تم تحميل هذا الملف من موقع المناهج الكويتية

almanahj.com/kw

موقع المناهج الكويتية

سلامة علي الركاض

الملف دراسة شاملة للدوال المثلثية وقوانين المثلثات منهاج جديد
موقع المناهج ⇦ ملفات الكويت التعليمية ⇦ الصف الحادي عشر العلمي ⇦ رياضيات ⇦ الفصل الثاني

روابط مواقع التواصل الاجتماعي بحسب الصف الحادي عشر العلمي			
روابط مواد الصف الحادي عشر العلمي على تلغرام			
التربية الاسلامية	اللغة العربية	اللغة الانجليزية	الرياضيات

المزيد من الملفات بحسب الصف الحادي عشر العلمي والمادة رياضيات في الفصل الثاني	
1	النموذج الاول 11 علمي(1)
2	هندسة الفضاء بالحلول في مادة الرياضيات
3	مراجعة هامة ومتوقعة في مادة الرياضيات
4	تحميل كتاب الطالب(تمارين)علمي
5	تحميل كتاب الطالب

رياضيات

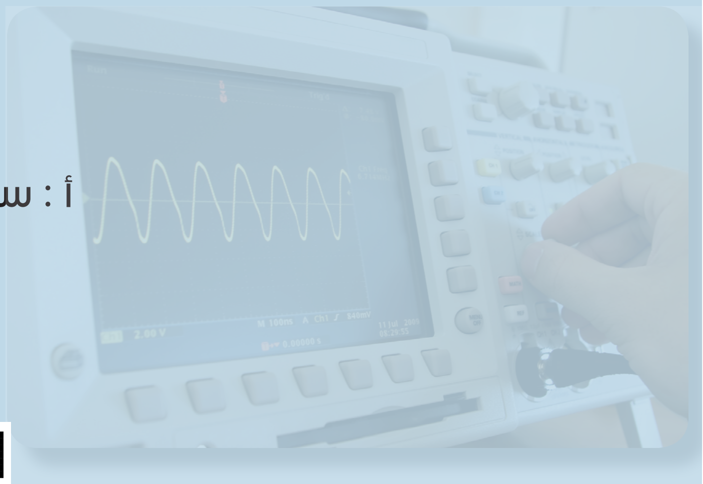
الصف الحادي عشر

حساب المثلثات

الوحدة الثامنة

الفصل الدراسي الثاني

2025 - 2026



أ : سلامة علي الركاض

التمثيل البياني للدوال المثلثية (الجيب , جيب التمام , الظل)

الدوال الجيبية

تسمّى الدالة على الصورة $y = a\sin bx$ **دالة الجيب** والدالة على الصورة $y = a\cos bx$ **دالة جيب التمام** حيث $b \neq 0$, $a \neq 0$ وهما دالتان جيبيتان وكل منهما دورية.

1. تسمى $|a|$ سعة الدالة الجيبية.
2. $|b|$ تمثل عدد الدورات في الفترة $[0, 2\pi]$
3. $\frac{2\pi}{|b|}$ تمثل دورة الدالة.

موقع المناهج الكويتية
almanahj.com/kw

مثال 1 أوجد الدورة والسعة لكل دالة مما يلي:

a) $y = 2\cos x$

b) $y = -5\cos\frac{x}{3}$

حاول أن تحل 1 أوجد الدورة والسعة لكل دالة مما يلي:

a $y = -2\cos 5x$

b $y = \frac{1}{2}\cos(-x)$

موقع المناهج الكويتية
almanahj.com/kw

مثال 2 اكتب معادلة الدالة على الصورة $y = a \sin bx$ إذا كانت:

a الدورة هي $\frac{\pi}{2}$ ، $a = 3$

b الدورة هي 2π ، $a = -\frac{1}{2}$

c الدورة هي 3 ، $a = 1.5$

حاول أن تحل 2

اكتب معادلة الدالة على الصورة $y = a\cos bx$ إذا كانت:

a الدورة هي $\frac{\pi}{3}$ ، $a = -2$

موقع المناهج الكويتية
almanahj.com/kw

b الدورة هي π ، $a = 0.25$

c الدورة هي 2 ، $a = 1$

كراسة التمارين

(1) حدّد دورة كل دالة مما يلي وسعتها:

(a) $y = 3\cos x$

(b) $y = \sin 2x$

(c) $y = 3\sin\frac{x}{3}$

(d) $y = \frac{1}{3}\cos\frac{x}{2}$

موقع المناهج الكويتية
almanahj.com/kw

(2) اكتب معادلة الدالة على الصورة $y = a\sin(bx)$ في كل من الحالات التالية:

(a) الدورة $\frac{2\pi}{3}$ ، $a = 1$

(b) الدورة π ، $a = \frac{1}{3}$

(c) الدورة 4π ، $a = -4$

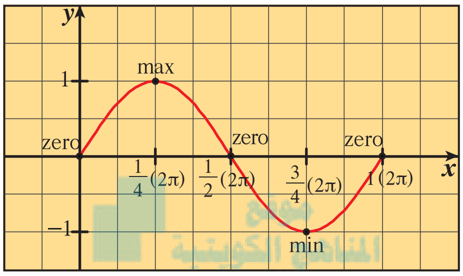
التمثيل البياني للدوال الجيبية

أولاً : دالة الجيب

$y = \sin x$ هي دالة مثلثية مجالها $\mathbb{R}$ ومداها $[-1,1]$، وهي دالة دورية ذات دورة 2π وسعتها تساوي واحد.

