

تم تحميل هذا الملف من موقع ملفات الكويت التعليمية



[com.kwedufiles.www//:https](https://www.kwedufiles.com)

*للحصول على أوراق عمل لجميع الصفوف وجميع المواد اضغط هنا

* للحصول على أوراق عمل لجميع مواد الصف الحادي عشر العلمي اضغط هنا

<https://kwedufiles.com/13>

* للحصول على جميع أوراق الصف الحادي عشر العلمي في مادة رياضيات وجميع الفصول, اضغط هنا

<https://kwedufiles.com/13math>

* للحصول على أوراق عمل لجميع مواد الصف الحادي عشر العلمي في مادة رياضيات الخاصة بـ الفصل الثاني اضغط هنا

<https://www.kwedufiles.com/13math2>

* لتحميل كتب جميع المواد في جميع الفصول للـ الصف الحادي عشر العلمي اضغط هنا

<https://www.kwedufiles.com/grade13>

* لتحميل جميع ملفات المدرس قسم الرياضيات اضغط هنا

[bot_kwlinks/me.t//:https](https://t.me/bot_kwlinks)

للحصول على جميع روابط الصفوف على تلغرام وفيسبوك من قنوات وصفحات: اضغط هنا

الروابط التالية هي روابط الصف الحادي عشر العلمي على مواقع التواصل الاجتماعي

مجموعة الفيسبوك

صفحة الفيسبوك

مجموعة التلغرام

بوت التلغرام

قناة التلغرام

رياضيات على التلغرام



٢٠٢٠ / ٢٠١٩

أوراق عمل الصف الحادي عشر علمي

الفصل الدراسي الثاني

* الوحدة السابعة *

* الأعداد المركبة *

هذه الأوراق لاتغني عن الكتاب المدرسي

إعداد قسم الرياضيات

الأعداد المركبة

1-7

Imaginary Unit

الوحدة التخيلية

هي العدد الذي مربعه (-1) ويرمز إليه بالرمز i

$$i = \sqrt{-1} , i^2 = -1$$

الأعداد التخيلية:

- لأي عدد حقيقي موجب m ،

$$\sqrt{-m} = \sqrt{m}i$$

- تسمى الأعداد التي على الصورة bi حيث $b \in \mathbb{R}^*$ أعداداً تخيلية.

Complex Number

تعريف: العدد المركب

العدد المركب هو عدد على الصورة $a + bi$ حيث a, b عدداً حقيقيين، i الوحدة التخيلية.

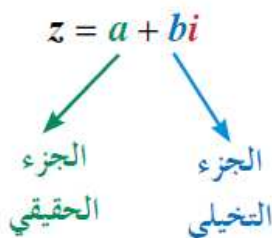
يمكن كتابة أي عدد مركب على الصورة $z = a + bi$

الصورة $a + bi$ تسمى الصورة الجبرية للعدد المركب.

ويسمى a الجزء الحقيقي Real Part

ويسمى b الجزء التخيلي Imaginary Part

ويرمز لمجموعة الأعداد المركبة بالرمز \mathbb{C} .



حاول أن تحل

1 بسّط كل عدد مما يلي مستخدمًا الوحدة التخيلية i :

a $\sqrt{-2}$

b $-\sqrt{-12}$

c $\sqrt{-36}$

2 اكتب كلاً من الأعداد المركبة التالية على الصورة الجبرية:

a $\sqrt{-18} + 7$

b $\frac{10 - \sqrt{-100}}{5}$

c $\frac{\sqrt{-9} + 5}{7}$

Equal Complex Numbers

تساوي عددين مركبين

يتساوى عددان مركبان إذا وفقط إذا تساوى جزءاهما الحقيقيان وتساوى جزءاهما التخيليان.

$$z_1 = a_1 + b_1 i, \quad z_2 = a_2 + b_2 i \quad \text{ليكن:}$$

$$z_1 = z_2 \Leftrightarrow a_1 = a_2, \quad b_1 = b_2$$

مثال (3)

a أوجد قيم كل من $x, y \in \mathbb{R}$ في كل مما يلي: $x + 5i = 7 - 3yi$

b $(x + 3) + y^2 i = 5 - yi$

c $3i = 2x - 5yi$

وتعرف بالصورة الديكارتية للعدد المركب.

