

تم تحميل هذا الملف من موقع ملفات الكويت التعليمية



[com.kwedufiles.www//:https](https://www.kwedufiles.com)

*للحصول على أوراق عمل لجميع الصفوف وجميع المواد اضغط هنا

* للحصول على أوراق عمل لجميع مواد الصف الحادي عشر العلمي اضغط هنا

<https://kwedufiles.com/13>

* للحصول على جميع أوراق الصف الحادي عشر العلمي في مادة رياضيات وجميع الفصول, اضغط هنا

<https://kwedufiles.com/13math>

* للحصول على أوراق عمل لجميع مواد الصف الحادي عشر العلمي في مادة رياضيات الخاصة بـ الفصل الثاني اضغط هنا

<https://www.kwedufiles.com/13math2>

* لتحميل كتب جميع المواد في جميع الفصول للـ الصف الحادي عشر العلمي اضغط هنا

<https://www.kwedufiles.com/grade13>

* لتحميل جميع ملفات المدرس وليد محي الدين اضغط هنا

[bot_kwlinks/me.t//:https](https://t.me/bot_kwlinks)

للحصول على جميع روابط الصفوف على تلغرام وفيسبوك من قنوات وصفحات: اضغط هنا

الروابط التالية هي روابط الصف الحادي عشر العلمي على مواقع التواصل الاجتماعي

مجموعة الفيسبوك

صفحة الفيسبوك

مجموعة التلغرام

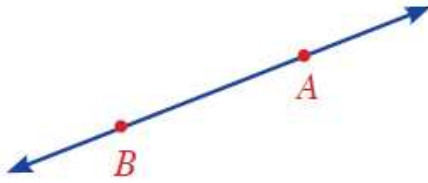
بوت التلغرام

قناة التلغرام

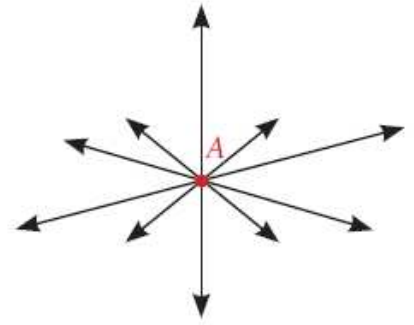
رياضيات على التلغرام

مسلمات (موضوعات) الفضاء

- (i) أي نقطتين مختلفتين في الفضاء يمر بهما مستقيم وحيد (واحد فقط).
(ii) كل مستقيم يحوي على الأقل نقطتين مختلفتين.

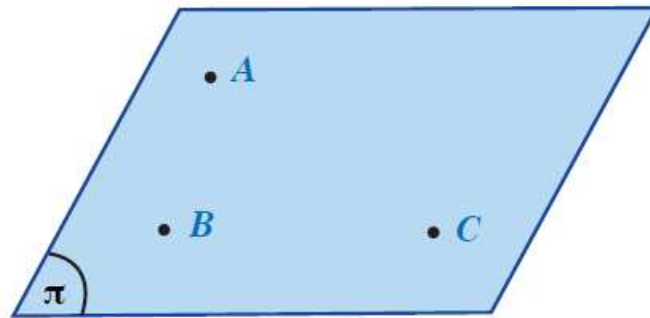


نقطتان مختلفتان
مستقيم واحد فقط



نقطة واحدة
عدد لا نهائي من المستقيـمات

- (i) في كل مستوٍ يوجد على الأقل ثلاث نقاط ليست على استقامة واحدة.

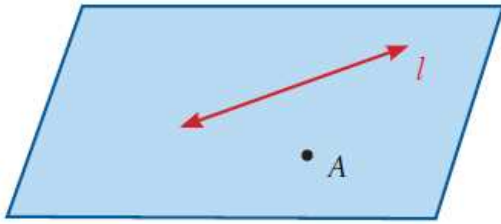


A, B, C ثلاث نقاط ليست على استقامة واحدة

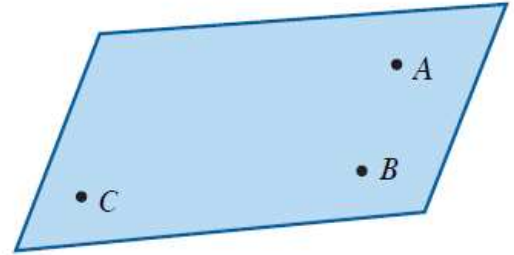
- (ii) أي ثلاث نقاط مختلفة وليست على استقامة واحدة يحويها مستوٍ وحيد.

حالات تعيين المستوي في الفضاء

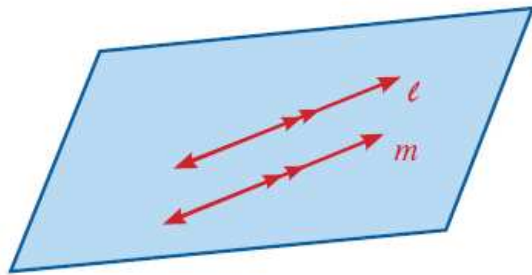
- أي ثلاث نقاط ليست على استقامة واحدة تعين مستويًا واحدًا فقط.
- أي مستقيم ونقطة خارجة عنه يعينان مستويًا واحدًا فقط.
- أي مستقيمان متقاطعان يعينان مستويًا واحدًا فقط.
- أي مستقيمان متوازيان مختلفان يعينان مستويًا واحدًا فقط.



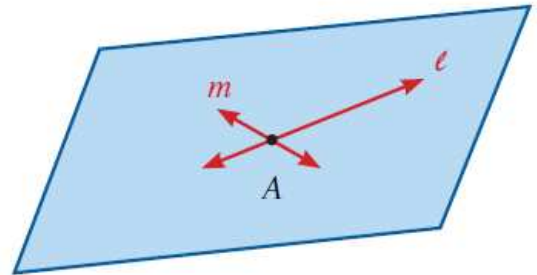
مستقيم ونقطة خارجة عنه



ثلاث نقاط غير مستقيمة

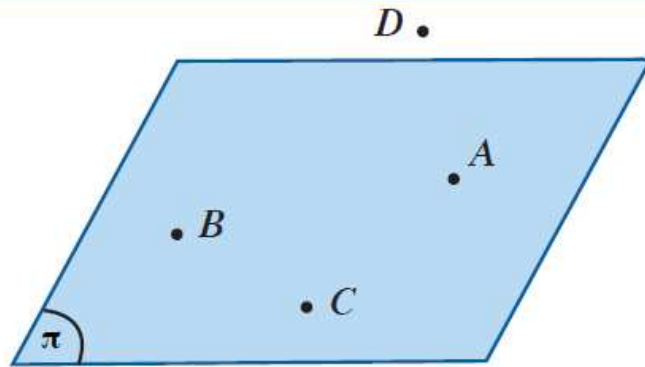


مستقيمان متوازيان



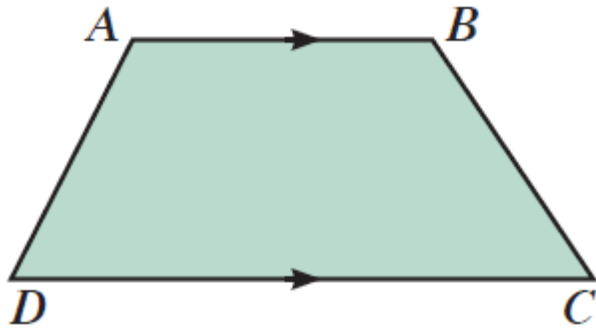
مستقيمان متقاطعان

يحتوي الفضاء على الأقل أربع نقاط مختلفة غير مستوية.



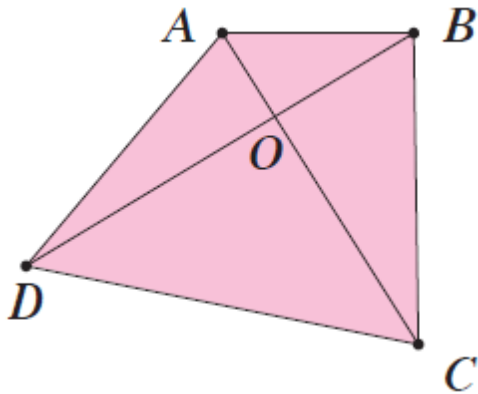
النقاط A, B, C, D لا تقع في مستوي واحد

مثال (1)



أثبت أن أضلاع أي شبه منحرف تقع جميعها في مستو واحد.

