المجال الدراسي : الرياضيات
الزمن : ساعتان و45 دقيقة
عدد الصفحات : 11

وزارة التربية
الإدارة العامة لمنطقة حولي التعليمية
التوجيه الفني للرياضيات

نموذج إجابة اختبار تجريبي الفترة الدراسية الاولى للصف الثاني عشر علمي
للعام الدراسي : 2025 / 2026 م

القسم الأول – أسئلة المقال
تراعى الحلول الأخرى في جميع أسئلة المقال

السؤال الأول : (15 درجة)

(a) أوجد إن أمكن $\lim\limits_{x\to 1}\frac{|x-1|}{x^2-1}$

الحل:
عند التعويض المباشر عن $x = 1$ في البسط والمقام نحصل على صيغة غير معينة

$$f(x) = \frac{|x-1|}{x^2-1} \quad : x \neq 1$$

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{\cancel{(x-1)}}{\cancel{(x-1)}(x+1)} & : x > 1 \\ \dfrac{-\cancel{(x-1)}}{\cancel{(x-1)}(x+1)} & : x < 1 \,, x \neq -1 \end{cases} = \begin{cases} \dfrac{1}{x+1} & : x > 1 \\ \dfrac{-1}{x+1} & : x < 1 \,, x \neq -1 \end{cases}$$

$$\lim_{x\to 1^+} f(x) = \lim_{x\to 1^+}\frac{1}{x+1} = \frac{1}{2} \qquad , \lim_{x\to 1^+}(x+1) = 1+1 = 2 \neq 0$$

$$\lim_{x\to 1^-} f(x) = \lim_{x\to 1^-}\frac{-1}{x+1} = \frac{-1}{2} \qquad , \lim_{x\to 1^-}(x+1) = 1+1 = 2 \neq 0$$

$$\lim_{x\to 1^+} f(x) \neq \lim_{x\to 1^-} f(x)$$

$\lim\limits_{x\to 1} f(x)$ غير موجودة

تابع السؤال الأول :

b) إذا كانت

$$f(x)=\begin{cases} x^3+x & : x\le 0 \\ \dfrac{x^2}{x+1} & : x>0 \end{cases}$$

ادرس اتصال الدالة f عند $x=0$

الحل :

$$f(0)=0^3+0=0$$

$$\lim_{x\to 0^-} f(x)=\lim_{x\to 0^-}(x^3+x)=0^3+0=0$$

$$\lim_{x\to 0^+} f(x)=\lim_{x\to 0^+}\frac{x^2}{x+1}=\frac{0^2}{0+1}=0 \qquad , \lim_{x\to 0^+}(x+1)=0+1=1\neq 0$$

$$\lim_{x\to 0^-} f(x)=\lim_{x\to 0^+} f(x)=0$$

$$\lim_{x\to 0} f(x)=0$$

$$f(0)=\lim_{x\to 0} f(x)=0$$

الدالة f متصلة عند $x=0$

السؤال الثاني : (15 درجة)

(a) أوجد: $\lim_{x\to\infty} \frac{2x-3}{\sqrt{4x^2+2x+6}}$

الحل:

$$f(x) = \frac{2x-3}{\sqrt{4x^2+2x+6}} = \frac{x\left(2-\frac{3}{x}\right)}{\sqrt{x^2\left(4+\frac{2}{x}+\frac{6}{x^2}\right)}}$$

$$= \frac{x\left(2-\frac{3}{x}\right)}{|x|\sqrt{\left(4+\frac{2}{x}+\frac{6}{x^2}\right)}}$$

$$= \frac{\cancel{x}\left(2-\frac{3}{x}\right)}{\cancel{x}\sqrt{\left(4+\frac{2}{x}+\frac{6}{x^2}\right)}}$$

عندما $x \to \infty$ يكون : $|x| = x$

$$= \frac{2-\frac{3}{x}}{\sqrt{\left(4+\frac{2}{x}+\frac{6}{x^2}\right)}} \qquad ; x \neq 0$$

$$\lim_{x\to\infty}\left(4+\frac{2}{x}+\frac{6}{x^2}\right) = \lim_{x\to\infty} 4 + \lim_{x\to\infty}\frac{2}{x} + \lim_{x\to\infty}\frac{6}{x^2}$$

$$= 4+0+0 = 4 \ , 4 > 0$$

$$\lim_{x\to\infty}\sqrt{4+\frac{2}{x}+\frac{6}{x^2}} = \sqrt{\lim_{x\to\infty}\left(4+\frac{2}{x}+\frac{6}{x^2}\right)} = \sqrt{4} = 2 \ , \ \ 2 \neq 0$$

$$\lim_{x\to\infty}\left(2-\frac{3}{x}\right) = \lim_{x\to\infty}(2) - \lim_{x\to\infty}\left(\frac{3}{x}\right) = 2-0 = 2$$

$$\lim_{x\to\infty} f(x) = \lim_{x\to\infty}\frac{2-\frac{3}{x}}{\sqrt{\left(4+\frac{2}{x}+\frac{6}{x^2}\right)}} = \frac{\lim_{x\to\infty}\left(2-\frac{3}{x}\right)}{\lim_{x\to\infty}\sqrt{\left(4+\frac{2}{x}+\frac{6}{x^2}\right)}}$$

$$= \frac{2}{2} = 1$$

تابع السؤال الثاني :

b) أوجد معادلة المماس للمنحنى $x^2 + y^2 - 2xy = 1$

حيث $x \neq y$ عند النقطة $A(2,1)$

الحل :

$$x^2 + y^2 - 2xy = 1$$

باشتقاق طرفي المعادلة بالنسبة ل x

$$2x + 2yy' - 2(xy' + y) = 0$$

$$2x + 2yy' - 2xy' - 2y = 0$$

$$y'(2y - 2x) = 2y - 2x$$

$$y' = \frac{2y - 2x}{2y - 2x} = 1$$

ميل المماس عند $A(2,1)$

$$m = \left.\frac{dy}{dx}\right|_{(2,1)} = 1$$

معادلة المماس

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$y - 1 = 1(x - 2)$$

$$y = x - 2 + 1$$

$$y = x - 1$$

السؤال الثالث : (15 درجة)

a) لتكن الدالة f:

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 1 & : x < 1 \\ 2\sqrt{x} & : x \geq 1 \end{cases}$$

أوجد $f'(x)$ وعين مجالها

الحل :

$$D_f = (-\infty, 1) \cup [1, \infty) = R$$

$$f'(x) = \begin{cases} 2x & : x < 1 \\ \text{تبحث} & : x = 1 \\ 2\ \frac{1}{2\sqrt{x}} & : x > 1 \end{cases}$$

$$f(1) = 2\sqrt{1} = 2$$

إن وجدت $f'_-(1) = \lim_{x\to 1^-} \frac{f(x)-f(1)}{x-1}$

$$\lim_{x\to 1^-} \frac{x^2+1-2}{x-1} = \lim_{x\to 1^-} \frac{x^2-1}{x-1} = \lim_{x\to 1^-} \frac{(x-1)(x+1)}{x-1}$$

$$\lim_{x\to 1^-} (x+1) = 1 + 1 = 2$$

إن وجدت $f'_+(1) = \lim_{x\to 1^+} \frac{f(x)-f(1)}{x-1}$

$$= \lim_{x\to 1^+} \frac{2\sqrt{x}-2}{x-1} = \lim_{x\to 1^+} \frac{2(\sqrt{x}-1)}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)}$$

$$= \lim_{x\to 1^+} \frac{2}{\sqrt{x}+1} \qquad , \lim_{x\to 1^+} \sqrt{x} = \sqrt{1} = 1 , 1 > 0$$

$$= \frac{\lim_{x\to 1^+} 2}{\lim_{x\to 1^+} \left(\sqrt{x}+1\right)} = \frac{2}{2} = 1 \qquad , \lim_{x\to 1^+} (\sqrt{x}+1) = \lim_{x\to 1^+} \sqrt{x} + \lim_{x\to 1^+} 1 = 2 \neq 0$$

$f'_+(1) \neq f'_-(1) \quad \rightarrow \quad f'(1)$ غير موجودة

$$f'(x) = \begin{cases} 2x & : x > 1 \\ \frac{1}{\sqrt{x}} & : x < 1 \end{cases}$$

$$D_{f'} = R - \{1\}$$

تابع السؤال الثالث :

(b) بين أن الدالة $f(x) = x^3 - 3x + 2$ تحقق شروط نظرية القيمة المتوسطة على الفترة [0,4] ثم أوجد C الذي تتنبئ به النظرية .

