

تم تحميل هذا الملف من موقع المناهج الكويتية



سلامة علي الركاض

الملف احصاء الوحدة الثامنة الاحتمال مدخل شامل إلى المتغيرات العشوائية وتوزيعاتها الاحتمالية منهاج جديد

[موقع المناهج](#) ← [ملفات الكويت التعليمية](#) ← [الصف الثاني عشر العلمي](#) ← [رياضيات](#) ← [الفصل الثاني](#)

روابط مواقع التواصل الاجتماعي بحسب الصف الثاني عشر العلمي



روابط مواد الصف الثاني عشر العلمي على تلغرام

[الرياضيات](#)

[اللغة الانجليزية](#)

[اللغة العربية](#)

[التربية الاسلامية](#)

المزيد من الملفات بحسب الصف الثاني عشر العلمي والمادة رياضيات في الفصل الثاني

<a href="#">كراسة متابعة تعليمية علمي</a>	1
<a href="#">حاول ان تحل</a>	2
<a href="#">نموذج احابة امتحان 2015 2016</a>	3
<a href="#">نموذج احابة اسئلة العام الدراسي 2015 2016</a>	4
<a href="#">الوحدة 8 احصاء 12 علمي</a>	5

# الرياضيات

الفصل الدراسي الثاني

2025 - 2026

موقع  
المنهج الكويتية  
almanahj.com/kw

## الاحتمال

الوحدة الثامنة

12

علمي



أ : سلامة علي الركاض

## المتغيرات العشوائية المتقطعة

في ما سبق درسنا بعض مفاهيم التجارب العشوائية والاحتمال. ونحن نعلم أن فضاء العينة هو مجموعة نواتج التجربة العشوائية والتي غالبًا ما تكون صفات أو مسميات يصعب التعامل معها رياضياً.

لذا يقوم الباحث بإقران هذه النواتج الوصفية للتجربة العشوائية بقيم عددية حقيقية تسمى **بالمغير العشوائي** والذي تتغير قيمته بتغير نتيجة التجربة العشوائية.

فعلى سبيل المثال عند إلقاء قطعة نقود منتظمة مرتين متتاليتين فإن فضاء العينة يكون كالتالي:

$$S = \{(H, H), (H, T), (T, H), (T, T)\}$$

فمثلاً إذا اقتصرنا ملاحظتنا على **عدد الصور** التي ظهرت في كل عنصر من عناصر فضاء العينة  $S$  والتي هي كالتالي: 0، 1، 1، 2، على الترتيب نكون قد أقرنا كل عنصر من عناصر فضاء العينة بعدد حقيقي كما هو موضح في الجدول التالي:

almanahj.com/kw

عناصر فضاء العينة $S$	عدد الصور في كل عنصر
$(H, H)$	2
$(H, T)$	1
$(T, H)$	1
$(T, T)$	0

وسوف نرمز للمتغير العشوائي بالرمز  $X$  وعليه فإن مدى  $X$  هو:  $\{0, 1, 2\}$

## المتغير العشوائي

### Random Variable

### تعريف: المتغير العشوائي

هو دالة مجالها فضاء العينة لتجربة عشوائية  $S$  ومجالها المقابل هو  $\mathbb{R}$  ومداهما مجموعة جزئية من  $\mathbb{R}$

$$X: S \rightarrow \mathbb{R}$$

حيث

( $X$  هو المتغير العشوائي لتجربة عشوائية،  $S$  فضاء العينة،  $\mathbb{R}$  مجموعة الأعداد الحقيقية).

في المثال السابق نلاحظ ما يلي:

1 مجال المتغير العشوائي  $X$  هو:  $S = \{(H, H), (H, T), (T, H), (T, T)\}$

2 المجال المقابل للمتغير العشوائي هو  $\mathbb{R}$ .

3 المدى للمتغير العشوائي  $X$  هو:  $\{0, 1, 2\}$  ويرمز له بالرمز  $X(S)$

يوجد عدة أنواع من المتغيرات العشوائية، سوف تدرس نوعين فقط منها وهما:

1 المتغيرات العشوائية المتقطعة (المنفصلة).

2 المتغيرات العشوائية المتصلة (المستمرة).

وسوف نستخدم  $X, Y, \dots$  كرمز للمتغيرات العشوائية و  $x, y, \dots$  لقيم هذه المتغيرات.



## المتغيرات العشوائية المتقطعة (المنفصلة)

### Discrete Random Variable

تعريف: المتغير العشوائي المتقطع

يكون المتغير العشوائي  $X$  متغيراً عشوائياً متقطعاً إذا كانت مجموعة القيم الممكنة له (المدى)  $X(S)$  هي مجموعة متقطعة أي قابلة للعد، من الأعداد الحقيقية سواء أكانت منتهية أم غير منتهية.

### مثال 1

في تجربة إلقاء قطعة نقود مرتين متتاليتين، أوجد مجموعة القيم للمتغيرات العشوائية التالية، ثم حدّد فيما إذا كانت متغيرات عشوائية متقطعة أم لا.

a المتغير العشوائي  $X$  الذي يمثل عدد الصور.

b المتغير العشوائي  $Y$  الذي يمثل مربع عدد الصور.

c المتغير العشوائي  $Z$  الذي يمثل عدد الصور مطروحاً منه عدد الكتابات.

## حاول أن تحل 1

في تجربة إلقاء قطعة نقود مرتين متتاليتين، أوجد مجموعة القيم للمتغيرات العشوائية التالية وحدد فيما إذا كانت متغيرات عشوائية متقطعة أم لا.

- a المتغير العشوائي  $X$  الذي يمثل عدد الكتابات.
- b المتغير العشوائي  $Y$  الذي يمثل مكعب عدد الكتابات.
- c المتغير العشوائي  $Z$  الذي يمثل عدد الكتابات مطروحاً منه 2.



## التوزيع الاحتمالي

تعريف: دالة التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي  $X$

إذا كان  $X$  متغيراً عشوائياً متقطعاً مداه  $\{x_1, x_2, x_3, \dots\}$

فإن دالة التوزيع الاحتمالي  $f$  تعرّف كالتالي:

$$f(x_i) = P(X = x_i) \quad , \quad i = 1, 2, 3, \dots$$

ويمكن تمثيلها بالجدول التالي:

$x_i$	$x_1$	$x_2$	.....
$f(x_i)$	$P(x_1)$	$P(x_2)$	.....



أي أن مجموعة النقاط في المستوى الإحداثي التي تمثل الأزواج المرتبة  $(x_i, P(x_i))$  تسمى **دالة التوزيع الاحتمالي** Probability Distribution Function.