حاول أن تحل

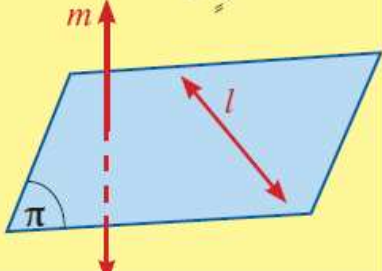
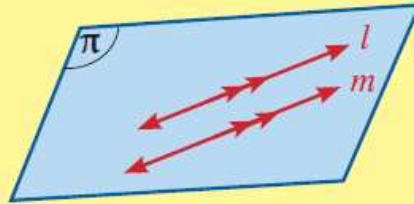
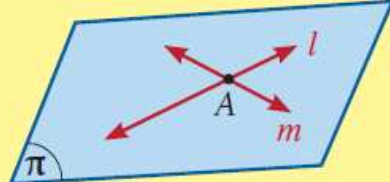


1 في الشكل المقابل \overline{AC} , \overline{BD} يتقاطعان في O

أثبت أن أضلاع الرباعي $ABCD$ تقع جميعها في مستو واحد.

Positions of Lines in Space

أوضاع المستقيمات في الفضاء

<p>c متخالفان</p> <p>إذا كان لا يحويهما مستوٍ واحد.</p> 	<p>b متوازيان</p> <p>إذا وقعا في مستوٍ واحد وكانا غير متقاطعين.</p> 	<p>a متقاطعان</p> <p>إذا وقعا في مستوٍ واحد وكان بينهما نقطة واحدة مشتركة فقط.</p> 
<p>$\vec{l} \subset \pi, m \not\subset \pi$ $\vec{l} \cap \vec{m} = \emptyset$ مستقيمان متخالفان</p>	<p>$\vec{l} \subset \pi, \vec{m} \subset \pi,$ $\vec{l} \cap \vec{m} = \emptyset \Rightarrow \vec{l} \parallel \vec{m}$ مستقيمان متوازيان</p>	<p>$\vec{l} \cap \vec{m} = \{A\}$ مستقيمان متقاطعان</p>

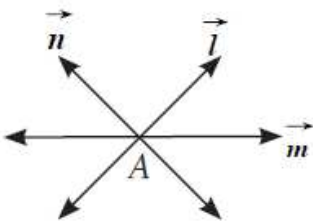
ملاحظات:

- تتلاقى عدة مستقيمات مختلفة إذا وجدت نقطة وحيدة مشتركة بينها أي أن:

$$\vec{l} \cap \vec{m} \cap \dots \cap \vec{n} = \{A\}$$

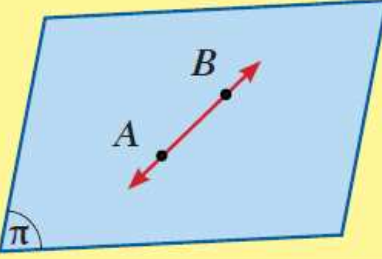
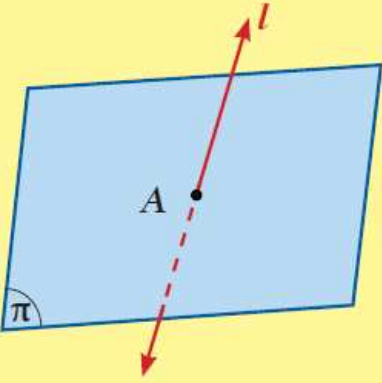
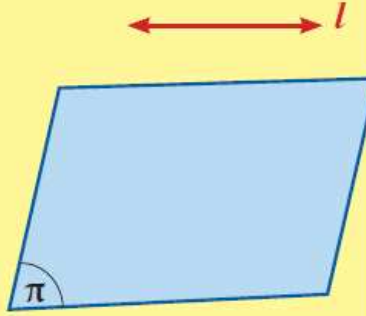
- مستقيمات الفضاء لا يمكن أن تقع جميعها في مستوٍ واحد.

- كل مستقيم يوازي نفسه.

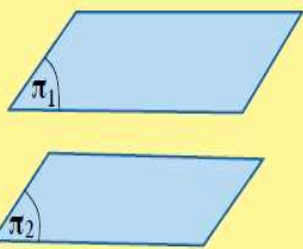
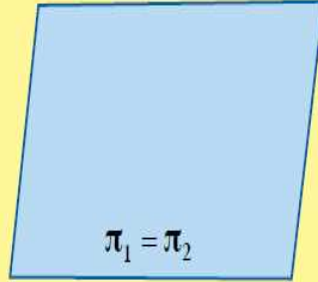
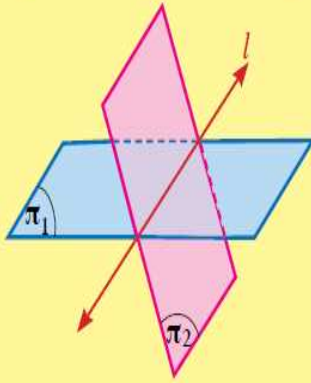


أوضاع مستقيم ومستوي في الفضاء Positions of a Line and a Plane in Space

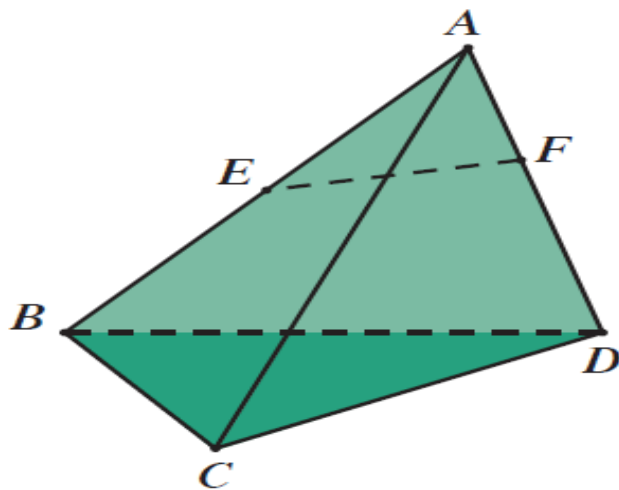
إن معرفة عدد النقاط المشتركة بين مستقيم ومستوي في الفضاء تسمح بمعرفة أوضاعهما وهي:

<p>c نقطتان مختلفتان مشاركتان على الأقل المستقيم يقع بكامله (بتمامه) في المستوي (المستقيم يوازي المستوي).</p>  $\overline{AB} \cap \pi = \overline{AB} \Rightarrow \overline{AB} \subset \pi$ $\therefore \overline{AB} \parallel \pi$	<p>b نقطة مشتركة واحدة: المستقيم يقطع المستوي.</p>  $l \cap \pi = \{A\}$	<p>a صفر نقطة مشتركة: المستقيم موازي للمستوي (في هذه الحالة يكون البعد بينهما ثابت).</p>  $l \cap \pi = \emptyset \Rightarrow l \parallel \pi$
--	---	--

أوضاع مستويين في الفضاء

<p>c المستويان متوازيان (لا توجد نقاط مشتركة بينهما).</p>  $\pi_1 \cap \pi_2 = \emptyset \Rightarrow \pi_1 \parallel \pi_2$	<p>b المستويان منطبقان (يشتركان في جميع النقاط).</p>  $\pi_1 = \pi_2 \Rightarrow \pi_1 \parallel \pi_2$	<p>a المستويان متقاطعان في مستقيم.</p>  $\pi_1 \cap \pi_2 \neq \emptyset \Rightarrow \pi_1 \cap \pi_2 = l$
---	---	--

مثال (2)



إذا كان $ABCD$ هرم ثلاثي القاعدة.

النقطة E تنتمي إلى \overline{AB} ، النقطة F تنتمي إلى \overline{AD} .

