

تم تحميل هذا الملف من موقع ملفات الكويت التعليمية



[com.kwedufiles.www//:https](https://www.kwedufiles.com)

\*للحصول على أوراق عمل لجميع الصفوف وجميع المواد اضغط هنا

\* للحصول على أوراق عمل لجميع مواد الصف الثاني عشر العلمي اضغط هنا

<https://kwedufiles.com/14>

\* للحصول على جميع أوراق الصف الثاني عشر العلمي في مادة رياضيات وجميع الفصول, اضغط هنا

<https://kwedufiles.com/14math>

\* للحصول على أوراق عمل لجميع مواد الصف الثاني عشر العلمي في مادة رياضيات الخاصة بـ الفصل الثاني اضغط هنا

<https://www.kwedufiles.com/14math2>

\* لتحميل كتب جميع المواد في جميع الفصول للـ الصف الثاني عشر العلمي اضغط هنا

<https://www.kwedufiles.com/grade14>

[bot\\_kwlinks/me.t//:https](https://t.me/bot_kwlinks)

للحصول على جميع روابط الصفوف على تلغرام وفيسبوك من قنوات وصفحات: اضغط هنا

الروابط التالية هي روابط الصف الثاني عشر العلمي على مواقع التواصل الاجتماعي

مجموعة الفيسبوك

صفحة الفيسبوك

مجموعة التلغرام

بوت التلغرام

قناة التلغرام

رياضيات على التلغرام

$$(1) \int_{-1}^1 3x(x-4) dx = \int_{-1}^1 3x^2 - 12x dx$$

$$= \left[ x^3 - 6x^2 \right]_{-1}^1$$

$$= 1^3 - 6(1)^2 - ((-1)^3 - 6(-1)^2) = 2$$

$$(2) \int_0^2 (x+1)^2 dx = \int_0^2 x^2 + 2x + 1 dx$$

$$= \left[ \frac{x^3}{3} + x^2 + x \right]_0^2 = \frac{(2)^3}{3} + (2)^2 + 2 - 0 = \frac{26}{3}$$

$$(3) \int_0^4 \frac{x^2-1}{x+1} dx = \int_0^4 \frac{(x-1)(x+1)}{(x+1)} dx = \int_0^4 x-1 dx$$

$$= \left[ \frac{x^2}{2} - x \right]_0^4 = \frac{4^2}{2} - 4 - 0 = 4$$

$$(4) \int_0^{\frac{\pi}{3}} \cos 3x dx = \left[ \frac{\sin 3x}{3} \right]_0^{\frac{\pi}{3}}$$

$$= \frac{1}{3} \left( \sin 3\left(\frac{\pi}{3}\right) - \sin 3(0) \right)$$

$$= \frac{1}{3} (0 - 0) = 0$$

$$(5) \int_1^4 \frac{8-x^4}{2x^2} dx = \int_1^4 4x^{-2} - \frac{1}{2}x^2 dx$$

$$= \left[ \frac{-4}{x} - \frac{x^3}{6} \right]_1^4 = -\frac{4}{4} - \frac{(4)^3}{6} - \left( \frac{-4}{1} - \frac{1^3}{6} \right)$$

$$= -7.5$$

$$(6) \int_0^1 x \sqrt{x} dx = \int_0^1 x^{\frac{3}{2}} dx$$

$$= \frac{2}{5} \left[ x^{\frac{5}{2}} \right]_0^1 = \frac{2}{5} (1 - 0) = \frac{2}{5}$$

$$(7) \int_1^2 \left( 3e^x + \frac{5}{x} \right) dx = \left[ 3e^x + 5 \ln|x| \right]_1^2$$

$$= 3e^2 + 5 \ln 2 - (3e^1 + 5 \ln 1) = 17.478$$

$$(8) \int_{-1}^3 |x-2| dx \quad x-2=0 \Rightarrow x=2.$$

$$= \int_{-1}^2 -(x-2) dx + \int_2^3 (x-2) dx$$

$$= \left[ -\left( \frac{x^2}{2} - 2x \right) \right]_{-1}^2 + \left[ \frac{x^2}{2} - 2x \right]_2^3$$