$$M(a, b) \longleftrightarrow z = a + bi$$

الصورة الديكارتية الصورة الجبرية

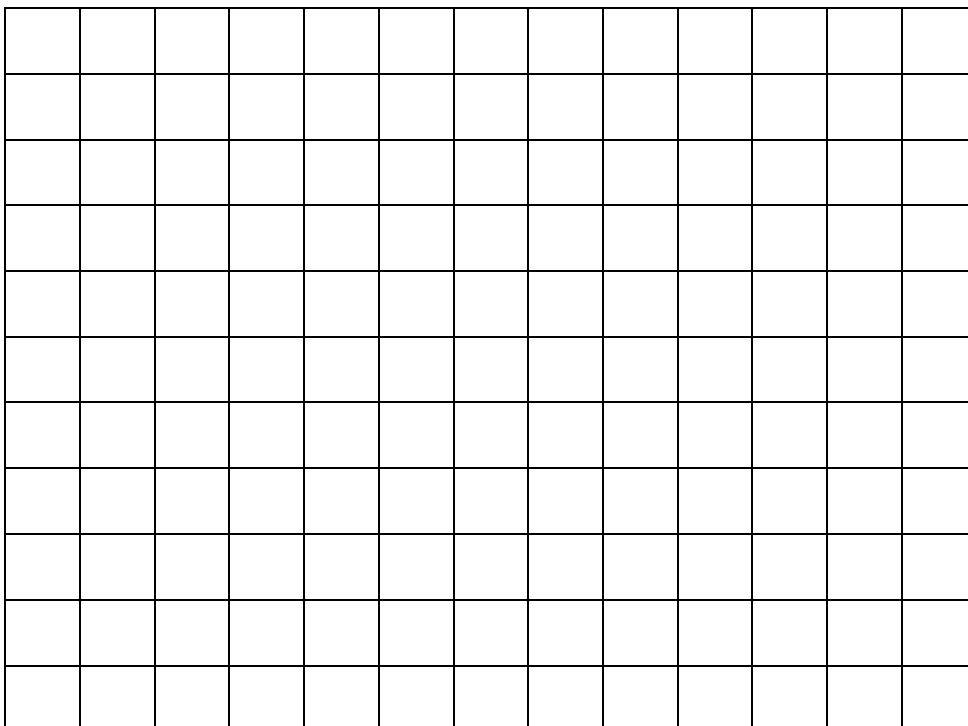
4 مثل كلاً مما يلي في المستوى المركب:

a $z_1 = 4 - i$

b $z_2 = -3i$

c $z_3 = -4 - 3i$

d $z_4 = 2$



5 اكتب العدد المركب المناظر لكل من النقاط $K(7, 0)$, $H(1, -2)$, $N(-4, 1)$

إذا كان $z_1 = a_1 + b_1 i$, $z_2 = a_2 + b_2 i$ عددين مركبين فإن:

$$z_1 + z_2 = (a_1 + a_2) + (b_1 + b_2)i$$

$$z_1 - z_2 = (a_1 - a_2) + (b_1 - b_2)i$$

خواص عملية الجمع على الأعداد الحقيقية تستمر مع عملية الجمع على الأعداد المركبة كما يلي:

الخاصية	$\forall z_1, z_2, z_3 \in \mathbb{C}$
الإبدالية	$z_1 + z_2 = z_2 + z_1$
التجميعية	$z_1 + (z_2 + z_3) = (z_1 + z_2) + z_3$

مثال (6)

إذا كان: $z_1 = 2 + 3i$, $z_2 = 4 - 7i$, $z_3 = 2i$ فأوجد:

a $z_1 + z_2$

b $z_1 - z_2$

c $z_3 - z_2 - z_1$

حاول أن تحل

6 إذا كان $z_1 = -2 + 5i$, $z_2 = 3.4 - 1.2i$, $z_3 = -0.3i$ فأوجد:

a $z_1 + z_2$

b $z_2 - z_1$

c $z_3 + z_2 + z_1$

إذا كان $z_1, z_2 \in \mathbb{C}, c \in \mathbb{R}$

حيث $z_1 = a_1 + b_1 i, z_2 = a_2 + b_2 i$ فإن:

1 $c z_1 = c a_1 + c b_1 i$

2 $z_1 \cdot z_2 = (a_1 a_2 - b_1 b_2) + (a_1 b_2 + a_2 b_1) i$

حاول أن تحل

7 أوجد الناتج:

a $(6 - 5i)(4 - 3i)$

b $(9 + 4i)(4 - 9i)$

مثال (8)

