

الرياضيات

الفصل الدراسي الثاني

2025 - 2026

موقع
المناهج الكويتية
almanahi.com/kw

القطوع المخروطية

12

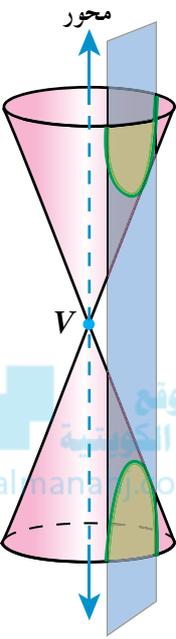
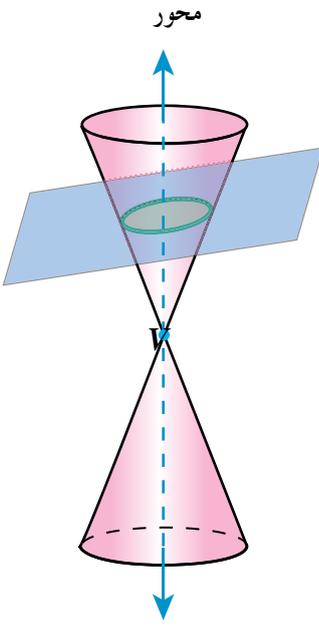
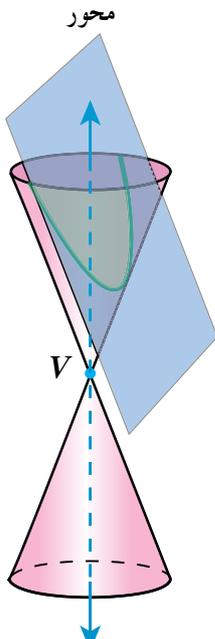
علمي



أ : سلامة علي الركاظ

القطع المخروطية

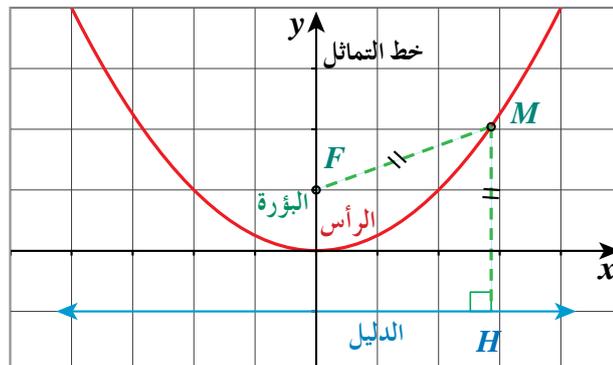
ويوضح الجدول التالي وضعية المستوى بالنسبة إلى الراسم أو إلى المحور.

| الشكل | المستوى موازٍ لراسم ولا يحويه | المستوى موازٍ للمحور ولا يحويه | المستوى ليس عمودياً على المحور وليس موازياً لأي راسم |
|---|---|---|--|
|  |  |  | |
| القطع الناتج | قطع زائد | قطع ناقص | قطع مكافئ |

القطع المكافئ

تعريف

القطع المكافئ هو مجموعة كل النقاط في المستوى المتساوية البعدين عن نقطة ثابتة معطاة (البؤرة) وعن مستقيم ثابت معطى (الدليل).



النقطة المعطاة هي **بؤرة** القطع المكافئ، والخط المستقيم هو **الدليل**،



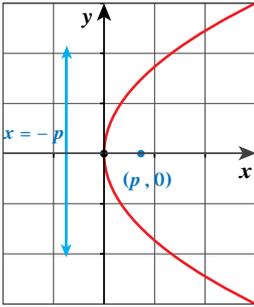
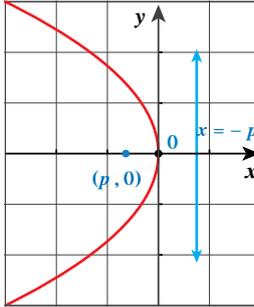
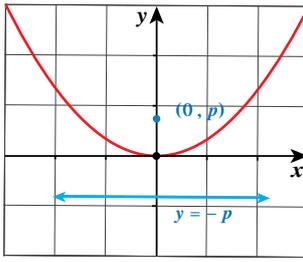
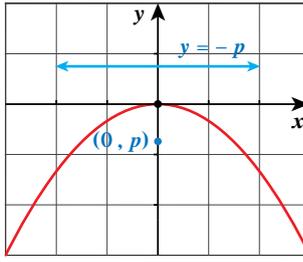
خط تماثل القطع المكافئ هو المستقيم العمودي على الدليل ماراً بالبؤرة ويسمى محور القطع المكافئ رأس القطع المكافئ هو نقطة تقاطع المحور مع المنحنى وهذه النقطة في منتصف المسافة بين البؤرة والدليل .

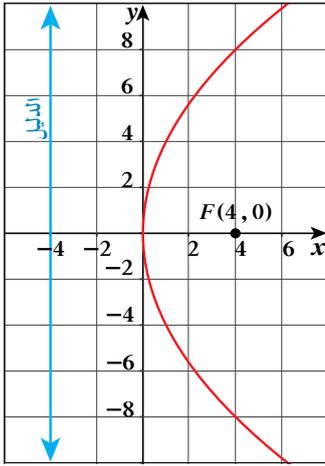
معادلة القطع المكافئ

معادلة القطع المكافئ الذي رأسه نقطة الأصل وبؤرته $F(0, p)$ ومعادلة دليله $y = -p$ هي $x^2 = 4py$

ويمكن استنتاج معادلة القطع المكافئ الذي رأسه نقطة الأصل وبؤرته $F(p, 0)$ ومعادلة دليله $x = -p$ هي $y^2 = 4px$

قطع مكافئ رأسه نقطة الأصل (0, 0)

| $y^2 = 4px$ | $x^2 = 4py$ | الصورة العامة | | |
|--|---|---|--|-----------|
| إلى اليمين أو إلى اليسار | إلى أعلى أو إلى أسفل | الفتحة | | |
| $(p, 0)$ | $(0, p)$ | البؤرة | | |
| $x = -p$ | $y = -p$ | الدليل | | |
| محور السينات ($x - axis$) | محور الصادات ($y - axis$) | محور التناظر | | |
| $ p $ | | المسافة من الرأس إلى البؤرة | | |
| | | المسافة من الرأس إلى الدليل | | |
| $p > 0$ | $p < 0$ | $p > 0$ | $p < 0$ | إشارة p |
|  |  |  |  | الشكل |



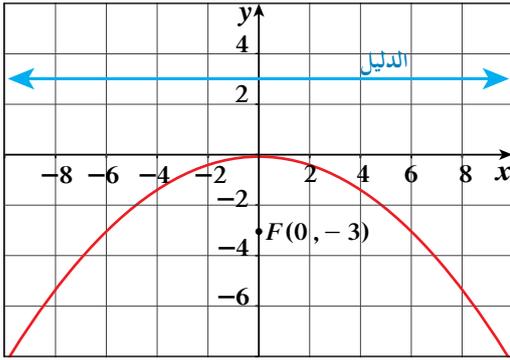
أوجد معادلة القطع المكافئ الذي:

مثال 1

a رأسه نقطة الأصل وبؤرته $F(4, 0)$

b بؤرته $F(0, -3)$ ودليله المستقيم: $y = 3$

موقع
المنهج الكويتية
almanahj.com/kw



حاول أن تحل 1

a أوجد معادلة القطع المكافئ الذي رأسه نقطة الأصل وبؤرته $F(-4, 0)$



b أوجد معادلة القطع المكافئ الذي بؤرته $F(0, 2)$ ودليله المستقيم $y = -2$

.....