$$= -\left[ \frac{2^2}{2} - 2(2) - \left( \frac{1^2}{2} - 2(1) \right) \right] + \frac{3^2}{2} - 2(3) - \left( \frac{2^2}{2} - 2(2) \right) = 5$$

$$(9) \int_{-1}^1 |x^3| dx = \int_{-1}^0 -x^3 dx + \int_0^1 x^3 dx$$

$$= \left[ -\frac{x^4}{4} \right]_{-1}^0 + \left[ \frac{x^4}{4} \right]_0^1 = 0 - \frac{-(-1)^4}{4} + \frac{1}{4} - 0 = \frac{1}{2}$$

$$(10) \int_{-2}^3 x|x| + 3 dx = \int_{-2}^0 -x^2 + 3 dx + \int_0^3 x^2 + 3 dx$$

$$= \left[ -\frac{x^3}{3} + 3x \right]_{-2}^0 + \left[ \frac{x^3}{3} + 3x \right]_0^3 =$$

$$= 0 - \left( -\frac{(-2)^3}{3} + 3(-2) \right) + \frac{(3)^3}{3} + 3(3) - 0 = 21.33$$

دوره حساب التفاضل أثبت أنه

$$(11) \int_{-4}^2 (x^2 + 2x - 8) dx \leq 0$$

$$x^2 + 2x - 8 = 0$$

$$(x - 2)(x + 4) = 0$$

$$x = 2 \text{ , } x = -4$$



$$\therefore x^2 + 2x - 8 \leq 0 \quad \forall x \in [-4, 2]$$

$$\therefore \int_{-4}^2 (x^2 + 2x - 8) dx \leq 0$$

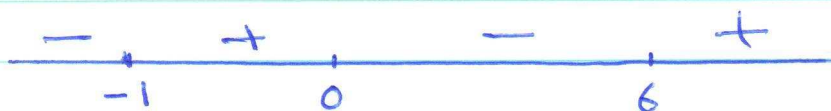
$$(12) \int_{-1}^0 x^3 - 5x^2 - 6x dx \geq 0$$

$$x^3 - 5x^2 - 6x = 0$$

$$x(x^2 - 5x - 6) = 0$$

$$x(x - 6)(x + 1) = 0$$

$$x = 0 \text{ , } x = -1 \text{ , } x = 6$$



$$\therefore x^3 - 5x^2 - 6x \geq 0 \quad \forall x \in [-1, 0]$$

$$\therefore \int_{-1}^0 x^3 - 5x^2 - 6x dx \geq 0$$



$$(13) \int_0^1 (x^2 - 3x + 7) dx \geq \int_0^1 (4x - 5) dx$$

$$\begin{aligned} (x^2 - 3x + 7) - (4x - 5) &= x^2 - 3x + 7 - 4x + 5 \\ &= x^2 - 7x + 12 \\ &= (x - 4)(x - 3) \\ x &= 4 \quad \text{or} \quad x = 3 \end{aligned}$$



$$\therefore x^2 - 7x + 12 \geq 0 \quad \forall x \in [0, 1]$$

$$\therefore (x^2 - 3x + 7) - (4x - 5) \geq 0 \quad \forall x \in [0, 1]$$

$$\therefore x^2 - 3x + 7 \geq 4x - 5 \quad \forall x \in [0, 1]$$

$$\therefore \int_0^1 (x^2 - 3x + 7) dx \geq \int_0^1 (4x - 5) dx$$

$$* \int_2^4 x^2 - 3x + 5 dx \leq \int_2^4 3x - 3 dx$$

$$\begin{aligned} (x^2 - 3x + 5) - (3x - 3) &= x^2 - 3x + 5 - 3x + 3 \\ &= x^2 - 6x + 8 \\ &= (x - 4)(x - 2) \end{aligned}$$

