تم تحميل هذا الملف من موقع ملفات الكويت التعليمية

*للحصول على أوراق عمل لجميع الصفوف وجميع المواد اضغط هنا https://www.kwedufiles.com

* للحصول على أوراق عمل لجميع مواد الصف الثاني عشر العلمي اضغط هنا

https://kwedufiles.com/14

* للحصول على جميع أوراق الصف الثاني عشر العلمي في مادة رياضيات ولجميع الفصول, اضغط هنا

https://kwedufiles.com/14math

* للحصول على أوراق عمل لجميع مواد الصف الثاني عشر العلمي في مادة رياضيات الخاصة بـ الفصل الثاني اضغط هنا

https://www.kwedufiles.com/14math2

* لتحميل كتب جميع المواد في جميع الفصول للـ الصف الثاني عشر العلمي اضغط هنا

https://www.kwedufiles.com/grade14

للحصول على جميع روابط الصفوف على تلغرام وفيسبوك من قنوات وصفحات: اضغط هنا https://t.me/kwlinks_bot

الروابط التالية هي روابط الصف الثاني عشر العلمي على مواقع التواصل الاجتماعي

مجموعة الفيسبوك

صفحة الفيسبوك

مجموعة التلغرام

بوت التلغرام

قناة التلغرام

رياضيات على التلغرام

التكامل المحدد

إذا كانت f متصله $[a,b]$ وكانت f مشتقه عكسيه لها فأن

$$\int_a^b f(x)dx = \left[\int_a^b f(x)dx\right]_a^b = [f(x)dx]_a^b = f(b) - f(a)$$

خواص التكامل المحدد

(1) $\int_a^b f(x)dx = 0$

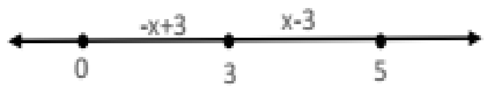
(2) $\int_a^b f(x)dx = -\int_b^a f(x)dx$

(3) $\int_a^b f(x)dx = \int_a^c f(x)dx + \int_a^b f(x)dx \quad C \in [a,b]$

تمرين

أوجد $\int_0^5 |x-3|dx$

الحل



$\int_0^5 |x-3|dx = \int_0^3 |x-3|dx \int_3^5 |x-3|dx$

$\int_0^3 (-x+3)dx = \int_3^5 (x-3)dx$

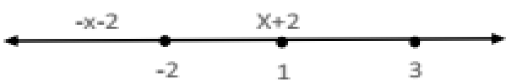
$= \left[\frac{-x^2}{2} + 3x\right]_0^3 + \left[\frac{x^2}{2} - 3x\right]_3^5$