.....

.....

.....

.....



أوجد البؤرة ومعادلة الدليل لقطع مكافئ ، ثم ارسم شكلاً تقريبياً لهذا القطع في كل مما يلي:

مثال 2

a المعادلة: $x^2 = -2y$

| | | | | | |
|--|--|--|--|--|--|
| | | | | | |
| | | | | | |
| | | | | | |
| | | | | | |
| | | | | | |
| | | | | | |

.....

.....

.....

.....

.....

b المعادلة: $\frac{1}{3}y^2 = x$

| | | | | | |
|--|--|--|--|--|--|
| | | | | | |
| | | | | | |
| | | | | | |
| | | | | | |
| | | | | | |
| | | | | | |

.....

.....

.....

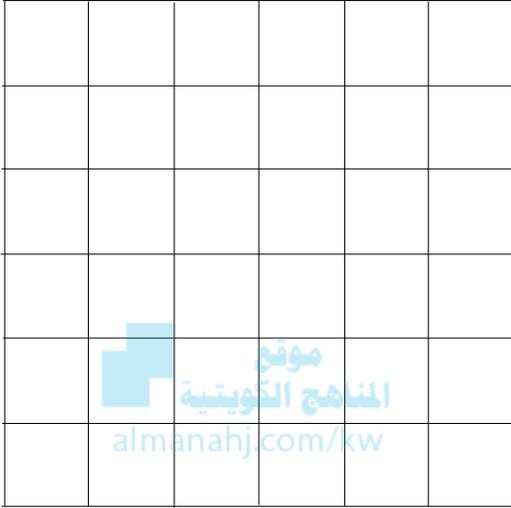
.....

.....

أوجد البؤرة والدليل لقطع مكافئ، ثم ارسم شكلاً تقريبياً لهذا القطع في كل مما يلي:

حاول أن تحل 2

a المعادلة: $y = \frac{x^2}{4}$



.....

.....

.....

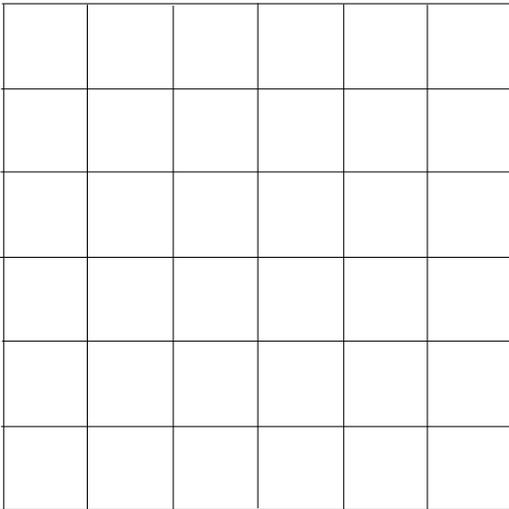
.....

.....

.....

.....

b المعادلة: $x = -\frac{1}{5}y^2$



.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

مثال 3

أوجد معادلة القطع المكافئ الذي رأسه نقطة الأصل ويمر بالنقطة $A(1, 2)$ وخط تماثله $x - axis$.

.....

.....

.....

.....

.....

.....



حاول أن تحل 3

أوجد معادلة القطع المكافئ الذي رأسه نقطة الأصل ويمر بالنقطة $A(1, 1)$ وخط تماثله $axis -$



أوجد معادلة القطع المكافئ الذي رأسه نقطة الأصل ويمر بالنقطتين
 $A\left(\frac{1}{2}, -\frac{3}{2}\right)$, $B(2, 3)$

مثال 4

أوجد معادلة القطع المكافئ الذي رأسه $(0, 0)$ ويمر بالنقطتين $A(-1, 4)$, $B(1, 4)$

حاول أن تحل 4

أوجد معادلة القطع المكافئ الذي رأسه نقطة الأصل ومعادلة دليبه $x = -3$

مثال 5

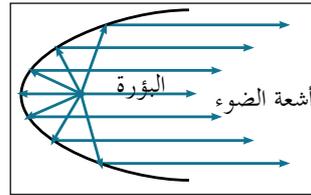


أوجد معادلة القطع المكافئ الذي رأسه نقطة الأصل ومعادلة دليبه $y = 1$

حاول أن تحل 5



تطبيقات باستخدام القطوع المكافئة



مثال 6

تُستخدم ميكروفونات مكافئة على جانبي ملعب لالتقاط الأصوات من داخل الملعب.



almanahj.com/kw

إذا كان قد تولد ميكروفون مكافئ من تدوير قطع مكافئ معادلته: $y^2 = 15x$ ،

فحدّد موضع البؤرة (جهاز الاستقبال الإلكتروني) لهذا القطع المكافئ.

حاول أن تحل 6

تصنع إحدى الشركات الكشافات المكافئة لنوعيات عديدة من السيارات.

إذا كان لأحد هذه الكشافات سطح مكافئ متولد من تدوير القطع المكافئ الذي

معادلته $x^2 = 12y$ ، فأين سيكون موضع المصباح الكهربائي؟

تصنع إحدى الشركات مصابيح أمامية للسيارات. إذا كان أحد المصابيح على شكل سطح مكافئ متولد من تدوير قطع مكافئ معادلته $y^2 = 12x$ ، فأين يجب وضع لمبة المصباح

مثال 7

موقع
المناهج الكويتية
almanahj.com/kw

حاول أن تحل 7

في مثال (7)، ما معادلة القطع المكافئ إذا كانت اللمبة تبعد 4 (وحدات قياس) عن رأس القطع المكافئ؟



كراسة التمارين

في التمارين (1-3)، أوجد معادلة القطع المكافئ، الذي:

(1) رأسه نقطة الأصل والبؤرة $(-3, 0)$



(2) رأسه نقطة الأصل والبؤرة $(0, -2)$

(3) بؤرته $F(0, 2)$ ومعادلة دليله $y = -2$

في التمارين (4-7)، أوجد البؤرة، والدليل، وخط تماثل القطع المكافئ. ارسم تخطيطاً للرسم البياني للقطع المكافئ.

(4) $x^2 = -y$

$$(5) \quad y^2 = 2x$$

$$(6) \quad y = 4x^2$$



$$(7) \quad x = -8y^2$$

(8) أوجد معادلة القطع المكافئ الذي رأسه نقطة الأصل ويمر بالنقطة $A(-1, 2)$ وخط تماثله x -axis.



(9) أوجد معادلة القطع المكافئ الذي رأسه نقطة الأصل ويمر بالنقطتين $A(-3, 4)$, $B(3, 4)$.

(10) أوجد معادلة القطع المكافئ الذي رأسه نقطة الأصل ومعادلة دليبه $y = 4$.



