تم تحميل هذا الملف من موقع المناهج الكويتية

almanahj.com/kw

موقع المناهج الكويتية

سلامة علي الركاض

الملف حلول أساسيات هندسة الفضاء من التوازي والتعامد إلى قياس الزوايا الزوجية للمستقيمات والمستويات منهاج جديد
موقع المناهج ⇦ ملفات الكويت التعليمية ⇦ الصف الحادي عشر العلمي ⇦ رياضيات ⇦ الفصل الثاني

روابط مواقع التواصل الاجتماعي بحسب الصف الحادي عشر العلمي			
روابط مواد الصف الحادي عشر العلمي على تلغرام			
التربية الاسلامية	اللغة العربية	اللغة الانجليزية	الرياضيات

المزيد من الملفات بحسب الصف الحادي عشر العلمي والمادة رياضيات في الفصل الثاني	
1	النموذج الاول 11 علمي(1)
2	هندسة الفضاء بالحلول في مادة الرياضيات
3	مراجعة هامة ومتوقعة في مادة الرياضيات
4	تحميل كتاب الطالب(تمارين)علمي
5	تحميل كتاب الطالب

رياضيات

الصف الحادي عشر علمي

الجبر المتقطع

الوحدة الحادية عشرة

الفصل الدراسي الثاني

2025 - 2026

أ : سلامة علي الركاض

مبدأ العد والتباديل والتوافيق

مبدأ العد

لإجراء عملية على عدد من المراحل المتتابعة، كما يلي:

المرحلة الأولى بـ r_1 طريقة مختلفة،

المرحلة الثانية بـ r_2 طريقة مختلفة،

المرحلة الثالثة بـ r_3 طريقة مختلفة،

.....وهكذا حتى المرحلة n بـ r_n طريقة مختلفة

فإن عدد طرائق إجراء هذه العملية هو: $r_1 \times r_2 \times r_3 \times ... \times r_n$

موقع المناهج الكويتية
almanahj.com/kw

مثال 1

لتكن: $A = \{1, 2, 4, 5, 6\}$

يراد تكوين أعداد ذات ثلاثة منازل باستخدام عناصر A

أوجد:

a عدد الأعداد الممكن تكوينها.

b عدد الأعداد مختلفة الأرقام الممكن تكوينها.

c عدد الأعداد الفردية مختلفة الأرقام الممكن تكوينها.

حاول أن تحل 1

من مثال(1)، أوجد:

a عدد الأعداد الفردية الممكن تكوينها.

b عدد الأعداد الزوجية الممكن تكوينها.

c عدد الأعداد الزوجية المختلفة الأرقام الممكن تكوينها.

موقع المناهج الكويتية
almanahj.com/kw

مثال 2

لتكن: $B = \{0, 3, 4, 5, 7, 9\}$

تم تكوين أعداد ذات أربعة منازل باستخدام عناصر المجموعة B

أوجد:

a عدد الأعداد الممكن تكوينها.

b عدد الأعداد التي تقبل القسمة على 5 الممكن تكوينها.

c عدد الأعداد مختلفة الأرقام والمحصورة بين 7 000، 4 000 الممكن تكوينها.

مثال 2

من المثال (2) أوجد:

a عدد الأعداد مختلفة الأرقام الممكن تكوينها.

b عدد الأعداد التي تقبل القسمة على 10 الممكن تكوينها.

c عدد الأعداد مختلفة الأرقام والأكبر من 5 000 الممكن تكوينها.

موقع المناهج الكويتية
almanahj.com/kw

التباديل

وقد سبق لك دراسة عدد تباديل n من العناصر فيما بينها ويسمّى «مضروب n» (n–Factorial) ويرمز له بالرمز $n!$ ويكون:

$$n! = n(n-1)(n-2)\dots 3\times 2\times 1 \ , \ n \in \mathbb{Z}^+$$

فمثلًا:

$$4! = 4\times 3\times 2\times 1 = 24$$

$$5! = 5\times 4\times 3\times 2\times 1 = 120$$

وكذلك درست **عدد تباديل n من العناصر مأخوذ منها r في كل مرة.**

ويرمز له بالرمز «${}_nP_r$» ويكون:

قانون التباديل Law of Permutations

$${}_nP_r = n(n-1)(n-2)\dots(n-r+1)$$

$${}_nP_r = \frac{n!}{(n-r)!}$$

حيث: $n, r \in \mathbb{Z}^+ \ , \ n \geq r$

ملاحظة: $\quad {}_nP_0 = 1 \ , \ {}_nP_n = n! \ , \ {}_nP_1 = n$

فمثلًا:

$${}_7P_3 = 7\times 6\times 5 = 210$$

$${}_5P_0 = 1$$

$${}_6P_6 = 6! = 720$$

$${}_8P_1 = 8$$

مثال 4

اشتركت 7 يخوت في سباق.
بكم طريقة مختلفة يمكن توقع وصول اليخوت الثلاثة الأوائل بالترتيب؟

حاول أن تحل 4

ما عدد الطرائق المختلفة لوصول اليخوت الثلاثة الأوائل إذا اشترك في السباق 10 يخوت؟

مثال 5

حل المعادلات التالية:

$${}_nP_5 = 6 \times {}_nP_4 \, , \; n \geqslant 5$$

موقع المناهج الكويتية almanahj.com/kw

$${}_6P_r = 4 \times {}_6P_{r-1}$$

$$\frac{{}_{2n}P_{n+2}}{{}_{2n}P_{n-1}} = 60$$

موقع المناهج الكويتية
almanahj.com/kw

حاول أن تحل 5

حل المعادلات التالية:

${}_nP_7 = 12 \times {}_nP_5$

${}_8P_r = 4 \times {}_8P_{r-1}$

التوافيق

سبق لك دراسة التوافيق حيث تحتاج أحيانًا إلى معرفة عدد المجموعات الجزئية والتي يمكن اختيارها من مجموعة ما.