$= \frac{13}{2}$

حاول أن تحل

أوجد $\int_1^3 |x+2|dx$

الحل



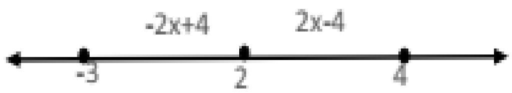
$\int_1^3 |x+2|dx = \int_1^3 |x+2|dx$

$= \left[\frac{-x^2}{2} + 2x\right]_1^3$ عوض

حاول أن تحل

أوجد $\int_{-3}^4 |2x-4|dx$

الحل



$\int_{-3}^4 |2x-4|dx$

Smart Student

$\int_{-3}^{2} (2x-4)dx + \int_{2}^{4}(2x-4)dx$

$= [-x^2+4x]_{-3}^{2} + [-x^2-4x]_{2}^{4}$ عوض

قاعدة

إذا كانت f دالة متصله على $[a,b]$

إذا كانت $f(x) \geq 0 \ \forall x \in [a,b]$ فإن $\int_a^b f(x)dx \geq 0$

إذا كانت $f(x) \leq 0 \ \forall x \in [a,b]$ فإن $\int_a^b f(x)dx \leq 0$

تمرين

دون حساب قيمة التكامل اثبت أن

$$\int_3^5 (x^2+x)\, dx \geq 0$$

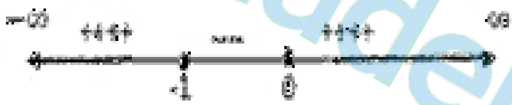
الحل

نفرض أن $f(x) = x^2 + x$

وهي دالة متصلة عند $[3,5]$

$x^2+x=0$ $\qquad x(x+1)=0$

$x=0$ or $x=-1$



$f(x) \geq 0 \ \forall x \in (-\infty,-1] \cup (0,\infty]$

$\because [3,5] \subseteq [0,\infty)$

$\therefore x^2+x \geq 0 \quad \forall x \in [3,5]$

$\therefore \int_3^5 (x^2+x)\, dx \geq 0$

تمرين

دون حساب قيمة التكامل اثبت أن $\int_{-1}^{0}(x^2+x)\, dx \leq 0$

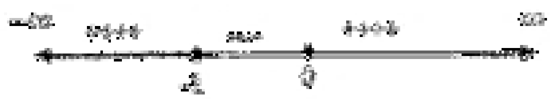
الحل

نفرض أن $f(x) = x^2 + x$

وهي دالة متصلة عند $[-1,0]$

$x^2+x=0$ $\qquad x(x+1)=0$

$x=0$ or $x=-1$



$f(x) \leq 0 \quad \forall x \in [-1,0]$

$x^2+x \leq 0 \quad \forall x \in [-1,0]$

$\int_{-1}^{0}(x^2+x)\, dx \leq 0$

Smart Student

قاعدة

إذا كانت f, g دالتين متصلتين على $[a, b]$

وكانت $f(x) \le g(x)\ \forall x \in [a, b]$ فإن $\int_a^b f(x)dx \le \int_a^b g(x)dx$

تمرين

دون حساب قيمة التكامل اثبت أن

$$\int_1^3 (2x-3)\, dx \le \int_3^5 (x^2+2)\, dx$$

الحل

نفرض أن $g(x) = x^2 + 2$ $\quad f(x) = 2x - 3$

دالتين متصلتين على R

$$f(x) - g(x) = (2x-3) - (x^2+2)$$
$$= 2x - 3 - x^2 - 2$$
$$= x^2 + 2x - 5$$

نضع $-x^2 + 2x - 5 = 0$

المميز $\Delta = x^2 - 4aC$

$$= 4 - 4(-1)(-5) = -16$$

المميز سالب $\quad \therefore$ لا توجد للمعادلة جذور حقيقية

$f(x) - g(x)$ وحيدة الاشارة بأخذ قيمة اختبارية تكون سالبة دائماً

$$f(x) - g(x) \le 0 \qquad \forall x \in R$$
$$f(x) - g(x) \le 0 \qquad \forall x \in [1, 3]$$
$$(2x-3) - (x^2+2) \le 0 \qquad \forall x \in [1, 3]$$
$$(2x-3) \le (x^2+2)$$
$$\int_1^3 (2x-3)\, dx \le \int_3^5 (x^2+2)\, dx$$

حاول ان تحل

دون حساب قيمة التكامل اثبت أن

$$\int_1^2 (x^2+1)\, dx \ge \int_{-1}^2 (x-1)\, dx$$

الحل

نفرض أن $g(x) = x - 1$ $\quad f(x) = x^2 + 1$

دالتين متصلتين على R

$$f(x) - g(x) = x^2 + 1 - (x-1)$$
$$= x^2 - x + 2$$
$$= x^2 + 2x - 5$$

نضع $x^2 - x + 2 = 0$

المميز $\Delta = x^2 - 4aC$

$= (-1)^2 - 4(1)(2) = -7$

المميز سالب $\therefore$ لا توجد للمعادلة جذور حقيقية

$f(x) - g(x)$ وحيدة الاشارة بأخذ قيمة اختبارية تكون موجبة دائماً

$f(x) - g(x) \leq 0 \qquad \forall x \in R$

$f(x) - g(x) \leq 0 \qquad \forall x \in [1, 2]$

$(x^2 + 1) - (x - 1) \geq 0 \qquad \forall x \in [1, 2]$

$(x^2 + 1) \geq (x - 1) \qquad \forall x \in [1, 2]$

$\int_1^2 (x^2 + 1)\, dx \geq \int_{-1}^2 (x - 1)\, dx$

امتحان 2016 دون حساب قيمة التكامل اثبت أن

$$\int_0^1 (x^2 - 3x + 7)\, dx \geq \int_0^1 (4x - 5)\, dx$$

الحل

نفرض أن $g(x) = 4x - 5 \qquad f(x) = x^2 - 3x + 7$

دالتين متصلتين على R

$f(x) - g(x) = x^2 - 3x + 7 - (4x - 5)$

$= x^2 - 7x + 12$

نضع $= x^2 - 7x + 12$

بالالة $x = 4 \qquad x = 3$

$f(x) - g(x) \geq 0 \forall x \in (-\infty, 3] \cup [4, \infty)$

$\because [0, 1] \subseteq (-\infty, 3]$

$f(x) - g(x) \geq 0 \qquad \forall x \in [0, 1]$

$f(x) \geq g(x) \qquad \forall x \in [0, 1]$

$x^2 - 3x + 7 \geq 4x - 5 \qquad \forall x \in [0, 1]$

$\int_0^1 (x^2 - 3x + 7)\, dx \geq \int_0^1 (4x - 5)\, dx$

Smart Student

التفسير البياني للتكامل المحدد

إذا كانت f متصله $[a, b]$

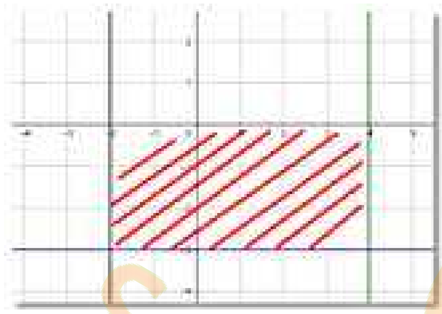
فإن $\int_a^b f(x)dx$ بيانياً هو مساحة المنطقة المحددة بمحنى الدالة f ومحور السينات والمستقيمين $x = a$,
$x = b$