(11) أوجد معادلة القطع المكافئ الذي رأسه نقطة الأصل ومعادلة دليبه $x = -5$.

(12) الميكروفونات المتكافئة. تستخدم القنوات الرياضية ميكروفوناً مكافئاً لالتقاط كل أصوات لاعبي السلة والمدربين أثناء المباريات. إذا كان لأحد هذه الميكروفونات سطح مكافئ متولد بالقطع المم $10y = x^2$ فحدّد موضع البؤرة (المستقبل الإلكتروني) للقطع المكافئ.

بنود موضوعية

في التمارين (1-7)، ظلّل (a) إذا كانت العبارة صحيحة، و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

- (a) (b)
(a) (b)
(a) (b)
(a) (b)

(1) معادلة القطع المكافئ الذي رأسه (0,0) وبؤرته (0,2) هي: $x^2 = 8y$

(2) معادلة القطع المكافئ الذي رأسه (0,0) ودليله $x = -2$ هي: $x^2 = 8y$

(3) معادلة القطع المكافئ الذي بؤرته (-4,0) ودليله $x = 4$ هي: $y^2 = -16x$

(4) $y^2 = \frac{1}{2}x$ هي معادلة قطع مكافئ، بؤرته $(0, \frac{-3}{2})$

في التمارين (5-7)، معادلة القطع المكافئ هي: $y^2 = -\frac{1}{6}x$

(5) بؤرة القطع المكافئ هي: $(-\frac{1}{24}, 0)$

(6) معادلة الدليل هي: $y = \frac{1}{24}$

(7) خط التماثل هو محور السينات.

- (a) (b)
(a) (b)
(a) (b)

في التمارين (8-15)، ظلّل رمز الدائرة الدال على الإجابة الصحيحة.

(8) المعادلة التي تمثل قطعاً مكافئاً رأسه (0,0) وبؤرته (-5,0) هي:

- (a) $x^2 = 20y$ (b) $y^2 = 20x$ (c) $x^2 = -20y$ (d) $y^2 = -20x$

(9) المعادلة التي تمثل قطع مكافئ مفتوح إلى الأسفل هي:

- (a) $y^2 = -\frac{1}{2}x$ (b) $y^2 = \frac{1}{2}x$ (c) $x^2 = -\frac{1}{2}y$ (d) $x^2 = \frac{1}{2}y$

(10) النقطة المشتركة بين كل القطوع المكافئة التي هي على الصورة $x^2 = 4py$ هي:

- (a) (1,1) (b) (1,0) (c) (0,1) (d) (0,0)

(11) المعادلة التي تمثل قطعاً مكافئاً رأسه (0,0) ويمر بالنقطتين $A(-5,-2), B(-5,2)$ هي:

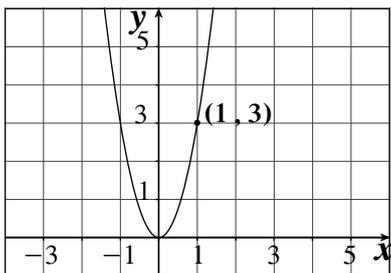
- (a) $y^2 = -\frac{4}{5}x$ (b) $x^2 = -\frac{4}{5}y$ (c) $y^2 = \frac{4}{5}x$ (d) $x^2 = \frac{4}{5}y$

(12) المعادلة التي تمثل قطعاً مكافئاً رأسه (0,0) ويمر بالنقطة $C(-5,-6)$ وخط تماثله y -axis هي:

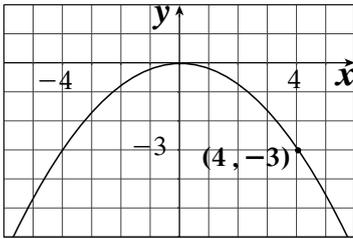
- (a) $y^2 = -\frac{25}{6}x$ (b) $x^2 = -\frac{25}{6}y$ (c) $y^2 = -\frac{6}{25}x$ (d) $x^2 = -\frac{6}{25}y$

(13) بؤرة القطع المكافئ في الشكل المقابل هي:

- (a) $(0, \frac{-4}{3})$ (b) $(\frac{9}{20}, 0)$
(c) $(0, \frac{1}{12})$ (d) $(\frac{1}{12}, 0)$



(14) معادلة دليل القطع المكافئ في الشكل المقابل هي:



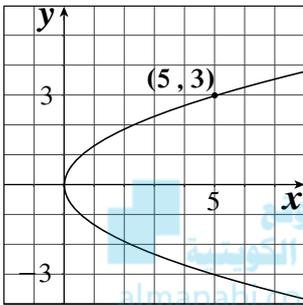
(a) $y = \frac{4}{3}$

(b) $y = \frac{9}{20}$

(c) $y = -\frac{1}{12}$

(d) $y = -\frac{4}{3}$

(15) معادلة القطع المكافئ للبيان التالي هي:



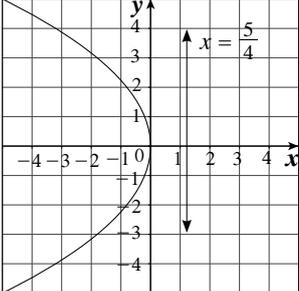
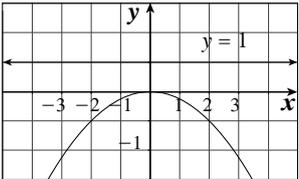
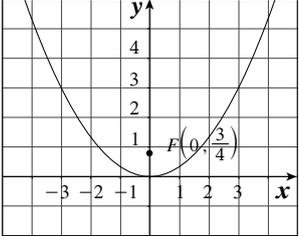
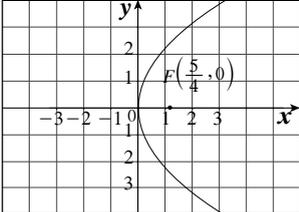
(a) $x^2 = -\frac{25}{3}y$

(b) $y^2 = \frac{9}{5}x$

(c) $x^2 = \frac{25}{3}y$

(d) $y^2 = \frac{5}{9}x$

في التمارين (16-18)، لديك قائمتان. اختر من القائمة (2) ما يناسب كل تمرين في القائمة (1) لتصل بيان كل دالة بمعادلتها.

| القائمة (2) | القائمة (1) |
|--|------------------------------------|
| <p>(a) </p> | <p>$x^2 = 3y$ (16)</p> |
| <p>(b) </p> | <p>$x^2 = -4y$ (17)</p> |
| <p>(c) </p> | <p>$y^2 = 5x$ (18)</p> |
| <p>(d) </p> | |

القطع الناقص

تعريف: القطع الناقص

القطع الناقص هو مجموعة كل النقاط في المستوى التي يكون مجموع بعدي كل نقطة منها عن نقطتين ثابتتين في المستوى ثابتًا.