### مثال 2

في تجربة رمي حجر نرد مرة واحدة، المتغير العشوائي  $X$  يعبر عن:  
الجذر التربيعي للعدد الظاهر على الوجه العلوي عندما يكون الجذر التربيعي عدداً كلياً والصفير لغير ذلك.

فأوجد:

a فضاء العينة  $(S)$  وعدد عناصره  $n(S)$ .

b مدى المتغير العشوائي  $X$ .

c احتمال وقوع كل عنصر من عناصر مدى المتغير العشوائي  $X$ :  $f(x_i) = P(X = x_i)$



## حاول أن تحل 2

عند رمي حجر نرد مرة واحدة، إذا كان المتغير العشوائي  $X$  يعبر عن:  
 «مربع العدد الظاهر مطروحاً منه 1 عندما يكون العدد الظاهر أصغر من 4، و  $-1$  لغير ذلك».  
 فأوجد:

- a فضاء العينة  $S$  وعدد عناصر فضاء العينة  $n(S)$ .
- b مدى المتغير العشوائي  $X$ .
- c احتمال وقوع كل عنصر من عناصر مدى المتغير العشوائي  $X$ .
- d دالة التوزيع الاحتمالي  $f$  للمتغير العشوائي  $X$ .



مثال 3

عند إلقاء قطعة نقود ثلاث مرات متتالية، إذا كان المتغير العشوائي  $X$  يعبر عن «عدد الكتابات». فأوجد ما يلي:

- a) فضاء العينة  $(S)$  وعدد عناصره  $n(S)$ .
- b) مدى المتغير العشوائي  $X$ .
- c) احتمال كل عنصر من عناصر مدى المتغير العشوائي  $X$ .
- d) دالة التوزيع الاحتمالي  $f$  للمتغير العشوائي  $X$ .

## حاول أن تحل 3

عند إلقاء قطعة نقود ثلاث مرات متتالية، إذا كان المتغير العشوائي  $X$  يعبر عن «عدد الصور»، فأوجد ما يلي:

- a) فضاء العينة  $(S)$  وعدد عناصره  $n(S)$ .
- b) مدى المتغير العشوائي  $X$ .
- c) احتمال كل عنصر من عناصر مدى المتغير العشوائي  $X$ .
- d) دالة التوزيع الاحتمالي  $f$  للمتغير العشوائي  $X$ .



## ملاحظة هامة

ملاحظة هامة:

دالة التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي المتقطع  $X$  تحقق الشرطين:

1  $0 \leq f(x) \leq 1$

2  $f(x_1) + f(x_2) + f(x_3) + \dots = 1$

مجموع قيم دالة التوزيع الاحتمالي  $f$  تساوي الواحد الصحيح.

مثال 4

إذا كانت دالة التوزيع الاحتمالي  $f$  للمتغير العشوائي  $X$  هي:

$x$	-2	1	2	3
$f(x)$	0.3	0.1	$k$	0.2

فأوجد قيمة  $k$ .

حاول أن تحل 4

إذا كانت دالة التوزيع الاحتمالي  $f$  للمتغير العشوائي  $X$  هي:

$x$	0	1	2	3	4
$f(x)$	0.35	0.15	0.1	0.2	$k$

فأوجد قيمة  $k$ .

## مثال 5

إذا كان  $X$  متغيرًا عشوائيًا متقطعًا مداه هو:  $\{-2, -1, 0, 1\}$

وكان  $f(-2) = f(-1) = 0.3$  ,  $f(1) = 0.2$

أوجد  $f(0)$  ، ثم اكتب دالة التوزيع الاحتمالي  $f$  للمتغير العشوائي  $X$ .



## حاول أن تحل 5

إذا كان  $X$  متغيرًا عشوائيًا متقطعًا مداه هو:  $\{0, 1, 2, 3\}$

وكان:  $f(0) = 0.1$  ,  $f(1) = 0.6$  ,  $f(2) = 0.15$

فأوجد  $f(3)$  ، ثم اكتب دالة التوزيع الاحتمالي  $f$  للمتغير العشوائي  $X$ .



## التوقع (الوسط) والتباين للمتغيرات العشوائية المتقطعة

تعريف:

إذا كان  $X$  متغيراً عشوائياً متقطعاً له دالة التوزيع الاحتمالي  $f$ ,

$$X(S) = \{x_1, x_2, x_3, \dots\} \quad \text{مدى } X:$$

فإن التوقع ( $\mu$ ) للمتغير العشوائي  $X$  يعطى بالصيغة التالية:

$$\mu = \sum x_i f(x_i)$$

أي أن:

$$\mu = x_1 f(x_1) + x_2 f(x_2) + x_3 f(x_3) + \dots$$

موقع  
المناهج الكويتية  
almanahj.com/kw

إذا كانت دالة التوزيع الاحتمالي  $f$  للمتغير العشوائي المتقطع  $X$  هي:

مثال 7

$x$	1	2	3	4	5
$f(x)$	$\frac{3}{7}$	$\frac{2}{7}$	$\frac{6}{35}$	$\frac{3}{35}$	$\frac{1}{35}$

فأوجد التوقع  $\mu$  للمتغير العشوائي  $X$ .

---



---



---



---

إذا كانت دالة التوزيع الاحتمالي  $f$  للمتغير العشوائي المتقطع  $X$  هي:

حاول أن تحل 7

$x$	0	1	2
$f(x)$	$\frac{4}{9}$	$\frac{4}{9}$	$\frac{1}{9}$

فأوجد التوقع  $\mu$  للمتغير العشوائي  $X$ .

---



---



---

## التباين للمتغير العشوائي المتقطع

تعريف:

إذا كان  $X$  متغيراً عشوائياً متقطعاً له دالة التوزيع الاحتمالي  $f$  فإن التباين للمتغير العشوائي يعطى بالصيغة:

$$\text{التباين: } \sigma^2 = \sum (x_i^2 f(x_i)) - \mu^2 \quad \text{حيث } \mu \text{ هو التوقع}$$

$$\text{الانحراف المعياري: } \sigma = \sqrt{\sigma^2} \quad \text{(الجذر التربيعي الموجب للتباين)}$$

## مثال 8

يبين الجدول التالي دالة التوزيع الاحتمالي  $f$  للمتغير العشوائي المتقطع  $X$ .

موقع  
المنهج الكويتية  
almanahj.com/kw

$x$	1	2	3	4	5
$f(x)$	0.43	0.29	0.17	0.09	0.02

فأوجد:

- a التوقع ( $\mu$ ).
- b التباين ( $\sigma^2$ ).
- c الانحراف المعياري ( $\sigma$ ).



