

انتهت الأسئلة

مع تمنياتنا بالنجاح والتفوق

إجابة البنود الموضوعية

لكل سؤال درجة

1	a	**b**		
2	a	**b**		
3	**a**	b		
4	a	b	**c**	d
5	a	b	c	**d**
6	**a**	b	c	d
7	a	b	c	**d**
8	a	b	c	**d**
9	a	b	**c**	d
10	a	b	c	**d**

المصحح:

المراجع :

$\overline{}$
10

نموذج اجابة امتحان تجريبي (٦)

الصف الثاني عشر العلمي

نهاية الفصل الدراسي الأول ٢٠٢٥/ ٢٠٢٦

إعداد التوجيه الفني للرياضيات

منطقة العاصمة التعليمية

اختبار تجريبي نهاية الفصل الأول 2025-2026 للصف الثاني عشر علمي
المجال الدراسي-الرياضيات – الزمن ساعتان وخمسة وأربعون دقيقة
الأسئلة في 10 صفحات (نموذج 6)

==

السؤال الأول: **15 درجة**

(a) أوجد إن أمكن **8 درجات**

$$\lim_{x\to 2}\frac{\sqrt{2x-3}-1}{x-2}$$

الحــل:

عند التعويض المباشر عن x بـ 2 في كل من البسط و المقام نحصل على صيغة غير معينة

1 $$\because \frac{\sqrt{2x-3}-1}{x-2}=\frac{\sqrt{2x-3}-1}{x-2}\times\frac{\sqrt{2x-3}+1}{\sqrt{2x-3}+1}$$

$1+\frac{1}{2}$ $$=\frac{2x-3-1}{(x-2)(\sqrt{2x-3}+2)}=\frac{2(x-2)}{(x-2)(\sqrt{2x-3}+1)}$$

$\frac{1}{2}$ $$=\frac{2(x-2)}{(x-2)(\sqrt{2x-3}+1)}=\frac{2}{(\sqrt{2x-3}+1)}\ ,x\neq 2$$

1 نهاية ما تحت الجذر $\lim_{x\to 2}(2x-3)=2(2)-3=1\ ,1>0$

2 نهاية المقام: $\lim_{x\to 2}(\sqrt{2x-3}+1)=\lim_{x\to 2}\sqrt{2x-3}+\lim_{x\to 2}1$

$$=\sqrt{\lim_{x\to 2}(2x-3)}+\lim_{x\to 2}1=\sqrt{1}+1=2\ ,2\neq 0$$

$$\therefore \lim_{x\to 2}\frac{\sqrt{2x-3}-1}{x-2}=\lim_{x\to 2}\frac{(x+2)}{(\sqrt{2x-3}+1)}$$

1 $$=\frac{\lim_{x\to 2}(x+2)}{\lim_{x\to 2}(\sqrt{2x-3}+1)}$$

1 $$=\frac{1+1}{2}=1$$

===

تابع السؤال الأول:

(b) للمنحنى الذي معادلته : $x^2 - y^2 + yx - 1 = 0$ أوجد: **7 درجات**

1- y'

2- معادلة المماس للمنحنى عند النقطة $(1,1)$

الحـــل:

نشتق الطرفين بالنسبة ل x

$$\frac{d}{dx}\left(x^2 - y^2 + yx - 1\right) = \frac{d}{dx}(0)$$

$$2x - 2yy' + y'x + y = 0$$ $\mathbf{1 + \frac{1}{2}}$

$$-2yy' + y'x = -2x - y$$

$$(-2y + x)y' = -2x - y$$

$$\Rightarrow y' = \frac{-2x - y}{-2y + x}$$ $\mathbf{2 + \frac{1}{2}}$

لإيجاد معادلة المماس :

$$m = \frac{-2(1) - (1)}{-2(1) + (1)} = 3$$ $\mathbf{\frac{1}{2}}$

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$ $\mathbf{\frac{1}{2}}$

$$y - 1 = 3(x - 1)$$ $\mathbf{1 + \frac{1}{2}}$

$$y = 3x - 2$$ $\mathbf{\frac{1}{2}}$

معادلة المماس هي: $y = 3x - 2$

السؤال الثاني: **15 درجة**

(a) أوجد: $\lim\limits_{x\to\infty} \frac{3x-5}{\sqrt{x^2-9}}$ **9 درجات**

الحــل:

$|x| = x$, $x > 0$

$$f(x) = \frac{3x-5}{\sqrt{x^2-9}} = \frac{x(3-\frac{5}{x})}{\sqrt{x^2(1-\frac{9}{x^2})}} = \frac{x(3-\frac{5}{x})}{|x|\sqrt{(1-\frac{9}{x^2})}} \qquad 1+1$$

$$= \frac{\cancel{x}\,(3-\frac{5}{x})}{\cancel{x}\sqrt{(1-\frac{9}{x^2})}} = \frac{(3-\frac{5}{x})}{\sqrt{(1-\frac{9}{x^2})}} \quad , x \neq 0 \qquad 1$$

$$\because \lim_{x\to\infty}\left(1-\frac{9}{x^2}\right) = \lim_{x\to\infty} 1 - \lim_{x\to\infty}\frac{9}{x^2} = 1-0 = 1 \,, 1 > 0 \qquad \frac{1}{2}+\frac{1}{2}$$

$$\therefore \lim_{x\to\infty}\sqrt{\left(1-\frac{9}{x^2}\right)} = \sqrt{\lim_{x\to\infty}\left(1-\frac{9}{x^2}\right)} = \sqrt{1} = 1 \,, 1 \neq 0 \qquad 1+\frac{1}{2}$$

$$\lim_{x\to\infty}\left(3-\frac{5}{x}\right) = \lim_{x\to\infty} 3 - \lim_{x\to\infty}\frac{5}{x} = 3-0 = 3 \qquad 1$$

$$\therefore \lim_{x\to\infty} f(x) = \lim_{x\to\infty}\frac{(3-\frac{5}{x})}{\sqrt{(1-\frac{9}{x^2})}} \qquad \frac{1}{2}$$

$$= \frac{\lim\limits_{x\to\infty}(3-\frac{5}{x})}{\lim\limits_{x\to\infty}\sqrt{(1-\frac{9}{x^2})}} \qquad 1$$

$$= \frac{3}{1} = 3 \qquad \frac{1}{2}+\frac{1}{2}$$

===

تابع السؤال الثاني:(b) **6 درجات**

أخذت عينة عشوائية حجمها $n = 36$ من مجتمع طبيعي, فإذا كان الانحراف المعياري للعينة (s) يساوي 4 ومتوسطها الحسابي $(\bar{x})$ يساوي 60 , استخدم مستوى الثقة 95% لإيجاد:

1- هامش الخطأ.

2- فترة الثقة للمتوسط الحسابي للمجتمع الإحصائي μ

3- فسر فترة الثقة .

الحـــل:

$\because$ مستوى الثقة 95%

$\therefore Z_{\frac{\alpha}{2}} = 1.96$ — $\frac{1}{2}$

$\because \sigma^2$ غير معلوم $n > 30$

$\therefore E = Z_{\frac{\alpha}{2}} \times \frac{s}{\sqrt{n}}$ — 1

$= 1.96 \times \frac{4}{\sqrt{36}} = 1.3066$ — $\frac{1}{2}$

فترة الثقة : $(\bar{x} - E, \bar{x} + E)$ — $1 + \frac{1}{2}$

$= (60 - 1.3066, 60 + 1.3066)$

$= (58.6934, 61.3066)$ — $\frac{1}{2}$

عند اختيار 100 عينة عشوائية ذات الحجم نفسه ($n = 36$) وحساب حدود فترة الثقة لكل منها فإننا نتوقع 95 فترة تحوي القيمة الحقيقية للمتوسط الحسابي للمجتمع — 2

السؤال الثالث

15 درجة

7 درجات

(a) لتكن الدالة: $f(x)=\sqrt{-x^2+5x+6}$,

أوجد D_f ثم ادرس اتصالها على $[1,4]$.