الحل :

الدالة f كثيرة حدود متصلة على R

f متصلة على [0,4] وقابلة للاشتقاق على (0,4)

شروط نظرية القيمة المتوسطة محققة على الفترة [0,4]

يوجد على الأقل $c \in (0\,,4)$ بحيث

$$f'(c) = \frac{f(b) - f(a)}{b - a} = \frac{f(4) - f(0)}{4 - 0}$$
$$f(4) = 4^3 - 3(4) + 2 = 54$$
$$f(0) = 2$$
$$f'(x) = 3x^2 - 3$$
$$f'(c) = 3c^2 - 3$$
$$3c^2 - 3 = \frac{54 - 2}{4}$$
$$3c^2 - 3 = 13$$
$$3c^2 = 16 \qquad \rightarrow\ c^2 = \frac{16}{3}$$
$$c = \pm\sqrt{\frac{16}{3}} = \pm\frac{4\sqrt{3}}{3}$$
$$c = \frac{4\sqrt{3}}{3} \in (0,4) \qquad \text{أو}\ c = \frac{-4\sqrt{3}}{3} \notin (0,4)$$

قيمة c الذي تتنبئ به النظرية هي $\frac{4\sqrt{3}}{3}$

يوجد مماس لمنحنى الدالة f عند $x = \frac{4\sqrt{3}}{3}$ يوازي القاطع المار بالنقطتين $(4,54)\,,(0,2)$

السؤال الرابع : (15 درجة)

(a) ادرس تغير الدالة f : $f(x) = 1 - x^3$ ثم ارسم بيانها

الحل :

f دالة كثيرة حدود مجالها R

نوجد النهايات عند الحدود المفتوحة

$$\lim_{x\to\infty} f(x) = \lim_{x\to\infty}(-x^3) = -\infty$$

$$\lim_{x\to-\infty} f(x) = \lim_{x\to-\infty}(-x^3) = \infty$$

f دالة كثيرة حدود قابلة للإشتقاق على مجالها

$$f'(x) = -3x^2$$

نضع $f'(x) = 0$

$$-3x^2 = 0 \quad \rightarrow \quad x = 0 \quad , \; f(0) = 1$$

$(0,1)$ نقطة حرجة

نكون جدول لدراسة إشارة $f(x)$

الفترات	$(-\infty,0)$	$(0,\infty)$
إشارة f'	$- - -$	$- - -$
سلوك الدالة f	متناقصة ↘	متناقصة ↘

الدالة f متناقصة على الفترة $(0,\infty)$ ، $(-\infty,0)$

نكون جدول لدراسة المشتقة الثانية

$$f''(x) = -6x$$

نضع $f''(x) = 0$

$$-6x = 0 \quad \rightarrow \quad x = 0$$

$-\infty \qquad 0 \qquad \infty$

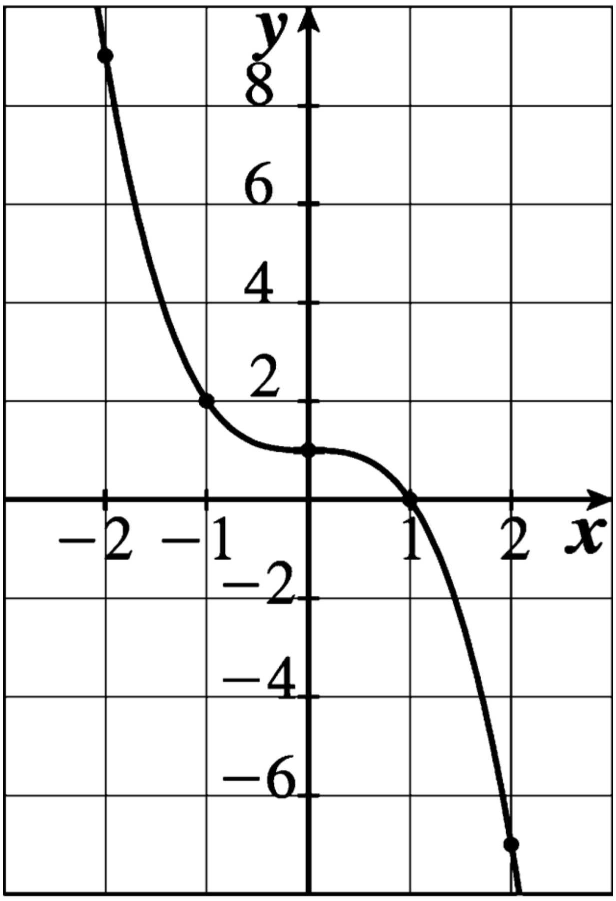
الفترات	$(-\infty,0)$	$(0,\infty)$
إشارة $f''(x)$	$+++$	$---$
التقعر	تقعر لأعلى ∪	تقعر لأسفل ∩

منحنى الدالة f مقعر لأعلى في الفترة $(-\infty,0)$

منحنى الدالة f مقعر لأسفل في الفترة $(0,\infty)$

النقطة $(0,1)$ نقطة إنعطاف

x	-2	-1	0	1	2
$f(x)$	9	2	1	0	-7



تابع السؤال الرابع:

(b) في دراسة لعدد ساعات استخدام الحاسوب أخذت عينة من 100 شخص يعملون في مختلف المجالات فوجد أن المتوسط الحسابي لعدد ساعات استخدام الحاسوب هو $\overline{x} = 4.5$ بانحراف معياري $s = 1$
اختبر صحة الفرض أن متوسط عدد الساعات للمجتمع $\mu = 5$ مقابل الفرض $\mu \neq 5$ وباختبار مستوى المعنوية $\alpha = 0.05$

الحل :

$n = 100 \quad , \overline{x} = 4.5 \quad , s = 1$

صياغة الفروض : $H : \mu = 5$ مقابل $H : \mu \neq 5$

σ غير معلومة ، $n > 30$

نستخدم المقياس الاحصائي Z

$$Z = \frac{\overline{x}-\mu}{\frac{s}{\sqrt{n}}} = \frac{4.5-5}{\frac{1}{\sqrt{100}}} = -5$$

تحديد مستوى المعنوية (α)

$\alpha = 0.05 \quad \rightarrow \quad \frac{\alpha}{2} = 0.025$

$Z_{\frac{\alpha}{2}} = 1.96$

منطقة القبول هي : $(-1.96 , 1.96)$

اتخاذ القرار الاحصائي $-5 \notin (-1.96 , 196)$

القرار : نرفض فرض العدم $\mu = 5$ ونقبل الفرض البديل $\mu \neq 5$

ثانيا: البنود الموضوعية

أولا: في البنود من (1) إلى (3) عبارات ظلل في ورقة الإجابة (a) إذا كانت العبارة صحيحة (b) إذا كانت العبارة خاطئة .

(1) إذا كان : $y = \frac{-3x^4}{4} - \frac{3x^2}{2} + 4x$ فإن $\frac{d^3y}{dx^3} = -18x$

(2) $\lim_{x\to\infty}(-3x^2 + 7x - 8) = \infty$

(3) في مجتمع إحصائي إذا كان المتوسط الحسابي $\mu = 860$ وعينة من هذا المجتمع حجمها $n = 25$ والمتوسط الحسابي $\overline{x} = 900$ والانحراف المعياري $s = 125$.
فإن المقياس الإحصائي هو : $t = 1.6$

ثانيا : في البنود من (4) إلى (10) لكل بند أربعة اختيارات واحد فقط منها صحيح ظلل في ورقة الإجابة الرمز الدال على الإجابة الصحيحة .