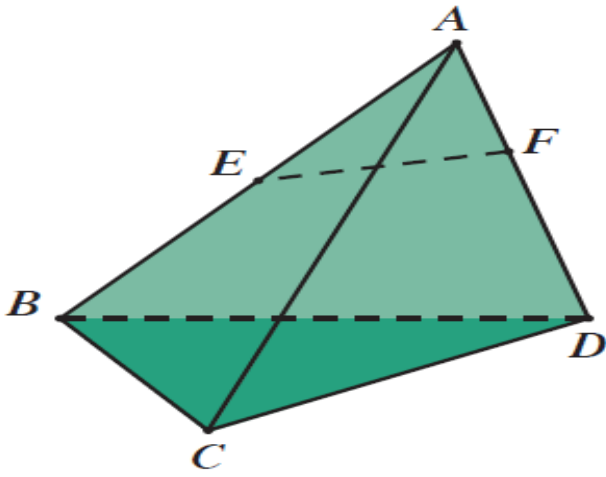
\overrightarrow{EF} لا يوازي \overrightarrow{BD} .

أثبت أن: $\overrightarrow{EF} \subseteq (ABD)$ a

b \overrightarrow{EF} يقطع (ACD)

حاول أن تحل

2 في مثال (2)، أثبت أن \vec{EF} يقطع (BCD) .

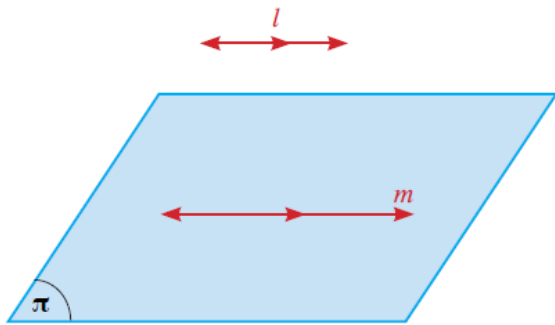


حاول أن تحل

3 ثلاثة مستقيمات مختلفة تتقاطع في A . $\vec{l}, \vec{m}, \vec{n}$
المستقيم t يقطع المستقيمات الثلاثة في B, C, D على الترتيب.
أثبت أن المستقيمات l, m, n, t تقع في مستوٍ واحد.

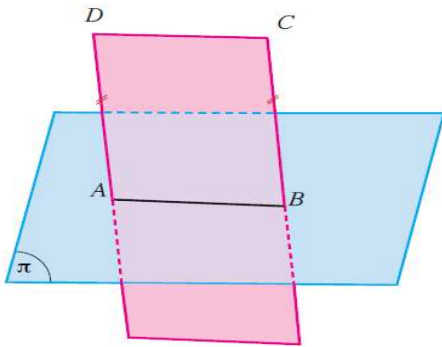
نظرية (1)

إذا وازى مستقيم خارج مستوي مستقيماً في المستوي، فإنه يوازي المستوي.



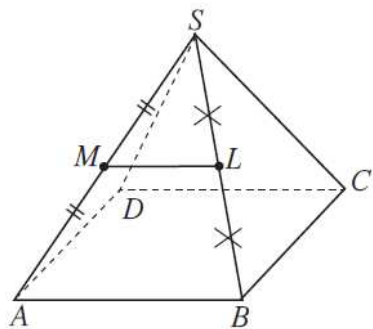
$$\vec{l} \parallel \vec{m}, \vec{m} \subset \pi$$

$$\vec{l} \parallel \pi$$



في الشكل المقابل: $\vec{AB} \subset \pi, \vec{AD} \parallel \vec{BC}, AD = BC$

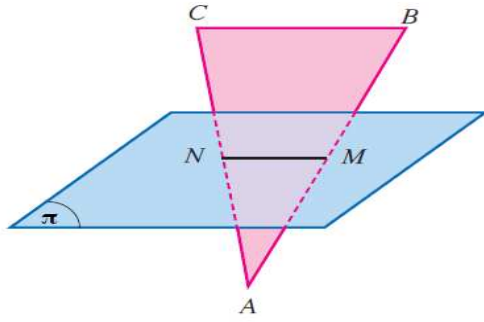
أثبت أن: $\vec{CD} \parallel \pi$



$SABCD$ هرم قاعدته $ABCD$ مربعة الشكل.

M منتصف SA ، L منتصف SB

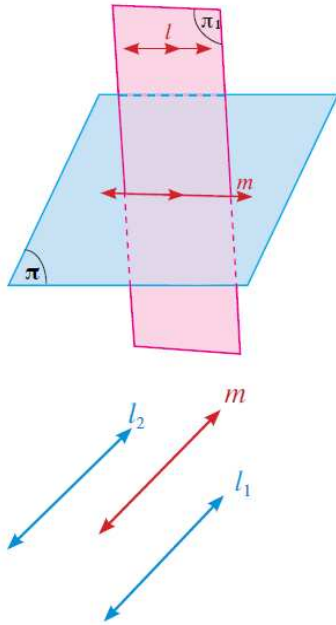
أثبت أن: $\overrightarrow{ML} \parallel (ABCD)$



1 في الشكل المقابل: المثلث ABC فيه M منتصف \overline{AB} ، N منتصف \overline{AC} ،

M ، N تنتميان إلى المستوي π .

أثبت أن $\overrightarrow{BC} \parallel \pi$.



نظرية (2)

إذا وازى مستقيم مستويًا، فكل مستوٍ مار بالمستقيم ويقطع المستوي، يقطعه في مستقيم موازٍ للمستقيم المعلوم.

$$\because \vec{l} \parallel \pi, \vec{l} \subset \pi_1, \pi_1 \cap \pi = \vec{m}$$

$$\therefore \vec{m} \parallel \vec{l}$$

نظرية (3)

المستقيمان الموازيان لمستقيم ثالث في الفضاء متوازيان.

$$\because \vec{l}_1 \parallel \vec{m}, \vec{l}_2 \parallel \vec{m}$$

$$\therefore \vec{l}_1 \parallel \vec{l}_2$$

ليكن π_1, π_2 مستويان متقاطعان في \vec{MN} حيث:

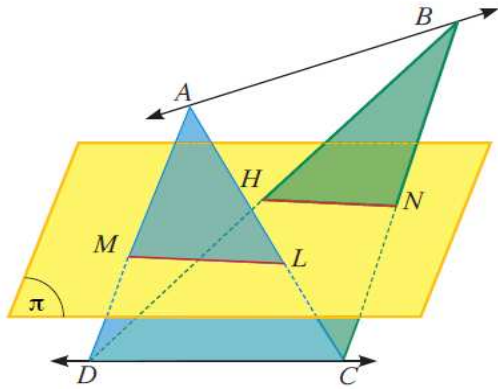
$$\vec{AB} \subset \pi_1, \vec{AB} \parallel \pi_2$$

$$\vec{CD} \subset \pi_2, \vec{CD} \parallel \pi_1 \text{ و}$$

$$\vec{AB} \parallel \vec{CD} \text{ أثبت أن:}$$

$ABCD, ABEF$ متوازي أضلاع غير مستويين معًا ويتقاطعان في \overleftrightarrow{AB}
أثبت أن: $CDFE$ متوازي أضلاع

مثال (2)



في الشكل المقابل: إذا كان $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD}$ متخالفان، $\overrightarrow{CD} \parallel \pi$.

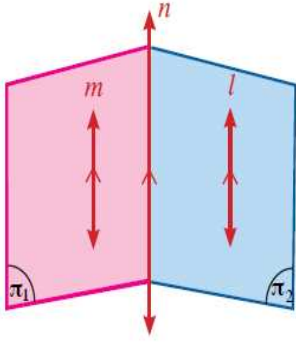
\overrightarrow{AD} تقطع π في M ، \overrightarrow{AC} تقطع π في L .

\overrightarrow{BD} تقطع π في H ، \overrightarrow{BC} تقطع π في N .

أثبت أن: $\overrightarrow{LM} \parallel \overrightarrow{NH}$



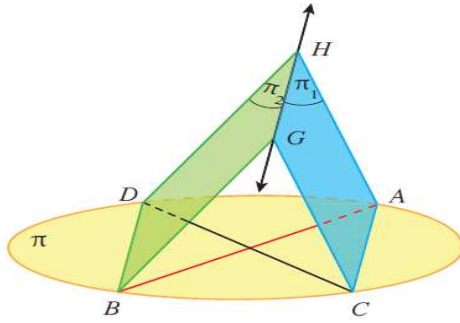
2 في المثال (2)، إذا كان $\vec{AB} \parallel \pi$ فأثبت أن $LMHN$ متوازي أضلاع.