## حاول أن تحل 8

يبين الجدول التالي دالة التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي متقطع  $X$ .

$x$	1	2	3	4	5
$f(x)$	0.2	0.1	0.3	0.1	0.3

فأوجد:

- a التوقع ( $\mu$ ).
- b التباين ( $\sigma^2$ ).
- c الانحراف المعياري ( $\sigma$ ).

## دالة التوزيع التراكمي لمتغير عشوائي متقطع

تعريف:

دالة التوزيع التراكمي  $F$  للمتغير العشوائي المتقطع عند القيمة  $a$  هي احتمال وقوع المتغير العشوائي  $X$  بحيث يكون  $X$  أصغر من أو يساوي  $a$

$$F(a) = P(X \leq a) \quad \text{أي أن:}$$

لاحظ أن مجال دالة التوزيع التراكمي  $F$  هو  $\mathbb{R}$  وأن المجال المقابل يساوي المدى  $[0, 1]$

## مثال 9

الجدول التالي يبين دالة التوزيع الاحتمالي  $f$  للمتغير العشوائي المتقطع  $X$ .

$x$	3	4	5
$f(x)$	0.5	0.3	0.2

إذا كانت  $F$  دالة التوزيع التراكمي للمتغير العشوائي  $X$ .

فأوجد:  $F(2)$  ,  $F(3)$  ,  $F(4)$  ,  $F(4.5)$  ,  $F(5)$  ,  $F(7)$



الجدول التالي يبين دالة التوزيع الاحتمالي  $f$  للمتغير العشوائي المتقطع  $X$ .

$x$	1	2	3	4	5
$f(x)$	0.43	0.29	0.17	0.09	0.02

إذا كانت  $F$  دالة التوزيع التراكمي للمتغير العشوائي  $X$ .

فأوجد:  $F(0)$  ,  $F(1)$  ,  $F(3.5)$  ,  $F(4)$  ,  $F(5)$  ,  $F(8)$

### بعض خواص دالة التوزيع التراكمي للمتغير العشوائي $X$

1  $P(X > a) = 1 - P(X \leq a) = 1 - F(a)$

2  $P(a < X \leq b) = F(b) - F(a)$

## مثال 10

الجدول التالي يبين بعض قيم دالة التوزيع التراكمي  $F$  للمتغير العشوائي المتقطع  $X$ .

$x$	1	2	3	5
$F(x)$	0.15	0.2	0.6	1

أوجد:

- a  $P(1 < X \leq 3)$
- b  $P(2 < X \leq 5)$
- c  $P(X > 2)$

موقع  
المنهج الكويتية  
almanahj.com/kw

## حاول أن تحل 10

يبيّن الجدول التالي بعض قيم دالة التوزيع التراكمي  $F$  للمتغير العشوائي المتقطع  $X$ .

$x$	1	2	3	4
$F(x)$	0.25	0.40	0.65	1

أوجد:

- a  $P(2 < X \leq 4)$
- b  $P(X > 3)$



## كراسة التمارين

- (1) في تجربة إلقاء قطعة نقود مرتين متتاليتين، إذا كان المتغير العشوائي  $X$  يعبر عن عدد الصور فأوجد:
- (a) فضاء العينة ( $S$ ) وعدد عناصره  $n(S)$ .
- (b) مدى المتغير العشوائي  $X$ .
- (c) احتمال وقوع كل عنصر من عناصر مدى المتغير العشوائي  $x$  :  $f(x_i) = P(X = x_i)$
- (d) دالة التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي  $X$ .



- (2) في تجربة إلقاء قطعة نقود ثلاث مرات متتالية، أوجد مجموعة القيم للمتغيرات العشوائية التالية وحدد فيما إذا كانت متغيرات عشوائية متقطعة أم لا:
- (a) المتغير العشوائي  $X$  الذي يمثل عدد الكتابات.
- (b) المتغير العشوائي  $Y$  الذي يمثل ربع عدد الكتابات.
- (c) المتغير العشوائي  $Z$  الذي يمثل عدد الكتابات مضافاً له 1.

(3) إذا كانت دالة التوزيع الاحتمالي  $f$  للمتغير العشوائي  $X$  هي:

$x$	-1	0	1	2	3
$f(x)$	0.1	0.3	$K$	0.2	0.3

فأوجد قيمة  $K$ .

(4) إذا كان  $X$  متغيراً عشوائياً متقطعاً مداه هو:  $\{1, 2, 3, 4\}$  وكان  $f(1) = 0.1$  ،  $f(3) = 0.4$  ،  $f(4) = 0.2$  .  
فأوجد  $f(2)$ ، ثم اكتب دالة التوزيع الاحتمالي  $f$  للمتغير العشوائي  $X$ .

(6) إذا كانت دالة التوزيع الاحتمالي  $f$  للمتغير العشوائي  $X$  هي:

$x$	0	1	2	3
$f(x)$	0.2	0.3	0.4	0.1

فأوجد التوقع  $\mu$  للمتغير العشوائي  $X$ .



(7) الجدول التالي يبيّن دالة التوزيع الاحتمالي لمتغير عشوائي متقطع  $X$ .

$x$	7	8	9	10
$f(x)$	$\frac{1}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{8}$

أوجد:

(a) التوقع  $(\mu)$ .

(b) التباين  $\sigma^2$ .

(c) الانحراف المعياري  $(\sigma)$ .



(8) الجدول التالي يبيّن دالة التوزيع الاحتمالي  $f$  للمتغير العشوائي المتقطع  $X$ .

$x$	0	1	2	3	4
$f(x)$	0.2	0.15	0.1	0.25	0.3

إذا كانت  $F$  دالة التوزيع التراكمي للمتغير العشوائي  $X$ .

فأوجد:  $F(0), F(1), F(2), F(3), F(3.5), F(4), F(5)$

(9) الجدول التالي يبين بعض قيم دالة التوزيع التراكمي  $F$  للمتغير العشوائي المتقطع  $X$ .

$x$	-1	3	5	7
$F(x)$	0.1	0.45	0.7	1

أوجد:

- (a)  $P(-1 < X \leq 5)$   
 (b)  $P(3 < X \leq 7)$   
 (c)  $P(X > 3)$

### بنود موضوعية

في التمارين (9-1)، ظلّ (a) إذا كانت العبارة صحيحة، و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

- (1) التوقع هو القيمة التي تقيس تشتت قيم المتغير العشوائي المتقطع عن قيمته المتوسطة.  
 (2) التباين هو القيمة التي تتجمع حولها القيم الممكنة للمتغير العشوائي المتقطع.  
 (3) دالة التوزيع التراكمي  $F$  للمتغير العشوائي المتقطع عند القيمة  $a$  هي احتمال وقوع المتغير العشوائي  $X$  بحيث يكون  $X$  أصغر من أو يساوي  $a$ .  
 (4) التوزيع التالي يمثل دالة التوزيع الاحتمالي  $f$  للمتغير  $X$ .