(4) $\lim_{x\to\infty} \frac{x^3-2x+5}{2x^4+x^2-2}$ يساوي :

$(a)\ \infty$ $(b)\ \frac{1}{2}$ $(c)\ 0$ $(d)\ -\infty$

(5) مستطيل مساحته $36cm^2$ فان أبعاده التي تعطي أصغر محيط هي

$(a)\ 9cm, 4cm$ $(b)\ 12cm, 3cm$ $(c)\ 18cm, 2cm$ $(d)\ 6cm, 6cm$

(6) $\lim_{x\to 0} \frac{5x+\sin x}{x}$ يساوي :

$(a)\ 6$ $(b)\ 9$ $(c)\ 0$ $(d)\ \infty$

(7) لتكن الدالة f : $x \neq 0\,,\ f(x) = \frac{x}{\sqrt{x-3}}$ ، الدالة g : $g(x) = x^2 + 3$

فإن : $(fog)(x)$ تساوي

$(a)\ \frac{x^2}{x+3} + 3$ $(b)\ \frac{x}{\sqrt{x-3}} + 3$ $(c)\ \frac{-(x^2+3)}{x}$ $(d)\ \frac{x^2+3}{|x|}$

---

(8) اذا كانت f دالة كثيرة حدود ، $(c\,, f(c))$ نقطة انعطاف لها فان :

$(a)\ f''(c) = 0$ $(b)\ f(c) = 0$ $(c)\ f'(c) = 0$ $(d)\ f''(c)$ غير موجودة

---

(9) إذا كانت الدالة f متصلة عند $x = -2$ وكانت : $\lim_{x\to -2}\left(x^2 + f(x)\right) = 7$

فإن : $f(-2) =$

$(a)\ 9$ $(b)\ 3$ $(c)\ 5$ $(d)\ 11$

---

(10) $\lim_{x\to -8} \frac{x+8}{\sqrt[3]{x}+2}$ يساوي :

$(a)\ 4$ $(b)\ -12$ $(c)\ 12$ $(d)\ -4$

" انتهت الأسئلة "

ورقة إجابة البنود الموضوعية

السؤال	الإجابة			
(1)	●	ⓑ		
(2)	ⓐ	●		
(3)	ⓐ	●		
(4)	ⓐ	ⓑ	●	ⓓ
(5)	ⓐ	ⓑ	ⓒ	●
(6)	●	ⓑ	ⓒ	ⓓ
(7)	ⓐ	ⓑ	ⓒ	●
(8)	●	ⓑ	ⓒ	ⓓ
(9)	ⓐ	●	ⓒ	ⓓ
(10)	ⓐ	ⓑ	●	ⓓ

لكل بند درجة واحدة فقط

$\overline{}$
10

نموذج اختبار تجريبي (٢) الفترة الدراسية الاولي للصف الثاني عشر علمي
للعام الدراسي : ٢٠٢٥/٢٠٢٦ م

القسم الأول – أسئلة المقال

أجب عن جميع أسئلة المقال موضحاً خطوات الحل في كل منها

السؤال الأول : (١٥ درجة)

(a) أوجد (٨ درجات)

$$\lim_{x\to\infty} \frac{x-2}{\sqrt{x^2+2x-4}}$$

الحل:

$$\lim_{x\to\infty} \frac{x\left(\frac{x}{x}-\frac{2}{x}\right)}{\sqrt{x^2\left(\frac{x^2}{x^2}+\frac{2x}{x^2}-\frac{4}{x^2}\right)}}$$

$$\lim_{x\to\infty} \frac{x\left(1-\frac{2}{x}\right)}{\sqrt{x^2\left(1-\frac{2}{x}+\frac{4}{x^2}\right)}}$$

$$\lim_{x\to\infty} \frac{x\left(1-\frac{2}{x}\right)}{|x|\sqrt{1-\frac{2}{x}+\frac{4}{x^2}}}$$

$$\lim_{x\to\infty} \frac{\left(1-\frac{2}{x}\right)}{\sqrt{1-\frac{2}{x}+\frac{4}{x^2}}}$$

$$\lim_{x\to\infty}\left(1-\frac{2}{x}+\frac{4}{x^2}\right) = \lim_{x\to\infty} 1 - \lim_{x\to\infty}\frac{2}{x} + \lim_{x\to\infty}\frac{4}{x^2} = 1-0+0 = 1 > 0$$

$$\sqrt{\lim_{x\to\infty}\left(1-\frac{2}{x}+\frac{4}{x^2}\right)} = \sqrt{\lim_{x\to\infty} 1 - \lim_{x\to\infty}\frac{2}{x} + \lim_{x\to\infty}\frac{4}{x^2}} = \sqrt{1} = 1 \neq 0$$

$$\lim_{x\to\infty} f(x) = \frac{\lim_{x\to\infty} 1 - \lim_{x\to\infty}\frac{2}{x}}{\sqrt{\lim_{x\to\infty} 1 - \lim_{x\to\infty}\frac{2}{x} + \lim_{x\to\infty}\frac{4}{x^2}}} = \frac{1-0}{1} = 1$$

تابع السؤال الأول :

(b) **لتكن:** $f(x) = \frac{|x|}{x+2}$, $g(x) = 2x + 3$

ابحث اتصال الدالة fog **عند** $x = 1$

الحل: (٧ درجات)

g **كثيرة حدود متصلة عند** $x = 1$

$$g(1) = 2(1) + 3 = 5$$

$$a(x) = |x| \ , \ b(x) = x + 2 \ , \ f(x) = \frac{a(x)}{b(x)}$$

a **متصلة عند** $x = 5$

b **متصلة عند** $x = 5$

شرط المقام : $b\,(5) = 5 + 2 = 7 \neq 0$

$f(x) = \frac{a(x)}{b(x)}$ **متصلة عند** $x = 5$

مما سبق نجد أن الدالة (fog) متصلة عند x=1

السؤال الثاني : (١٥ درجة)

(a) ادرس تغير الدالة f : $f(x) = 1 - x^3$ وارسم بيانها

الحل : (٩ درجات)

f دالة كثيرة الحدود مجالها R

نوجد النهايات عند الحدود المفتوحة

$$\lim_{x\to\infty} f(x) = \lim_{x\to\infty}(-x^3) = \infty$$

$$\lim_{x\to-\infty} f(x) = \lim_{x\to-\infty}(-x^3) = -\infty$$

نوجد النقاط الحرجة حيث f دالة قابلة للاشتقاق على مجالها

$$f^{/}(x) = -3x^2$$

نضع

$$f^{/}(x) = -3x^2 = 0 \to \quad x = 0$$

$$f(0) = 1 - (\,0\,)^3 = 1$$

نقطة حرجة $(0\ .\ 1)$

- نكون جدول لدراسة إشارة التغير

الدالة متناقصة على الفترة (٠ , ∞ -) و الفترة (∞ , 0)

	$-\infty$ … 0	0 … ∞
إشارة ' f	---------	---------
سلوك الدالة f	متناقصة ↘	متناقصة ↘

نكون جدول لدراسة إشارة $f^{//}$

$$f^{//}(x) = -6x = 0 \to \quad x = 0$$

$$f\,(0) = 1 - (\,0\,)^3 = 1$$

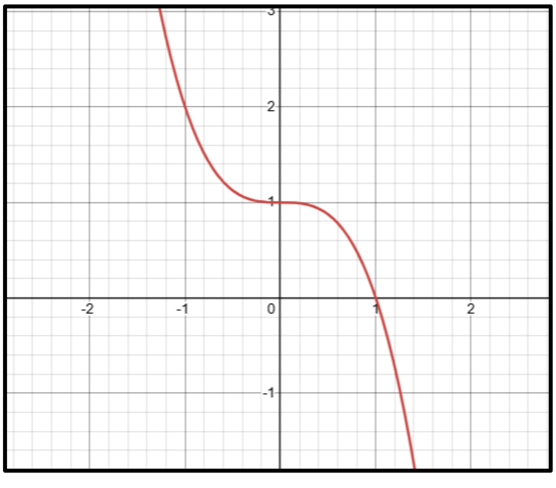
نقطة انعطاف (1 , 0)