للحصول على التمثيل البياني لِـ $y = \sin x$ في دورة واحدة، تقسم الدورة الواحدة إلى أرباع، ثم نكوّن الجدول في الفترة $[0, 2\pi]$ كالتالي:

x	0	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
$\sin x$	0	1	0	-1	0

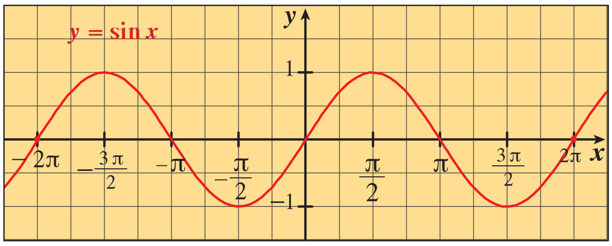


almanahj.com/kw

وحيث إنها دالة دورية، دورتها 2π فإنها تكرر قيمها ومن ذلك يمكن رسم بيان الدالة: $f(x) = \sin x \ , \ x \in \mathbb{R}$

يمكنك التحقق باستخدام آلة حاسبة.

من بيان دالة الجيب نلاحظ:



1. لأي عدد صحيح n فإن $\sin(n\pi) = 0$
2. لأي عدد صحيح n فإن للدالة $f(x) = \sin x$ قيمة عظمى تساوي (1) عند $x = \frac{\pi}{2} + 2n\pi$ وقيمة صغرى تساوي (-1) عند $x = \frac{3\pi}{2} + 2n\pi$
3. دالة الجيب دالة فردية لأن: $\sin(-x) = -\sin x \, , \forall x \in \mathbb{R}$
4. منحنى الدالة متناظر حول نقطة الأصل.
5. سعة الدالة هي: $\frac{\max f - \min f}{2}$

مثال 3

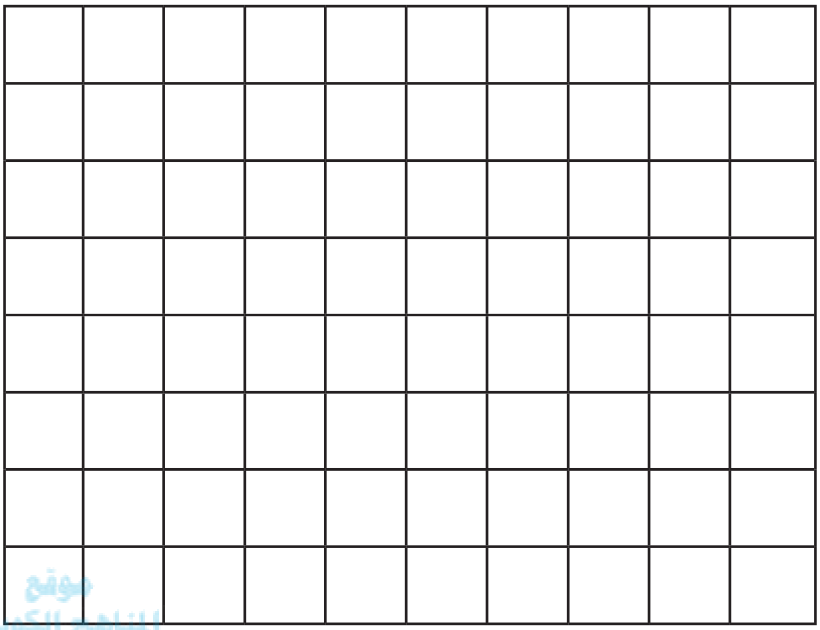
أوجد السعة والدورة لكل دالة مما يلي ثم ارسم بيانها:

a) $y = 3\sin 2x$

السعة

الدورة

ربع الدورة



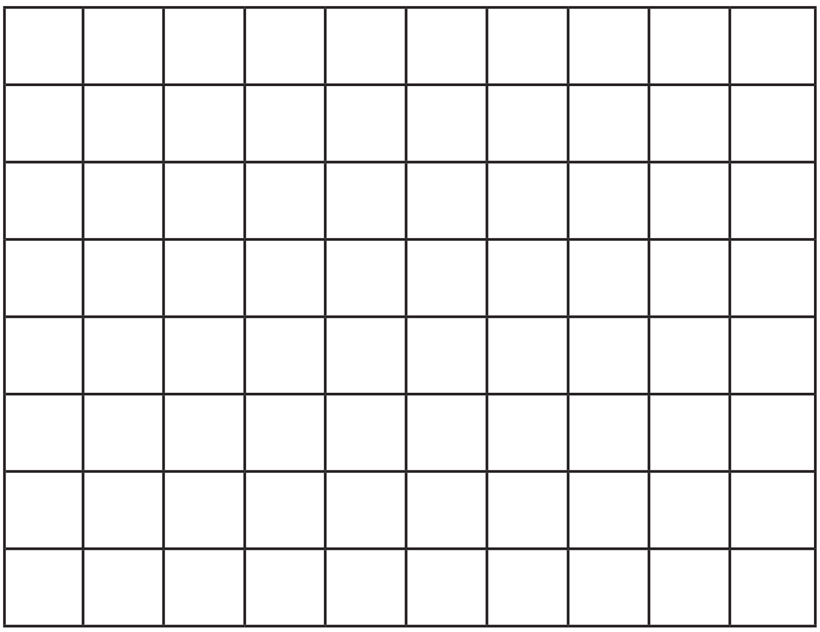
موقع المناهج الكويتية
almanahj.com/kw

b $y = -2\sin\left(\frac{1}{2}x\right)$, $-4\pi \le x \le 4\pi$

السعة

الدورة

ربع الدورة



حاول أن تحل 3

أوجد السعة والدورة لكل دالة مما يلي ثم ارسم بيانها:

a $y = \frac{1}{2}\sin 4x$

السعة

الدورة

ربع الدورة

موقع المناهج الكويتية
almanahj.com/kw

b $y = -4\sin x \ , \ x \in [-\pi \ , \ 2\pi]$

السعة

الدورة

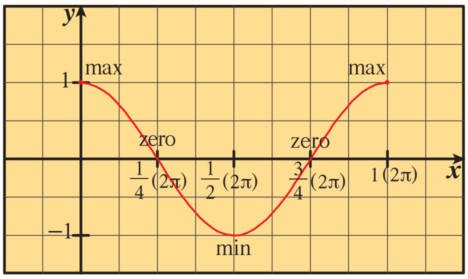
ربع الدورة

موقع المناهج الكويتية
almanahj.com/kw

ثانياً : دالة جيب التمام

$y = \cos x$ هي دالة مثلثية مجالها هو أيضًا $\mathbb{R}$ ومداها هو $[-1,1]$، وهي دالة دورية ذات دورة 2π وسعتها تساوي واحد.

ونستطيع الحصول على التمثيل البياني للدالة $y = \cos x$ على مجالها عن طريق رسمها على الفترة $[0, 2\pi]$ تمامًا مثلما فعلنا في دالة الجيب.



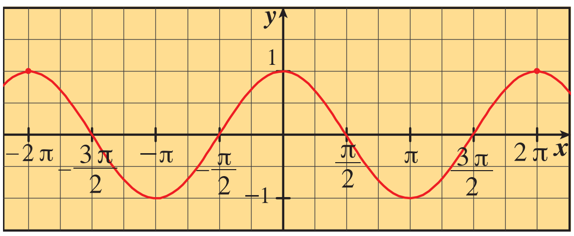
وتكرر نفسها ونحصل على البيان التالي:

x	0	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
$\cos x$	1	0	-1	0	1

يمكنك التحقق باستخدام الآلة الحاسبة.

من بيان دالة جيب التمام نلاحظ أن:

1. لأي عدد صحيح n فإن $\cos\left(\frac{\pi}{2} + n\pi\right) = 0$
2. لأي عدد صحيح n فإن للدالة $f(x) = \cos x$ قيمة عظمى تساوي (1) عند $x = 2n\pi$ وقيمة صغرى تساوي (-1) عند $x = \pi + 2n\pi$
3. دالة جيب التمام دالة زوجية لأن: $\cos(-x) = \cos x \quad , \forall x \in \mathbb{R}$
4. محور الصادات هو خط تناظر لمنحنى الدالة.
5. سعة الدالة هي: $\frac{\max f - \min f}{2}$



مثال 4

أوجد السعة والدورة لكل دالة مما يلي ثم ارسم بيانها:

a $y = 2\cos 4x$

السعة

الدورة

ربع الدورة

موقع
المناهج الكويتية
almanahj.com/kw

b $y = -5\cos\left(\frac{2}{3}x\right) \ , \ x \in [-3\pi \ , \ 3\pi]$

السعة

الدورة

ربع الدورة

حاول أن تحل 4

أوجد السعة والدورة لكل دالة مما يلي ثم ارسم بيانها:

موقع المناهج الكويتية
almanahj.com/kw

a $y = 3\cos 2x$

السعة

الدورة

ربع الدورة

b $y = -2\cos\left(\frac{3}{4}x\right)\ ,\ 0 \leq x \leq 2\pi$

السعة

الدورة

ربع الدورة

موقع المناهج الكويتية
almanahj.com/kw

ثالثاً : دالة الظل

هي الدالة المثلثية على الصورة $y = \tan x$ وتكتب:

$\tan x = \dfrac{\sin x}{\cos x} \ : \ \cos x \neq 0$

مجالها: $D = \mathbb{R} - \left\{x : x = \dfrac{\pi}{2} + n\pi \ , \ n \in \mathbb{Z}\right\}$

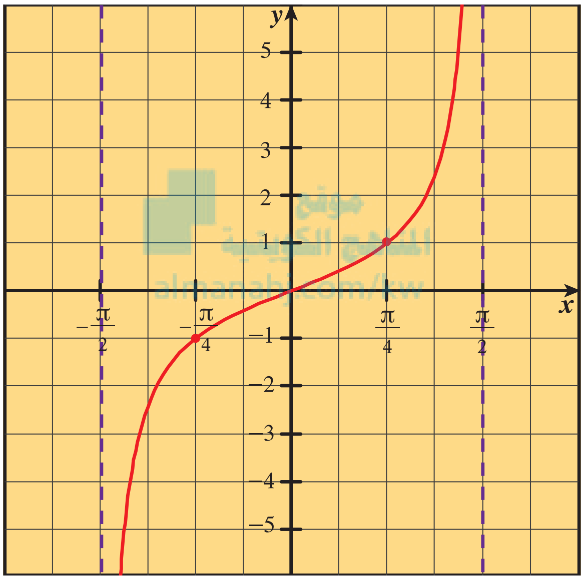
ومداها: $\mathbb{R}$

وهي دالة دورية ذات دورة π

وللحصول على التمثيل البياني لـ: $y = \tan x$

في دورة واحدة $\left(\dfrac{-\pi}{2}, \dfrac{\pi}{2}\right)$

نقسم الدورة إلى أرباع كما هو في الجدول التالي:

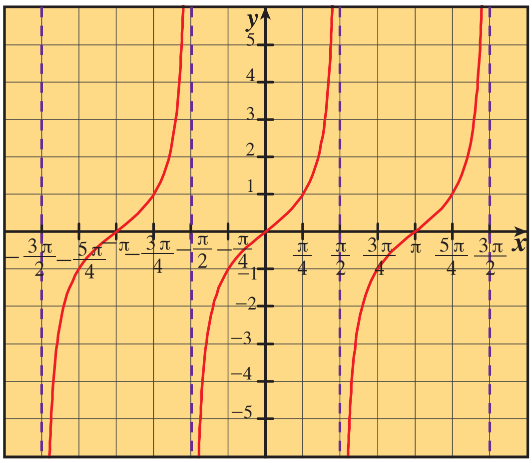


x	$\frac{-\pi}{2}$	$\frac{-\pi}{4}$	0	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{2}$
$\tan x$	غير معرف	-1	0	1	غير معرف

وحيث إنها دالة دورية دورتها π فإنها تكرر قيمتها.

ومن ذلك يمكننا رسم الدالة $y = \tan x$ على مجالها.

من بيان دالة الظل نلاحظ أن دالة الظل:



1 ليس لها سعة.

2 لأي عدد صحيح n فإن $\tan(n\pi) = 0$

3 لأي عدد صحيح n فإن $\tan\left(\dfrac{\pi}{2} + n\pi\right)$ غير معرف.

وتسمى المستقيمات $x = \dfrac{\pi}{2} + n\pi$ محاذيات رأسية لبيان الدالة $y = \tan x$

4 دالة فردية لأن: $\tan(-x) = -\tan x \ , \ \forall x \in D$

5 منحناها متناظر حول نقطة الأصل.

وبصفة عامة: الدالة $y = a\tan bx$،

دورتها: $\dfrac{\pi}{|b|}$ أي في الفترة $\left(\dfrac{-\pi}{2b} \ , \ \dfrac{\pi}{2b}\right)$ وتكرر منحناها على مجالها.

مثال 5

أوجد الدورة لكل دالة مما يلي ثم ارسم بيانها.

a $y = \tan 2x \ , \ x \in \left(\frac{-\pi}{4} \ , \ \frac{3\pi}{4}\right)$

الدورة

ربع الدورة

موقع المناهج الكويتية
almanahj.com/kw

b $y = 2\tan\left(\frac{1}{2}x\right)$

الدورة

ربع الدورة

موقع
المناهج الكويتية
almanahj.com/kw

حاول أن تحل 5 **أوجد الدورة لكل دالة مما يلي ثم ارسم بيانها:**

a $y = -\tan x$

الدورة

ربع الدورة

موقع المناهج الكويتية
almanahj.com/kw

b $y = \frac{1}{2}\tan x$

الدورة

ربع الدورة

موقع المناهج الكويتية
almanahj.com/kw

خصائص الدوال المثلثية باعتبار $n \in Z$

الخاصية	$\sin x$	$\cos x$	$\tan x$
الدورة	2π	2π	π
المجال	$(-\infty , \infty)$	$(-\infty , \infty)$	$\mathbb{R} - \left\{x , x = \frac{\pi}{2} + n\pi\right\}$
المدى	$[-1 , 1]$	$[-1 , 1]$	$(-\infty , \infty)$
الأصفار	$x = n\pi$	$x = \frac{\pi}{2} + n\pi$	$x = n\pi$
زوجية أو فردية	فردية	زوجية	فردية

بنود موضوعية

في التمارين (1–7)، ظلّل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

(1) معادلة الدالة المثلثية $y = a\sin(b\theta)$ حيث السعة 5 والدورة 3π هي $y = 5\sin\left(\frac{2}{3}\theta\right)$ (a) (b)

(2) الدالة التي دورتها $\frac{\pi}{2}$ وسعتها 3 يمكن أن تكون $y = 3\sin\left(\frac{\pi\theta}{2}\right)$ (a) (b)

(3) الدال $y = 3\tan\left(\frac{3}{4}x\right)$ دورتها $\frac{4}{3}\pi$ (a) (b)

(4) الدالة التي دورتها $\frac{\pi}{3}$ وسعتها 4 يمكن أن تكون $y = -4\cos(6x)$ (a) (b)

(5) سعة الدالة $y = -5\cos 2x$ هي -5 (a) (b)

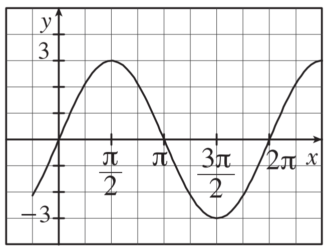
(6) في الدالة f حيث $f(x) = a\cos bx$ يكون: $2|a| = \max f + \min f$ (a) (b)

(7) الدالتان f, g حيث $g(x) = \tan 4x$ ، $f(x) = \cos 8x$ لهما نفس الدورة.   (a) (b)

موقع المناهج الكويتية
almanahj.com/kw

في التمارين (8–17)، ظلّل رمز الدائرة الدالّ على الإجابة الصحيحة.