نتيجة (1)

إذا توازي مستقيمان ومَرَّ بهما مستويان متقاطعان،
فإن تقاطعهما هو مستقيم يوازي كلا من هذين المستقيمين.

$$(\vec{m} \parallel \vec{l} , \vec{m} \subset \pi_1 , \vec{l} \subset \pi_2 , \pi_1 \cap \pi_2 = \vec{n}) \Rightarrow (\vec{m} \parallel \vec{l} \parallel \vec{n})$$



مثال (3)

في الشكل المقابل: $\overline{AB}, \overline{CD}$ قطران في مستوي الدائرة π .

$$\pi_1 \cap \pi_2 = \overline{GH}$$

أثبت أن مستوي الدائرة π يوازي \overline{GH} .

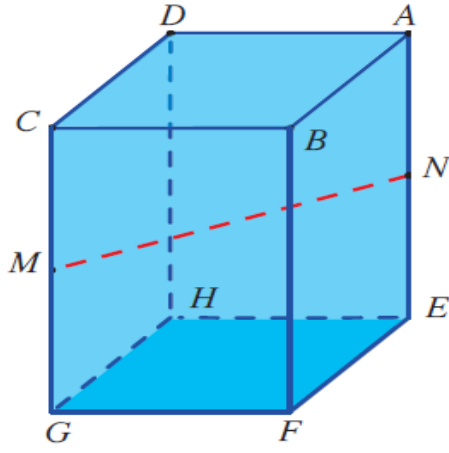
حاول أن تحل

3

$ABCDEFGH$ شبه مكعب.

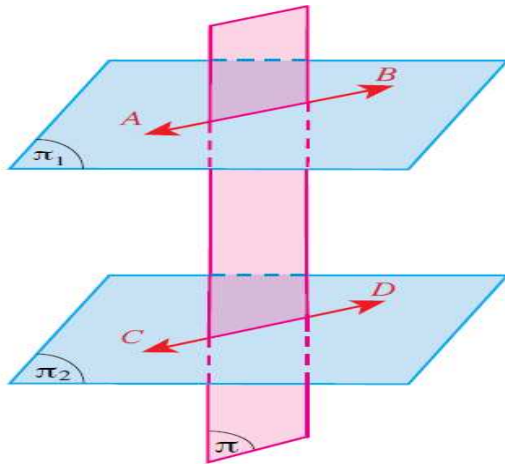
M منتصف \overline{CG} , N منتصف \overline{AE} .

أثبت أن $(EFGH)$ يوازي \overrightarrow{MN} .



نظرية (4)

إذا قطع مستويان متوازيين فإن خطي تقاطعه معهما يكونان متوازيين.

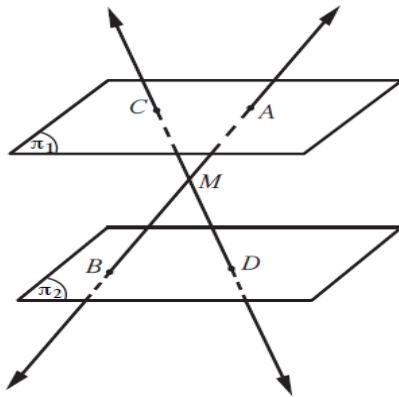


$$\pi_1 \parallel \pi_2$$

$$\pi \cap \pi_1 = \overleftrightarrow{AB}$$

$$\pi \cap \pi_2 = \overleftrightarrow{CD}$$

$$\overleftrightarrow{AB} \parallel \overleftrightarrow{CD}$$

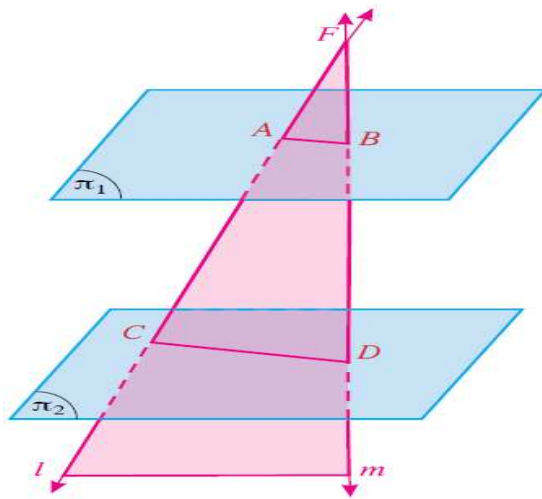


في الشكل المقابل π_1, π_2 مستويان متوازيان، M نقطة واقعة بينهما،

$$\overleftrightarrow{AB} \cap \overleftrightarrow{CD} = \{M\} \text{ حيث}$$

$$\frac{AM}{MB} = \frac{AC}{BD} \text{ أثبت أن:}$$

مثال (4)



في الشكل المقابل: π_1, π_2 مستويين متوازيين.

\vec{l}, \vec{m} مستقيمان متقاطعان في F ويقطعان كلًّا من π_1 في A, B وفي π_2 في C, D

إذا كان $FB = 5 \text{ cm}$, $CD = 9 \text{ cm}$, $AC = 6 \text{ cm}$, $BD = 4 \text{ cm}$

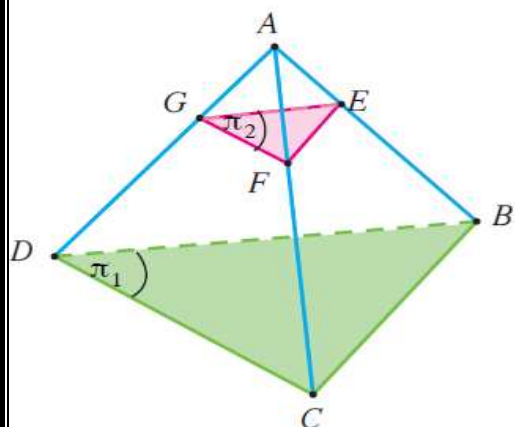
فأوجد محيط المثلث FAB

4 في الشكل المقابل، هرم $ABCD$ هرم ثلاثي.

المستويان π_1 ، π_2 متوازيان.

إذا كان $FG = 6 \text{ cm}$ ، $\frac{AE}{EB} = \frac{1}{3}$

فأوجد DC

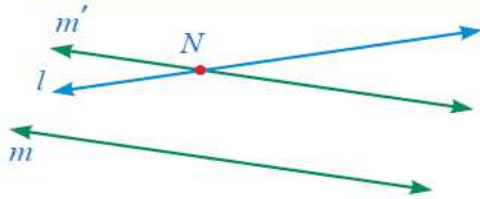


Perpendicular Line With a Plane

Angle of Two Skew Lines

الزاوية بين مستقيمين متخالفين

الزاوية بين مستقيمين متخالفين هي الزاوية التي يصنعها أحدهما مع أي مستقيم قاطع له وموازٍ للآخر.



$\vec{m}, \vec{m'}$ مستقيمان متخالفان في الفضاء.

نأخذ النقطة N على أحد المستقيمين وليكن \vec{l}

نرسم $\vec{m'}$ بحيث $\vec{m'}$ يوازي \vec{m} ويمر بالنقطة N

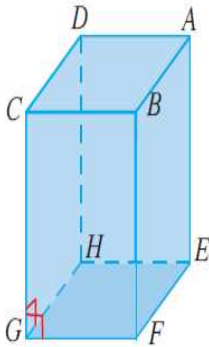
الزاوية بين المستقيمين l, m' هي إحدى الزوايا الناتجة عن تقاطع $\vec{l}, \vec{m'}$

$\hat{N} = \text{الزاوية الحادة}$ بين المستقيمين l, m

ملاحظة: لا تتأثر الزاوية بتغير موقع النقطة N

تعريف

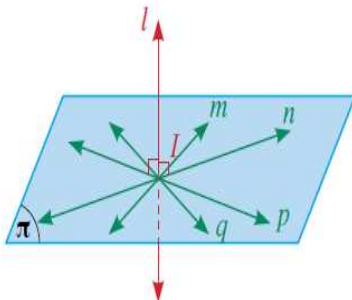
يكون المستقيم l عمودياً على المستوي π إذا كان \vec{l} عمودياً على جميع المستقيمات الواقعة في π ويرمز له بـ: $\vec{l} \perp \pi$



نظرية (5)

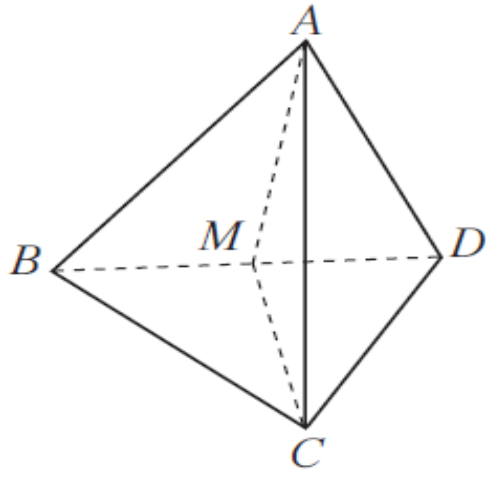
المستقيم العمودي على مستقيمين متقاطعين يكون عمودياً على مستويهما.

$$\left. \begin{array}{l} \vec{GF} \cap \vec{GH} = \{G\} \\ \vec{CG} \perp \vec{GF}, \vec{CG} \perp \vec{GH} \end{array} \right\} \Rightarrow \vec{CG} \perp (EFGH)$$



نتيجة (2)

جميع المستقيمات العمودية على مستقيم معلوم من نقطة تنتمي إلى هذا المستقيم تكون محتواة في مستوي واحد عمودياً على المستقيم المعلوم.