الحـــل:

$\frac{1}{2}$ نفرض أن $f(x)=\sqrt{g(x)},\ g(x)=-x^2+5x+6$

$$D_f=\{x; g(x)\geq 0\}$$

$\frac{1}{2}$

$$-x^2+5x+6\geq 0$$

$\frac{1}{2}$

$$-x^2+5x+6=0$$

$$(x+1)(6-x)=0$$

1

$$x=-1\ ,x=6$$

$-\infty$		-1		6		∞
	$- - -$		$+ + +$		$- - -$	

1 مجال الدالة f هو: $D_f=[-1\ ,6]$

لدراسة اتصال الدالة f على الفترة $[1,4]$ حيث $f(x)=\sqrt{-x^2+5x+6}$

$$g(x)\geq 0\quad \forall x\in[-1\ ,6]$$

$$\because [1,4]\subseteq[-1\ ,6]$$

$1+\frac{1}{2}$

$$\therefore g(x)\geq 0\quad \forall x\in[1,4]\qquad (1)$$

1 الدالة g: $g(x)=-x^2+5x+6$ دالة متصلة على الفترة $[1,4]$ (2)

1 من (1) و (2) f متصلة على الفترة $[1,4]$.

تابع السؤال الثالث:

(b) أوجد عددين موجبين مجموعهما 14 وناتج ضربهما أكبر ما يمكن. **8 درجات**

الحـــل:

نفرض أحد العددين : x	
فيكون العدد الآخر : $14-x$	$\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$
شرط الحل : $0 < x < 14$	1
$f(x) = x(14-x)$	
$f(x) = 14x - x^2$	1
$f'(x) = 14 - 2x$	1
$f'(x) = 0$	
$14 - 2x = 0 \Rightarrow x = 7 \quad , \quad 7 \in (0,14)$	1
يوجد نقطة حرجة عند $x = 7$ وهي $(7, f(7))$	$\frac{1}{2}$
$f''(x) = -2 , -2 < 0$	$\frac{1}{2}$
بيان الدالة f مقعر للأسفل دائما	
توجد قيمة عظمى مطلقة عند $x = 7$	1
العدد الأول : $x = 7$	$\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$
العدد الثاني : $14 - x = 14 - 7 = 7$	
العددان: $(7,7)$	

تابع السؤال الثالث:

(b) بين أن الدالة f : $f(x) = x^3 - 3x + 2$ تحقق شروط نظرية القيمة المتوسطة على الفترة $[0\,,4]$ ثم أوجد قيمة c الذي تنبئ به النظرية وفسر إجابتك **8 درجات**

الحــل:

الدالة f كثيرة حدود متصلة على $\mathbb{R}$ فهي متصلة على الفترة $[0\,,4]$ وقابلة للاشتقاق على الفترة $(0\,,4)$. $1+\frac{1}{2}$

$\therefore$ شروط نظرية القيمة المتوسطة محققة على الفترة $[0\,,4]$

$\therefore$ يوجد على الأقل $c \in (0\,,4)$ بحيث:

$$f'(c)=\frac{f(b)-f(a)}{b-a}$$ 1

$$=\frac{f(4)-f(0)}{4-0}$$

$$f(4) = (4)^3-3(4)+2 = 54$$ $\frac{1}{2}$

$$f(0) = (0)^3-3(0)+2 = 2$$ $\frac{1}{2}$

$$f'(x) = 3x^2-3 \quad , \quad f'(c) = 3c^2-3$$ 1

$$\therefore 3c^2-3 = \frac{f(4)-f(0)}{4-0}$$ 1

$$3c^2-3 = \frac{54-2}{4-0}$$

$$3c^2-3 = 13 \Rightarrow 3c^2 = 16 \Rightarrow c^2 = \frac{16}{3}$$

$$c = \frac{-4\sqrt{3}}{3} \quad , \quad c \notin (0\,,4)$$

$$c = \frac{4\sqrt{3}}{3} \quad , \quad c \in (0\,,4)$$ $1+\frac{1}{2}$

التفسير: يوجد مماس لمنحنى الدالة عند $x = \frac{4\sqrt{3}}{3}$ والمماس يوازي القاطع المار بالنقطتين $(4\,,54)$ و $(0\,,2)$ $\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$

15 درجة

السؤال الرابع

8 درجات

(a) لتكن الدالة $f: f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x - 4$.

أوجد كلاً مما يلي:

1- النقاط الحرجة للدالة.

2- الفترات التي تكون الدالة متزايدة أو متناقصة عليها.

3 -القيم القصوى المحلية.