| | | |
|---|---|----------------------------|
| $a > b > 0$ | $a > b > 0$ | |
| $\frac{x^2}{b^2} + \frac{y^2}{a^2} = 1$ | $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ | المعادلة |
| | | بيان القطع |
| ينطبق على محور الصادات | ينطبق على محور السينات | المحور الأكبر |
| $A_1(0, -a), A_2(0, a)$ | $A_1(-a, 0), A_2(a, 0)$ | الرأسان طرفا المحور الأكبر |
| $2a$ | | طول المحور الأكبر |
| $B_1(-b, 0), B_2(b, 0)$ | $B_1(0, -b), B_2(0, b)$ | طرفا المحور الأصغر |
| $2b$ | | طول المحور الأصغر |
| $F_1(0, -c), F_2(0, c)$ | $F_1(-c, 0), F_2(c, 0)$ | البؤرتان |
| $a^2 = b^2 + c^2$ | | العلاقة الأساسية |
| $y = -\frac{a^2}{c}, y = \frac{a^2}{c}$ | $x = -\frac{a^2}{c}, x = \frac{a^2}{c}$ | معادلتا الدليلين |
| القطع الناقص متناظر حول كل من محوريه ومركزه | | التناظر |



مثال 1

إذا كانت: $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{10} = 1$ معادلة قطع ناقص فأوجد:

- رأسي القطع وطرفي المحور الأصغر.
- البؤرتين.
- معادلتني دليلي القطع.
- طول كل من المحورين ثم ارسم شكلاً تقريبياً للقطع.

| | | | | | | | |
|--|--|--|--|--|--|--|--|
| | | | | | | | |
| | | | | | | | |
| | | | | | | | |
| | | | | | | | |
| | | | | | | | |
| | | | | | | | |
| | | | | | | | |
| | | | | | | | |

إذا كانت: $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} = 1$ معادلة قطع ناقص فأوجد:

- a رأسي القطع و طرفي المحور الأصغر.
- b البؤرتين.
- c معادلة دليبي القطع.
- d طول كل من المحورين، ثم ارسم شكلاً تقريبياً للقطع.

حاول أن تحل 1

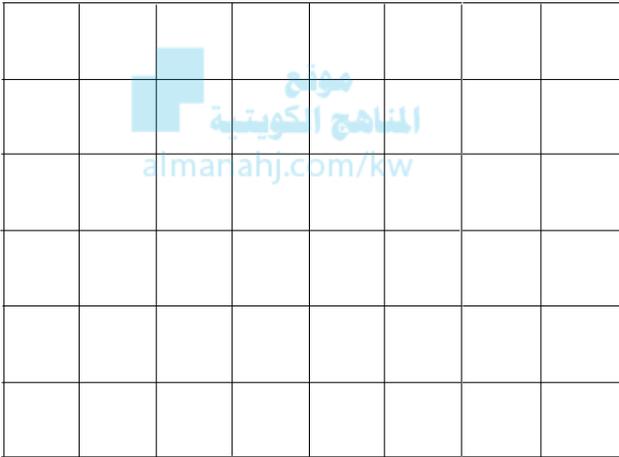
موقع
المناهج الكويتية
almanahj.com/kw

| | | | | | | | |
|--|--|--|--|--|--|--|--|
| | | | | | | | |
| | | | | | | | |
| | | | | | | | |
| | | | | | | | |
| | | | | | | | |
| | | | | | | | |
| | | | | | | | |
| | | | | | | | |



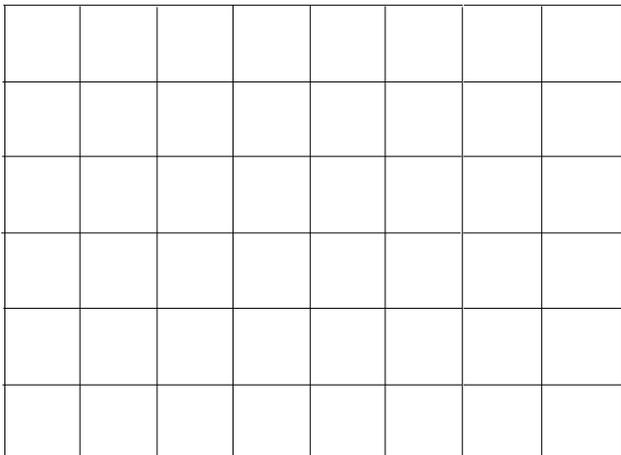
مثال 2

أوجد معادلة القطع الناقص الذي بؤرتاه: $F_1(0, -3)$, $F_2(0, 3)$ وطول محوره الأصغر 4، ثم ارسم شكلاً تقريبياً لهذا القطع.



حاول أن تحل 2

أوجد معادلة القطع الناقص الذي بؤرتاه: $F_1(-2, 0)$, $F_2(2, 0)$ وطول محوره الأكبر 6، وارسم شكلاً تقريبياً



مثال 3

أوجد البؤرتين والرأسين وطول المحور الأكبر للقطع الناقص الذي معادلته: $25x^2 + 16y^2 - 400 = 0$



أوجد البؤرتين والرأسين وطول المحور الأكبر للقطع الناقص الذي معادلته: $x^2 + 4y^2 = 16$

حاول أن تحل 3



حاول أن تحل 5

أوجد معادلة القطع الناقص الذي مركزه $(0, 0)$ ومحوره الأصغر أفقي طوله 10 cm ويمر بالنقطة $A(2, 2\sqrt{6})$.

موقع
المنهج الكويتية
almanahj.com/kw

تطبيقات باستخدام القطوع الناقصة



مثال 6

للقطع الناقص الذي يولد السطح الناقص لجهاز تفتيت الحصوات، محور أكبر نقطاه الطرفيتان $A_1(-6, 0)$ ، $A_2(6, 0)$ ، ومحور الأصغر إحدى نقطتيه الطرفيتين $B_1(0, -2.5)$ ، أوجد إحداثيات البؤرتين.



حاول أن تحل 6

يتولد المجسم الناقص لأحد أجهزة تفتيت الحصوات، من دوران قطع ناقص نقطتا طرفي محوره الأكبر $A_1(-8, 0)$ ، $A_2(8, 0)$. إذا كانت إحدى نقطتي طرفي محوره الأصغر $B_1(0, 3.5)$ ؛ فأوجد إحداثيات البؤرتين.

كراسة التمارين

في التمارين (1-4)، لكل معادلة من معادلات القطع الناقص التالية أوجد: رأسي القطع - طرفي المحور الأصغر - البؤرتين - معادتي دليبي القطع - طول كل من المحورين، ثم ارسم شكلاً تقريبياً لكل قطع.

$$(1) \frac{x^2}{8^2} + \frac{y^2}{6^2} = 1$$

موقع
المناهج الكويتية
almanahj.com/kw

$$(2) \frac{x^2}{4^2} + \frac{y^2}{6^2} = 1$$



$$(3) \quad 3x^2 + 5y^2 - 225 = 0$$



$$(4) \quad 4x^2 + y^2 - 28 = 0$$

في التمارين (12-5)، اكتب معادلة القطع الناقص الذي فيه:

(5) البؤرتان $F_1 (-2, 0)$ ، $F_2 (2, 0)$ ، ونقطتا طرفي المحور الأصغر $B_1 (0, -3)$ ، $B_2 (0, 3)$.



(6) $V_1 F_1 + V_1 F_2 = 10$ ، حيث إن V_1 هو نقطة على القطع الناقص، F_1 و F_2 هما البؤرتين، علمًا أن $F_1 (3, 0)$ ، $F_2 (-3, 0)$.