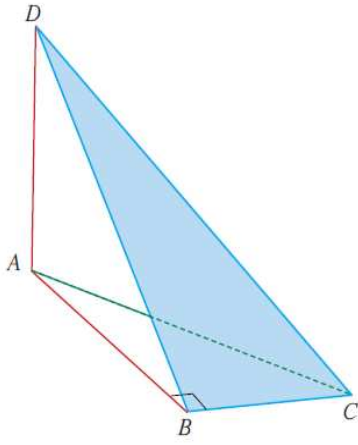
$ABCD$ هرم ثلاثي القاعدة.

$$AD = AB, CD = CB$$

النقطة M منتصف \overline{DB}

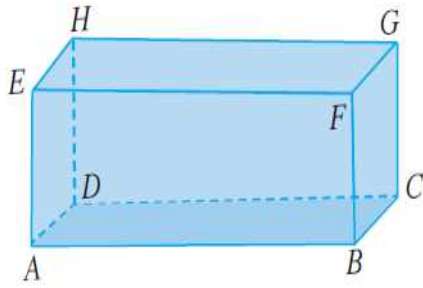
(a) أثبت أن: $\overrightarrow{BD} \perp (AMC)$

مثال (1)



في الشكل المقابل، المثلث ABC قائم في \widehat{B}
 $\vec{AD} \perp (ABC)$

أثبت أن المثلث DBC قائم في \widehat{B}

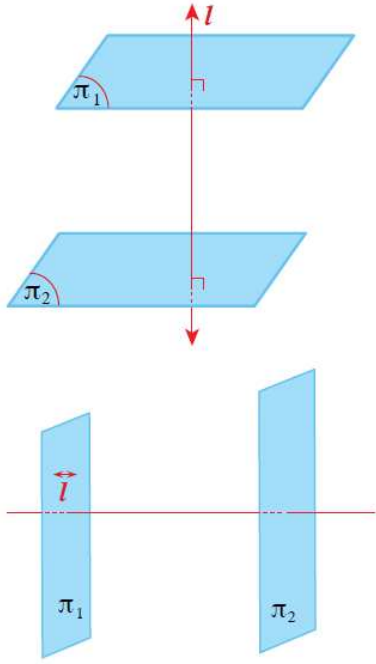


حاول أن تحل

1

في شبه المكعب المقابل،

أثبت أن المثلث BEH قائم في \hat{E} .



نظرية (6)

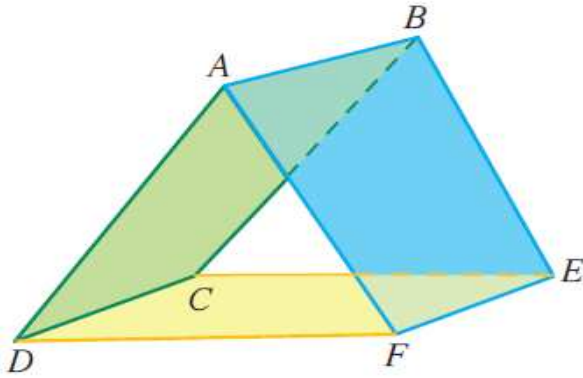
إذا كان مستقيم عمودياً على كلٍّ من مستويين مختلفين فإنهما يكونان متوازيين.

$$\vec{l} \perp \pi_1, \vec{l} \perp \pi_2 \Rightarrow \pi_1 \parallel \pi_2$$

نظرية (7)

إذا كان مستقيم عمودياً على أحد مستويين متوازيين فإنه يكون عمودياً على المستوي الآخر.

$$\vec{l} \perp \pi_1, \pi_1 \parallel \pi_2 \Rightarrow \vec{l} \perp \pi_2$$



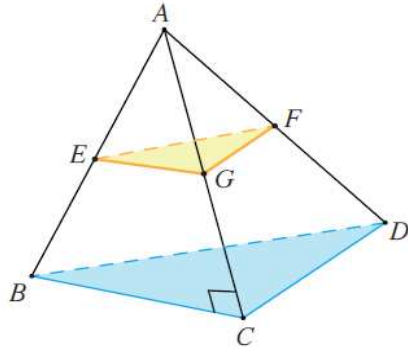
حاول أن تحل

2 في الشكل المقابل:

مستطيلان $ABEF, ABCD$

أثبت أن: $(AFD) \parallel (BEC)$

مثال (2)



في الشكل المقابل:

A نقطة خارج المستوى BCD ،

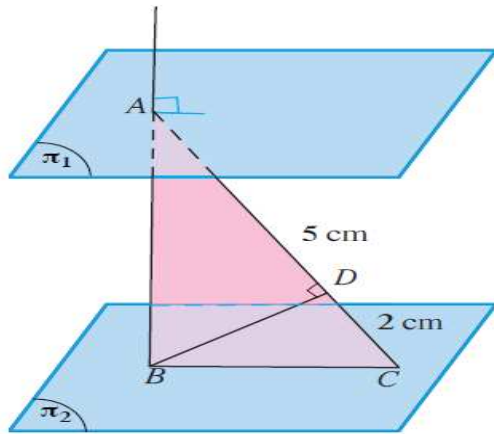
والنقاط E, G, F منتصفات \overline{AB} ، \overline{AC} ، \overline{AD} على الترتيب.

إذا كان $\overline{AC} \perp \overline{CB}$

وكان $CD = 5 \text{ cm}$ ، $AC = 12 \text{ cm}$ ، $AD = 13 \text{ cm}$

فأثبت أن: $(EGF) \parallel (BCD)$.

مثال (3)

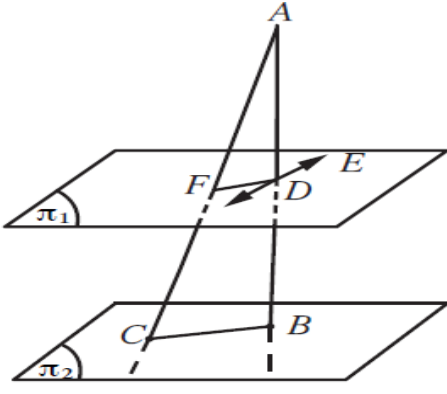


في الشكل المقابل، $\pi_1 \parallel \pi_2$ ، $\vec{AB} \perp \pi_1$ ، $A \in \pi_1$ ، $\vec{BC} \subset \pi_2$

رسم: $\vec{BD} \perp \vec{AC}$ في المستوي ABC

إذا كان: $AD = 5 \text{ cm}$ ، $DC = 2 \text{ cm}$

أوجد: BD



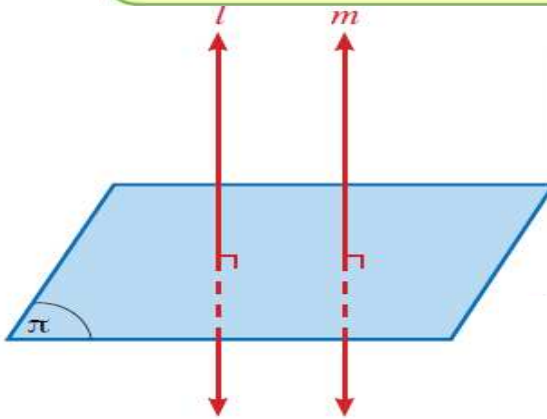
في الشكل المقابل، \overrightarrow{AB} عمودي على المستوي π_1, π_2 ، $\overrightarrow{AD} \perp \overrightarrow{DE}$ ، $\overrightarrow{DE} \subset \pi_1$