الحـــل:

$\because$ f دالة كثيرة حدود

$\therefore$ f متصلة و قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$

نوجد النقاط الحرجة بوضع : $f'(x) = 0$

$f'(x) = 3x^2 - 12x + 9$ **1**

$3x^2 - 12x + 9 = 0$

$3(x-1)(x-3) = 0$

$x = 1 \quad , \qquad f(1) = (1)^3 - 6(1)^2 + 9(1) - 4 = 0$ **1**

$x = 3 \quad , \qquad f(3) = (3)^3 - 6(3)^2 + 9(3) - 4 = -4$ **1**

النقاط الحرجة هي $(1,0)$,$(3,-4)$ **1**

الفترات	$(-\infty, 1)$	$(1, 3)$	$(3, \infty)$
إشارة f'	+	-	+
سلوك الدالة f	↗	↘	↗

$1 + \frac{1}{2}$

f متزايدة على الفترة $(-\infty, 1)$ و على الفترة $(3, \infty)$ **$\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$**

و متناقصة على الفترة $(1,3)$ **$\frac{1}{2}$**

من الجدول نلاحظ أنه

يوجد قيمة عظمى محلية هي $f(1) = 0$ **$\frac{1}{2}$**

و يوجد قيمة صغرى محلية هي $f(3) = -4$ **$\frac{1}{2}$**

تابع السؤال الرابع: **7 درجات**

(b) لتكن الدالة f: $f(x)=\begin{cases}(x+1)^2 & : x\le 0\\ 2x+1 & : x>0\end{cases}$ أوجد $f'(0)$

الحـــل:

$f(0)=(0+1)^2=1$	1
$f'_-(0)=\lim\limits_{x\to0^-}\dfrac{f(x)-f(0)}{x-0}$ إن وجدت	$\frac{1}{2}$
$=\lim\limits_{x\to0^-}\dfrac{(x+1)^2-1}{x}$	$\frac{1}{2}$
$=\lim\limits_{x\to0^-}\dfrac{(x+1-1)(x+1+1)}{x}$	1
$=\lim\limits_{x\to0^-}\dfrac{x(x+2)}{x}$	$\frac{1}{2}$
$=\lim\limits_{x\to0^-}(x+2)=0+2=2$	$\frac{1}{2}$
$\therefore f'_-(0)=2$	
$f'_+(0)=\lim\limits_{x\to0^+}\dfrac{f(x)-f(0)}{x-0}$ إن وجدت	$\frac{1}{2}$
$=\lim\limits_{x\to0^+}\dfrac{2x+1-1}{x}=\lim\limits_{x\to0^+}\dfrac{2x}{x}$	$\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$
$=\lim\limits_{x\to0^+}(2)=2$	$\frac{1}{2}$
$\therefore f'_+(0)=2$	
$\because f'_+(0)=f'_-(0)=2$	$\frac{1}{2}$
$\therefore f'(0)=2$	$\frac{1}{2}$

القسم الثاني: البنود الموضوعية

أولا : في البنود **(1-3)** ظلل في ورقة الإجابة (a) إذا كانت العبارة صحيحة ؛ (b) إذا كانت العبارة خاطئة

(1) $\lim\limits_{y\to 2}\dfrac{y^2+5y+6}{y+2}=5$ ⓐ ⓑ

(2) $\lim\limits_{x\to -\infty}(-x^3-2x+1)=-\infty$ ⓐ ⓑ

(3) إذا كان لمنحنى الدالة f نقطة انعطاف هي $(c\ ,\ f(c))$ فإن $f''(c)=0$. ⓑ ⓐ

ثانيا : في البنود **(4-10)** لكل بند أربع اختيارات ؛ واحد فقط منها صحيح ظلل في ورقة الإجابة الرمز الدال على الاختيار الصحيح

(4) إذا كانت الدالة f متصلة عند $x=-2$ وكانت $\lim\limits_{x\to -2}(x^2+f(x))=7$ فإن $f(-2)$ تساوي:

ⓐ 3 ⓑ 5 ⓒ 9 ⓓ 11

(5) لتكن الدالة f : $f(x)=\dfrac{x}{\sqrt{x-3}}$ ، الدالة g : $g(x)=x^2+3, x\neq 0$ ، فإن: $(f\circ g)(x)$ تساوي:

ⓐ $\dfrac{x^2}{x-3}+3$ ⓑ $\dfrac{x}{\sqrt{x-3}}+3$ ⓒ $\dfrac{-(x^2+3)}{x}$ ⓓ $\dfrac{x^2+3}{|x|}$