$$x = 4 \quad \text{or} \quad x = 2$$



$$\therefore x^2 - 6x + 8 \leq 0 \quad \forall x \in [2, 4]$$

$$\therefore (x^2 - 3x + 5) - (3x - 3) \leq 0 \quad \forall x \in [2, 4]$$

$$\therefore x^2 - 3x + 5 \leq 3x - 3 \quad \forall x \in [2, 4]$$

$$\therefore \int_2^4 x^2 - 3x + 5 dx \leq \int_2^4 3x - 3 dx$$

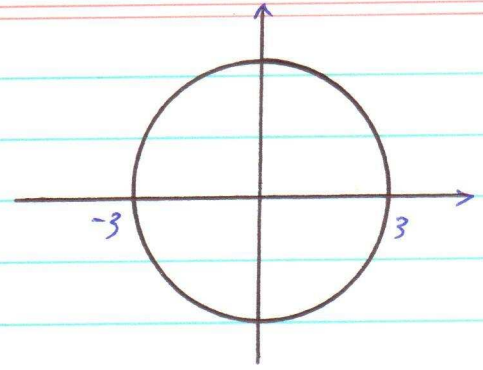
4

$$(14) \int_{-3}^3 \sqrt{9-x^2} dx$$

$$y = \sqrt{9-x^2}$$

$$y^2 = 9 - x^2$$

$$x^2 + y^2 = 9$$



يتمثل مصدر دائرة مركزها نقطة الأصل ومقدار نصف قطرها 3 ودائرتان

والدالة  $y = \sqrt{9-x^2}$  تمثل مصدره النصف العلوي للدائرة

$$\therefore \int_{-3}^3 \sqrt{9-x^2} dx = \text{مساحة النصف العلوي للدائرة}$$

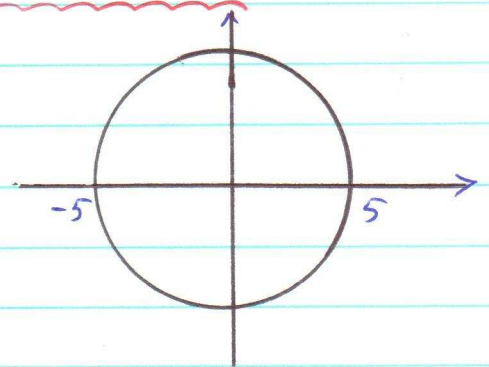
$$= \frac{1}{2} \pi (3)^2 = \frac{9\pi}{2}$$

$$(15) \int_{-5}^0 -\sqrt{25-x^2} dx$$

$$y = -\sqrt{25-x^2}$$

$$y^2 = 25 - x^2$$

$$x^2 + y^2 = 25$$



يتمثل مصدر دائرة مركزها نقطة الأصل ومقدار نصف قطرها 5 ودائرة

والدالة  $y = -\sqrt{25-x^2}$  تمثل مصدره النصف السفلي للدائرة

$$\therefore \int_{-5}^0 -\sqrt{25-x^2} dx = \text{مساحة ربع دائرة}$$

$$= -\frac{1}{4} \pi (5)^2$$

$$= \frac{-25\pi}{4}$$

$$(16) \int_0^3 \frac{dx}{(1+x)^2} = \int_0^3 (1+x)^{-2} dx = \left[ \frac{-1}{1+x} \right]_0^3$$

$$= \frac{-1}{1+3} - \frac{-1}{1+0} = \frac{3}{4}$$

$$(17) \int_e^6 \frac{dx}{x \ln x}$$

$$u = \ln x$$

$$du = \frac{dx}{x}$$

$$x=e \Rightarrow u = \ln e = 1$$

$$x=6 \Rightarrow u = \ln 6$$

$$\therefore \int_e^6 \frac{dx}{x \ln x} = \int_1^{\ln 6} \frac{du}{u} = [\ln u]_1^{\ln 6} = 0.583$$

$$(18) \int_1^e \frac{\ln^6 x}{x} dx$$

$$u = \ln x \Rightarrow du = \frac{dx}{x}$$

$$x=1 \Rightarrow u = \ln 1 = 0$$

$$x=e \Rightarrow u = \ln e = 1$$

$$\therefore \int_1^e \frac{\ln^6 x}{x} dx = \int_0^1 u^6 du = \left[ \frac{u^7}{7} \right]_0^1 = \frac{1}{7}$$