	$-\infty$ … 0	0 … ∞
إشارة '' f	++++++	---------
التقعر	مقعّر أعلى	مقعّر لأسفل

منحنى الدالة مقعّر لأسفل على الفترة (∞ . 0) و مقعّر لأعلى (0 . ∞-)

نقاط إضافية

x	-2	-1	0	1	2
y	9	2	1	0	-7



تابع السؤال الثاني :

b) لتكن: $y^2 = x^2 - 2x$, أوجد $y^/ = \frac{dy}{dx}$

الحل : (٦ درجات)

$$y^2 = x^2 - 2x$$

نشتق طرفي المعادلة بالنسبة للمتغير x باعتبار أن y دالّة في x قابلة للاشتقاق

$$2\ y\,y^/ = 2x - 2$$

$$y^/ = \frac{2\,(x - 1)}{2\,y}$$

$$y^/ = \frac{(x - 1)}{y}$$

السؤال الثالث : (١٥ درجة)

(a) اوجد ان أمكن:

$$\lim_{x\to -7} \frac{(x+4)^2-9}{x^2+7x}$$

الحل : (٥ درجات)

عند التعويض المباشر نحصل على صيغة غير معينة

$$\lim_{x\to -7} \frac{(x+4)^2-9}{x^2+7x} = \lim_{x\to -7} \frac{(X+4-3)(X+4+3)}{X(X+7)}$$

$$= \lim_{x\to -7} \frac{(X+1)(X+7)}{X(X+7)} = \lim_{x\to -7} \frac{(X+1)}{X}$$

$$= \frac{-7+1}{-7} = \frac{6}{7}$$

شرط المقام

$$\lim_{x\to -7} X = -7 \neq 0$$

تابع السؤال الثالث :

(b) لتكن f : $f(x) = \sqrt{x^2 - 2x}$

اوجد D_f (مجال الدالة) ثم ادرس اتصال الدالة f علي $[-5, 0]$

الحل : **(٦ درجات)**

بفرض أنَ: $f\,(x) = \sqrt{g\,(x)}$

$$g\,(x) = x^2 - 2x$$

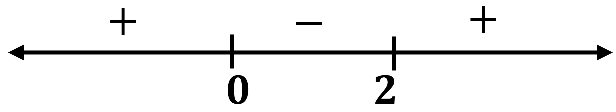
$$Df = \{\, x : g\,(x) \geq 0 \,\}$$

$$x^2 - 2x \geq 0$$

$$x^2 - 2x = 0$$

$$x\,(x - 2) = 0$$

$$x = 0 \quad or \quad x = 2$$



$$D_f = \mathcal{R} - (0\,,2)$$

لدراسة أتصال الدالة f على $[-5 . 0]$

$g\,(x) \geq 0 \quad : \quad \forall\ x \in \mathcal{R} - (0\,,2)$

$[-5 . 0]$ مجموعة جزئية من $\mathcal{R} - (0\,,2)$

$g\,(x) \geq 0 \quad : \quad \forall\ x \in [-5 . 0]$

$g\,(x)$ **متصلة** $[-5 . 0]$

$f\,(x)$ **متصلة** $[-5 . 0]$

(c) أوجد ميل مماس منحني الدالة $y = sin^5 x$ عند $x = \frac{\pi}{3}$

الحل: **٤ درجات**

$$y = (\ sin\, x\ )^5$$

$$\frac{dy}{dx} = 5\,(\ sin\, x\ )^4 \,.\,(\cos x)$$

$$\frac{dy}{dx} = 5\left(\ sin\,\frac{\pi}{3}\right)^4 \,.\,\left(\cos\frac{\pi}{3}\right)$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{45}{32}$$

السؤال الرابع : (١٥ درجة)

(a) لتكن f:

$$f(x)=\begin{cases} x^2+1 & : \quad x\le 2 \\ 4x-3 & : \quad x>2 \end{cases}$$ دالة متصلة علي مجالها

اوجد $f^{/}(x)$ ان امكن

الحل : ٩ درجات

$$D_f = (-\infty\ .\ 2] \cup (2\ .\ \infty) = R$$

$$f^{/(x)} = \begin{cases} 2x & : \quad x<2 \\ \text{تبحث} & : \quad x=2 \\ 4 & : \quad x<2 \end{cases}$$

$$f(1) = (2)^2 + 1 = 5$$

$$f^{/}_{+}(2) = \lim_{x\to 2^+} \frac{f(x)-f(2)}{x-2} = \lim_{x\to 2^+} \frac{4x-3-5}{x-2} = \lim_{x\to 2^+} \frac{4x-8}{x-2}$$

$$= \lim_{x\to 2^+} \frac{4\cancel{(x-2)}}{\cancel{x-2}} = 4$$

$$f^{/}_{-}(2) = \lim_{x\to 2^-} \frac{f(x)-f(2)}{x-2} = \lim_{x\to 2^-} \frac{x^2+1-5}{x-2} = \lim_{x\to 2^-} \frac{x^2-4}{x-2} = \lim_{x\to 2^-} \frac{\cancel{(x-2)}(x+2)}{\cancel{x-2}}$$

$$= \lim_{x\to 2^-} x+2 = 2+2 = 4$$

$$f^{/}_{-}(2) = f^{/}_{+}(2) = 4$$

$$f^{/}(x) = \begin{cases} 2x & : \quad x<2 \\ 4 & : \quad x=2 \\ 4 & : \quad x<2 \end{cases}$$

$$f^{/}(x) = \begin{cases} 2x & : \quad x<2 \\ 4 & : \quad x\le 2 \end{cases}$$

تابع السؤال الرابع:

(b) أوجد فترة ثقة 95% للمتوسط الحسابي للمجتمع الاحصائي μ علما بان العينه اخذت من مجتمع طبيعي اذا كان لدينا $n = 13$, $s = 0.3$, $\bar{x} = 8.4$

الحل : **(٦ درجات)**

σ^2 غير معلوم , $n \leq 30$

نستخدم توزيع t

$n = 13$

درجات الحرية : $n\text{-}1 = 13\text{-}1 = 12$

مستوي الثقة $\alpha\text{-}1 = 95\%$

$$1\text{-}\alpha = 0.95 \rightarrow \alpha = 0.05 \rightarrow \frac{\alpha}{2} = 0.025$$

من جدول t :

$$t_{\frac{\alpha}{2}} = 2.179$$

هامش الخطأ:

$$E = t_{\frac{\alpha}{2}} \times \frac{s}{\sqrt{n}} = 2.179 \times \frac{0.3}{\sqrt{13}} = 0.18$$

فترة الثقة:

$$(\bar{x}\text{-}E \ , \bar{x} + E)$$

$$(8.4\text{-}0.18 \, , 8.4 + 0.18) = (8.22 \, , 8.58)$$

ثانيا: البنود الموضوعية

أولا: في البنود من (١) إلى (٣) عبارات ظلل ⓐ إذا كانت العبارة صحيحة
ⓑ إذا كانت العبارة خاطئة .

(١) $\lim\limits_{x\to 1^-}(2x-|x|+2)=3$ ⓑ ⓐ

---

(٢) $\lim\limits_{x\to 0}\frac{1-sinx}{cos^2x}=0$ ⓑ ⓐ

---

(٣) إذا كان لمنحني الدالة f نقطة انعطاف هي $(c, f(c))$ فإن $f''(c)=0$

ⓑ ⓐ

ثانيا : في البنود من (٤) إلى (١٠) لكل بند أربعة اختيارات واحد فقط منها صحيح ظلل في ورقة الإجابة الرمز الدال على الإجابة الصحيحة .