إذا كان $z_1 = 2 + 3i, z_2 = 5 - i$ فأوجد:

a $\frac{1}{2} z_1$

b $z_1 \cdot z_2$

إذا كان p عدد كلي فإن:

$$i^{4p} = 1, \quad i^{4p+1} = i, \quad i^{4p+2} = -1, \quad i^{4p+3} = -i$$

مثال (9)

إذا كان $z_1 = i, z_2 = -2i, z_3 = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$ فأوجد:

a z_1^{21}

b z_2^6

d z_3^3

مرافق العدد المركب

مرافق العدد المركب $z = a + bi$ هو العدد المركب $\bar{z} = \overline{a + bi} = a - bi$

خواص مرافق العدد المركب:

إذا كان $z_1 = a_1 + b_1 i$, $z_2 = a_2 + b_2 i$

فإن:

- $z_1 + \bar{z}_1 = 2a_1$
- $z_1 - \bar{z}_1 = 2b_1 i$
- $z_1 \cdot \bar{z}_1 = a_1^2 + b_1^2$
- $\overline{z_1 \pm z_2} = \bar{z}_1 \pm \bar{z}_2$
- $\overline{z_1 \cdot z_2} = \bar{z}_1 \cdot \bar{z}_2$
- $\overline{(\bar{z}_1)} = z_1$

مثال (10)

إذا كان $z_1 = 3 + 4i$, $z_2 = 5 - 2i$ فأوجد:

a $z_1 + \bar{z}_1$

b $z_1 - \bar{z}_1$

e $\overline{z_1} \cdot \overline{z_2}$

f $\overline{z_1 \cdot z_2}$

المعكوس الضربي لعدد مركب غير صفري $z = a + bi$ يرمز له بالرمز z^{-1} :

ويكون: $z^{-1} = \frac{1}{z} = \frac{1}{a+bi} \times \frac{a-bi}{a-bi}$

$$z^{-1} = \frac{a}{a^2+b^2} - \frac{b}{a^2+b^2}i$$

حاول أن تحل

a $z_1 = -3i - 7$

11 أوجد المعكوس الضربي لكل من:

b $z_2 = 5 + 11i$

c $z_3 = 6i$

مثال (12)

أوجد ناتج قسمة $5 - 6i$ على $2 + 3i$

12 أوجد ناتج قسمة $2i - 3$ على $1 + 2i$

مثال (13)

كتب كلاً مما يلي في الصورة الجبرية للعدد المركب:

b $\frac{2 - i}{2 + i}$

c $\frac{\overline{5 + i}}{2 - 3i}$

في التمارين (1-4)، ظلّل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

(a) (b)

(1) الصورة الجبرية للعدد: $3 + \sqrt{-4}$ هي: $3 + 2i$

(a) (b)

(2) مرافق العدد المركب: $z = 3 + 4i$ هو: $\bar{z} = -3 - 4i$

(a) (b)

(3) المعكوس الجمعي للعدد المركب $z = 3 - 2i$ هو: $-z = 3 + 2i$

(a) (b)

(4) الصورة المبسطة للتعبير: $(12 + 5i) - (2 - i)$ هي: $10 + 6i$

في التمارين (5-14)، ظلّل رمز الدائرة الدال على الإجابة الصحيحة.

(5) العدد: $\sqrt{-225} + 32$ يكتب بالصورة الجبرية كما يلي:

(a) $-15 + 6i$

(b) $6 + 15i$

(c) $6 - 15i$

(d) $32 + 15i$

(6) حل المعادلة: $-10 - 6i = 2x + 3yi$ هو:

(a) $x = 5, y = -2$

(b) $x = -5, y = -2$

(c) $x = -5, y = 2$

(d) $x = 5, y = 2$

(7) إذا كان $z_1 = 5i + 2$ ، $z_2 = -3 - i$ فإن $\left(\frac{z_1}{z_2}\right)$ تساوي:

(a) $\frac{1}{10} + \frac{17}{10}i$

(b) $\frac{-1}{10} - \frac{17}{10}i$

(c) $\frac{-1}{10} + \frac{17}{10}i$

(d) $\frac{1}{10} - \frac{17}{10}i$

(8) إذا كان: $xi^2 + 3yi = 5 + 3i^5$ فإن (x, y) تساوي

(a) $(5, 1)$

(b) $(-5, -1)$

(c) $(5, -1)$

(d) $(-5, 1)$

(9) أبسط صورة للتعبير: $(3 + \sqrt{-4})(4 + \sqrt{-9})$ هي:

(a) $18 + 17i$

(b) $18 + 3\sqrt{-9} + 4\sqrt{-4}$

(c) $6 + 17i$

(d) 18

(10) الصورة الجبرية للعدد المركب: $z = (1 + 2i)^2$ هي:

(a) $z = -3 + 4i$

(b) $z = 5 + 4i$

(c) $z = -3$

(d) $z = 5$

(11) الصورة الجبرية للعدد المركب: $z = (2 - i)^3$ هي:

(a) $z = 14 + 13i$

(b) $z = 14 - 13i$

(c) $z = 2 - 11i$

(d) $z = 2 - 13i$

(12) الصورة الجبرية للعدد المركب: $z = \frac{i}{i+2}$ هي:

(a) $z = \frac{1}{5} + \frac{2}{5}i$

(b) $z = -\frac{1}{5} - \frac{2}{5}i$

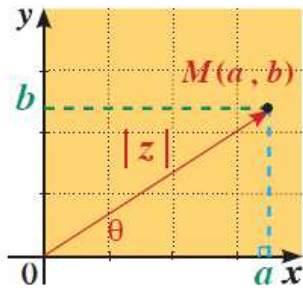
(c) $z = \frac{1}{3} + \frac{2}{3}i$

(d) $z = -\frac{1}{3} + \frac{2}{3}i$

الإحداثيات القطبية والصورة المثلثية لعدد مركب

7-2

القيمة المطلقة لعدد مركب Absolute Value of a Complex Number



القيمة المطلقة للعدد المركب هي المسافة بين النقطة التي تمثل هذا العدد ونقطة الأصل في المستوى الإحداثي المركب والتي يمكنك إيجادها باستخدام نظرية فيثاغورث.

بصفة عامة إذا كان $z = a + bi$

فإن: $|z| = |a + bi| = \sqrt{a^2 + b^2}$

الإحداثيات القطبية

$$\begin{aligned} r &= \sqrt{x^2 + y^2} \\ x &= r \cos \theta \\ y &= r \sin \theta \end{aligned}$$

مثال (1)

أوجد:

a $|5i|$

b $|3 - 4i|$

حاول أن تحل

2 أوجد الزوج المرتب (x, y) الذي يمثل الإحداثيات الديكارتية لكل من النقطتين:

a $A(5, 300^\circ)$

b $B\left(2, \frac{2\pi}{3}\right)$

مثال (3)

حوّل من الإحداثيات الديكارتية إلى الإحداثيات القطبية (r, θ) لكل مما يلي:

a $L(1, -\sqrt{3})$, $0 \leq \theta < 2\pi$

b $M(-3, -4)$, $0^\circ \leq \theta < 360^\circ$

3 أوجد الزوج المرتب (r, θ) لكل نقطة مما يلي حيث $0 \leq \theta < 2\pi$

a $D(3\sqrt{3}, 3)$

b $C(4, -2\sqrt{5})$

يمكن كتابة العدد المركب $z = x + yi$ على الصورة:
 $z = r(\cos \theta + i \sin \theta)$ وتعرف **بالصورة المثلثية** للعدد المركب z .

مثال (4)

ضع كلاً مما يلي في الصورة المثلثية:

a $z_1 = 1 + \sqrt{3}i$

b $z_2 = -2 - 2i$

c $z_3 = -\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i$

a $z_1 = \frac{5}{\sqrt{2}} - \frac{5}{\sqrt{2}}i$

6 ضع كلاً مما يلي في الصورة الجبرية:

a $z_1 = 4\left(\cos \frac{\pi}{4} + i \sin \frac{\pi}{4}\right)$

b $z_2 = \left(\cos \frac{5\pi}{3} + i \sin \frac{5\pi}{3}\right)$

7 ضع في الصورة المثلثية كلاً من الأعداد التالية:

a $z_1 = 2i$

b $z_2 = 5$

c $z_3 = \frac{-3}{4}$

d $z_4 = -\frac{5}{2}i$

مثال (5)

ضع كلاً مما يلي في الصورة المثلثية: $z = r(\cos \theta + i \sin \theta)$

a $z_1 = \sqrt{2} \left(\cos \frac{\pi}{4} - i \sin \frac{\pi}{4} \right)$

b $z_2 = \sin \frac{\pi}{6} + i \cos \frac{\pi}{6}$

c $z_3 = -\sqrt{2} \left(\cos \frac{\pi}{6} + i \sin \frac{\pi}{6} \right)$

d $z_4 = \frac{9}{2} (\cos 30^\circ + i \sin 390^\circ)$

c $-\sqrt{3} \left(-\cos \frac{\pi}{4} - i \sin \frac{\pi}{4} \right)$

في التمارين (6-1)، ظلّل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

(1) الإحداثيات الديكارتية للنقطة: $A(4, \frac{7\pi}{6})$ هي: $A(-2\sqrt{3}, 2)$ (a) (b)