(7) نقطتا طرفي المحور الأكبر هما $A_1 (0, -5)$, $A_2 (0, 5)$ ، طول المحور الأصغر 4.



(8) نقطتا طرفي المحور الأصغر $B_1 (0, -4)$, $B_2 (0, 4)$ ، طول المحور الأكبر 10.

(10) محوره الأكبر نقطته الطرفيتان $A_1(-6,0)$, $A_2(6,0)$ ومحوره الأصغر إحدى نقطتيه الطرفيتين $B_1(0,-4)$.



(11) بؤرتاه $F_1(5,0)$, $F_2(-5,0)$ وطول محوره الأصغر 6.



(12) طول المحور الأكبر الذي ينطبق على محور السينات 10 والمسافة بين البؤرتين 6 ومركزه نقطة الأصل.



بنود موضوعية

في التمارين (1-5)، ظلّل (a) إذا كانت العبارة صحيحة، و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

- (1) رأسي القطع للقطع الناقص الذي معادلته: $\frac{x^2}{9^2} + \frac{y^2}{5^2} = 1$ هما: $(9, 0)$ ، $(-9, 0)$ (a) (b)
- (2) النقطة $(\sqrt{33}, 0)$ هي إحدى بؤرتي القطع الناقص الذي معادلته: $\frac{x^2}{7^2} + \frac{y^2}{4^2} = 1$ (a) (b)
- (3) طول المحور الأكبر للقطع الناقص الذي معادلته $25x^2 + 9y^2 = 225$ يساوي 10 units (a) (b)
- (4) بؤرتا القطع الناقص الذي معادلته: $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{25} = 1$ هما $(\pm 3, 0)$ (a) (b)
- (5) في القطع الناقص الذي معادلته: $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{36} = 1$ ، طول المحور الأصغر يساوي 8 (a) (b)

في التمارين (6-12)، ظلّل رمز الدائرة الدال على الإجابة الصحيحة.

(6) النقطتان الطرفيتان للمحور الأصغر للقطع الناقص الذي معادلته $4x^2 + 9y^2 = 36$ هما:

- (a) $(\pm 2, 0)$ (b) $(\pm 3, 0)$
 (c) $(0, \pm 2)$ (d) $(0, \pm 3)$

(7) معادلة القطع الناقص الذي بؤرتاه $(\pm 7, 0)$ والنقطتان الطرفيتان لمحوره الأصغر $(0, \pm 6)$ هي:

- (a) $\frac{x^2}{85} + \frac{y^2}{36} = 1$ (b) $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{85} = 1$
 (c) $\frac{x^2}{49} + \frac{y^2}{36} = 1$ (d) $\frac{x^2}{85} + \frac{y^2}{49} = 1$

(8) معادلة القطع الناقص الذي بؤرتاه على محور السينات ومركزه نقطة الأصل وطول محوره الأكبر 9 units وطول محوره الأصغر 4 units هي:

- (a) $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} = 1$ (b) $\frac{x^2}{20.25} + \frac{y^2}{4} = 1$
 (c) $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$ (d) $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{20.25} = 1$

(9) النقطة $A(-10, 0)$ تنتمي إلى القطع الناقص الذي معادلته $\frac{x^2}{100} + \frac{y^2}{64} = 1$. مجموع المسافتين $AF_1 + AF_2$ حيث F_1, F_2 هما البؤرتان يساوي:

- (a) 10 units (b) 12 units
 (c) 14 units (d) 20 units

(10) طول المحور الأكبر للقطع الناقص $\frac{x^2}{100} + \frac{y^2}{64} = 1$ يساوي:

- (a) 12 units (b) $2\sqrt{41}$ units
 (c) 16 units (d) 20 units

(11) المسافة بين البؤرتين للقطع الناقص $15x^2 + 25y^2 - 75 = 0$ هي:

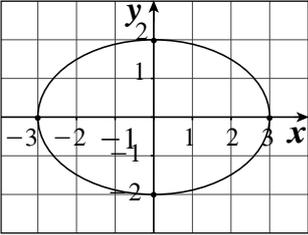
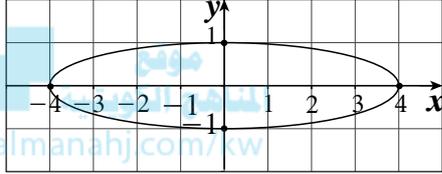
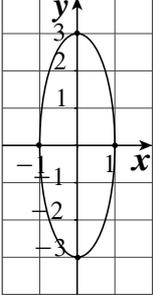
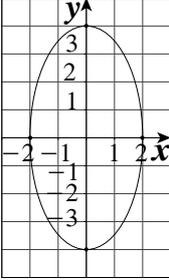
- (a) $\sqrt{2}$ (b) $2\sqrt{2}$
 (c) 10 (d) $2\sqrt{3}$

(12) المسافة بين نقطة الأصل وأحد رأسي القطع الناقص على المحور الأكبر الذي معادلته $\frac{x^2}{20.25} + \frac{y^2}{4} = 1$ هي:

- (a) 9 (b) 2
 (c) 4.5 (d) 16.25



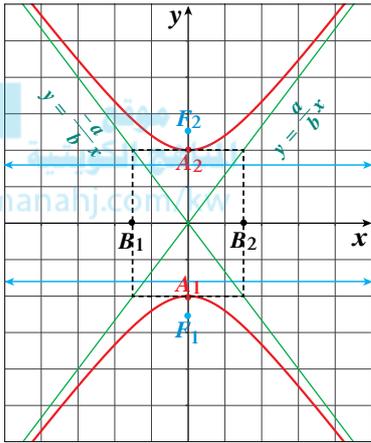
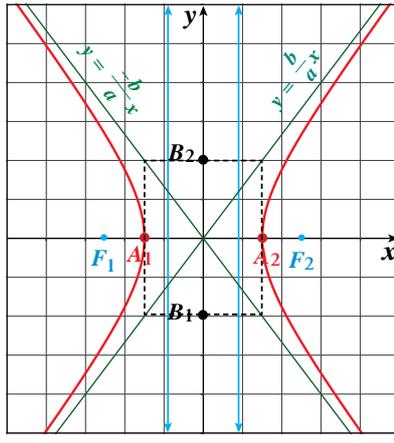
في التمارين (13-15)، لديك قائمتان. اختر من القائمة (2) ما يناسب كل تمرين في القائمة (1) لتصل بيان كل قطع ناقص بمعادلته.

| القائمة (2) | القائمة (1) |
|--|---|
| <p>a</p>  | $\frac{x^2}{16} + y^2 = 1 \quad (13)$ |
| <p>b</p>  | $x^2 + \frac{y^2}{9} = 1 \quad (14)$ |
| <p>c</p>  | $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{16} = 1 \quad (15)$ |
| <p>d</p>  | |

القطع الزائد

تعريف: القطع الزائد

القطع الزائد هو مجموعة كل النقاط في المستوي التي تكون القيمة المطلقة للفرق بين بعدي كل نقطة منها عن نقطتين ثابتتين في المستوي ثابتاً.