(8) البيان التالي يمثل بيان الدالة:



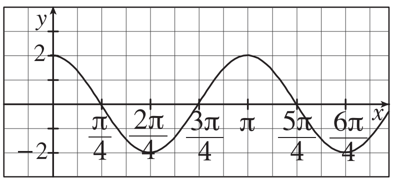
(a) $f(x) = 3\cos x$ (b) $f(x) = 3\sin x$

(c) $f(x) = -3\sin x$ (d) $f(x) = \sin 3x$

(9) لتكن $f(x) = 3\tan 2x$ فإن:

(a) السعة = 1   (b) السعة = 2   (c) السعة = 3   (d) f ليس لها سعة

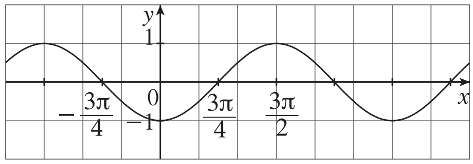
(10) ليكن بيان f كما في الشكل التالي:



فإن f يمكن أن تكون:

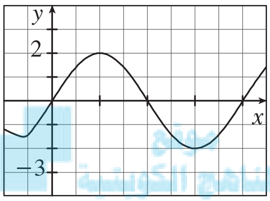
(a) $2\cos 2x$ (b) $\cos 2x$ (c) $\cos\frac{x}{2}$ (d) $\sin 2x$

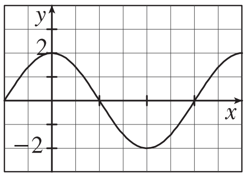
(11) ليكن g دالة دورية بيانها كما في الشكل التالي فإن الدورة تساوي:

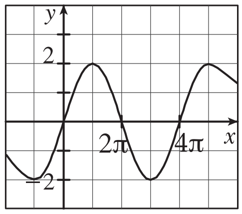


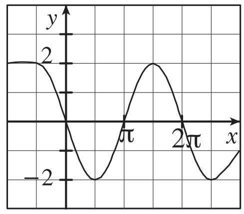
a π **b** 2π **c** 3π **d** $\frac{6\pi}{4}$

(12) لتكن الدالة g حيث: $g(x) = a \sin bx$ فإن بيان g لا يمكن أن يكون:

a


b


c


d


موقع المناهج الكويتية
almanahj.com/kw

(13) معادلة الدالة المثلثية $y = a\cos(bx)$ حيث السعة 4 والدورة 6 يمكن أن تكون:

a $y = \frac{1}{4}\cos\left(\frac{x}{3}\right)$ **b** $y = -4\cos\left(\frac{\pi}{3}x\right)$

c $y = -4\cos\left(\frac{3}{\pi}x\right)$ **d** $y = 4\cos\left(\frac{x}{3}\right)$

(14) الدالة $y = a\cos(bx)$ حيث $a = 2$ ودورتها $\frac{\pi}{4}$ يمكن أن تكون:

a $y = 2\cos\left(\frac{\pi}{4}x\right)$ **b** $y = 8\cos(8x)$

c $y = 2\cos(8x)$ **d** $y = 8\cos\left(\frac{x}{4}\right)$

(15) معادلة الدالة المثلثية $y = a\sin(bx)$ حيث السعة 3 والدورة $\frac{\pi}{2}$ يمكن أن تكون:

a $y = 3\sin\left(\frac{\pi}{2}x\right)$ أو $y = -3\sin\left(\frac{\pi}{2}x\right)$ **b** $y = 3\sin\left(\frac{2}{\pi}x\right)$ أو $y = -3\sin\left(\frac{2}{\pi}x\right)$

c $y = 3\sin\left(\frac{\pi}{4}x\right)$ أو $y = -3\sin\left(\frac{\pi}{4}x\right)$ **d** $y = 3\sin(4x)$ أو $y = -3\sin(4x)$

(16) معادلة الدالة المثلثية $y = \tan(bx)$ حيث الدورة $\frac{3}{4}$ يمكن أن تكون:

a $y = \tan\left(\frac{4}{3}\pi x\right)$ **b** $y = \tan\left(\frac{3}{4}x\right)$

c $y = \tan\left(\frac{4}{3}x\right)$ **d** $y = \tan\left(\frac{3}{4}\pi x\right)$

(17) في الدالة المثلثية $y = -2\sin\left(\frac{3}{5}x\right)$ السعة والدورة هما:

a $-2 , \frac{3\pi}{5}$ **b** $2 , \frac{10\pi}{3}$

c $2 , \frac{3\pi}{5}$ **d** $2 , \frac{2\pi}{15}$

قانون الجيب

في أي مثلث ABC: فإن

$$\frac{\sin\alpha}{a}=\frac{\sin\beta}{b}=\frac{\sin\gamma}{c}$$

ملاحظات

١) يستخدم قانون الجيب عند وجود زاوية وضلع متقابلين معلومين.

٢) إذا علمنا زاويتين في مثلث يمكن دائماً حساب الزاوية الثالثة من قانون مجموع زوايا المثلث ١٨٠°

٣) إذا علمنا ضلعين وزاوية مقابلة لأحدهما في مثلث فإن الزاوية الثانية يمكن أن تكون حادة أو منفرجة وتكون الزاوية المنفرجة مقبولة إذا كان مجموع الزاويتين أقل من $180°$.

موقع المناهج الكويتية
almanahj.com/

مثال 1 حل ΔABC حيث: $\alpha=40°\ ,\ \beta=60°\ ,\ a=4\text{ cm}$

....

....

....

....

....

....

....

....

حاول أن تحل 1 حل ΔABC حيث: $\alpha=36°\ ,\ \beta=48°\ ,\ a=8\text{ cm}$

....

....