(2) الإحداثيات الديكارتية للنقطة: $B(\sqrt{2}, 135^\circ)$ هي: $B(-1, 1)$ (a) (b)

(3) الإحداثيات القطبية للنقطة: $M(\frac{-\sqrt{2}}{2}, \frac{-\sqrt{2}}{2})$ هي: $M(1, \frac{5\pi}{4})$ (a) (b)

(4) العدد المركب: $z = \sqrt{3} - i$ بصورة المثلثية هو: $z = 2(\cos \frac{\pi}{6} + i \sin \frac{\pi}{6})$ (a) (b)

(5) الصورة الجبرية للعدد المركب: $z = \sqrt{2}(\cos \frac{7\pi}{4} + i \sin \frac{7\pi}{4})$ هي: $z = 1 - i$ (a) (b)

(6) السعة الأساسية للعدد $z = \cos 30^\circ + i \cos 240^\circ$ هي 330° (a) (b)

في التمارين (7-13)، ظلّل رمز الدائرة الدال على الإجابة الصحيحة.

(7) الإحداثيات الديكارتية للنقطة: $A(4, \frac{5\pi}{3})$ هي:

(a) $A(2, 2\sqrt{3})$ (b) $A(-2, 2\sqrt{3})$ (c) $A(-2, -2\sqrt{3})$ (d) $A(2, -2\sqrt{3})$

(8) الإحداثيات القطبية للنقطة: $B(\frac{-\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2})$ هي:

(a) $B(1, \frac{-\pi}{4})$ (b) $B(1, \frac{\pi}{4})$ (c) $B(1, \frac{3\pi}{4})$ (d) $B(1, \frac{-3\pi}{4})$

(9) الصورة المثلثية للعدد المركب: $z = 2 - 2\sqrt{3}i$ حيث $\theta \in [0, 2\pi)$ هي:

(a) $z = 4(\cos \frac{5\pi}{3} + i \sin \frac{5\pi}{3})$ (b) $z = 4(\cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3})$

(c) $z = 4(\cos \frac{\pi}{6} + i \sin \frac{\pi}{6})$ (d) $z = 4(\cos \frac{2\pi}{3} + i \sin \frac{2\pi}{3})$

(10) الصورة المثلثية للعدد المركب: $z = \frac{-4}{1-i}$ حيث $0 \leq \theta < 2\pi$ هي:

(a) $z = 4(\cos \frac{5\pi}{4} + i \sin \frac{5\pi}{4})$ (b) $z = 2\sqrt{2}(\cos \frac{5\pi}{4} + i \sin \frac{5\pi}{4})$

(c) $z = 2\sqrt{2}(\cos \frac{3\pi}{4} + i \sin \frac{3\pi}{4})$ (d) $z = 2\sqrt{2}(\cos \frac{7\pi}{4} + i \sin \frac{7\pi}{4})$

(11) الصورة الجبرية للعدد المركب: $z = 3(\cos \frac{2\pi}{3} - i \sin \frac{2\pi}{3})$ حيث $0 \leq \theta < 2\pi$ هي:

(a) $z = -\frac{3\sqrt{3}}{2} - \frac{3}{2}i$ (b) $z = -\frac{3}{2} - \frac{3\sqrt{3}}{2}i$

(c) $z = -\frac{3}{2} + \frac{3\sqrt{3}}{2}i$ (d) $z = \frac{3}{2} + \frac{3\sqrt{3}}{2}i$

حل معادلات

7-3

أولاً: حل معادلات من الدرجة الأولى في \mathbb{C}

مثال (1)

أوجد مجموعة حل المعادلة: $3z + 1 - i = 7 + 3i$ في مجموعة الأعداد المركبة \mathbb{C} .

حاول أن تحل

1 أوجد مجموعة حل المعادلة: $2z + i = 3 + 2i$ في مجموعة الأعداد المركبة \mathbb{C} .

أوجد مجموعة حل كل من المعادلات التالية:

(4) $z + 3(1 + i)z - 8(2 - i) = 0$

مثال (2)

أوجد مجموعة حل المعادلة: $2z + i\bar{z} = 5 - 2i$ في \mathbb{C} .