(6) إذا كانت $f(x)=3x+x\tan x$ فإن $f'(0)$ يساوي:

ⓐ -3 ⓑ 0 ⓒ 1 ⓓ 3

(7) إن الدالة f : $f(x)=x+\sqrt{x^2}+2$ ليست قابلة للاشتقاق عند $x=0$ والسبب هو:

ⓐ ناب ⓑ ركن ⓒ مماس عمودي ⓓ غير متصلة

(8) إذا كانت $f(x)=ax^2-25x$ لها قيمة قصوى محلية عند $x=\dfrac{5}{2}$، فإنّ a تساوي:

ⓐ 2 ⓑ 3 ⓒ 4 ⓓ 5

(9) إذا كان القرار رفض فرض العدم، وفترة الثقة $(-1.96\ ,\ 1.96)$ فإن قيمة الاختبار Z ممكن أن تكون:

ⓐ 1.5 ⓑ -2.5

ⓒ 1.87 ⓓ -1.5

(10) إذا كانت $y=\sin^{-5}x-\cos^3 x$ فإن $\dfrac{dy}{dx}$ تساوي:

ⓐ $5\sin^{-6}x\cos x-3\cos^2 x\sin x$ ⓑ $5\sin^{-6}x\cos x+3\cos^2 x\sin x$

ⓒ $-5\sin^{-6}x\cos x-3\cos^2 x\sin x$ ⓓ $-5\sin^{-6}x\cos x+3\cos^2 x\sin x$

1	**ⓐ**	ⓑ		
2	ⓐ	**ⓑ**		
3	ⓐ	**ⓑ**		
4	**ⓐ**	ⓑ	ⓒ	ⓓ
5	ⓐ	ⓑ	ⓒ	**ⓓ**
6	ⓐ	ⓑ	ⓒ	**ⓓ**
7	ⓐ	**ⓑ**	ⓒ	ⓓ
8	ⓐ	ⓑ	ⓒ	**ⓓ**
9	ⓐ	**ⓑ**	ⓒ	ⓓ
10	ⓐ	ⓑ	ⓒ	**ⓓ**

نموذج اجابة امتحان تجريبي (٧)

الصف الثاني عشر العلمي

نهاية الفصل الدراسي الأول ٢٠٢٥/ ٢٠٢٦

إعداد التوجيه الفي للرياضيات

منطقة العاصمة التعليمية

الادارة العامة لمنطقة العاصمة التعليمية

التوجية الفني لمادة الرياضيات

نموذج اختبار تجريبي (٧)

دولة الكويت
وزارة التربية

الفترة الدراسية الأولى للصف الثاني عشر علمي ٢٠٢٥ /٢٠٢٦ م — المجال الدراسي : الرياضيات

الزمن : ساعتان و ٤٥ دقيقة — عدد الصفحات: ١١

القسم الأول : أسئلة المقال

(أجب عن جميع الأسئلة التالية موضحا خطوات الحل في كل منها) :

السؤال الأول :

(أ) أوجد $\lim_{x\to\infty}\frac{x-2}{\sqrt{x^2+2x-4}}$

الحل :

$x \longrightarrow \infty$

$|x| = x$

نهاية ما تحت الجذر > 0

$\lim_{x\to\infty}(1+\frac{2}{x}-\frac{4}{x^2})$

$= \lim_{x\to\infty} 1 + \lim_{x\to\infty}\frac{2}{x} - \lim_{x\to\infty}\frac{4}{x^2}$

$= 1 + 0 - 0 = 1 : 1 > 0$

نهاية المقام $\neq 0$

$\lim_{x\to\infty}\sqrt{1+\frac{2}{x}-\frac{4}{x^2}}$

$\sqrt{\lim_{x\to\infty}(1+\frac{2}{x}-\frac{4}{x^2})}$

$\sqrt{1} = 1 , 1 \neq 0$

$$\lim_{x\to\infty}\frac{x(1-\frac{2}{x})}{\sqrt{x^2(1+\frac{2}{x}-\frac{4}{x^2})}}$$

