

تم تحميل هذا الملف من موقع ملفات الكويت التعليمية



[com.kwedufiles.www//:https](https://www.kwedufiles.com)

*للحصول على أوراق عمل لجميع الصفوف وجميع المواد اضغط هنا

* للحصول على أوراق عمل لجميع مواد الصف الثاني عشر العلمي اضغط هنا

<https://kwedufiles.com/14>

* للحصول على جميع أوراق الصف الثاني عشر العلمي في مادة رياضيات وجميع الفصول, اضغط هنا

<https://kwedufiles.com/14math>

* للحصول على أوراق عمل لجميع مواد الصف الثاني عشر العلمي في مادة رياضيات الخاصة بـ الفصل الثاني اضغط هنا

<https://www.kwedufiles.com/14math2>

* لتحميل كتب جميع المواد في جميع الفصول للـ الصف الثاني عشر العلمي اضغط هنا

<https://www.kwedufiles.com/grade14>

[bot_kwlinks/me.t//:https](https://t.me/bot_kwlinks)

للحصول على جميع روابط الصفوف على تلغرام وفيسبوك من قنوات وصفحات: اضغط هنا

الروابط التالية هي روابط الصف الثاني عشر العلمي على مواقع التواصل الاجتماعي

مجموعة الفيسبوك

صفحة الفيسبوك

مجموعة التلغرام

بوت التلغرام

قناة التلغرام

رياضيات على التلغرام

6-2

حجوم الأجسام الدورانية

أوجد حجم الجسم الناتج من دوران المنطقة المستوية دوراً كاملة حول محور السينات والمحاور بكل من المستقيمات والمخنيات التالية:

(1) $y_1 = x^2$, $y_2 = 0$, $x = 2$, $x = 0$

$$V = \pi \int_0^2 (x^2)^2 dx = \pi \int_0^2 x^4 dx$$

$$= \pi \left[\frac{x^5}{5} \right]_0^2 = \pi \left(\frac{2^5}{5} - 0 \right) = \frac{32\pi}{5} \text{ units cupe}$$

(2) $y_1 = \frac{1}{x}$, $y_2 = 0$, $x = 1$, $x = 4$

$$y_1 > 0 \quad \forall x \in [1, 4]$$

$$V = \pi \int_1^4 \left(\frac{1}{x} \right)^2 dx = \pi \int_1^4 x^{-2} dx = \pi \left[-\frac{1}{x} \right]_1^4$$

$$= \pi \left(-\frac{1}{4} - \left(-\frac{1}{1} \right) \right) = \frac{3\pi}{4} \text{ units cupe}$$

(3) $y_1 = \sqrt{1-x^2}$, $y_2 = 0$

$$\sqrt{1-x^2} = 0 \Rightarrow 1-x^2 = 0 \Rightarrow$$

$$x = 1 \text{ , } x = -1$$

$$V = \pi \int_{-1}^1 (\sqrt{1-x^2})^2 dx$$

$$= \pi \int_{-1}^1 (1-x^2) dx = \pi \left[x - \frac{x^3}{3} \right]_{-1}^1$$

$$= \pi \left(1 - \frac{1^3}{3} - \left((-1) - \frac{(-1)^3}{3} \right) \right)$$

$$= \frac{4\pi}{3} \text{ units cupe}$$

$$(4) \quad y_1 = x^2 + 1 \quad \& \quad y_2 = x + 3$$

$$y_1 = y_2 \Rightarrow x^2 + 1 = x + 3 \Rightarrow x^2 - x - 2 = 0$$

$$(x - 2)(x + 1) = 0$$

$$x = 2 \quad \& \quad x = -1$$

$$0 \in (-1, 2) \Rightarrow y_1(0) = 0^2 + 1 = 1 \Rightarrow y_2 \geq y_1 \geq 0 \quad \forall x \in [-1, 2]$$

$$y_2(0) = 0 + 3 = 3$$

$$V = \int_{-1}^2 (y_2)^2 - (y_1)^2 dx = \int_{-1}^2 (x+3)^2 - (x^2+1)^2 dx$$

$$= \int_{-1}^2 x^2 + 6x + 9 - (x^4 + 2x^2 + 1) dx$$

$$= \int_{-1}^2 -x^4 - x^2 + 6x + 8 dx$$

$$= \left[-\frac{x^5}{5} - \frac{x^3}{3} + 3x^2 + 8x \right]_{-1}^2$$

$$= \frac{-(2)^5}{5} - \frac{2^3}{3} + 3(2)^2 + 8(2) - \left(\frac{-(-1)^5}{5} - \frac{(-1)^3}{3} + 3(-1)^2 + 8(-1) \right)$$