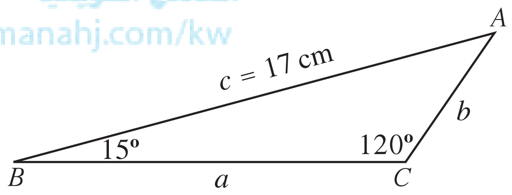
....

موقع المناهج الكويتية
almanahj.com/kw

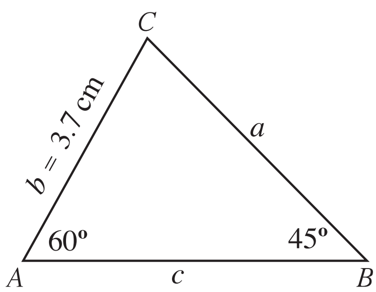
كراسة التمارين

(1–2)، حلّ كلًّا من المثلثين التاليين:

(1)



(2)



مثال 2 حل ΔABC حيث: $a = 3\,\text{cm}\ ,\ b = 2\,\text{cm}\ ,\ \alpha = 40^{\circ}$

موقع المناهج الكويتية
almanahj.com/kw

حاول أن تحل 2 حل ΔABC حيث: $a = 7\,\text{cm}\ ,\ b = 6\,\text{cm}\ ,\ \alpha = 26.3^{\circ}$

مثال 3

حل ΔABC حيث: $a = 5\text{ cm}\ ,\ b = 8\text{ cm}\ ,\ \alpha = 30^{\circ}$

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

موقع المناهج الكويتية
almanahj.com/kw

حاول أن تحل 3

حل ΔABC حيث: $a = 6\text{ cm}\ ,\ b = 7\text{ cm}\ ,\ \alpha = 45^{\circ}$

....

....

....

....

....

....

....

....

....

كراسة التمارين

في التمرينين (3–4)، حلّ المثلث ABC:

(3) $m(\widehat{A}) = 32^{\circ}\, , a = 17\text{ cm}\, , b = 11\text{ cm}$

(4) $m(\widehat{A}) = 43^{\circ}\, , a = 32\text{ cm}\, , b = 28\text{ cm}$

موقع
المناهج الكويتية
almanahj.com/kw

بنود موضوعية

في التمارين (1—3)، ظلّل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

(1) في المثلث ABC: $m(\widehat{A}) = 100^\circ$, $m(\widehat{B}) = 30^\circ$, $BC = 20\text{ cm}$ فإنّ: $AC = 10.154\text{ cm}$ (b) (a)

(2) في المثلث ABC: $m(\widehat{B}) = 80^\circ$, $AB = 12\text{ cm}$, $AC = 16\text{ cm}$ فإنّ: $m(\widehat{C}) = 50^\circ$ (b) (a)

(3) في كل مثلث ABC يكون: $\dfrac{a}{\sin\alpha} = \dfrac{b}{\sin\beta} = \dfrac{\sin\gamma}{c}$ (b) (a)

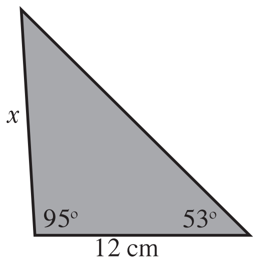
في التمارين (4—9)، ظلّل رمز الدائرة الدالّ على الإجابة الصحيحة.

(4) في المثلث ABC: $m(\widehat{A}) = 80^\circ$, $m(\widehat{B}) = 40^\circ$, $AC = 10\text{ cm}$ فإنّ طولي $\overline{BC}$, $\overline{AB}$ يساويان:

(a) 7.43 cm , 15.32 cm
(b) 6.53 cm , 13.47 cm
(c) 13.47 cm , 15.32 cm
(d) 7.43 cm , 6.53 cm

موقع المناهج الكويتية almanahj.com/kw

(5) في المثلث المقابل، x تساوي حوالي:



(a) 8.6 cm
(b) 15 cm
(c) 18.1 cm
(d) 19.2 cm

(6) مثلث قياسات زواياه: $70^\circ, 60^\circ, 50^\circ$، طول أصغر ضلع فيه هو 9 cm
طول أطول ضلع حوالي:

(a) 11 cm
(b) 11.5 cm
(c) 12 cm
(d) 12.5 cm

(7) القياسات المعطاة في المثلث ABC: $m(\widehat{A}) = 56^\circ$, $AC = 23\text{ cm}$, $AB = 19\text{ cm}$، طول $\overline{BC}$ يساوي:

(a) 12 cm
(b) 18 cm
(c) 19 cm
(d) لا يمكن استخدام قانون الجيب

قانون جيب التمام

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2.b.c.\cos\alpha$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2.a.c.\cos\beta$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2.a.b.\cos\gamma$$

ملاحظات: تستخدم القوانين السابقة لإيجاد ضلع بمعلومية ضلعين وزاوية محصورة بينهما.
يمكن كتابة القوانين الثلاثة السابقة بطريقة أخرى تستخدم لإيجاد زاوية ما بمعلومية الأضلاع الثلاثة

موقع المناهج الكويتية
almanahj.com/kw

$$\cos\alpha = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2.b.c}$$

$$\cos\beta = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2.a.c}$$

$$\cos\gamma = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2.a.b}$$

عند استخدام قانون جيب التمام في حساب احدى الزوايا "إذا علم قياس زاوية و3 أضلاع" نحصل على قياس واحد فقط مناسب بعكس قانون الجيب الذي يمكن أن يعطينا احتمالين

مثال 1

حل ΔABC حيث: $a = 2\,\text{cm}\ ,\ b = 3\,\text{cm}\ ,\ \gamma = 60^{\circ}$

موقع المناهج الكويتية
almanahj.com/kw

حاول أن تحل 1

حل ΔABC حيث: $a = 11\,\text{cm}\ ,\ b = 5\,\text{cm}\ ,\ \gamma = 20^{\circ}$

مثال 2 حل ΔABC حيث: $a = 4\,\text{cm}$, $b = 3\,\text{cm}$, $c = 6\,\text{cm}$

موقع المناهج الكويتية
almanahj.com/kw

حاول أن تحل 2 في ΔABC حيث: $a = 9\,\text{cm}$, $b = 7\,\text{cm}$, $c = 5\,\text{cm}$ أوجد قياس الزاوية الأكبر.