$$= \lim_{x\to\infty}\frac{x(1-\frac{2}{x})}{|x|\sqrt{(1+\frac{2}{x}-\frac{4}{x^2})}} = \lim_{x\to\infty}\frac{x(1-\frac{2}{x})}{x\sqrt{(1+\frac{2}{x}-\frac{4}{x^2})}}$$

$$= \lim_{x\to\infty}\frac{(1-\frac{2}{x})}{\sqrt{(1+\frac{2}{x}-\frac{4}{x^2})}} = \frac{\lim_{x\to\infty}(1-\frac{2}{x})}{\lim_{x\to\infty}\sqrt{1+\frac{2}{x}-\frac{4}{x^2}}}$$

$$= \frac{1}{1} = 1$$

حيث

$$\lim_{x\to\infty}(1-\frac{2}{x}) = \lim_{x\to\infty}(1) - \lim_{x\to\infty}(\frac{2}{x})$$

$$= 1 - 0 = 1$$

تابع السؤال الأول :

(b) (1) لتكن : $y^2 = x^2 - 2x$ ، **أوجد** $y' = \dfrac{dy}{dx}$

الحل :

$$y^2 = x^2 - 2x$$

$$(y^2)' = (x^2 - 2x)'$$

$$2yy' = 2x - 2$$

$$y' = \frac{2x - 2}{2y}$$

$$y' = \frac{2(x-1)}{2y} = \frac{x-1}{y}$$

---

(2) أوجد مشتقة الدالة g حيث

$$g(x) = \frac{cosx}{1 + sinx}$$

الحل :

$$g'(x) = \frac{(-sinx)(1 + sinx) - (cosx)(cosx)}{(1 + sinx)^2}$$

$$g'(x) = \frac{-sinx - sin^2x - cos^2x}{(1 + sinx)^2}$$

$$g'(x) = \frac{-sinx - (sin^2x + cos^2x)}{(1 + sinx)^2}$$

$$g'(x) = \frac{-sinx - 1}{(1 + sinx)^2}$$

$$g'(x) = -\frac{sinx + 1}{(1 + sinx)^2} = \frac{-1}{1 + sinx}$$

السؤال الثاني :

(أ) ادرس اتصال الدالة f على مجالها حيث :

$$f(x) = \begin{cases} x+3 & : x \le -1 \\ \dfrac{4}{x+3} & : x > -1 \end{cases}$$

الحل :

مجال الدالة هو : $D_f = (-\infty, -1] \cup (-1, \infty) = R$

نفرض أن : $g(x) = x + 3$

1 g دالة كثيرة حدود متصلة على R.

2 $\because f(x) = g(x) \ \forall x \in (-\infty, -1]$

3 (1) $\therefore$ f دالة متصلة على $(-\infty, -1]$.

نفرض أن : $h(x) = \dfrac{4}{x+3}$

h حدودية نسبية متصلة لكل $\forall x \in R - \{-3\}$

$\because f(x) = h(x) \ \forall x \in (-1, \infty)$

(2) $\therefore$ f دالة متصلة على $(-1, \infty)$.

ندرس اتصال الدالة f عند $x = -1$ من جهة اليمين

$f(-1) = 2$

نهاية المقام :

$\lim\limits_{x \to -1^+} (x+3) = -1 + 3 = 2 \ , 2 \neq 0$

$$\lim_{x \to -1^+} f(x) = \lim_{x \to -1^+} \frac{4}{x+3} = \frac{\lim\limits_{x \to -1^+} 4}{\lim\limits_{x \to -1^+} (x+3)} = 2$$

$\because f(-1) = \lim\limits_{x \to -1^+} f(x)$

$\therefore$ الدالة f متصلة عند $x = -1$ من جهة اليمين (3)

من $(1), (2), (3)$ $\therefore$ الدالة f متصلة على الفترة $(-\infty, \infty)$ •

$\therefore f$ متصلة على R

<u>تابع السؤال الثاني :</u>

(ب) أوجد معادلة المماس لمنحنى الدالة f حيث $f(x) = \dfrac{8}{4+x^2}$ **عند النقطة** $(2,1)$

الحل :

$$f(x) = \frac{8}{4+x^2}$$

نوجد f' بتطبيق القاعدة

$$f'(x) = \frac{-8(2x)}{(4+x^2)^2} = \frac{-16x}{(4+x^2)^2}$$

$$f'(2) = \frac{-16(2)}{(4+(2)^2)^2}$$

ومنه ميل المماس

$$f'(2) = \frac{-1}{2}$$

معادلة المماس للمنحنى :

$$y - f(a) = f'(a)(x-a)$$

$$y - 1 = \frac{-1}{2}(x-2)$$

$$y = \frac{-1}{2}x + 2$$

السؤال الثالث :

(أ) أوجد النهاية التالية : $\lim\limits_{x \longrightarrow 3} \dfrac{x^4 - 7x^2 - 18}{x - 3}$

الحل :

عند التعويض عن x بـ 3 في كل من البسط والمقام نحصل على صيغة غير معينه .