| المعادلة | $\frac{y^2}{a^2} - \frac{x^2}{b^2} = 1$ | $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ |
|----------------------------|--|---|
| بيان القطع |  |  |
| طرفا المحور القاطع الرأسان | $A_1(0, -a), A_2(0, a)$ | $A_1(-a, 0), A_2(a, 0)$ |
| المحور القاطع (الأساسي) | ينطبق على محور الصادات | ينطبق على محور السينات |
| طول المحور القاطع | $2a$ | |
| طرفا المحور المرافق | $B_1(-b, 0), B_2(b, 0)$ | $B_1(0, -b), B_2(0, b)$ |
| طول المحور المرافق | $2b$ | |
| البؤرتان | $F_1(0, -c), F_2(0, c)$ | $F_1(-c, 0), F_2(c, 0)$ |
| العلاقة الأساسية | $c^2 = a^2 + b^2$ | |
| معادلة الخطين المقاربتين | $y = \pm \frac{a}{b}x$ | $y = \pm \frac{b}{a}x$ |
| معادلة الدليلين | $y = \pm \frac{a^2}{c}$ | $x = \pm \frac{a^2}{c}$ |
| التناظر | القطع متناظر حول محوريه ومركزه | |



مثال 1

لتكن: $9x^2 - 16y^2 = 144$ معادلة قطع زائد، أوجد:

- a رأس القطع الزائد.
- b البؤرتين.
- c معادلتا دليلي القطع.
- d طول كل من المحورين.
- e معادلة كل من الخطين المقاربتين ثم ارسم شكلاً تخطيطياً للقطع.

| | | | | | | | |
|--|--|--|--|--|--|--|--|
| | | | | | | | |
| | | | | | | | |
| | | | | | | | |
| | | | | | | | |
| | | | | | | | |
| | | | | | | | |
| | | | | | | | |
| | | | | | | | |

حاول أن تحل 1

لتكن: $9y^2 - 25x^2 = 225$ معادلة قطع زائد، أوجد:

- a رأس القطع الزائد.
- b البؤرتين.
- c معادلتى دليلي القطع.
- d طول كل من المحورين.
- e معادلة كل من الخطين المقاربين ثم ارسم شكلاً تخطيطياً للقطع.

| | | | | | | | |
|--|--|--|--|--|--|--|--|
| | | | | | | | |
| | | | | | | | |
| | | | | | | | |
| | | | | | | | |
| | | | | | | | |
| | | | | | | | |
| | | | | | | | |
| | | | | | | | |



مثال 2

أوجد معادلة القطع الزائد الذي بؤرتاه $F_1(0, -3)$, $F_2(0, 3)$ ورأساه $A_1(0, -2)$, $A_2(0, 2)$ ثم أوجد معادلة كل من خطيه المقاربتين وارسم شكلاً تقريبياً للقطع.

| | | | | | | | |
|--|--|--|--|--|--|--|--|
| | | | | | | | |
| | | | | | | | |
| | | | | | | | |
| | | | | | | | |
| | | | | | | | |
| | | | | | | | |
| | | | | | | | |

موقع
المنهج الكويتية
almanahi.com/kw

حاول أن تحل 2

أوجد معادلة القطع الزائد الذي بؤرتاه $F_1(-4, 0)$, $F_2(4, 0)$ ورأساه $A_1(-2, 0)$, $A_2(2, 0)$ ، ثم أوجد معادلة كل من خطيه المقاربتين، وارسم شكلاً تقريبياً للقطع.

| | | | | | | | |
|--|--|--|--|--|--|--|--|
| | | | | | | | |
| | | | | | | | |
| | | | | | | | |
| | | | | | | | |
| | | | | | | | |
| | | | | | | | |
| | | | | | | | |

مثال 3

أوجد معادلة القطع الزائد الذي مركزه $(0, 0)$ وإحدى بؤرتيه $F(0, \sqrt{34})$ ومعادلة أحد خطيه المقاربتين هي: $y = \frac{3}{5}x$



حاول أن تحل 3

أوجد معادلة القطع الزائد الذي مركزه $(0, 0)$ وإحدى بؤرتيه $F(\sqrt{41}, 0)$ ومعادلة أحد خطيه المقاربتين هي: $y = \frac{4}{5}x$



أوجد معادلة القطع الزائد الذي مركزه $(0, 0)$ وأحد رأسيه $(-4, 0)$ ويمر بالنقطة $(5, -2)$.

مثال 4

موقع
المناهج الكويتية
almanahj.com/kw

أوجد معادلة القطع الزائد الذي مركزه $(0, 0)$ وأحد رأسيه $(0, \frac{5}{4})$ ويمر بالنقطة $(-\sqrt{3}, -\frac{5}{2})$

حاول أن تحل 4

كراسة التمارين

في التمرينين (1-2)، لكل معادلة من معادلات القطع الزائد التالية أوجد: رأسي القطع - البؤرتين - معادلة كل من الخطين المقاربتين - معادلة كل من الدليلين - طول كل من المحورين، ثم ارسم شكلاً تخطيطياً للقطع الزائد.

$$(1) \frac{y^2}{25} - \frac{x^2}{16} = 1$$

موقع
المناهج الكويتية
almanahj.com/kw

$$(2) 24x^2 - 12y^2 - 192 = 0$$



(3) أوجد معادلة القطع الزائد الذي إحدى بؤرتيه $F_1(-5,0)$ ورأساه $A_1(-3,0)$, $A_2(3,0)$ ثم أوجد معادلة كل من خطيه المقاربتين وارسم شكلاً تقريبياً له.



(4) أوجد معادلة القطع الزائد الذي مركزه $(0, 0)$ وإحدى بؤرتيه $F_1(0, -\sqrt{5})$ ومعادلة أحد خطيه المقاربتين $y = 2x$.

(5) أوجد معادلة القطع الزائد الذي مركزه نقطة الأصل وأحد رأسيه $A_2\left(\frac{2}{3}, 0\right)$ ويمر بالنقطة $(1, 1)$.

موقع
المنهج الكويتية
almanahj.com/kw

بنود موضوعية

في التمارين (1-4)، ظلّل (a) إذا كانت العبارة صحيحة، و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

- (1) $x^2 - y^2 = 4$ هي معادلة قطع زائد. (a) (b)
- (2) الخطان المقاربان للقطع الزائد الذي معادلته $x^2 - y^2 = 12$ هما متعامدان. (a) (b)
- (3) إحداثيات بؤرتي القطع الزائد الذي معادلته $\frac{y^2}{9} - \frac{x^2}{18} = 1$ هما: $(0, 3)$, $(0, -3)$. (a) (b)
- (4) نقطتا طرفي المحور المرافق للقطع الزائد الذي معادلته $\frac{x^2}{25} - y^2 = 1$ هما: $B_1(1, 0)$, $B_2(-1, 0)$. (a) (b)

في التمارين (5-11)، ظلّل رمز الدائرة الدال على الإجابة الصحيحة.