$x$	0	1	2	3
$f(x)$	0.1	0.05	0.4	0.4

(5) قيمة  $K$  التي تجعل التوقع  $\mu$  للمتغير العشوائي  $X$  يساوي 1 لدالة التوزيع الاحتمالي  $f$

$x$	2	1	0
$f(x)$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	$K$

هي صفر.

- (6) لدالة توزيع تراكمي  $F$  للمتغير العشوائي  $X$  يكون:  

$$P(a < X \leq b) = F(b) - F(a)$$
  
 (7) لدالة توزيع تراكمي  $F$  للمتغير العشوائي  $X$  يكون:  

$$P(X < a) = 1 - F(a)$$



- (a) (b)

(9) عند إلقاء قطعة نقود ثلاث مرات متتالية فإن  $n(S) = 6$ .  
في التمارين (10–21)، ظلّل رمز الدائرة الدال على الإجابة الصحيحة.  
(10) إذا كانت دالة التوزيع الاحتمالي  $f$  للمتغير العشوائي  $X$  هي:

$x$	-1	0	1	2
$f(x)$	0.2	0.2	$K$	0.2

فإن قيمة  $K$  هي:

- (a) 0.2 (b) 0 (c) 0.4 (d) 0.3

(11) إذا كانت دالة التوزيع الاحتمالي  $f$  للمتغير العشوائي  $X$  هي:

$x$	1	2	3
$f(x)$	$K$	$2K$	$2K$

فإن قيمة  $K$  تساوي:

- (a) 0.5 (b) 0.2 (c) 1 (d) 0.4

في التمارين (12–14)، استخدم الجدول التالي:

$x$	0	1	2	3
$f(x)$	0.2	0.4	0.1	0.3

حيث  $f$  هي دالة التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي المتقطع  $X$ :

(12)  $F(-1)$

- (a) 0 (b) 0.2 (c) 0.4 (d) 0.6

(13)  $F(1.5)$

- (a) 0.4 (b) 0.2 (c) 0 (d) 0.6

(14)  $F(4)$

- (a) 0.2 (b) 0.1 (c) 0.4 (d) 1

(15) إذا كان  $X$  متغيرًا عشوائيًا متقطعًا دالة توزيع الاحتمالي  $f$  هي:

$x$	0	1	2
$f(x)$	0.25	0.50	0.25

فإن التوقع له يساوي:

- (a) 1      (b) 1.25      (c) 1.5      (d) 0.5

(16) إذا كان  $X$  متغيرًا عشوائيًا متقطعًا لدالة التوزيع الاحتمالي  $f$  وكان التوقع = 0.5 ،  $\sum x^2 f(x) = 4.25$  ،

فإن الانحراف المعياري هو:

- (a) 4      (b) 2      (c) 3.75      (d) 1



(18) إذا كانت دالة التوزيع الاحتمالي  $f$  للمتغير العشوائي المتقطع  $X$  هي:

$x$	0	1	2
$f(x)$	$\frac{1}{3}$	$\frac{5}{9}$	$\frac{1}{9}$

فإن التوقع  $\mu$  للمتغير العشوائي  $X$  يساوي:

- (a) 1      (b)  $\frac{2}{3}$       (c)  $\frac{7}{9}$       (d) 0

(20) إذا كان  $X$  متغيرًا عشوائيًا متقطعًا يأخذ القيم 1.5 , 1 , -1 و كان:  $P(X = -1) = 0.6$  ,  $P(X = 1) = 0.3$

فإن  $P(X > 0)$  يساوي:

- (a) 0.6      (b) 0.9      (c) 0.4      (d) 0.7



## المتغيرات العشوائية المتصلة - المستمرة

### Continuous Random Variable

### تعريف: المتغير العشوائي المتصل

هو المتغير التي تكون مجموعة القيم الممكنة له عبارة عن فترة من الأعداد الحقيقية أي أن مدى المتغير العشوائي المتصل  $X = \{x : a \leq x \leq b\}$  وهي مجموعة غير قابلة للعد.

أمثلة عن المتغيرات العشوائية المتصلة:

- كتلة مجموعة طلاب بالكيلوجرام أعمارهم من (15-20) سنة.
- درجة حرارة جسم الإنسان خلال يوم كامل.
- المسافة المقطوعة لسيارة خلال وحدة الزمن.
- كمية الحليب التي تنتجها البقرة في اليوم باللتر.



### خواص دالة كثافة الاحتمال $f(x)$

- 1  $f(x)$  هي دالة متصلة على مجالها.
- 2  $f(x) \geq 0$  لكل قيم  $x$  التي تنتمي لمجال الدالة.
- 3 قيمة المساحة المحددة بمنحنى الدالة  $f(x)$  ومحور السينات تساوي الواحد الصحيح.
- 4 يمكن إيجاد الاحتمال  $P(a \leq X \leq b)$  بحساب المساحة تحت المنحنى  $f$  بين القيمة  $a, b$  من الشكل السابق.
- 5 تنعدم المساحة المظللة في الشكل السابق إذا كان  $a = b$  أي أنه لأي متغير عشوائي متصل فإن:  $P(X = a) = 0$

### مثال 1

إذا كان  $X$  متغيراً عشوائياً متصلاً ودالة كثافة الاحتمال له هي:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{4} & : 1 \leq x \leq 5 \\ 0 & : \text{في ما عدا ذلك} \end{cases}$$

فأوجد:

- |                     |              |
|---------------------|--------------|
| a $P(1 < X \leq 5)$ | b $P(X < 3)$ |
| c $P(X \geq 1.5)$   | d $P(X = 2)$ |



## حاول أن تحل 1

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{6} : -3 \leq x \leq 3 \\ 0 : \text{في ما عدا ذلك} \end{cases}$$

إذا كان  $X$  متغيراً عشوائياً متصلًا، فدالة كثافة الاحتمال له هي:  
فأوجد:

- a**  $P(X < 2)$       **b**  $P(-1 < X < 1)$       **c**  $P(-1.5 < X < 2.5)$       **d**  $P(X = 0)$