فإذا كانت D منتصف \overline{AB} ، F منتصف \overline{AC}

أثبت أن: $\pi_1 \parallel \pi_2$

نظرية (8)

المستقيمان العموديان على مستوي متوازيان.



$$\vec{l} \perp \pi, \vec{m} \perp \pi \Rightarrow \vec{l} \parallel \vec{m}$$

حاول أن تحل

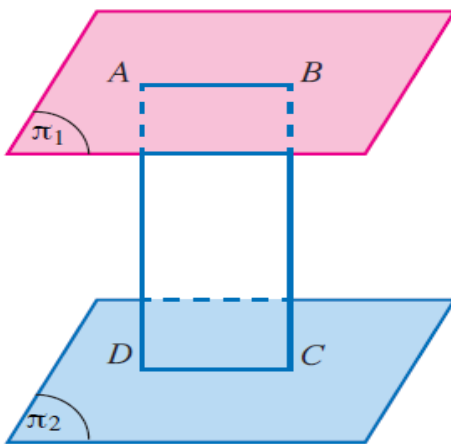
3 في الشكل المقابل: $\pi_1 \parallel \pi_2$

A, B نقطتان في π_1 ،

C, D نقطتان في π_2 حيث: A, B, C, D في مستوى واحد

$$\overline{AD} \perp \pi_2, \overline{BC} \perp \pi_2$$

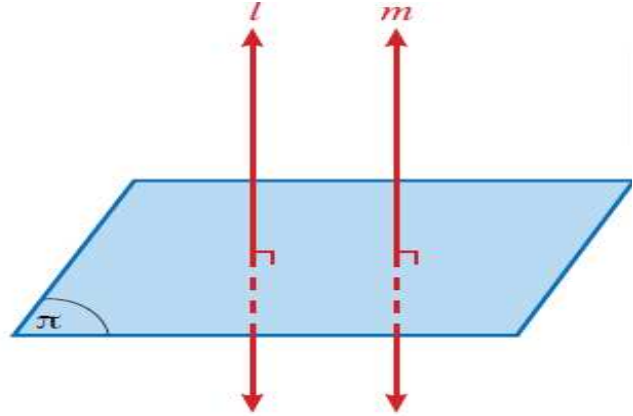
أثبت أن $ABCD$ مستطيل.



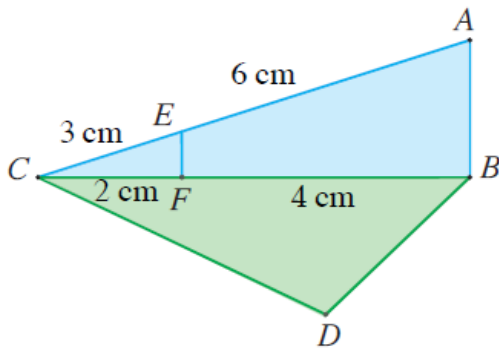
نظرية (9)

إذا توازي مستقيمان أحدهما عموديًا على مستوٍ كان المستقيم الآخر عموديًا على المستوي أيضًا.

$$\vec{l} \parallel \vec{m}, \vec{l} \perp \pi \Rightarrow \vec{m} \perp \pi$$



مثال (4)

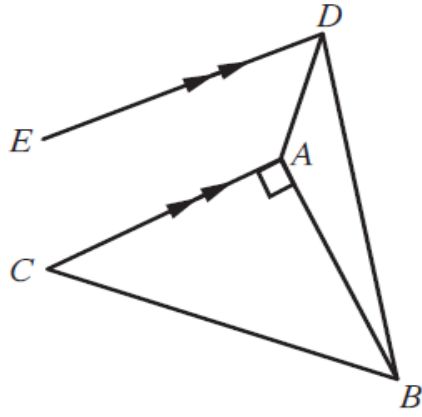


في الشكل المقابل إذا كان $\overline{AB} \perp (BCD)$

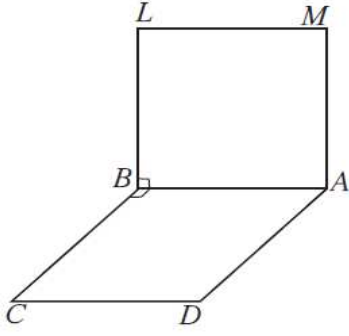
وكان $CE = 3 \text{ cm}$, $EA = 6 \text{ cm}$, $CF = 2 \text{ cm}$, $FB = 4 \text{ cm}$

أثبت أن: $\overline{EF} \perp \overline{DB}$

ABC مثلث، أخذت النقطة D خارج مستوي المثلث بحيث كان: \vec{DA} عمودياً على كل من \vec{AB} ، \vec{AC}
فإذا كانت M منتصف \overline{AB} ، N منتصف \overline{DB} ، أثبت أن: $\vec{MN} \perp (ABC)$



افي الشكل المقابل، مثلث قائم الزاوية في A
 رسم \vec{AD} عمودي على مستوي المثلث ABC ، ورسم $\vec{ED} \parallel \vec{CA}$
 أثبت أن: $\vec{ED} \perp \vec{AB}$



$ABLM, ABCD$ مربعان ليسا في مستو واحد، لهما ضلع مشترك \overline{AB} ،

أثبت أن: $\overleftrightarrow{LM} \perp (LBC)$

حاول أن تحل

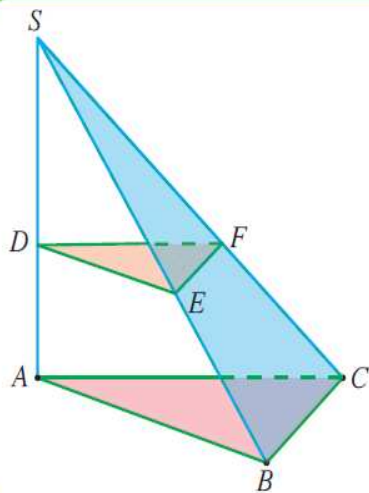
4 في الشكل المقابل:

المستويان (ABC) , (DEF) متوازيان

$$\vec{SA} \perp (ABC)$$

إذا كان: $SE = 5 \text{ cm}$, $SD = 3 \text{ cm}$, $DA = 2 \text{ cm}$, $BC = 5 \text{ cm}$, $AC = 6 \text{ cm}$

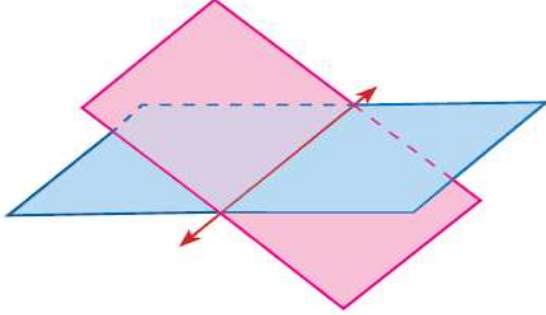
فأوجد محيط المثلث DEF



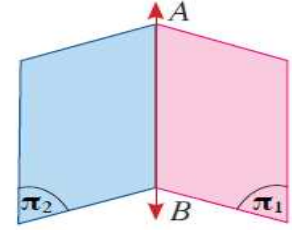
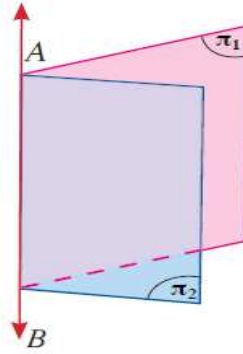
The Dihedral Angle

الزاوية بين مستويين (الزاوية الزوجية)

تعلمت أنه إذا تقاطع مستويان مختلفان في الفضاء فإنهما يتقاطعان في مستقيم وينتج من هذا التقاطع أربع زوايا تسمى كل منها زاوية زوجية.