(5) معادلة القطع الزائد الذي بؤرتاه $(0, \pm 3)$ وطول محوره القاطع 4 هي:

- (a) $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{5} = 1$ (b) $\frac{y^2}{5} - \frac{x^2}{4} = 1$
- (c) $\frac{y^2}{4} - \frac{x^2}{5} = 1$ (d) $\frac{x^2}{5} - \frac{y^2}{4} = 1$



(7) معادلة القطع الزائد الذي نقطتي تقاطعه مع المحور السيني هما $(\pm 6, 0)$ هي:

(a) $y^2 - x^2 = 36$ (b) $\frac{y^2}{36} - \frac{x^2}{49} = 1$

(c) $\frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{36} = 1$ (d) $\frac{x^2}{36} - \frac{y^2}{4} = 1$

(8) البعد بين بؤرتي القطع الزائد الذي معادلته: $50y^2 - 25x^2 - 100 = 0$ بوحددة الطول يساوي:

(a) $\sqrt{6}$ (b) $2\sqrt{6}$

(c) 6 (d) $2\sqrt{2}$

(9) منحنى أي معادلة مما يلي لا يقطع المحور الصادي في $(0, \pm 4)$:

(a) $y^2 - x^2 = 16$ (b) $4y^2 - 16x^2 = 64$

(c) $\frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{16} = 1$ (d) $\frac{y^2}{16} - \frac{x^2}{9} = 1$

(10) نقطتا تقاطع القطع الزائد الذي معادلته: $\frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{49} = 1$ مع محور السينات هما:

(a) $(\pm 7, 0)$ (b) $(\pm 5, 0)$

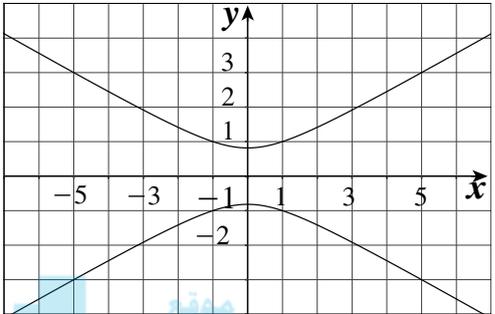
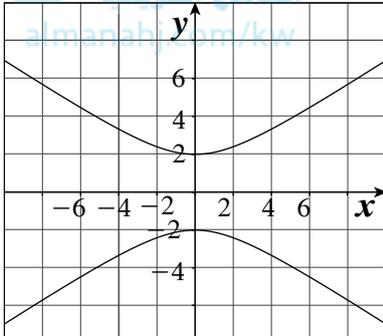
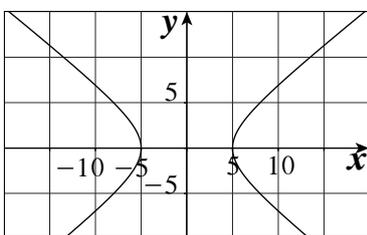
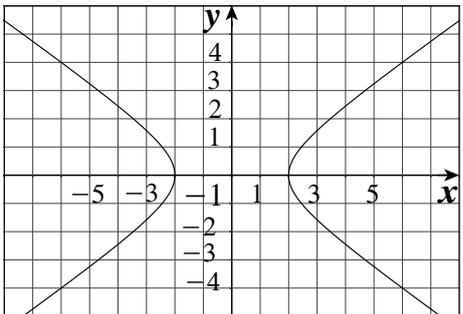
(c) $(0, \pm 5)$ (d) ليس أيًا مما سبق

(11) معادلتا الخطين المقاربين للقطع الزائد: $\frac{x^2}{8} - \frac{y^2}{32} = 2$ هما:

(a) $y = \pm 2x$ (b) $y = \pm \frac{1}{2}x$

(c) $y = \pm 4x$ (d) $y = \pm \frac{1}{4}x$

في التمارين (12-14)، لديك قائمتان. اختر من القائمة (2) ما يناسب كل تمرين في القائمة (1) لتصل بيان كل قطع زائد بمعادلته.

| القائمة (2) | القائمة (1) |
|--|--|
| <p>(a)</p>  | <p>(12) $\frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{16} = 1$</p> |
| <p>(b)</p>  | <p>(13) $3y^2 - x^2 = 2$</p> |
| <p>(c)</p>  | <p>(14) $\frac{1}{2}x^2 - y^2 - 2 = 0$</p> |
| <p>(d)</p>  | |



الاختلاف المركزي

تعريف:

القطع المخروطي هو مجموعة كل النقاط في المستوى الإحداثي حيث تكون نسبة بعد كل منها من نقطة ثابتة (البؤرة) إلى بعدها عن مستقيم ثابت (الدليل) في نفس المستوى تساوي مقداراً ثابتاً.

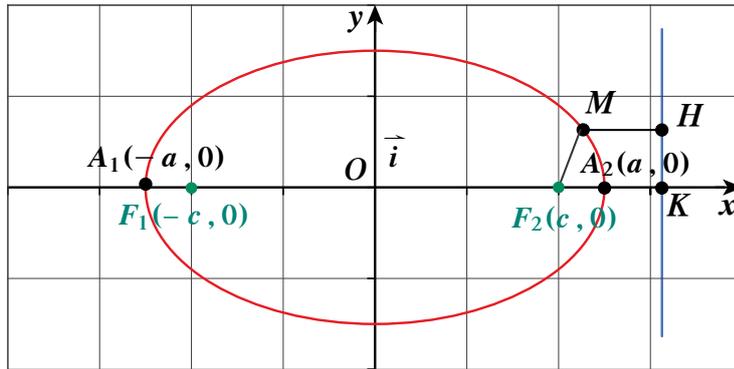
a إذا $e = 1$ يكون القطع المخروطي قطعاً مكافئاً (Parabola)

b إذا $e < 1$ يكون القطع المخروطي قطعاً ناقصاً (Ellipse)

c إذا $e > 1$ يكون القطع المخروطي قطعاً زائداً (Hyperbola)

المناهج الكويتية
almanahj.com/kw

$$e = \frac{\text{بعد النقطة عن إحدى البؤرتين}}{\text{بعد النقطة عن أحد الدليلين}}$$



$$e = \frac{c}{a}$$



مثال 1

حدد نوع القطع في كل مما يلي ثم أوجد معادلته.

a اختلافه المركزي ($e = 1$) وبؤرتيه: $F\left(\frac{1}{2}, 0\right)$

b اختلافه المركزي ($e = \frac{1}{2}$) وإحدى بؤرتيه: $F(2, 0)$

c اختلافه المركزي ($e = 2$) ومعادلة أحد دليليه: $x = 1$



حدد نوع القطع في كل مما يلي ثم أوجد معادلته

a اختلافه المركزي ($e = 1$) وبؤرتيه $F(-1, 0)$

b اختلافه المركزي ($e = \frac{4}{5}$) وإحدى بؤرتيه $F(-4\sqrt{2}, 0)$

c اختلافه المركزي ($e = \sqrt{3}$) ومعادلة أحد دليليه $x = \frac{1}{3}$

حاول أن تحل 1

أوجد الاختلاف المركزي لكل قطع مما يلي حيث معادلته:

مثال 2

a $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$

موقع
المناهج الكويتية
almanahj.com/kw

b $x^2 - 25y^2 = 1$



أوجد الاختلاف المركزي لكل قطع مما يلي حيث معادلته:

حاول أن تحل 2

a $x^2 + \frac{y^2}{25} = 1$

موقع
المنهج الكويتية
almanahj.com/kw

b $24y^2 = 600 + 25x^2$

أوجد طول المحور الأكبر للقطع الناقص الذي اختلافه المركزي $(e = \frac{\sqrt{5}}{3})$ وطول محوره الأصغر 4 وحدات.