نقسم البسط على المقام و نوجد الناتج بإستخدام القسمة التركيبية .

$$\begin{array}{r|rrrrr} 3 & 1 & 0 & -7 & 0 & -18 \\ & & 3 & 9 & 6 & 18 \\ \hline & 1 & 3 & 2 & 6 & 0 \end{array}$$

الناتج : $x^3 + 3x2 + 2x + 6$ **والباقي صفر**

$$\frac{x^4 - 7x^2 - 18}{x - 3} = x^3 + 3x^2 + 2x + 6 \,,\, x \neq 3$$

$$\lim_{x \longrightarrow 3} \frac{x^4 - 7x^2 - 18}{x - 3} = \lim_{x \longrightarrow 3} (\, x^3 + 3x^2 + 2x + 6 \,)$$

$$= (3)^3 + 3(3)^2 + 2(3) + 6$$

$$= 66$$

تابع السؤال الثالث :

(ب) أوجد فترات التقعّر ونقطة الانعطاف لمنحنى الدالة

$$f(x) = x^3 - 2x^2 + 1$$

الحل :

$\because f$ **دالة كثيرة حدود**

$\therefore f$ **قابلة للاشتقاق على** R

نوجد $f'(x) = 3x^2 - 4x$

$$f''(x) = 6x - 4$$

نضع $f''(x) = 0$

$$6x - 4 = 0 \Longrightarrow 6x = 4 \Longrightarrow x = \frac{2}{3}$$

$$f(\frac{2}{3}) = (\frac{2}{3})^3 - 2(\frac{2}{3})^2 + 1 = \frac{11}{7}$$

نكون جدول لدراسة

$-\infty$ $\qquad$ $\frac{2}{3}$ $\qquad$ ∞

الفترات f	$(-\infty, \frac{2}{3})$	$(\frac{2}{3}, \infty)$
اشارة f''	----	++++
التقعر	$\cap$	$\cup$

نلاحظ من الجدول أن:

منحنى الدالة f **مقعراً لأسفل على الفترة** $(-\infty, \frac{2}{3})$

منحنى الدالة f **مقعراً لأعلى على الفترة** $(\frac{2}{3}, \infty)$

$\therefore$ **النقطة** $(\frac{2}{3}, \frac{11}{7})$ **نقطة انعطاف لمنحنى الدالة** f

السؤال الرابع :

(أ) بيّن أن الدالة f :

$$f(x) = x^2 + 2x$$

تحقق شروط نظرية القيمة المتوسطة على $[-3,1]$ ، ثم أوجد قيمة c الذي تنبئ به النظرية وفسر اجابتك

الحل :

f دالة كثيرة حدود متصلة على R فهي متصلة على الفترة $[-3,1]$

وقابلة للاشتقاق على $(-3,1)$

$\therefore$ شروط نظرية القيمة المتوسطة محققة على الفترة $[-3,1]$

$\therefore$ يوجد على الأقل $c \in (-3,1)$ بحيث $a = -3 \quad , \quad b = 1$

$$f(x) = x^2 + 2x$$

$$f'(x) = 2x + 2$$

$$f'(c) = 2c + 2$$

$$f(b) = f(1) = 1^2 + 2(1) = 3$$

$$f(a) = f(-3) = (-3)^2 + 2(-3) = 3$$

$$f'(c) = \frac{f(b) - f(a)}{b - a}$$

$$2c + 2 = \frac{f(1) - f(-3)}{1 - (-3)}$$

$$2c + 2 = \frac{3 - 3}{4}$$

$$2c + 2 = 0$$

$$2c = -2$$

$$\therefore c = -1$$

$$c = -1 \in (-3,1)$$

التفسير : يوجد مماس لمنحنى الدالة f عند $x = -1$

يوازي القاطع المار بالنقطتين $(-3,3), (1,3)$

تابع السؤال الرابع :

(ب) أخذت عينة عشوائية من مجتمع طبيعي حجمها $n = 81$ ومتوسطها الحسابي $\bar{x} = 50$ ، وانحرافها المعياري $S = 9$ ، بإستخدام مستوى ثقة $95\ \%$.