مثال 2

إذا كان  $X$  متغيراً عشوائياً متصلًا ودالة كثافة الاحتمال له هي:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{8}x : 0 < x \leq 4 \\ 0 : \text{في ما عدا ذلك} \end{cases}$$

فأوجد:

**a**  $P(0 \leq X \leq 4)$

**b**  $P(X \leq 2)$

**c**  $P(X > 2)$



حاول أن تحل 2

إذا كان  $X$  متغيراً عشوائياً متصلًا، ودالة كثافة الاحتمال له هي:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}x : 0 \leq x \leq 2 \\ 0 : \text{في ما عدا ذلك} \end{cases}$$

فأوجد:

**a**  $P(X < 1)$

**b**  $P(X \geq 1)$

**c**  $P(X = 1)$

## التوزيع الاحتمالي المنتظم لمتغير عشوائي متصل - مستمر

تعريف:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{b-a} : a \leq x \leq b \\ 0 : \text{في ما عدا ذلك} \end{cases}$$

$$\mu = \frac{a+b}{2}$$

$$\sigma^2 = \frac{(b-a)^2}{12}$$

دالة كثافة الاحتمال للتوزيع الاحتمالي المنتظم على  $[a, b]$  هي:

- التوقع (الوسط) للتوزيع الاحتمالي المنتظم هو:

- التباين للتوزيع الاحتمالي المنتظم هو:

موقع  
المناهج الكويتية  
almanahj.com/kw

مثال 3

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{3} : 0 \leq x \leq 3 \\ 0 : \text{في ما عدا ذلك} \end{cases}$$

لتكن الدالة  $f$ :

- a أثبت أن الدالة هي دالة كثافة احتمال.
- b أثبت أن الدالة  $f$  تتبع التوزيع الاحتمالي المنتظم.
- c أوجد  $P(1 < X \leq 3)$
- d أوجد التوقع والتباين للدالة  $f$ .



حاول أن تحل 3

لتكن الدالة  $f$  :

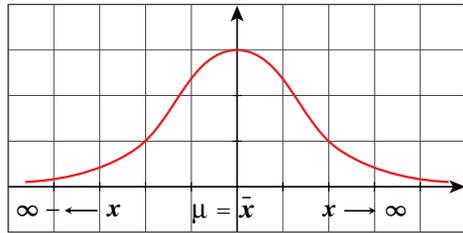
$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2} : 1 \leq x \leq 3 \\ 0 : \text{في ما عدا ذلك} \end{cases}$$

- a أثبت أن الدالة  $f$  هي دالة كثافة احتمال.
- b أثبت أن الدالة  $f$  تتبع التوزيع الاحتمالي المنتظم.
- c أوجد:  $P(2 < X \leq 3)$
- d أوجد التوقع والتباين للدالة  $f$ .

## Natural Probability Distribution $N(\mu, \sigma^2)$

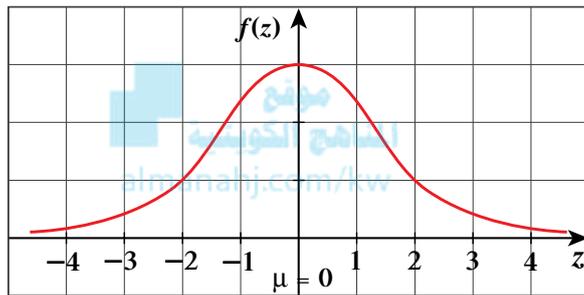
## التوزيع الاحتمالي الطبيعي $N(\mu, \sigma^2)$

يعتبر التوزيع الاحتمالي الطبيعي من أهم التوزيعات الاحتمالية المتصلة وقد سبق أن درسنا منحنى التوزيع الطبيعي وخواصه والتي منها:



منحنى التوزيع الطبيعي  $N(\mu, \sigma^2)$

- المتوسط الحسابي = الوسيط = المنوال.
- يكون بيان المنحنى على شكل ناقوس (جرس) متماثل حول محوره  $(x = \mu)$ .
- يمتد المنحنى من طرفيه إلى  $-\infty$  وإلى  $+\infty$  (لا يقطع محور السينات).
- المساحة تحت المنحنى تساوي الواحد الصحيح (وحدة مساحة).
- المستقيم الرأسى  $\bar{x} = \mu$  يقسم المساحة تحت المنحنى إلى قطعتين متماثلتين مساحة كل منهما تساوي نصف (نصف وحدة مساحة).



منحنى التوزيع الطبيعي  $N(0, 1)$

## التوزيع الطبيعي المعياري $N(0, 1)$

إذا كان المتوسط الحسابي للتوزيع الطبيعي  $\mu = 0$  والانحراف المعياري  $\sigma = 1$  يسمى التوزيع الطبيعي بالتوزيع الطبيعي المعياري. الشكل المرسوم يمثل بيان منحنى التوزيع الطبيعي المعياري.

نعلم أن منحنى التوزيع الطبيعي يتحدد بكل من التوقع  $\mu$  والتباين لها  $\sigma^2$  ونظرًا لاختلاف قيم  $\sigma^2$ ،  $\mu$  من توزيع لآخر فإننا نقوم بتحويل أي توزيع طبيعي إلى توزيع طبيعي معياري وفق التحويل  $z = \frac{x - \mu}{\sigma}$

وتم وضع جداول التوزيع الطبيعي المعياري في نهاية الوحدة للتوزيع الطبيعي  $N(\mu, \sigma^2)$ .

## حساب الاحتمالات للتوزيع الطبيعي $N(\mu, \sigma^2)$

إذا كان للمتغير العشوائي  $X$  التوزيع الطبيعي  $N(\mu, \sigma^2)$  أي التوزيع الذي توقعه  $\mu$  وتباينه  $\sigma^2$  وأردنا حساب احتمالات تتعلق بالمتغير  $X$  فإننا نستخدم جدول التوزيع الطبيعي المعياري المرفق آخر الوحدة باتباع الخطوات الموضحة التالية لإيجاد  $P(a \leq X \leq b)$ :

1 نوجد القيمة المعيارية المناظرة للقيمة  $a$  بالتعويض في العلاقة:  $z_1 = \frac{a - \mu}{\sigma}$

والقيمة المعيارية المناظرة للقيمة  $b$  بالتعويض في العلاقة:  $z_2 = \frac{b - \mu}{\sigma}$

2 نستخدم العلاقة:  $P(a < X \leq b) = P(z_1 < z < z_2)$

3 نستخدم أحد جدولتي المساحة تحت المنحنى الطبيعي (5)، (4) لحساب الطرف الأيسر من العلاقة السابقة.