يقسم المستقيم المشترك كل مستوى إلى نصفين ويسمى المستقيم المشترك **حافة الزاوية الزوجية** أو **الفاصل المشترك**. ويسمى كل من نصفي المستويين وجه الزاوية الزوجية. يبين الشكلان أدناه زاويتين زوجيتين حافة كل منهما \vec{AB}

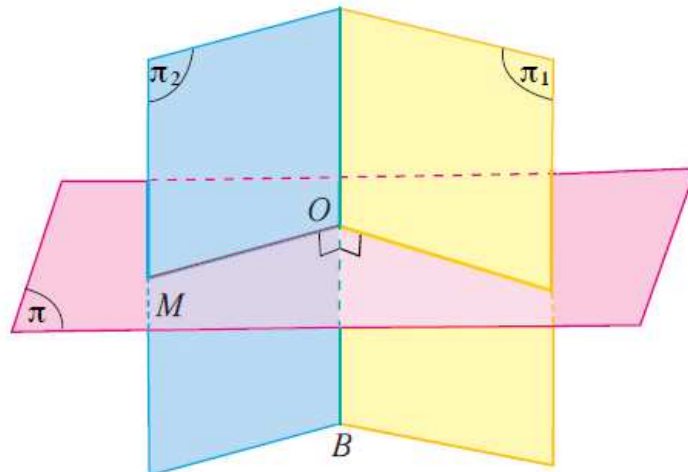


نقرأ الزاوية الزوجية بحافتها فنقول الزاوية الزوجية \vec{AB} ، أو في حال وجود أكثر من زاوية زوجية: (π_1, \vec{AB}, π_2)

تعريف: الزاوية المستوية لزاوية زوجية

هي الزاوية التي تنشأ من تقاطع الزاوية الزوجية مع مستوٍ عمودي على حافتها.

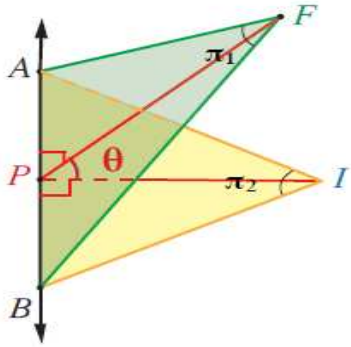
ويكون قياس الزاوية الزوجية هو قياس إحدى زواياها المستوية ودائمًا نأخذ قياس الزاوية الحادة.



تدريب (1)

في كل من الأشكال التالية عيّن الزاوية المستوية للزاوية الزوجية بين المستويين π_1, π_2

1



$$\overline{FP} \perp \overline{AB}, \quad \overline{IP} \perp \overline{AB}$$

حافة الزاوية الزوجية

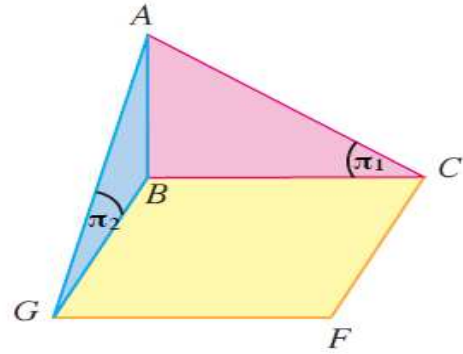
$$\dots \subset \pi_1, \quad \dots \perp \overline{AB}$$

وكذلك $\dots \subset \pi_2, \quad \dots \perp \overline{AB}$

∴ هي الزاوية المستوية

للزاوية الزوجية بين π_1, π_2

2



$$\overline{AB} \perp (CBGF)$$

حافة الزاوية الزوجية

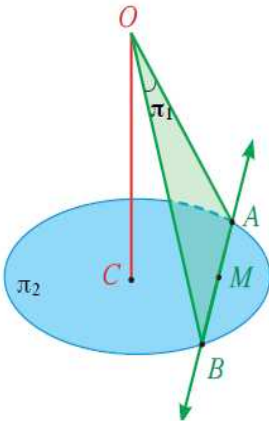
$$\overline{BC} \subset \pi_1, \quad \dots \perp \overline{AB}$$

وكذلك $\dots \subset \pi_2, \quad \dots \perp \overline{AB}$

∴ هي الزاوية المستوية

للزاوية الزوجية بين π_1, π_2

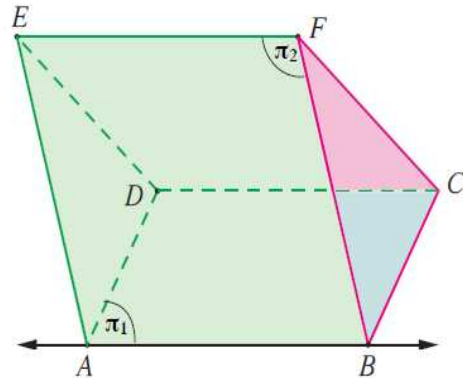
3



$$\overline{OC} \perp \pi_2, \quad \overline{AB} \text{ منتصف } M$$

.....
.....
.....
.....

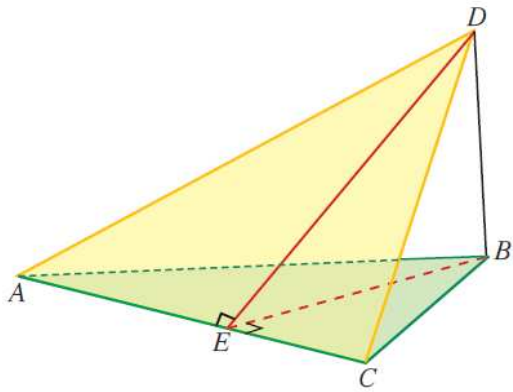
4



$$\overline{FC} \perp (ABCD), \quad \text{مستطيل } ABCD$$

.....
.....
.....
.....

مثال (2)



في الشكل المقابل D نقطة خارج مستوى المثلث ABC ،
 $DB = 5 \text{ cm}$ ، $AB = 10 \text{ cm}$ ، $m(\hat{BAC}) = \frac{\pi}{6}$

$$\overline{DB} \perp (ABC)$$

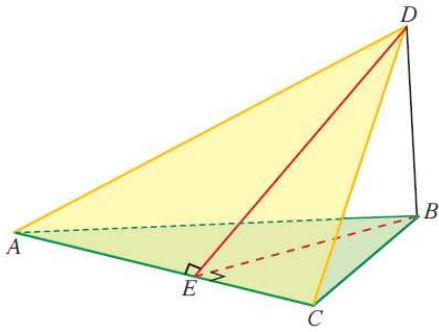
$$\overline{BE} \perp \overline{AC} , \overline{DE} \perp \overline{AC}$$

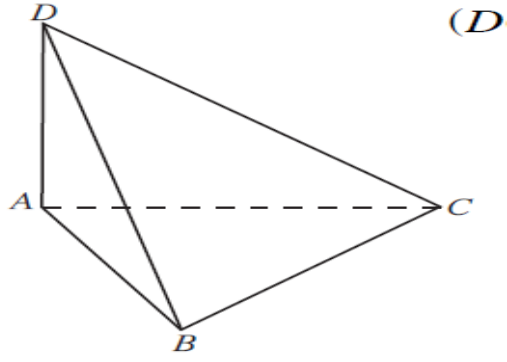
أوجد:

BE, DE **a**

قياس الزاوية الزوجية بين المستويين BAC, DAC **b**

2 في المثال (2)، أوجد قياس الزاوية الزوجية بين المستويين BAC ، DAC إذا كان $m(\widehat{BAC}) = 45^\circ$.

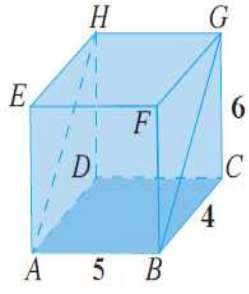




ABC مثلث متطابق الأضلاع.

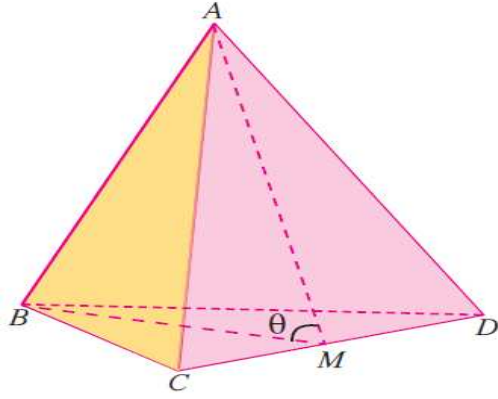
\vec{AD} متعامد مع المستوي ABC

أوجد قياس الزاوية الزوجية (DAB, \vec{DA}, DAC)



حاول أن تحل

- 1 في شبه المكعب المقابل، أثبت أن الزاوية GBC هي الزاوية المستوية للزاوية الزوجية للمستويين $(ABGH)$ ، $(ABCD)$ ، ثم أوجد قياسها.