1 أوجد هامش الخطأ

2 أوجد فترة الثقة للمتوسط الحسابي للمجتمع الإحصائي μ .

الحل :

$\because$ **مستوى الثقة** $95\ \%$

$$\because \sigma^2 \text{ غير معلوم } ، \quad n > 30$$

$$Z_{\frac{\alpha}{2}} = 1.96$$

1 هامش الخطأ

$$\mathbf{E} = Z_{\frac{\alpha}{2}} \times \frac{s}{\sqrt{n}}$$

$$= 1.96 \times \frac{9}{\sqrt{81}} = 1.96$$

$\therefore$ **هامش الخطأ = 1.96**

2 فترة الثقة هي :

$$(\bar{x} - E, \bar{x} + E)$$

$$= (50 - 1.96, 50 + 1.96)$$

$$= (48.04, 51.96)$$

القسم الثاني : الاسئلة الموضوعية

أولاً : في البنود من (1) إلى (3) ظلل (a) **إذا كانت العبارة صحيحة .**

(b) **إذا كانت العبارة خاطئة .**

---

(1) $\lim\limits_{x \to -\infty} (-x^2 + x - 3) = -\infty$

(a) (b)

---

(2) إذا كانت f دالة متصلة (a, b) فإن لها قيمة عظمى مطلقة وقيمة صغرى مطلقة على هذه الفترة .

(a) (b)

---

(3) إن الدالة f : $f(x) = \dfrac{x^3 - 8}{x^2 - 4x - 5}$ **غير قابلة للاشتقاق عندما x تساوي -1 فقط .**

(a) (b)

ثانياً : في البنود من (5) إلى (10) لكل بند أربعة اختيارات واحد فقط منها صحيح ظلل في ورقة الإجابة الرمز الدال على الإجابة الصحيحة :

---

(4) $\lim\limits_{x \to 1} \dfrac{\sqrt{x} - 1}{x - 1}$ **يساوي :**

(a) -1 (b) 1 (c) $\frac{1}{2}$ (d) 0

---

(5) $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{4x^2 + 5sin^2x}{3x^2}$ **يساوي :**

(a) 3 (b) 9 (c) 0 (d) ∞

---

(6) لتكن الدالة f : $f(x) = \sqrt{x^2 + 7}$ ، g **:** $g(x) = x^2 - 3$

فإن : $(fog)(0)$ **يساوي :**

(a) 1 (b) -4 (c) 4 (d) -1

(7) إذا كانت $f(x) = 5x^3 - 3x^5$ فإن $f'(x)$ تساوي :

a $20x + 60x^3$

b $15x^2 - 15x^4$

c $30x - 30x^4$

d $30x - 60x^3$

---

(8) إذا كانت f' : $f'(x) = -3x$ فإن الدالة f :

a متزايدة على الفترة $(0,\infty)$

b متناقصة على الفترة $(-\infty,0]$

c متزايدة على مجال تعريفها

d متزايدة على الفترة $(-\infty,0)$ ومتناقصة على الفترة $(0,\infty)$

---

(9) إذا كانت : $f(x) = ax^2 - 25x$ لها قيمة قصوى محلية عند $x = \frac{5}{2}$ فإن a تساوي :

a 2

b 3

c 4

d 5

---

(10) لنفترض ان متوسط مجتمع إحصائي يقع ضمن الفترة $62.84 < \mu < 69.46$ فمتوسط هذه العينة يساوي :

a 56.34

b 62.96

c 6.62

d 66.15

اجابة البنود الموضوعية

السؤال	الإجابة			
1	**a**	b		
2	a	**b**		
3	a	**b**		
4	a	b	**c**	d
5	**a**	b	c	d
6	a	b	**c**	d
7	a	**b**	c	d
8	a	b	c	**d**
9	a	b	c	**d**
10	a	b	c	**d**