مثال 3

حل ΔABC حيث: $a = 6\text{ cm} \ , \ b = 7\text{ cm} \ , \ \alpha = 30^{\circ}$

موقع المناهج الكويتية
almanahj.com/kw

حاول أن تحل 3

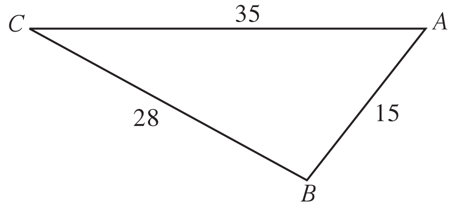
حل ΔABC حيث: $a = 5\text{ cm} \ , \ b = 6.5\text{ cm} \ , \ \alpha = 25^{\circ}$

موقع
المناهج الكويتية
almanahj.com/kw

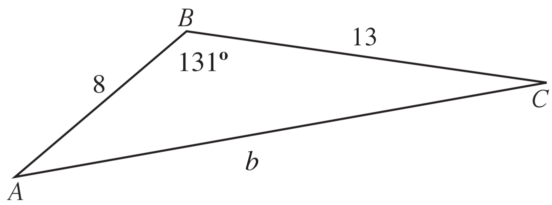
كراسة التمارين

في التمرينين (2–1)، حلّ كلًّا من المثلثين التاليين:

(1)



(2)



موقع
المناهج الكويتية
almanahj.com/kw

في التمارين (3–8)، حلّ كل مثلث مما يلي:

(3) $a = 12, b = 21, m(\widehat{C}) = 95^\circ$

(4) $b = 22, c = 31, m(\widehat{A}) = 82^\circ$

(5) $a = 2 , b = 5 , c = 4$

(6) $a = 3.2 , b = 7.6 , c = 6.4$

(7) $m(\widehat{A}) = 63^{\circ} , a = 18.6 , \ b = 11.1$

(8) $m(\widehat{A}) = 71^{\circ} , a = 9.3 , b = 8.5$

موقع
المناهج الكويتية
almanahj.com/kw

موقع المناهج الكويتية
almanahj.com/kw

بنود موضوعية

في التمارين (1—4)، ظلّل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

(1) في المثلث ABC: $AB = 24\text{ cm}$ ، $AC = 19\text{ cm}$ ، $BC = 27\text{ cm}$ فإنّ: $m(\widehat{A}) \approx 76.82^{\circ}$ (a) (b)

(2) في المثلث ABC: $m(\widehat{A}) = 60^{\circ}$ ، $BC = 44\text{ cm}$ ، $AB = 20\text{ cm}$ فإنّ: $AC \approx 50.5\text{ cm}$ (a) (b)

(3) في المثلث ABC: $b^2 + c^2 < 2bc\cos A$ (a) (b)

(4) إذا كانت أطوال أضلاع مثلث تساوي $5\text{ cm}, 8\text{ cm}, 12\text{ cm}$ فإن قياس الزاوية الكبرى في هذا المثلث يساوي حوالى 133.4° (a) (b)

في التمارين (5—10)، ظلّل رمز الدائرة الدّال على الإجابة الصحيحة.

(5) في المثلث ABC : $m(\widehat{C}) = 60^{\circ}$ ، $AC = 10\text{ cm}$ ، $BC = 20\text{ cm}$ فإن طول $\overline{AB}$ يساوي:

(a) $AB = 10\sqrt{7}\text{ cm}$ (b) $AB = 10\sqrt{3}\text{ cm}$ (c) $AB = 12.4\text{ cm}$ (d) $AB = 29\text{ cm}$

(6) في المثلث ABC : $m(\widehat{A}) = 120^{\circ}$ ، $AB = 30\text{ cm}$ ، $AC = 40\text{ cm}$ فإنّ طول $\overline{BC}$ يساوي:

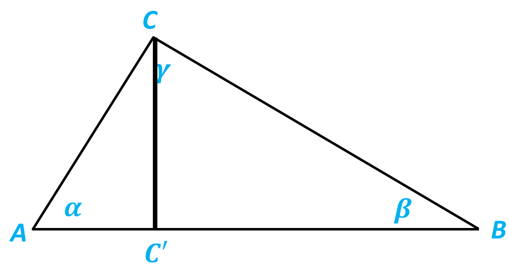
(a) $BC \approx 60.8\text{ cm}$ (b) $BC \approx 36\text{ cm}$ (c) $BC \approx 68\text{ cm}$ (d) $BC \approx 21\text{ cm}$

(7) إذا كان $BC = 25\text{ cm}$ ، $AC = 17\text{ cm}$ ، $AB = 12\text{ cm}$ فإنّ قياس الزاوية الكبرى في المثلث ABC يساوي حوالى:

(a) 118° (b) 110° (c) 125° (d) 100°

مساحة المثلث

$$Area\ (ABC) = \frac{1}{2}\ a.b.\sin\gamma$$
$$= \frac{1}{2}\ a.c.\sin\beta$$
$$= \frac{1}{2}\ b.c.\sin\alpha$$



موقع المناهج الكويتية
almanahj.com/kw

نصف القاعدة ضرب الارتفاع $Area\ (ABC) = \frac{1}{2}\ AB.CC'$

مثال 1 أوجد مساحة المثلث ABC حيث $a = 8\text{ cm}$ ، $b = 5\text{ cm}$ ، $c = 7\text{ cm}$

....