---

(٤) إذا كانت $f(x)=(1+6x)^{\frac{2}{3}}$ فإن f'' تساوي:

ⓐ $8(1+6x)^{-\frac{4}{3}}$

ⓑ $\frac{8}{27}(1+6x)^{-\frac{4}{3}}$

ⓒ $-64(1+6x)^{-\frac{4}{3}}$

ⓓ $-8(1+6x)^{-\frac{4}{3}}$

---

(٥) إن الدالة f : $f(x)=x+\sqrt{x^2}+2$

ⓓ غير متصلة ⓒ مماس عمودي ⓑ ركن ⓐ ناب

---

(٦) الدالة $f(x) = \frac{2x-1}{\sqrt{25-x^2}}$ متصلة على :

ⓐ $(-\infty , \frac{1}{2})$ ⓑ $(5 , \infty)$ ⓒ $(-5 , 5)$ ⓓ R

---

(٧) إذا كانت g متصلة عند $x = 2$ فإن الدالة المتصلة عند $x = 2$ فيما يلي هي $f(x)$ تساوي :

ⓐ $\frac{1}{g(x)}$

ⓑ $\sqrt{g(x)}$

ⓒ $\frac{g(x)}{x-2}$

ⓓ $|g(x)|$

---

(٨) مستطيل مساحته $36\ cm^2$ فإن أبعاده التي تعطي أصغر محيط هي:

ⓐ $18\ cm , 2\ cm$ ⓑ $6\ cm , 6\ cm$ ⓒ $12\ cm , 3\ cm$ ⓓ $9\ cm , 4\ cm$

---

(٩) إذا كانت $f(x) = 3x + x\tan x$ فإن $f'(0)$ يساوي:

ⓐ −3 ⓑ 0 ⓒ 1 ⓓ 3

---

(١٠) تتقارب قيمتي z, t المتناظرة في جدول التوزيع الطبيعي المعياري إذا زادت درجات الحرية عن

ⓐ 29 ⓑ 28 ⓒ 27 ⓓ 26

" انتهت الأسئلة "

ورقة إجابة البنود الموضوعية

السؤال	الإجابة			
(١)	**ⓐ**	ⓑ		
(٢)	ⓐ	**ⓑ**		
(٣)	ⓐ	**ⓑ**		
(٤)	ⓐ	ⓑ	ⓒ	**ⓓ**
(٥)	ⓐ	**ⓑ**	ⓒ	ⓓ
(٦)	ⓐ	ⓑ	**ⓒ**	ⓓ
(٧)	ⓐ	ⓑ	ⓒ	**ⓓ**
(٨)	ⓐ	**ⓑ**	ⓒ	ⓓ
(٩)	ⓐ	ⓑ	ⓒ	**ⓓ**
(١٠)	**ⓐ**	ⓑ	ⓒ	ⓓ

لكل بند درجة واحدة فقط

١٠

نموذج (3) إجابة اختبار تجريبي الفترة الدراسية الأولى للصف الثاني عشر علمي
للعام الدراسي : 2026/2025 م

القسم الأول – أسئلة المقال

تراعى الحلول الأخرى في جميع أسئلة المقال

السؤال الأول : (15 درجة)

(a) أوجد :

$$\lim_{x\to 0}\frac{(2+x)^3-8}{x}$$

الحل:

عند التعويض المباشر عن x بـ 0 في كل من البسط والمقام نحصل على صيغة غيرمعينة

$$\frac{(2+x)^3-8}{x} = \frac{(2+x-2)((2+x)^2+2(2+x)+(2)^2)}{x}$$

x عامل صفري مشترك بين البسط والمقام

$$= \frac{\cancel{x}(4+4x+x^2+4+2x+4)}{\cancel{x}}$$

$$= x^2+6x+12 \qquad , x\neq 0$$

$$\lim_{x\to 0}\frac{(2+x)^3-8}{x} = \lim_{x\to 0}(x^2+6x+12)$$

$$=(0)^2+6(0)+12=12$$

تابع السؤال الأول :

(b) أوجد :

$$\lim_{x\to\infty} \frac{\sqrt{2x^2-x}}{x+1}$$

الحل :

$$\frac{\sqrt{2x^2-x}}{x+1} = \frac{\sqrt{x^2(2-\frac{1}{x})}}{x\left(1+\frac{1}{x}\right)} = \frac{|x|\sqrt{2-\frac{1}{x}}}{x\left(1+\frac{1}{x}\right)} = \frac{x\sqrt{2-\frac{1}{x}}}{x\left(1+\frac{1}{x}\right)}$$

$$= \frac{\sqrt{2-\frac{1}{x}}}{\left(1+\frac{1}{x}\right)}$$

$$x \to \infty \qquad \to x \neq 0 \qquad |x| = x$$

التحقق من أن نهاية ما تحت الجذر أكبر من 0

$$\lim_{x\to\infty} (2-\frac{1}{x}) = \lim_{x\to\infty} 2 - \lim_{x\to\infty} \frac{1}{x} = 2 - 0 = 2 > 0$$

التحقق من أن نهاية المقام $\neq 0$

$$\lim_{x\to\infty} (1+\frac{1}{x}) \lim_{x\to\infty} 1 + \lim_{x\to\infty} \frac{1}{x} = 1 + 0 = 1 = 1 + 0 = 1 \neq 0$$

$$\lim_{x\to\infty} \frac{\sqrt{2x^2-x}}{x+1} = \frac{\lim_{x\to\infty}\left(\sqrt{2-\frac{1}{x}}\right)}{\lim_{x\to\infty}\left(1+\frac{1}{x}\right)}$$

$$= \frac{\sqrt{\lim_{x\to\infty}\left(2-\frac{1}{x}\right)}}{\lim_{x\to\infty}\left(1+\frac{1}{x}\right)}$$

$$= \frac{\sqrt{2}}{1} = \sqrt{2}$$

السؤال الثاني : (15 درجة)

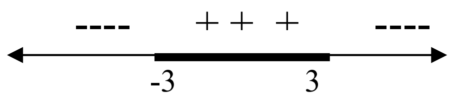
(a) لتكن : $f(x)=\sqrt{9-x^2}$

ادرس اتصال الدالة f على $[-3,3]$

الحل :

نفرض أن $f(x)=\sqrt{g(x)}, g(x)=9-x^2$

$D_f=\{x: g(x)\geq 0\}$
$9-x^2\geq 0$
$9-x^2=0$ المعادلة المناظرة
$(3-x)(3+x)=0$
$x=3, x=-3$



∴ مجال الدالة f هو $[-3,3]$

لدراسة اتصال الدالة f على $[-3,3]$ حيث $f(x)=\sqrt{9-x^2}$

$g(x)\geq 0 \quad \forall x\in[-3,3]$ (1)

$g(x)=9-x^2$ متصلة على $[-3,3]$ (2)

من (1) و (2)

∴ f متصلة على $[-3,3]$

تابع السؤال الثاني :

b) لتكن الدالة f

$$f(x)=\begin{cases} x^2+x & : \quad x\le -1 \\ x^2-x-2 & : \quad x>-1 \end{cases}$$

أوجد إن أمكن $f'(-1)$

الحل :

$f(-1)=(-1)^2+-1$

$f(-1)=0$

$$f'_-(-1)=\lim_{x\to -1^-}\frac{f(x)-f(-1)}{x-(-1)}$$ (إن وجدت)

$$=\lim_{x\to -1^-}\frac{x^2+x-0}{x+1}$$

$$=\lim_{x\to -1^-}\frac{x\cancel{(x+1)}}{\cancel{x+1}}=\lim_{x\to -1^-}x \qquad x\neq -1$$

$$=-1$$

$$f'_+(-1)=\lim_{x\to -1^+}\frac{f(x)-f(-1)}{x-(-1)}$$ (إن وجدت)

$$=\lim_{x\to -1^+}\frac{x^2-x-2-0}{x+1}$$

$$=\lim_{x\to -1^+}\frac{(x-2)\cancel{(x+1)}}{\cancel{(x+1)}}=\lim_{x\to -1^+}(x-2)=-1-2=-3 \qquad x\neq -1$$

$$\because f'_-(-1)\neq f'_+(-1)$$

$\therefore f'(-1)$ غير موجودة

السؤال الثالث : (15 درجة)

(a) لتكن $y = u^3 - 3u + 1 \ , u = 5x^2 + 2$

أوجد $\frac{dy}{dx}$ بإستخدام قاعدة التسلسل .