****

تمرين

أوجد $\int_{-2}^{4} -3\ dx$ بيانياً

الحل



$f(x) = -3$ والمستقيمين $, x = -2x = 4$

نرسم بيان الدالة $f(x) = -3$

نرسم المستقيمين $, x = -2x = 4$

مساحة المنطقة تساوي مساحة المستطيل الذي بعدية 3,6 (وحدة طول)

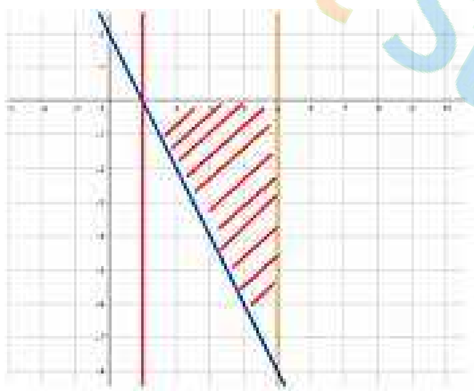
$A = 3 \times 6 = 12\ units^2$

****

حاول أن تحل

أوجد $\int_1^5 2 - 2x\ \ dx$ بيانياً

الحل



$f(x) = 2 - 2x$ والمستقيمين $, x1x = 5$

نرسم بيان الدالة $f(x) = 2 - 2x$

نرسم المستقيمين $, x = 1x = 5$

مساحة المنطقة تساوي مساحة المثلث

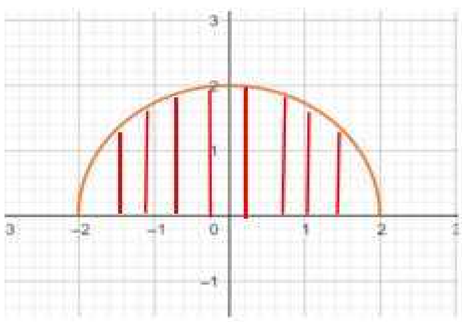
$A = \frac{1}{2} \times 4 \times 8 = 16\ units^2$

****

مثال (1)

أوجد $\int_{-2}^{2} \sqrt{4 - x^2}\ \ dx$ بيانياً

الحل



$y = \sqrt{4 - x^2}$

$y^2 = 4 - x^2$

$x^2 + y^2 = 4$

هي معادلة دائرة مركزها نقطة الأصل ونصف قطرها 2 وحدة طول

$y = \sqrt{4 - x^2}$ تمثل معادلة النصف العلوي للدائرة

مساحة المنطقة المظللة = $\int_{-2}^{2} \sqrt{4 - x^2}\ \ dx$

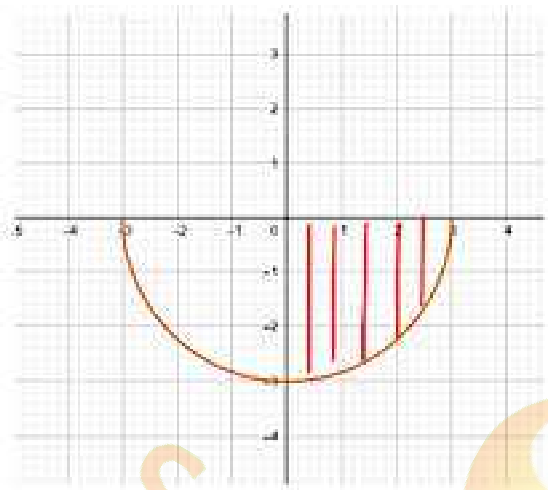
$\int_{-2}^{2} \sqrt{4 - x^2}\ \ dx = \frac{1}{2}\pi\ (2)^2 = 2\pi$

Smart Student

مثال

أوجد $\int_0^3 -\sqrt{9-x^2}\; dx$ بيانياً

الحل



$$y = \sqrt{9-x^2}$$
$$y^2 = 9 - x^2$$
$$x^2 + y^2 = 9$$

هي معادلة دائرة مركزها نقطة الأصل ونصف قطرها وحدة طول

$y = -\sqrt{9-x^2}$ تمثل معادلة النصف السفلي للدائرة

مساحة المنطقة المظللة = $\int_0^3 -\sqrt{9-x^2}\; dx$

$$\int_0^3 -\sqrt{9-x^2}\; dx = \frac{1}{2}\pi\,(2)^2 = 2\pi$$

Smart Student