....

....

....

....

....

حاول أن تحل 1 أوجد مساحة المثلث ABC حيث: $a = 5\text{ cm}$, $b = 6\text{ cm}$, $c = 8\text{ cm}$

....

....

....

....

....

....

قاعدة هيرون

يمكننا أيضًا إيجاد مساحة مثلث بمعرفة أطوال أضلاعه الثلاثة بالقاعدة التالية:

$$Area\ (\boldsymbol{ABC}) = \sqrt{\boldsymbol{s}(\boldsymbol{s}-\boldsymbol{a})(\boldsymbol{s}-\boldsymbol{b})(\boldsymbol{s}-\boldsymbol{c})}$$

حيث نصف محيط المثلث

$$\boldsymbol{s} = \frac{1}{2}\,(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c})$$

مثال 2

أوجد مساحة سطح مثلث أطوال أضلاعه: 8 cm , 5 cm , 7 cm

موقع المناهج الكويتية
almanahj.com/kw

....

....

....

....

....

....

أوجد مساحة المثلث ABC حيث: $c = 3\,\text{cm}$, $b = 4\,\text{cm}$, $a = 4\,\text{cm}$

....

....

....

....

....

....

كراسة التمارين

في التمرينين (1–2)، أوجد مساحة المثلث ABC بطريقتين مختلفتين.

(1) $m(\hat{A}) = 47^\circ$, $b = 32\ \text{cm}$, $c = 19\ \text{cm}$

موقع المناهج الكويتية
almanahj.com/kw

(2) $a = 4\ \text{cm}$, $b = 5\ \text{cm}$, $c = 8\ \text{cm}$

في التمارين (3–6)، استخدم قاعدة هيرون لإيجاد مساحة المثلث الذي أطوال أضلاعه كالتالي. (الأطوال بالسنتيمتر).

(3) $a = 5$, $b = 9$, $c = 7$

(4) $a = 23$, $b = 19$, $c = 12$

موقع المناهج الكويتية almanahj.com/kw

(5) $a = 19.3$, $b = 22.5$, $c = 31$

(6) $a = 18.2$, $b = 17.1$, $c = 12.3$

في التمارين (1–6)، ظلّل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

(1) إذا عرفت أطوال أضلاع مثلث فيمكن استخدام قاعدة هيرون لإيجاد مساحته. (a) (b)

(2) لا يمكن إيجاد مساحة مثلث بمعلومية قياسات زواياه الثلاثة. (a) (b)

(3) لا يمكن استخدام قاعدة هيرون إذا كان المثلث قائم الزاوية. (a) (b)

(4) إن معرفة قياس إحدى زوايا مثلث هو شرط ضروري لإيجاد مساحته. (a) (b)

(5) إذا كان a, b طولا ضلعين متتاليين في متوازي أضلاع و θ قياس الزاوية بينهما فإن مساحة متوازي الأضلاع تساوي $ab\sin\theta$ (a) (b)

موقع المناهج الكويتية
almanahj.com/kw

(6) في المثلث ABC: $AC = 9\text{ cm}$, $AB = 7\text{ cm}$, $BC = 5\text{ cm}$
فإن مساحة المثلث ABC تساوي حوالى 15 cm^2 (a) (b)

في التمارين (7–10)، ظلّل رمز الدائرة الدّال على الإجابة الصحيحة.

(7) إذا كان: $m(\widehat{C}) = 40^{\circ}$, $b = 3\text{ cm}$, $a = 2\text{ cm}$ فإن مساحة المثلث ABC تساوي حوالى:

(a) 4.6 cm^2
(b) 3.86 cm^2
(c) 1.93 cm^2
(d) 2.3 cm^2

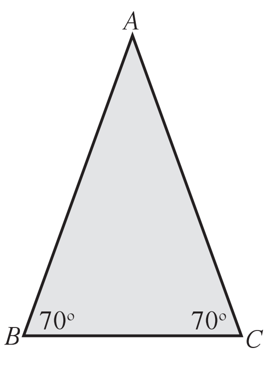
(8) مساحة المثلث الذي أطوال أضلاعه 9 cm , 8 cm , 7 cm هي:

(a) $6\sqrt{15}\text{ cm}^2$
(b) $12\sqrt{5}\text{ cm}^2$
(c) $16\sqrt{3}\text{ cm}^2$
(d) $18\sqrt{3}\text{ cm}^2$

(9) مساحة مثلث متطابق الأضلاع طول ضلعه a هي:

(a) $\frac{a^2\sqrt{3}}{4}\text{ units}^2$
(b) $a^2\text{ units}^2$
(c) $\frac{1}{2}a^2\text{units}^2$
(d) $\frac{a^2\sqrt{3}}{2}\text{ units}^2$

(10) إذا كانت مساحة المثلث ABC تساوي حوالى 8 cm^2 فإن طول $\overline{AB}$ هو حوالى:



(a) 5 cm
(b) 8 cm
(c) 4 cm
(d) 6 cm