الحل :

$$\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{du} . \frac{du}{dx}$$

مشتقة بدلالة u

$$\frac{dy}{du} = 3u^2 - 3$$

مشتقة بدلالة x

$$\frac{dy}{dx} = 10x$$

قاعدة التسلسل

$$\frac{dy}{dx} = (3u^2 - 3) \times (10x)$$

تعويض

$$\frac{dy}{dx} = (3(5x^2 + 2)^2 - 3) \times (10x)$$

$$= 750x^5 + 600x^3 + 90x$$

تابع السؤال الثالث :

(b) ادرس تغير الدالة f : $f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 1$

وارسم بيانها .

الحل :

f دالة كثيرة الحدود مجالها $\mathbb{R}$

نوجد النهايات عند الحدود المفتوحة.

$$\lim_{x \to -\infty} f(x) = \lim_{x \to -\infty} (2x^3) = -\infty$$

$$\lim_{x \to \infty} f(x) = \lim_{x \to \infty} (2x^3) = +\infty$$

نوجد النقاط الحرجة للدالة

f دالة كثيرة الحدود قابلة للاشتقاق على مجالها .

$$f'(x) = 6x^2 + 6x$$

نضع : $f'(x) = 0$

$$6x^2 + 6x = 0$$

$$6x(x+1) = 0 \Rightarrow x = 0 \quad , \quad x = -1$$

$$f(0) = -1 \; , \; f(-1) = 0$$

$(0,-1), (-1,0)$ نقطتان حرجتان.

نكون جدول لدراسة إشارة f'

الفترات	$(-\infty,-1)$	$(-1,0)$	$(0,\infty)$
إشارة f'	+++	---	++
سلوك الدالة f	متزايد ↗	متناقص ↘	متزايدة ↗

الدالة متزايدة على الفترة $(-\infty,-1)$ و الفترة $(0,\infty)$ ومتناقصة على الفترة (-1,0)

نكون جدول لدراسة إشارة f''

$$f''(x) = 12x + 6$$

$$f''(x) = 0$$

$$12x + 6 = 0$$

$$x = \frac{-1}{2}$$

$$f(\frac{-1}{2}) = \frac{-1}{2}$$

-∞ ... $\frac{-1}{2}$ ... ∞

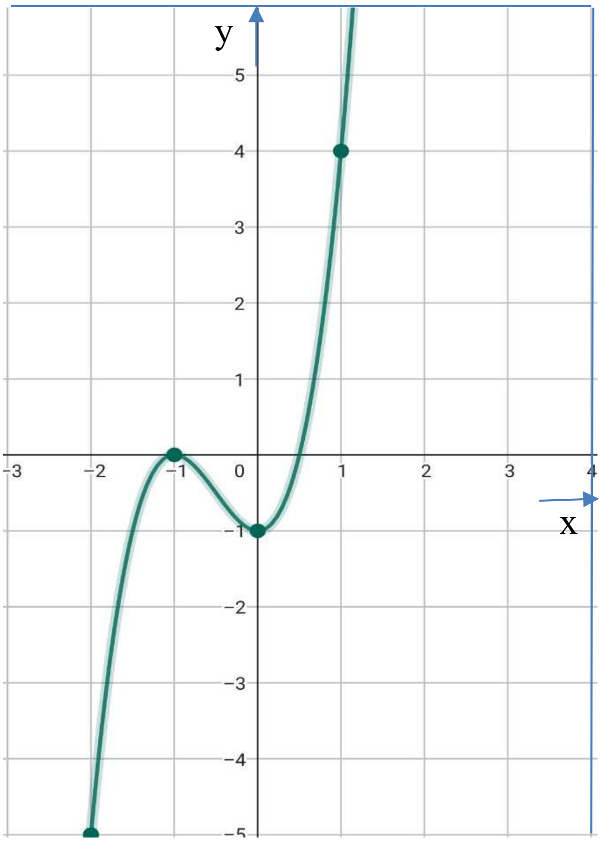
الفترات	$(-\infty,-\frac{1}{2})$	$(-\frac{1}{2},\infty)$
إشارة f''	---	+++
التقعر	∩ تقعر لاسفل	U تقعر لأعلى

منحنى الدالة مقعر للأعلى على الفترة $(\frac{-1}{2},\infty)$ ومقعر للأسفل على الفترة $(-\infty,\frac{-1}{2})$ والنقطة $(\frac{-1}{2},\frac{-1}{2})$ هي نقطة انعطاف.

x	-2	-1	$\frac{-1}{2}$	0	1
	-5	0	$\frac{-1}{2}$	-1	4

نقاط إضافية

$f'(x)$					



<u>السؤال الرابع :</u> (15 درجة)

(a) أوجد عددين مجموعهما 14 وناتج ضربهما أكبر ما يمكن .

<u>الحل :</u>

نفرض أن أحد العددين هو x حيث $0 < x < 14$

$\therefore$ العدد الاخر هو

$14 - x$

ناتج ضربهما هو : $g(x)=x(14-x)$

$g(x) = 14x - x^2$

$g'(x) = 14 - 2x$

$g'(x) = 0$

$14 - 2x = 0 \rightarrow 14 = 2x \rightarrow x = 7$

توجد نقطة حرجة $(7. g(7))$

$g''(x) = 0 - 2 = -2 < 0$

$g(7)$ قيمة عظمى مطلقة عند $x = 7$

∴العدد الأول هو $x = 7$

∴العدد الثاني هو $14 - 7 = 7$

7, 7

∴العددان هما

تابع السؤال الرابع:

(b) أخذت عينة عشوائية من مجتمع طبيعي حجمها $n = 81$ ومتوسطها الحسابي $\bar{x} = 50$

وانحرافها المعياري $s = 9$ بإستخدام مستوى ثقة 95%

(1)

أوجد هامش الخطأ .

(2) أوجد فترة الثقة للمتوسط الحسابي للمجتمع الاخصائي .

الحل :

(1)

$n = 81$ $\quad \overline{x} = 50$ $\quad S = 9$

∵ مستوى الثقة 95% ∴ القيمة الحرجة $Z_{\frac{\alpha}{2}} = 1.96$

σ غير معلومة n >30

هامش الخطأ :

$$E = Z_{\frac{\alpha}{2}} . \frac{s}{\sqrt{n}} = 1.96 \times \frac{9}{\sqrt{81}} = 1.96$$

(2) فترة الثقة :

$$(\overline{x} - E, \overline{x} + E) = (50 - 1.96, 50 + 1.96)$$
$$= (48.04 \ , \ 51.96)$$

ثانيا: البنود الموضوعية

أولا: في البنود من (1) إلى (3) عبارات ظلل ⓐ إذا كانت العبارة صحيحة

ⓑ إذا كانت العبارة خاطئة .

(1) $\lim\limits_{x \to 0} \frac{1-\sin x}{\cos^2 x} = 0$

(2) $\lim\limits_{x \to \infty} \frac{2x - 1}{|x| - 3} = 2$

(3) متوسط عمر الإطارات في أحد المصانع $\mu = 25000$ في دراسة لعينة عشوائية تبين أن المتوسط الحسابي هو $\bar{x} = 27000$ مع انحراف معياري $S = 5000$ إذا كان المقياس الاحصائي $t = 2$ فإن حجم العينة $n = 25$

ثانيا : في البنود من (4) إلى (10) لكل بند أربعة اختيارات واحد فقط منها صحيح ظلل في ورقة الإجابة الرمز الدال على الإجابة الصحيحة .