$$(19) \int_{-1}^3 \frac{x dx}{x^2+1}$$

$$u = x^2+1 \Rightarrow du = 2x dx$$

$$x=-1 \Rightarrow u = (-1)^2+1 = 2$$

$$x=3 \Rightarrow u = 3^2+1 = 10$$

$$\therefore \int_{-1}^3 \frac{x dx}{x^2+1} = \int_2^{10} \frac{x}{u} \cdot \frac{du}{2x} = \frac{1}{2} \int_2^{10} \frac{du}{u}$$

$$= \frac{1}{2} [\ln |u|]_2^{10} = \frac{1}{2} (\ln 10 - \ln 2) = 0.8$$



$$(20) \int_0^{\frac{\pi}{2}} x \sin x \, dx$$

$$\begin{array}{lcl} u = x & \swarrow & dv = \sin x \, dx \\ du = dx & \nwarrow & v = -\cos x \end{array}$$

$$= [-x \cos x]_0^{\frac{\pi}{2}} - \int_0^{\frac{\pi}{2}} -\cos x \, dx$$

$$= [-x \cos x]_0^{\frac{\pi}{2}} + [\sin x]_0^{\frac{\pi}{2}} = 1$$

$$(21) \int_0^{\pi} x \cos 3x \, dx$$

$$\begin{array}{lcl} u = x & \swarrow & dv = \cos 3x \, dx \\ du = dx & \nwarrow & v = \frac{1}{3} \sin 3x \end{array}$$

$$= \left[ \frac{1}{3} x \sin 3x \right]_0^{\pi} - \int_0^{\pi} \frac{1}{3} \sin 3x \, dx$$

$$= \left[ \frac{1}{3} x \sin 3x \right]_0^{\pi} + \left[ \frac{1}{9} \cos 3x \right]_0^{\pi} = \frac{-2}{9}$$

$$(22) \int_1^3 x^3 \ln x \, dx =$$

$$\begin{array}{lcl} u = \ln x & \swarrow & dv = x^3 \, dx \\ du = \frac{dx}{x} & \nwarrow & v = \frac{1}{4} x^4 \end{array}$$

$$= \left[ \frac{x^4}{4} \ln x \right]_1^3 - \int_1^3 \frac{x^4}{4} \cdot \frac{dx}{x}$$

$$= \left[ \frac{x^4}{4} \ln x \right]_1^3 - \int_1^3 \frac{x^3}{4} \, dx$$

$$= \left[ \frac{x^4}{4} \ln x \right]_1^3 - \left[ \frac{x^4}{16} \right]_1^3 = \frac{27}{4} \ln 3 - \frac{41}{8}$$



$$(23) \quad I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} e^{2x} \cos x \, dx$$

$$u = e^{2x} \quad dv = \cos x \, dx$$

$$du = 2e^{2x} \, dx \quad \leftarrow v = \sin x$$

$$= \left[ e^{2x} \sin x \right]_0^{\frac{\pi}{2}} - \int_0^{\frac{\pi}{2}} 2e^{2x} \sin x \, dx$$

$$= e^{\pi} - \int_0^{\frac{\pi}{2}} 2e^{2x} \sin x \, dx \quad \dots (1)$$

$$u = 2e^{2x} \quad dv = \sin x \, dx$$

$$du = 4e^{2x} \, dx \quad v = -\cos x$$

$$\therefore \int_0^{\frac{\pi}{2}} 2e^{2x} \sin x \, dx = \left[ -2e^{2x} \cos x \right]_0^{\frac{\pi}{2}} - \int_0^{\frac{\pi}{2}} (-4e^{2x} \cos x) \, dx$$

$$= 2 + 4 \int_0^{\frac{\pi}{2}} e^{2x} \cos x \, dx$$

بالسوية في ①

$$I = e^{\pi} - 2 - 4 \int_0^{\frac{\pi}{2}} e^{2x} \cos x \, dx$$

$$I = e^{\pi} - 2 - 4I$$

$$5I = e^{\pi} - 2$$

$$I = \frac{e^{\pi} - 2}{5} = 4.23$$

$$\therefore \int_0^{\frac{\pi}{2}} e^{2x} \cos x \, dx = 4.23$$

$$(24) \int_{-1}^1 \frac{4}{x^2-4} dx =$$

نوجد الكسور الجزئية للدالة الكسورية لتبسيط

$$f(x) = \frac{4}{x^2-4} = \frac{4}{(x-2)(x+2)} = \frac{A}{x-2} + \frac{B}{x+2}$$