## حساب الاحتمالات للتوزيع الطبيعي المعياري $P(z)$

- إذا كانت  $z \geq a$  أو  $z \leq a$ ، حيث  $a \geq 0$  نستخدم جدول  $z$  رقم (4).
- إذا كانت  $z \geq a$  أو  $z \leq a$ ، حيث  $a < 0$  نستخدم جدول  $z$  رقم (5).



مثال 4

إذا كان  $z$  هو التوزيع الطبيعي المعياري للمتغير العشوائي  $X$  فأوجد:

a  $P(z \leq 2.18)$

b  $P(z \geq 2.43)$

c  $P(1.4 \leq z \leq 2.6)$



حاول أن تحل 4

إذا كان  $z$  هو التوزيع الطبيعي المعياري للمتغير العشوائي  $X$  فأوجد:

a  $P(z \leq 0.95)$

b  $P(z > 0.71)$

c  $P(1.45 \leq z \leq 3.26)$

## مثال 5

إذا كان  $z$  هو التوزيع الطبيعي المعياري للمتغير العشوائي  $X$  فأوجد:

a  $P(z \leq -0.55)$

b  $P(-2.2 \leq z \leq -1.6)$

c  $P(-1.3 \leq z \leq 0.28)$



## حاول أن تحل 5

إذا كان  $z$  هو التوزيع الطبيعي المعياري للمتغير العشوائي  $X$  فأوجد:

a  $P(z \leq -0.12)$

b  $P(-3.2 \leq z \leq -0.1)$

c  $P(-5.26 \leq z \leq 0.69)$



جدول التوزيع الطبيعي المعياري (z) لحساب قيم المساحات من اليسار

z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.50000	0.50399	0.50798	0.51197	0.51595	0.51994	0.52392	0.52790	0.53188	0.53586
0.1	0.53983	0.54380	0.54776	0.55172	0.55567	0.55962	0.56356	0.56749	0.57142	0.57535
0.2	0.57926	0.58317	0.58706	0.59095	0.59483	0.59871	0.60257	0.60642	0.61026	0.61409
0.3	0.61791	0.62172	0.62552	0.62930	0.63307	0.63683	0.64058	0.64431	0.64803	0.65173
0.4	0.65542	0.65910	0.66276	0.66640	0.67003	0.67364	0.67724	0.68082	0.68439	0.68793
0.5	0.69146	0.69497	0.69847	0.70194	0.70540	0.70884	0.71226	0.71566	0.71904	0.72240
0.6	0.72575	0.72907	0.73237	0.73565	0.73891	0.74215	0.74537	0.74857	0.75175	0.75490
0.7	0.75804	0.76115	0.76424	0.76730	0.77035	0.77337	0.77637	0.77935	0.78230	0.78524
0.8	0.78814	0.79103	0.79389	0.79673	0.79955	0.80234	0.80511	0.80785	0.81057	0.81327
0.9	0.81594	0.81859	0.82121	0.82381	0.82639	0.82894	0.83147	0.83398	0.83646	0.83891
1.0	0.84134	0.84375	0.84614	0.84849	0.85083	0.85314	0.85543	0.85769	0.85993	0.86214
1.1	0.86433	0.86650	0.86864	0.87076	0.87286	0.87493	0.87698	0.87900	0.88100	0.88298
1.2	0.88493	0.88686	0.88877	0.89065	0.89251	0.89435	0.89617	0.89796	0.89973	0.90147
1.3	0.90320	0.90490	0.90658	0.90824	0.90988	0.91149	0.91309	0.91466	0.91621	0.91774
1.4	0.91924	0.92073	0.92220	0.92364	0.92507	0.92647	0.92785	0.92922	0.93056	0.93189
1.5	0.93319	0.93448	0.93574	0.93699	0.93822	0.93943	0.94062	0.94179	0.94295	0.94408
1.6	0.94520	0.94630	0.94738	0.94845	0.94950	0.95053	0.95154	0.95254	0.95352	0.95449
1.7	0.95543	0.95637	0.95728	0.95818	0.95907	0.95994	0.96080	0.96164	0.96246	0.96327
1.8	0.96407	0.96485	0.96562	0.96638	0.96712	0.96784	0.96856	0.96926	0.96995	0.97062
1.9	0.97128	0.97193	0.97257	0.97320	0.97381	0.97441	0.97500	0.97558	0.97615	0.97670
2.0	0.97725	0.97778	0.97831	0.97882	0.97932	0.97982	0.98030	0.98077	0.98124	0.98169
2.1	0.98214	0.98257	0.98300	0.98341	0.98382	0.98422	0.98461	0.98500	0.98537	0.98574
2.2	0.98610	0.98645	0.98679	0.98713	0.98745	0.98778	0.98809	0.98840	0.98870	0.98899
2.3	0.98928	0.98956	0.98983	0.99010	0.99036	0.99061	0.99086	0.99111	0.99134	0.99158
2.4	0.99180	0.99202	0.99224	0.99245	0.99266	0.99286	0.99305	0.99324	0.99343	0.99361
2.5	0.99379	0.99396	0.99413	0.99430	0.99446	0.99461	0.99477	0.99492	0.99506	0.99520
2.6	0.99534	0.99547	0.99560	0.99573	0.99585	0.99598	0.99609	0.99621	0.99632	0.99643
2.7	0.99653	0.99664	0.99674	0.99683	0.99693	0.99702	0.99711	0.99720	0.99728	0.99736
2.8	0.99744	0.99752	0.99760	0.99767	0.99774	0.99781	0.99788	0.99795	0.99801	0.99807
2.9	0.99813	0.99819	0.99825	0.99831	0.99836	0.99841	0.99846	0.99851	0.99856	0.99861
3.0	0.99865	0.99869	0.99874	0.99878	0.99882	0.99886	0.99889	0.99893	0.99896	0.99900
3.1	0.99903	0.99906	0.99910	0.99913	0.99916	0.99918	0.99921	0.99924	0.99926	0.99929
3.2	0.99931	0.99934	0.99936	0.99938	0.99940	0.99942	0.99944	0.99946	0.99948	0.99950
3.3	0.99952	0.99953	0.99955	0.99957	0.99958	0.99960	0.99961	0.99962	0.99964	0.99965
3.4	0.99966	0.99968	0.99969	0.99970	0.99971	0.99972	0.99973	0.99974	0.99975	0.99976
3.5	0.99977	0.99978	0.99978	0.99979	0.99980	0.99981	0.99981	0.99982	0.99983	0.99983
3.6	0.99984	0.99985	0.99985	0.99986	0.99986	0.99987	0.99987	0.99988	0.99988	0.99989
3.7	0.99989	0.99990	0.99990	0.99990	0.99991	0.99991	0.99992	0.99992	0.99992	0.99992
3.8	0.99993	0.99993	0.99993	0.99994	0.99994	0.99994	0.99994	0.99995	0.99995	0.99995
3.9	0.99995	0.99995	0.99996	0.99996	0.99996	0.99996	0.99996	0.99996	0.99997	0.99997