(4) اذا كان القرار رفض العدم، وفترة الثقة $(-1.96, 1.96)$ فإن قيمة الاختبار Z ممكن أن تكون

ⓐ 1.5

ⓑ -2.5

ⓒ -1.5

ⓓ 1.87

(5) اذا كانت $f(x) = (1+6x)^{\frac{2}{3}}$ فإن $f''(x)$ تساوي

ⓐ $\frac{8}{27}(1+6x)^{\frac{-4}{3}}$

ⓑ $8(1+6x)^{\frac{-4}{3}}$

ⓒ $-8(1+6x)^{\frac{-4}{3}}$

ⓓ $-64(1+6x)^{\frac{-4}{3}}$

(6) عدد النقاط الحرجة للدالة $y = 3x^3 - 9x - 4$ على الفترة $(0,2)$ هو

ⓐ **3** ⓑ **2** ⓒ **1** ⓓ **0**

(7) اذا كانت $r = \tan(2-\theta)$ فان $\frac{dr}{d\theta}$ تساوي

ⓐ $\sec^2(2-\theta)$

ⓑ $-\sec^2(2-\theta)$

ⓒ $\sec^2(\theta+2)$

ⓓ $\sec(2-\theta)$

---

(8) للدالة f : $f(x) = \sqrt[3]{x-1}$ مماس رأسي معادلته

ⓐ x=0 ⓑ y=0 ⓒ x=1 ⓓ y=1

---

(9) الدالة g: $g(x) = \begin{cases} \frac{x^2-1}{x-1} & : x > 1 \\ 3x & : x \le 1 \end{cases}$ متصلة على

ⓐ $(-\infty, 1], (1, \infty)$

ⓑ $(-\infty, 1), [1, \infty)$

ⓒ $(-\infty, \infty)$

ⓓ $[-\infty, 3]$

---

(10) اذا كانت g دالة متصلة عند $x = a$ ، $a \in \mathbb{Z}$ وكانت

$$g(x) = \begin{cases} x+1 & : x > a \\ 3-x & : x \le a \end{cases} \Rightarrow a =$$

ⓐ -1 ⓑ 1 ⓒ 0 ⓓ 2

" انتهت الأسئلة "

<u>ورقة إجابة البنود الموضوعية</u>

السؤال	الإجابة			
(1)	ⓐ	**ⓑ**		
(2)	**ⓐ**	ⓑ		
(3)	**ⓐ**	ⓑ		
(4)	ⓐ	**ⓑ**	ⓒ	ⓓ
(5)	ⓐ	ⓑ	**ⓒ**	ⓓ
(6)	ⓐ	ⓑ	**ⓒ**	ⓓ
(7)	ⓐ	**ⓑ**	ⓒ	ⓓ
(8)	ⓐ	ⓑ	**ⓒ**	ⓓ
(9)	**ⓐ**	ⓑ	ⓒ	ⓓ
(10)	ⓐ	**ⓑ**	ⓒ	ⓓ

لكل بند درجة واحدة فقط

10

وزارة التربية
الإدارة العامة لمنطقة حولي التعليمية
التوجيه الفني للرياضيات

نموذج (٤)

المجال الدراسي : الرياضيات
الزمن : ساعتان و ٤٥ دقيقة
عدد الصفحات : 11

نموذج إجابة اختبار تجريبي الفترة الدراسية الأولى للصف الثاني عشر علمي
للعام الدراسي : ٢٠٢٥/٢٠٢٦ م

القسم الأول – أسئلة المقال
تراعى الحلول الأخرى في جميع أسئلة المقال

السؤال الأول : (١٥ درجة)

أوجد :

$$\lim_{x\to\infty}\frac{x-2}{\sqrt{x^2+2x-4}}$$

الحل:

بفرض أن $f(x)=\frac{x-2}{\sqrt{x^2+2x-4}}$

$$f(x)=\frac{x-2}{\sqrt{x^2+2x-4}}=\frac{x(1-\frac{2}{x})}{\sqrt{x^2(1+\frac{2}{x}-\frac{4}{x^2})}}=\frac{x(1-\frac{2}{x})}{|x|\sqrt{(1+\frac{2}{x}-\frac{4}{x^2})}}$$

عندما $x>0$ يكون $|x|=$x

$$=\frac{x(1-\frac{2}{x})}{x\sqrt{(1+\frac{2}{x}-\frac{4}{x^2})}}$$

بشرط $x\neq 0$

$$=\frac{(1-\frac{2}{x})}{\sqrt{(1+\frac{2}{x}-\frac{4}{x^2})}}$$

$$\because \lim_{x\to\infty}\left(1+\frac{2}{x}-\frac{4}{x^2}\right)=\lim_{x\to\infty}1+\lim_{x\to\infty}\frac{2}{x}-\lim_{x\to\infty}\frac{4}{x^2}$$

$$=1+0-0=1 \quad ,1>0$$

$$\therefore \lim_{x\to\infty}\sqrt{\left(1+\frac{2}{x}-\frac{4}{x^2}\right)}=\sqrt{\lim_{x\to\infty}\left(1+\frac{2}{x}-\frac{4}{x^2}\right)}=\sqrt{1}=1 \quad ,1\neq 0$$

$$\therefore \lim_{x\to\infty}(1-\frac{2}{x})=\lim_{x\to\infty}1-\lim_{x\to\infty}\frac{2}{x}=1-0=1$$

$$\therefore \lim_{x\to\infty}f(x)=\lim_{x\to\infty}\frac{(1-\frac{2}{x})}{\sqrt{(1+\frac{2}{x}-\frac{4}{x^2})}}=\frac{\lim_{x\to\infty}(1-\frac{2}{x})}{\lim_{x\to\infty}\sqrt{\left(1+\frac{2}{x}-\frac{4}{x^2}\right)}}=\frac{1}{1}=1$$

تابع السؤال الأول :

(b) أوجد معادلة المماس عند النقطة $\left(1,\frac{2}{3}\right)$ لمنحنى الدالة f حيث

$$f(x)=\frac{x^3+1}{x^2+2}$$

الحل : نوجد f' عند $x=1$

$$\acute{f}(x)=\frac{(x^2+2)(x^3+1)'-(x^3+1)(x^2+2)'}{(x^2+2)^2}$$

$$\acute{f}(x)=\frac{(x^2+2)(3x^2)-(x^3+1)(2x)}{(x^2+2)^2}$$

$$\acute{f}(1)=\frac{(1^2+2)(3(1)^2)-(1^3+1)(2(1))}{(1^2+2)^2}=\frac{5}{9}$$

$$y-f(a)=\acute{f}(a)(x-a)$$

$$y-f(1)=\acute{f}(1)(x-1)$$

$$y-\frac{2}{3}=\frac{5}{9}(x-1)$$

$$y=\frac{5}{9}x-\frac{5}{9}+\frac{2}{3}$$

$$y=\frac{5}{9}x+\frac{1}{9}$$

السؤال الثاني : (١٥ درجة)

(a) (لتكن الدالة : $f(x) = x^3 - 12x - 4$ أوجد كلا

(a) النقاط الحرجة للدالة .

(b) الفترات التي تكون الدالة f متزايدة أ متناقصة عليها .

(c) القيم القصوى المحلية .

الحل :

$\because$ f حدود كثيرة دالة

$\therefore$ f متصلة وقابلة للاشتقاق عند كل x : $x \in R$

نوجد النقاط الحرجة

$$f'(x) = 3x^2 - 12$$
$$f'(x) = 0 \to 3x^2 - 12 = 0$$
$$3(x-2)(x+2) = 0 \to x = 2\,, x = -2$$

$\therefore$ النقاط الحرجة هي : $(-2,12), (2,-20)$

(b) نكون الجدول لدراسة إشارة f'

-∞ -2 2 ∞

الفترات	(-∞,-2)	(-2,2)	(2,∞)
إشارة f'	+++	---	+++
سلوك الدالة f	متزايدة ↗	متناقصة ↘	متزايدة ↗

نلاحظ من الجدول : الدالة متزايدة على الفترة (-∞,-2) والفترة (2,∞) ومتناقصة على الفترة (-2,2)

(c) القيمة الصغرى المحلية عند $x = 2$ هي $f(2) = -20$

والقيمة العظمى المحلية عند $x = -2$ هي $f(-2) = 12$

تابع السؤال الثاني :

b) لتكن $f(x) = x^2 + 5$, $g(x) = \sqrt{x}$

ابحث اتصال الدالة $g \circ f$ عند $x = -2$

الحل :

f دالة متصلة عند $x = -2$ .... (1)

$$f(-2) = (-2)^2 + 5 = 9$$

$g(x) = \sqrt{x}$, متصلة عند كل $x \in R^+$

$\therefore g$ دالة متصلة عند $x = 9$

أي أن g دالة متصلة عند $x = f(-2)$ ……………..(2)