$$4 = A(x+2) + B(x-2)$$

بوضع  $x=2$  ←

$$4 = A(4) + B(0) \Rightarrow A = 1$$

بوضع  $x=-2$  ←

$$4 = A(0) + B(-2-2) \Rightarrow B = -1$$

$$\therefore f(x) = \frac{1}{x-2} + \frac{-1}{x+2}$$

$$\therefore \int_{-1}^1 \frac{4}{x^2-4} dx = \int_{-1}^1 \left( \frac{1}{x-2} - \frac{1}{x+2} \right) dx$$

$$= \int_{-1}^1 \frac{1}{x-2} dx - \int_{-1}^1 \frac{1}{x+2} dx$$

$$= [\ln|x-2|]_{-1}^1 - [\ln|x+2|]_{-1}^1$$

$$= \ln 1 - \ln 3 - [\ln 3 - \ln 1]$$

$$= 2\ln 1 - 2\ln 3$$

(25)

$$\int_{-2}^0 \frac{5x-1}{x^2+2x-3} dx$$

نوجد الكسور الجزئية للدالة الكسورية النسبية

$$f(x) = \frac{5x-1}{x^2+2x-3} = \frac{5x-1}{(x+3)(x-1)}$$

$$= \frac{A}{x+3} + \frac{B}{x-1}$$

$$5x-1 = A(x-1) + B(x+3)$$

$$\begin{aligned} 5(1)-1 &= A(0) + B(1+3) \Rightarrow 4 = 4B \\ &\Rightarrow B = 1 \end{aligned}$$

بفرض  $x=1$

$$\begin{aligned} 5(-3)-1 &= A(-3-1) + B(0) \Rightarrow -16 = -4A \\ &\Rightarrow A = 4 \end{aligned}$$

بفرض  $x=-3$

$$\therefore f(x) = \frac{4}{x+3} + \frac{1}{x-1}$$

$$\therefore \int_{-2}^0 \frac{5x-1}{x^2+2x-3} dx = \int_{-2}^0 \frac{4}{x+3} dx + \int_{-2}^0 \frac{1}{x-1} dx$$

$$= 4 \int_{-2}^0 \frac{dx}{x+3} + \int_{-2}^0 \frac{dx}{x-1}$$

$$= 4 [\ln|x+3|]_{-2}^0 + [\ln|x-1|]_{-2}^0$$

$$= 4 [\ln 3 - \ln 1] + [\ln 1 - \ln 3]$$

$$= 4 \ln 3 - \ln 3 = 3 \ln 3$$



$$(26) \int_1^3 \frac{x^2}{(x+1)^2} dx = \int_1^3 \frac{x^2}{x^2+2x+1} dx$$

$$\begin{array}{r} x^2+2x+1 \overline{) x^2} \\ \underline{\ominus x^2 \oplus 2x \oplus 1} \\ 0 - 2x - 1 \end{array}$$

$$\frac{x^2}{(x+1)^2} = 1 + \frac{-2x-1}{(x+1)^2} = 1 + \frac{A}{(x+1)} + \frac{B}{(x+1)^2}$$

$$\therefore -2x-1 = A(x+1) + B$$

$$-2(-1)-1 = A(0)+B \Rightarrow B=1 \quad \begin{array}{l} x=-1 \text{ بدي} \\ x=0 \text{ بدي} \end{array}$$

$$-2(0)-1 = A(0+1) + 1$$

$$-1 = A+1 \Rightarrow A = -2$$

$$\therefore \int_1^3 \frac{x^2}{(x+1)^2} dx = \int_1^3 \left( 1 - \frac{2}{x+1} + \frac{1}{(x+1)^2} \right) dx$$

$$= (3-1) - 2 \left[ \ln|x+1| \right]_1^3 + \left[ \frac{-1}{x+1} \right]_1^3$$

$$= 2 - 2 [\ln 4 - \ln 2] + \frac{-1}{4} - \frac{-1}{2}$$

$$= 2 - 2 \ln \frac{4}{2} + \frac{1}{4}$$

$$= \frac{9}{2} - 2 \ln \frac{1}{2}$$