حاول أن تحل

2 أوجد مجموعة حل المعادلة: $z + i = 2\bar{z} + 1$ في \mathbb{C} .

ثانيًا: حل معادلات من الدرجة الثانية في متغير واحد في \mathbb{C}

حاول أن تحل

3 أوجد مجموعة حل كل معادلة مما يلي حيث $x \in \mathbb{C}$:

a $3x^2 + 48 = 0$

b $-5x^2 - 150 = 0$

4 أوجد مجموعة حل المعادلة: $z^2 - 2z + 2 = 0$ في \mathbb{C} .

$$(8) \quad z^2 - 2z + 4 = 0$$

$$(9) \quad z + \frac{4}{z} = 2$$

5 لتكن المعادلة: $2z^2 - 6z + 5 = 0$

a أثبت أن العدد المركب $z_1 = \frac{3-i}{2}$ هو جذر لهذه المعادلة.

b أوجد الجذر الثاني.

الجذر التربيعي لعدد مركب Square Root of a Complex Number

لإيجاد جذر تربيعي لعدد مركب z نبحث عن عدد w يكون مربعه يساوي z .

ليكن $z = a + bi$

ابحث عن $w = m + ni$ بحيث يكون $w^2 = z$

$$(m + ni)^2 = a + bi$$

$$m^2 - n^2 + 2mni = a + bi$$

$$\therefore \begin{cases} m^2 - n^2 = a \\ 2mn = b \end{cases}$$

للمساعدة على حل هذا النظام ندخل معادلة ثالثة ناتجة عن كون $|w|^2 = |z|$

أي $(\sqrt{m^2 + n^2})^2 = \sqrt{a^2 + b^2}$

مثال (6)

أوجد الجذرين التربيعيين للعدد المركب $z = 3 + 4i$

حاول أن تحل

6 أوجد الجذرين التربيعيين للعدد المركب $z = -3 - 4i$

مثال (7)

أوجد الجذرين التربيعيين للعدد المركب $z = 7 - 24i$.

المجموعة B تمارين موضوعية

في التمارين (1-6)، ظلّل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

(a) (b)

(1) حل المعادلة: $\bar{z} + 2 = 5 - i$ هو: $z = 3 + i$

(a) (b)

(2) حل المعادلة: $2z + \bar{z} - 3 - 5i = 0$ هو: $z = 1 - 5i$

(a) (b)

(3) مجموعة حل المعادلة: $z^2 - 4z + 5 = 0$ هي: $\{-2 - i, 2 + i\}$

(a) (b)

(4) الجذران التربيعيان للعدد -1 هما: $1, -1$

(a) (b)

(5) الجذران التربيعيان للعدد المركب: $z = 16 + 30i$ هما: $z_1 = 5 + 3i, z_2 = -5 - 3i$

(a) (b)

(6) إذا كان z_1, z_2 جذران تربيعيان للعدد z فإن $z_1 + z_2 = 0$

في التمارين (7-10)، ظلّل رمز الدائرة الدال على الإجابة الصحيحة.

(7) حل المعادلة: $2z - 5 + 6i = -3\bar{z}$ هو:

(a) $z = 1 + 6i$

(b) $z = -1 + 6i$

(c) $z = 1 - 6i$

(d) $z = -1 - 6i$

(8) مجموعة حل المعادلة: $z^2 - 4z + 20 = 0$ هي:

(a) $\{2 - 4i, -2 - 4i\}$

(b) $\{-2 + 4i, -2 - 4i\}$

(c) $\{2 - 4i, -2 + 4i\}$

(d) $\{2 - 4i, 2 + 4i\}$

(9) الجذران التربيعيان للعدد المركب: $z = 33 - 56i$ هما:

(a) $\begin{cases} z_1 = -7 - 4i \\ z_2 = 7 + 4i \end{cases}$

(b) $\begin{cases} z_1 = 7 - 4i \\ z_2 = -7 + 4i \end{cases}$

(c) $\begin{cases} z_1 = 7 + 4i \\ z_2 = 7 - 4i \end{cases}$

(d) $\begin{cases} z_1 = -7 - 4i \\ z_2 = -7 + 4i \end{cases}$

(10) حل المعادلة $(3 - 4i)z = 5 - 2i$ هو:

(a) $\frac{5}{3} + \frac{1}{2}i$

(b) $\frac{5}{3} - \frac{1}{2}i$

(c) $\frac{23}{25} + \frac{14}{25}i$

(d) $\frac{23}{25} - \frac{14}{25}i$