مثال 3



حاول أن تحل 3

أوجد طول المحور القاطع للقطع الزائد الذي اختلافه المركزي $(e = 2)$ وطول محوره المرافق 6 وحدات.



كراسة التمارين

في التمارين (1-4)، حدّد نوع القطع في كل ممّا يلي، ثم أوجد معادلته.

(1) اختلافه المركزي $e = \frac{3}{2}$ وإحدى بؤرتيه $F(0, 3)$



(2) اختلافه المركزي $e = \frac{\sqrt{7}}{4}$ وإحدى بؤرتيه $F(0, -\sqrt{7})$

(3) اختلافه المركزي $e = \frac{5}{3}$ وأحد رأسيه $A(-4, 0)$

(4) اختلافه المركزي $e = \frac{3}{4}$ ومعادلة دليله $x = 8$



في التمرين (5-6)، أوجد الاختلاف المركزي لكل قطع ممّا يلي حيث معادلته:

(5) $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$

(6) $4y^2 - 9x^2 = 36$



في التمرينين (7-8)، أوجد الرأسين والبؤرتين والاختلاف المركزي ومعادلتَي الدليلين للقطع الزائد.

$$(7) \text{ المعادلة: } \frac{x^2}{7} - \frac{y^2}{16} = 1$$



$$(8) \text{ المعادلة: } \frac{y^2}{16} - \frac{x^2}{4} = 1$$

بنود موضوعية

في التمرينين (1-7)، ظلّل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

(a) (b)

(1) إذا كانت $e < 1$ ، فإن القطع هو قطع ناقص.

(a) (b)

(2) إذا $a = 6$ ، $b = 9$ في القطع الزائد فإن $c = 3\sqrt{13}$

(a) (b)

(3) معادلتا المقاربتين للقطع الزائد $\frac{x^2}{36} - \frac{y^2}{9} = 1$ هما: $y = \frac{1}{2}x$ ، $y = -\frac{1}{2}x$

(a) (b)

(4) إذا كانت معادلة القطع الناقص هي: $\frac{x^2}{49} + \frac{y^2}{9} = 1$ ، فإن طول محوره الأكبر هو 6 وطول محوره الأصغر هو 14.

(a) (b)

(5) لأيّ معادلة قطع مكافئ فإن $e = 1$

(a) (b)

(6) المحور القاطع للقطع الزائد $\frac{y^2}{15} - \frac{x^2}{10} = 1$ ينطبق على محور الصادات.

(a) (b)

(7) رأسا القطع الناقص الذي معادلته: $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{25} = 1$ هما: $(0, 6)$ ، $(0, -6)$

(a) (b)

في التمارين (8-13)، ظلّل رمز الدائرة الدال على الإجابة الصحيحة.

(8) إذا كانت $a = 7$ ، $c = 2\sqrt{10}$ ، فإن معادلة القطع المخروطي الناتج هي:

(a) $\frac{x^2}{49} - \frac{y^2}{9} = 1$

(b) $\frac{x^2}{49} + \frac{y^2}{9} = 1$

(c) $\frac{x^2}{7} + \frac{y^2}{3} = 1$

(d) $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{49} = 1$

(9) أيّ معادلة مما يلي تمثل قطعاً زائداً معادلة أحد دليليه $y = \frac{25}{7}$ ؟

(a) $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{24} = 1$

(b) $\frac{x^2}{24} - \frac{y^2}{25} = 1$

(c) $\frac{y^2}{25} - \frac{x^2}{24} = 1$

(d) $\frac{y^2}{25} + \frac{x^2}{24} = 1$

(10) إذا كانت معادلة أحد المقاربتين $y = -\frac{7}{5}x$ والاختلاف المركزي $e = \frac{\sqrt{74}}{5}$ فمعادلة القطع الزائد هي:

(a) $\frac{y^2}{7} - \frac{x^2}{5} = 1$

(b) $\frac{x^2}{7} - \frac{y^2}{5} = 1$

(c) $\frac{x^2}{49} - \frac{y^2}{25} = 1$

(d) $\frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{49} = 1$

(11) الاختلاف المركزي للمعادلة $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{25} = 1$ هو:

(a) $\frac{\sqrt{11}}{6}$

(b) $\frac{\sqrt{11}}{5}$

(c) $\frac{36}{25}$

(d) $\frac{25}{36}$



(12) معادلة قطع ناقص إحدى بؤرتيه (0, 4) وأحد رأسيه (0, -5) هي:

(a) $\frac{y^2}{9} + \frac{x^2}{25} = 1$

(b) $\frac{y^2}{4} + \frac{x^2}{5} = 1$

(c) $\frac{y^2}{25} + \frac{x^2}{9} = 1$

(d) $\frac{y^2}{5} + \frac{x^2}{3} = 1$

(13) لأي قطع ناقص يكون:

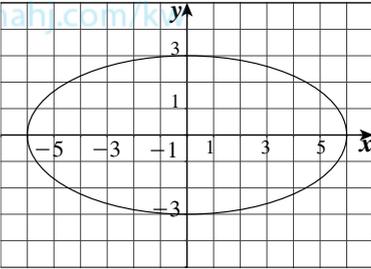
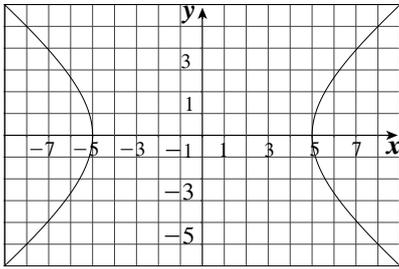
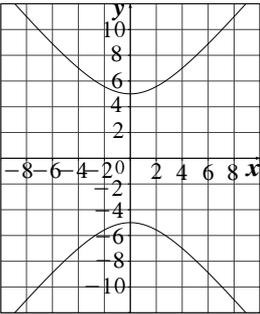
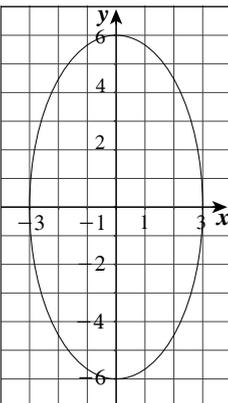
(a) $a > c$

(b) $a < c$

(c) $a = ec$

(d) $a = c$

في التمارين (14-16)، لديك قائمتان. اختر من القائمة (2) ما يناسب كل تمرين في القائمة (1) لتصل بيان كل قطع مخروطي بمعادلته.

| القائمة (2) | القائمة (1) |
|--|--|
| <p>(a) </p> | <p>(14) $\frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{16} = 1$</p> |
| <p>(b) </p> | <p>(15) $\frac{y^2}{36} + \frac{x^2}{9} = 1$</p> |
| <p>(c) </p> | <p>(16) $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{9} = 1$</p> |
| <p>(d) </p> | |