من (١) , (٢) نجد أن :

$(g \circ f)$ متصلة عند $x = -2$

السؤال الثالث : **(١٥ درجة)**

(a) أوجد : $\frac{dy}{dx}$ حيث: $y = x + x^2y^5$

الحل :

$$\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{dx}(x) + d\frac{(x^2y^5)}{dx}$$

$$y^{\backslash} = 1 + y^5\frac{d}{dx}(x^2) + x^2\frac{d}{dx}(y^5)$$

$$y^{\backslash} = 1 + 2xy^5 + 5x^2y^4y^{\backslash}$$

$$y^{\backslash} - 5x^2y^4y^{\backslash} = 1 + 2xy^5$$

$$y^{\backslash}(1 - 5x^2y^4) = 1 + 2xy^5$$

$$y^{\backslash} = \frac{1 + 2xy^5}{1 - 5x^2y^4}$$

تابع السؤال الثالث :

(b) لتكن f :

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-9}{x-3} & : x > 3 \\ 7 & : x \le 3 \end{cases}$$

ابحث اتصال الدالة f عند $x = 3$

الحل :

$$f(3) = 7$$

$$\lim_{x \to 3^-} f(x) = \lim_{x \to 3^-} 7 = 7$$

$$\lim_{x \to 3^+} f(x) = \lim_{x \to 3^+} \frac{x^2 - 9}{x - 3}$$

$$= \lim_{x \to 3^+} \frac{(x-3)(x+3)}{x-3}$$

$$= \lim_{x \to 3^+} (x+3) = 3 + 3 = 6$$

$$\because \lim_{x \to 3^-} f(x) \neq \lim_{x \to 3^+} f(x)$$

$\therefore \lim_{x \to 3} f(x)$ ليست موجودة

$\therefore$ الدالة f ليست متصلة عند $x = 3$

السؤال الرابع : (١٥ درجة)

أوجد عددين موجبين مجموعهما ٢٠ وناتج ضربهما أكبر ما يمكن

الحل :

بفرض أن أحد العدد x حيث $0 < x < 20$

$\because$ العدد الآخر هو $20 - x$

$\therefore$ حاصل ضربهما هو :

$$f(x) = x(20 - x)$$

$$f(x) = 20x - x^2$$

$$f'(x) = 20 - 2x$$

بوضع $f'(x) = 0$

$\because \quad 20 - 2x = 0$

$$x = 10$$

$\therefore$ توجد نقطة حرجة عند $x = 10$

$$f''(10) = -2$$

$$f''(10) = -2, \qquad -2 < 0$$

$\therefore$ توجد قيمة عظمى مطلقة عند $x = 10$

$\therefore$ العدد الأول هو: $x = 10$

العدد الثاني هو: $20 - x = 20 - 10 = 10$

$\therefore$ العددان هما ١٠ و ١٠

تابع السؤال الرابع:

(b)

إذا كانت: $s = 7$ ، $\bar{x} = 40$ ، $n = 20$

إختبر الفرض بأن $\mu = 35$ عند مستوى المعنوية $\alpha = 0.05$

الحل :

$$n = 20 \;, \quad \bar{x} \quad , s = 7$$

(١) صياغة الفروض

$H_0: \mu = 35$ مقابل $H_1: \mu \neq 35$

(٢) $\because \sigma$ غير معلومة ، $n < 30$

نستخدم المقياس الإحصائي t:

$$t = \frac{\bar{x} - \mu}{\frac{s}{\sqrt{n}}}$$

$$t = \frac{40 - 35}{\frac{7}{\sqrt{20}}} \approx 3.194$$

(٣) $\because n = 20$ درجات الحرية $= n - 1$

$$= 20 - 1 = 19$$

مستوى المعنوية α: $\because \alpha = 0.05 \rightarrow \frac{\alpha}{2} = 0.025$

من جدول توزيع t: $\therefore t_{\frac{\alpha}{2}} = 2.093$

(٤) منطقة القبول هي : (-2.093,2.093)

(٥) إتخاذ القرار الإحصائي : $\because 3.194 \notin (-2.093, 2.093)$

$\therefore$ القرار نرفض فرض العدم $\mu = 35$ ونقبل فرض البديل $\mu \neq 35$

ثانيا: البنود الموضوعية

أولا: في البنود من (١) إلى (٣) عبارات ظلل ⓐ **إذا كانت العبارة صحيحة**
ⓑ **إذا كانت العبارة خاطئة .**

(١) $$\lim_{x\to-\infty}\frac{3x-7}{\sqrt{4x^2-8x+5}}=\frac{3}{2}$$

(٢) اذا كانت f دالة متصلة عند على كل من $[3,5]$, $(1,3]$ فان f متصلة على $[1,5]$

(٣) ميل مماس منحنى الدالة f عند النقطة $\big(c, f(c)\big)$ هو $\frac{f(c+h)-f(c)}{h}$

ثانيا : في البنود من (٤) إلى (١٠) لكل بند أربعة اختيارات واحد فقط منها صحيح ظلل في ورقة الإجابة الرمز الدال على الإجابة الصحيحة .

(٤) مستطيل مساحته $36\ cm^2$ فان أبعاده التي تعطي أصغر محيط هي:

ⓐ $6\ cm, 6cm$ ⓑ $12\ cm, 3cm$

ⓒ $9\ cm, 4cm$ ⓓ $18\ cm, 2\ cm$

(٥) $$\lim_{x\to0}\frac{tan\ 2x}{sin\ x}=$$

ⓐ ٢ ⓑ -2 ⓒ ٠ ⓓ ∞

(٦) للدالة f : $f(x)=\sqrt[3]{x-1}$ مماس رأسي معادلته:

ⓐ $x=0$ ⓑ $y=0$ ⓒ $x=1$ ⓓ $y=1$

(٧) نقاط انفصال الدالة f : $f(x) = \frac{-x+2}{x^2+9}$ عند :

ⓐ $x = 3$ ⓑ $x = -3$

ⓒ $x = 2$ ⓓ لا يوجد نقاط انفصال

---

(٨) أي من منحنيات الدوال التالية يكون مقعرا لأسفل في $(-1,1)$:

ⓐ $f(x) = x^2$ ⓑ $f(x) = x|x|$ ⓒ $f(x) = -x^3$ ⓓ $f(x) = -x^2$

---

(٩) اذا كانت $y = \frac{x^2+5x-1}{x^2}$ فان $\left.\frac{dy}{ax}\right|_{x=1}$ تساوي :

ⓐ $\frac{-7}{3}$ ⓑ -3 ⓒ ٣ ⓓ $\frac{7}{2}$

---

(١٠) اذا كان القرار قبول فرض العدم , وفترة الثقة (١,٩٦ , ١,٩٦-) فان قيمة الاختبار Z يمكن أن تكون

ⓐ ٢,٥- ⓑ ٢- ⓒ ١,٥ ⓓ ١,٩٩

" انتهت الأسئلة "

ورقة إجابة البنود الموضوعية

السؤال	الإجابة			
(١)	ⓐ	**ⓑ**		
(٢)	ⓐ	**ⓑ**		
(٣)	ⓐ	**ⓑ**		
(٤)	**ⓐ**	ⓑ	ⓒ	ⓓ
(٥)	**ⓐ**	ⓑ	ⓒ	ⓓ
(٦)	ⓐ	ⓑ	**ⓒ**	ⓓ
(٧)	ⓐ	ⓑ	ⓒ	**ⓓ**
(٨)	ⓐ	ⓑ	ⓒ	**ⓓ**
(٩)	ⓐ	**ⓑ**	ⓒ	ⓓ
(١٠)	ⓐ	ⓑ	**ⓒ**	ⓓ

لكل بند درجة واحدة فقط

١٠