جدول (4)

## جدول التوزيع الطبيعي المعياري (z) لحساب قيم المساحات من اليسار

z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
-3.9	0.00005	0.00005	0.00004	0.00004	0.00004	0.00004	0.00004	0.00004	0.00003	0.00003
-3.8	0.00007	0.00007	0.00007	0.00006	0.00006	0.00006	0.00006	0.00005	0.00005	0.00005
-3.7	0.00011	0.00010	0.00010	0.00010	0.00009	0.00009	0.00008	0.00008	0.00008	0.00008
-3.6	0.00016	0.00015	0.00015	0.00014	0.00014	0.00013	0.00013	0.00012	0.00012	0.00011
-3.5	0.00023	0.00022	0.00022	0.00021	0.00020	0.00019	0.00019	0.00018	0.00017	0.00017
-3.4	0.00034	0.00032	0.00031	0.00030	0.00029	0.00028	0.00027	0.00026	0.00025	0.00024
-3.3	0.00048	0.00047	0.00045	0.00043	0.00042	0.00040	0.00039	0.00038	0.00036	0.00035
-3.2	0.00069	0.00066	0.00064	0.00062	0.00060	0.00058	0.00056	0.00054	0.00052	0.00050
-3.1	0.00097	0.00094	0.00090	0.00087	0.00084	0.00082	0.00079	0.00076	0.00074	0.00071
-3.0	0.00135	0.00131	0.00126	0.00122	0.00118	0.00114	0.00111	0.00107	0.00104	0.00100
-2.9	0.00187	0.00181	0.00175	0.00169	0.00164	0.00159	0.00154	0.00149	0.00144	0.00139
-2.8	0.00256	0.00248	0.00240	0.00233	0.00226	0.00219	0.00212	0.00205	0.00199	0.00193
-2.7	0.00347	0.00336	0.00326	0.00317	0.00307	0.00298	0.00289	0.00280	0.00272	0.00264
-2.6	0.00466	0.00453	0.00440	0.00427	0.00415	0.00402	0.00391	0.00379	0.00368	0.00357
-2.5	0.00621	0.00604	0.00587	0.00570	0.00554	0.00539	0.00523	0.00508	0.00494	0.00480
-2.4	0.00820	0.00798	0.00776	0.00755	0.00734	0.00714	0.00695	0.00676	0.00657	0.00639
-2.3	0.01072	0.01044	0.01017	0.00990	0.00964	0.00939	0.00914	0.00889	0.00866	0.00842
-2.2	0.01390	0.01355	0.01321	0.01287	0.01255	0.01222	0.01191	0.01160	0.01130	0.01101
-2.1	0.01786	0.01743	0.01700	0.01659	0.01618	0.01578	0.01539	0.01500	0.01463	0.01426
-2.0	0.02275	0.02222	0.02169	0.02118	0.02068	0.02018	0.01970	0.01923	0.01876	0.01831
-1.9	0.02872	0.02807	0.02743	0.02680	0.02619	0.02559	0.02500	0.02442	0.02385	0.02330
-1.8	0.03593	0.03515	0.03438	0.03362	0.03288	0.03216	0.03144	0.03074	0.03005	0.02938
-1.7	0.04457	0.04363	0.04272	0.04182	0.04093	0.04006	0.03920	0.03836	0.03754	0.03673
-1.6	0.05480	0.05370	0.05262	0.05155	0.05050	0.04947	0.04846	0.04746	0.04648	0.04551
-1.5	0.06681	0.06552	0.06426	0.06301	0.06178	0.06057	0.05938	0.05821	0.05705	0.05592
-1.4	0.08076	0.07927	0.07780	0.07636	0.07493	0.07353	0.07215	0.07078	0.06944	0.06811
-1.3	0.09680	0.09510	0.09342	0.09176	0.09012	0.08851	0.08691	0.08534	0.08379	0.08226
-1.2	0.11507	0.11314	0.11123	0.10935	0.10749	0.10565	0.10383	0.10204	0.10027	0.09853
-1.1	0.13567	0.13350	0.13136	0.12924	0.12714	0.12507	0.12302	0.12100	0.11900	0.11702
-1.0	0.15866	0.15625	0.15386	0.15151	0.14917	0.14686	0.14457	0.14231	0.14007	0.13786
-0.9	0.18406	0.18141	0.17879	0.17619	0.17361	0.17106	0.16853	0.16602	0.16354	0.16109
-0.8	0.21186	0.20897	0.20611	0.20327	0.20045	0.19766	0.19489	0.19215	0.18943	0.18673
-0.7	0.24196	0.23885	0.23576	0.23270	0.22965	0.22663	0.22363	0.22065	0.21770	0.21476
-0.6	0.27425	0.27093	0.26763	0.26435	0.26109	0.25785	0.25463	0.25143	0.24825	0.24510
-0.5	0.30854	0.30503	0.30153	0.29806	0.29460	0.29116	0.28774	0.28434	0.28096	0.27760
-0.4	0.34458	0.34090	0.33724	0.33360	0.32997	0.32636	0.32276	0.31918	0.31561	0.31207
-0.3	0.38209	0.37828	0.37448	0.37070	0.36693	0.36317	0.35942	0.35569	0.35197	0.34827
-0.2	0.42074	0.41683	0.41294	0.40905	0.40517	0.40129	0.39743	0.39358	0.38974	0.38591
-0.1	0.46017	0.45620	0.45224	0.44828	0.44433	0.44038	0.43644	0.43251	0.42858	0.42465
-0.0	0.50000	0.49601	0.49202	0.48803	0.48405	0.48006	0.47608	0.47210	0.46812	0.46414

جدول (5)



## كراسة التمارين

(1) إذا كان  $X$  متغيرًا عشوائيًا متصلًا ودالة كثافة الاحتمال له هي:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{5} & : 0 \leq x \leq 5 \\ 0 & : \text{في ما عدا ذلك} \end{cases}$$

فأوجد:

(a)  $P(0 \leq X \leq 5)$

(b)  $P(X = 3)$

(c)  $P(X \leq 2)$

(d)  $P(X > 2)$



(2) إذا كان  $X$  متغيرًا عشوائيًا متصلًا ودالة كثافة الاحتمال له هي:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2} & : 2 \leq x \leq 4 \\ 0 & : \text{في ما عدا ذلك} \end{cases}$$

فأوجد:

(a)  $P(2 \leq X \leq 4)$

(b)  $P(X \geq 2.5)$

(3) إذا كان  $X$  متغيرًا عشوائيًا متصلًا ودالة كثافة الاحتمال له هي:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{2}{9}x & : 0 \leq x \leq 3 \\ 0 & : \text{في ما عدا ذلك} \end{cases}$$

فأوجد:

(a)  $P(0 \leq X \leq 3)$

(b)  $P(X < 1)$

(c)  $P(X \geq 1)$



(4) لتكن الدالة  $f$ :

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{6} & : -1 \leq x \leq 5 \\ 0 & : \text{في ما عدا ذلك} \end{cases}$$

(a) أثبت أن الدالة  $f$  هي دالة كثافة احتمال.