$$= \frac{117}{5} \text{ units cupe}$$

$$(5) \quad y_1 = \sec x, \quad y_2 = \sqrt{2}, \quad -\frac{\pi}{4} \leq x \leq \frac{\pi}{4}$$

$$y_1 = y_2 \Rightarrow \sec x = \sqrt{2} \Rightarrow x = \frac{\pi}{4} \text{ or } x = -\frac{\pi}{4}$$

$$0 \in \left(-\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4}\right) \Rightarrow \begin{aligned} y_1(0) &= 1 \\ y_2(0) &= \sqrt{2} \Rightarrow \end{aligned}$$

$$y_2 \geq y_1 \geq 0 \quad \forall x \in \left[-\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4}\right]$$

$$V = \pi \int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} (y_2)^2 - (y_1)^2 dx$$

$$= \pi \int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} (\sqrt{2})^2 - (\sec x)^2 dx$$

$$= \pi \int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} 2 - \sec^2 x dx$$

$$= \pi \left[2x - \tan x \right]_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}}$$

$$= \pi \left[2\left(\frac{\pi}{4}\right) - \tan \frac{\pi}{4} - \left(2\left(-\frac{\pi}{4}\right) - \tan\left(-\frac{\pi}{4}\right)\right) \right]$$

$$= \pi \left[\frac{\pi}{2} - 1 + \frac{\pi}{2} + -1 \right]$$

$$= \pi [\pi - 2]$$

$$= \pi^2 - 2\pi \quad \text{units cupe}$$

(6) $y_1 = x+1$, $y_2 = x-1$, $x=1$, $x=4$

y_1, y_2 متقاطعان متوازيان : لها غير متقاطعان

$$2 \in (1, 4) \Rightarrow y_1(2) = 3$$

$$y_2(2) = 1 \Rightarrow$$

$$y_1 \geq y_2 \geq 0 \quad \forall x \in [1, 4]$$

$$V = \pi \int_1^4 (y_1)^2 - (y_2)^2 dx$$

$$= \pi \int_1^4 (x+1)^2 - (x-1)^2 dx$$

$$= \pi \int_1^4 x^2 + 2x + 1 - (x^2 - 2x + 1) dx$$

$$= \pi \int_1^4 4x dx = \pi [2x^2]_1^4$$

$$= \pi (2(4)^2 - 2(1)^2) = 30\pi \text{ units cupe}$$

(7) $y_1 = x$, $y_2 = 1$, $x=0$

$$y_1 = y_2 \Rightarrow x = 1 \quad \left(\frac{1}{2} \in (0, 1) \Rightarrow \right.$$

$$y_1\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2} \Rightarrow y_2 \geq y_1 \geq 0 \quad \forall x \in [0, 1]$$

$$y_2\left(\frac{1}{2}\right) = 1$$

$$V = \pi \int_0^1 (1)^2 - (x)^2 dx = \pi \int_0^1 1 - x^2 dx =$$

$$= \pi \left[x - \frac{x^3}{3} \right]_0^1$$

$$= \pi \left(1 - \frac{1^3}{3} - 0 \right) = \frac{2\pi}{3} \text{ units cupe}$$

(8) $y_1 = \sqrt{x}$, $y_2 = 0$, $x = 4$

$$y_1 = y_2 \Rightarrow \sqrt{x} = 0 \Rightarrow x = 0$$

$$y_1 \geq y_2 \geq 0 \quad \forall x \in [0, 4]$$

$$\begin{aligned} V &= \pi \int_0^4 (\sqrt{x})^2 - 0 \, dx = \pi \int_0^4 x \, dx = \pi \left[\frac{x^2}{2} \right]_0^4 \\ &= \pi \left(\frac{4^2}{2} - 0 \right) = 8\pi \text{ units cube} \end{aligned}$$

(9)

$$f(x) = \frac{r}{h} x$$

$$V = \pi \int_0^h (f(x))^2 \, dx$$

$$= \pi \int_0^h \left(\frac{r}{h} x \right)^2 \, dx$$

$$= \pi \int_0^h \frac{r^2}{h^2} x^2 \, dx$$

$$= \pi \frac{r^2}{h^2} \left[\frac{x^3}{3} \right]_0^h = \frac{\pi}{3} \frac{r^2}{h^2} (h^3 - 0)$$

$$= \frac{1}{3} \pi r^2 h$$