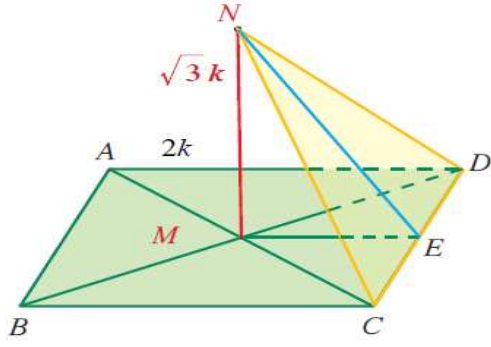


يبين الشكل المقابل هرمًا ثلاثي القاعدة أوجهه مثلثات متطابقة الأضلاع طول حرفه 8 cm

\overline{DC} منتصف M

a حدد الزاوية المستوية بين المستويين ADC , BDC

b أوجد قياس الزاوية المستوية للزاوية الزوجية \overrightarrow{DC}



$ABCD$ مستطيل تقاطع قطراه في M ، وفيه $AD = 2k$

أقيم \overline{NM} عموداً على $(ABCD)$ حيث N خارج مستواه بحيث $MN = \sqrt{3}k$

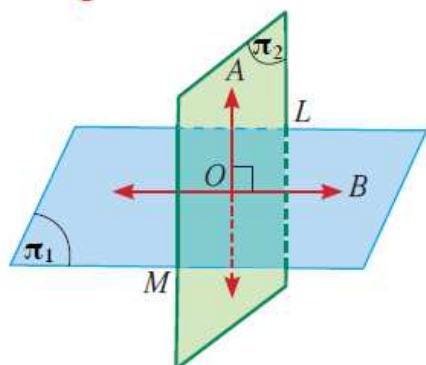
أوجد قياس الزاوية الزوجية بين المستويين $ABCD$, NCD

المستويات المتعامدة

Perpendicular Planes

Perpendicular Planes

المستويات المتعامدة

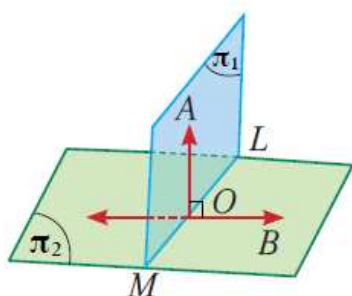


يكون المستويان متعامدين إذا كانت الزاوية المستوية بينهما زاوية قائمة أي أن قياس الزاوية الزوجية بين المستويين 90° .

في المستوي π_1 : $\overrightarrow{OB} \perp \overrightarrow{LM}$

في المستوي π_2 : $\overrightarrow{OA} \perp \overrightarrow{LM}$

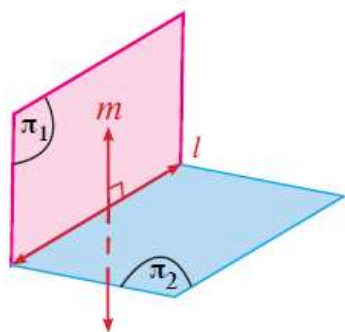
$\therefore \overrightarrow{OA} \perp \overrightarrow{OB}$ فإن المستويين متعامدان.



نظرية (10)

إذا كان مستقيم عمودياً على مستوٍ، فكل مستوٍ يمر بذلك المستقيم يكون عمودياً على المستوي.

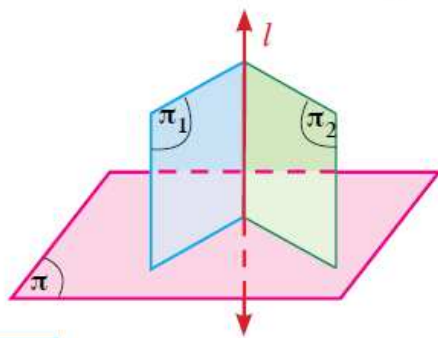
$$\overrightarrow{OA} \perp \pi_2, \overrightarrow{OA} \subset \pi_1 \implies \pi_1 \perp \pi_2$$



نتيجة (3)

إذا تعامد مستويان ورسم في أحدهما مستقيم عمودي على خط تقاطعهما فإنه يكون عمودياً على المستوي الآخر.

$$\pi_1 \perp \pi_2, \pi_1 \cap \pi_2 = \vec{l}, \vec{m} \subset \pi_1, \vec{m} \perp \vec{l} \implies \vec{m} \perp \pi_2$$



نتيجة (4)

إذا كان كل من مستويين متقاطعين عمودي على مستوٍ ثالث فإن خط تقاطع المستويين يكون عمودياً على هذا المستوي الثالث.

$$\pi_1 \perp \pi, \pi_2 \perp \pi, \pi_1 \cap \pi_2 = \vec{l} \implies \vec{l} \perp \pi$$

حاول أن تحل

1 في الشكل المقابل، C دائرة مركزها O ، \overline{AB} قطر.

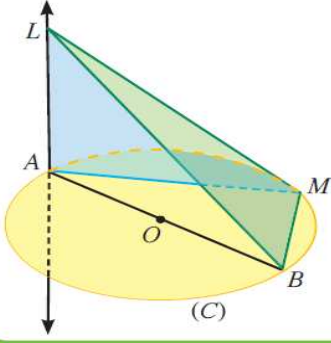
M نقطة تنتمي إلى الدائرة.

\overrightarrow{LA} متعامد مع مستوي الدائرة.

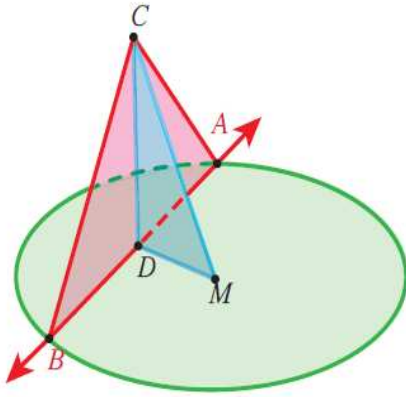
أثبت أن:

a $\overrightarrow{BM} \perp (LAM)$

b $(LBM) \perp (LAM)$



مثال (1)



في الشكل المقابل: C نقطة خارج مستوى الدائرة التي مركزها M ، D منتصف \overline{AB}
مثلث ABC فيه $CA = CB$. إذا كان $DM = DC = 5 \text{ cm}$ ، $MC = \sqrt{50} \text{ cm}$
أثبت أن:

a $\overline{MC} \perp \overline{AB}$

b مستوي الدائرة $\perp (ACB)$

الحل:

مثال (2)

A, B, C, D أربع نقاط ليست مستوية معًا.

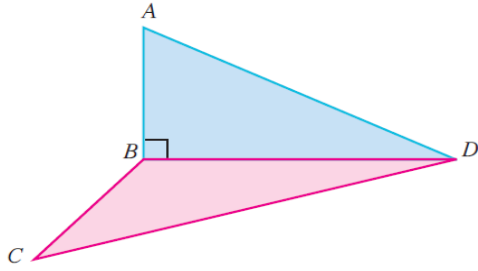
إذا كان $\overrightarrow{AB} \perp (BCD)$

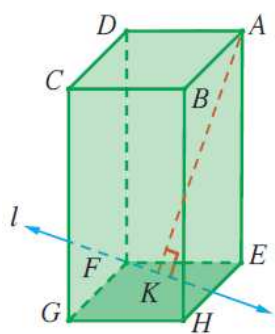
وكان $(AD)^2 = (AB)^2 + (BC)^2 + (CD)^2$

أثبت أن:

$\overline{BC} \perp \overline{DC}$ **a**

$(ABD) \perp (CBD)$ **b**





2 في شبه المكعب $ABCDEFGH$ المقابل:

\vec{l} مستقيم في $(EFGH)$ يمر في F .

$$\overline{AK} \perp \vec{l}$$

أثبت أن: **a** $\overline{EK} \perp \vec{l}$

b $(FDK) \perp (AEK)$