(b) أثبت أن الدالة  $f$  تتبع التوزيع الاحتمالي المنتظم.

(c) أوجد  $P(0 < X \leq 3)$ .

(d) أوجد التوقع والتباين للدالة  $f$ .



(5) الدالة  $f$  تتبع التوزيع الاحتمالي المنتظم وهي معرفة كما يلي:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{7} & : 0 \leq x \leq 7 \\ 0 & : \text{في ما عدا ذلك} \end{cases}$$

(a) أثبت أن الدالة  $f$  هي دالة كثافة احتمال.

(b) أوجد  $P(0 \leq X \leq \frac{7}{8})$ .

(c) أوجد التوقع والتباين للدالة  $f$ .



(6) إذا كان  $z$  يتبع التوزيع الطبيعي المعياري للمتغير العشوائي  $X$  فأوجد:

(b)  $P(z \geq 2.51)$

(c)  $P(1.5 \leq z \leq 2.4)$

(7) إذا كان  $z$  يتبع التوزيع الطبيعي المعياري فأوجد:

(b)  $(-1.7 \leq z \leq 2.85)$

(c)  $P(-1.23 \leq z \leq 0.68)$

بنود موضوعية

في التمارين (1-7)، ظلّل (a) إذا كانت العبارة صحيحة، و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

(a) (b)

(1) نسبة الرطوبة خلال شهر هو متغير عشوائي متصل.

(a) (b)

(2) عدد أحرف كلمات كتاب هو متغير عشوائي متصل.

(3) إذا كانت الدالة  $f$  معرفة كالتالي:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2} & : 0 \leq x \leq 1 \\ 0 & : \text{في ما عدا ذلك} \end{cases}$$

(a) (b)

فإن الدالة  $f$  هي دالة كثافة احتمال.

(4) إذا كانت  $X$  متغيراً عشوائياً متصلاً ودالة كثافة الاحتمال له هي:

$$f(x) = \begin{cases} 2 & : 0 \leq x \leq \frac{1}{2} \\ 0 & : \text{في ما عدا ذلك} \end{cases}$$

(a) (b)

$$P(X \geq 2) = 1$$

(5) إذا كانت الدالة  $f$  هي دالة كثافة احتمال تتبع التوزيع الاحتمالي المنتظم معرفة كما يلي:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{3} & : 0 \leq x \leq 3 \\ 0 & : \text{في ما عدا ذلك} \end{cases}$$

(a) (b)

$$\sigma^2 = \frac{3}{4}$$

(a) (b)

(6) من خواص التوزيع الطبيعي أنه متماثل حول  $x = \mu$ .

(a) (b)

(7) المساحة تحت منحنى التوزيع الطبيعي تساوي الواحد.

في التمارين (8-17)، ظلّل رمز الدائرة الدال على الإجابة الصحيحة.

(8) إذا كان  $X$  متغيراً عشوائياً متصلاً ودالة كثافة الاحتمال له هي:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}x & : 0 \leq x \leq 2 \\ 0 & : \text{في ما عدا ذلك} \end{cases}$$

فإن  $P(X = 1)$  يساوي:

(a)  $\frac{1}{2}$

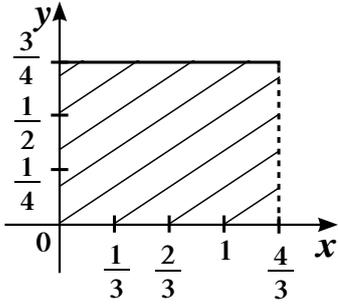
(b) 0

(c) 1

(d) ليس أيّاً مما سبق



في التمارين (10-16)، أجب عن الأسئلة من خلال الرسم البياني في الشكل المقابل:  
 (10) الدالة التي تعبر عن الرسم البياني التالي هي:



(a)  $f(x) = \begin{cases} \frac{3}{4} & : 0 < x < \frac{1}{3} \\ 0 & : \text{في ما عدا ذلك} \end{cases}$

(b)  $f(x) = \begin{cases} \frac{3}{4} & : 0 < x < \frac{4}{3} \\ 0 & : \text{في ما عدا ذلك} \end{cases}$

(c)  $f(x) = \begin{cases} \frac{4}{3} & : 0 < x < \frac{4}{3} \\ 0 & : \text{في ما عدا ذلك} \end{cases}$

(d)  $f(x) = \begin{cases} \frac{3}{4} & : 0 < x < 4 \\ 0 & : \text{في ما عدا ذلك} \end{cases}$

(11) الدالة  $f$  تتبع التوزيع الاحتمالي:

(b) ذات الحدين

(a) الطبيعي

(d) المنتظم

(c) الطبيعي المعياري

(12) التوقع هو:

(a)  $\frac{4}{5}$

(b)  $\frac{2}{3}$

(c)  $\frac{4}{3}$

(d)  $\frac{3}{4}$

(14)  $P\left(X < \frac{4}{6}\right) =$

(a)  $\frac{1}{3}$

(b)  $\frac{1}{4}$

(c)  $\frac{1}{6}$

(d)  $\frac{1}{2}$

(15)  $P\left(X > \frac{4}{12}\right) =$

(a)  $\frac{2}{6}$

(b)  $\frac{6}{2}$

(c)  $\frac{3}{4}$

(d) 1

(16)  $P(0 < X < 1) =$

(a)  $\frac{4}{5}$

(b)  $\frac{1}{3}$

(c) 1

(d)  $\frac{3}{4}$

(17) إذا كان  $z$  يتبع التوزيع الطبيعي فإن:  $P(0 \leq z \leq 2.35)$  يساوي:

(a) 0.9906

(b) 0.5

(c) 0.4906

(d) 0.218