عندما نتكلم عن **مجموعة** فهذا يعني أن **ترتيب العناصر غير مهم**. لذلك نحسب عدد **التوافيق**. نرمز لعدد توافيق r عنصرًا مأخوذة من مجموعة عدد عناصرها n بالرمز ${}_nC_r$ ويكون:

قانون التوافيق Law of Combinations

$$ {}_nC_r = \frac{{}_nP_r}{r!} $$

$$ {}_nC_r = \frac{n!}{r!(n-r)!} $$

حيث: $n,\ r \in \mathbb{Z}^+ ,\ n \geq r$

موقع المناهج الكويتية
almanahj.com/kw

ملاحظة:

$$ {}_nC_0 = 1 ,\ {}_nC_1 = n ,\ {}_nC_n = 1 $$

مثال 6

في مكتبة المدرسة 15 كتابًا مختلفًا من مجموعة روايات التاريخ الإسلامي.
بكم طريقة يمكنك اختيار 4 كتب منها للمطالعة؟

حاول أن تحل 6

في المثال (6):

a) بكم طريقة مختلفة يمكنك اختيار 7 كتب؟

b) بكم طريقة مختلفة يمكنك اختيار 8 كتب؟

c) ماذا تلاحظ؟

خواص أخرى للتوافيق

$$_nC_m = {}_nC_{n-m}$$

$$_nC_m = {}_{n-1}C_m + {}_{n-1}C_{m-1}$$

مثال 9

في الصف الحادي عشر 20 طالبًا. يريد المدير اختيار وفد من 4 طلاب لتمثيل طلاب من الصف الحادي عشر.

a أوجد عدد الوفود المختلفة الممكن تكوينها.

b أوجد عدد الوفود المختلفة الممكن تكوينها شرط أن يكون الطالب سالم (من طلاب الصف الحادي عشر) مشاركًا في الوفد.

c أوجد عدد الوفود المختلفة الممكن تكوينها شرط ألّا يكون الطالب سالم (من طلاب الصف الحادي عشر) مشاركًا في الوفد.

d قارن بين إجابة a ومجموع إجابتي c و b . فسّر.

المناهج الكويتية
almanahj.com/kw

حاول أن تحل 9

يتكون فريق كرة القدم في المدرسة من 18 لاعبًا. يريد المدرب تشكيل فريق من 11 لاعبًا.

a أوجد عدد الفرق المختلفة الممكن تكوينها.

b أوجد عدد الفرق المختلفة الممكن تكوينها إذا أراد المدرب أن يتضمن الفريق اللاعب عبد العزيز.

c أوجد عدد الفرق المختلفة الممكن تكوينها إذا استثنى المدرب اللاعب عبد العزيز من تشكيلة الفريق بطريقتين مختلفتين.

مثال 10 أوجد قيمة n في كل مما يلي:

a $ {}_nC_3 = {}_nC_4 $

موقع المناهج الكويتية
almanahj.com/kw

b $ \frac{{}_nC_7}{{}_{(n-1)}C_6} = \frac{8}{7} $

حاول أن تحل 10 أوجد قيمة n في كلٍّ مما يلي:

a $ {}_nC_2 = 105 $

b $_nC_4 = {}_nC_5$

كراسة التمارين

موقع المناهج الكويتية
almanahj.com/kw

(1) لتكن $A = \{2, 3, 4, 6, 7, 9\}$. تم تكوين أعداد ذات أربع منازل باستخدام عناصر A . أوجد:

(a) عدد الأعداد الممكن تكوينها.

(b) عدد الأعداد مختلفة الأرقام الممكن تكوينها.

(c) عدد الأعداد الزوجية مختلفة الأرقام الممكن تكوينها.

(2) لتكن $B = \{2, 4, 5, 7, 8\}$. تم تكوين أعداد ذات أربع منازل باستخدام عناصر B . أوجد:

(a) عدد الأعداد مختلفة الأرقام الممكن تكوينها.

(b) عدد الأعداد مختلفة الأرقام التي تقبل القسمة على 5 الممكن تكوينها.

(c) عدد الأعداد مختلفة الأرقام والأصغر من 5000 الممكن تكوينها.

(5) أوجد قيمة كل مقدار مما يلي:

(a) ${}_8P_1$ **(b)** ${}_3P_2$ **(c)** ${}_8P_3$ **(d)** ${}_9P_6$

(6) طلب 15 طالبًا موعدًا للتحدث مع مدير المدرسة، كلًّا بمفرده. بكم طريقة مختلفة يمكن للمدير استقبال الطلاب؟

المناهج الكويتية
almanahj.com/kw

(7) لقضاء سهرة يمكن لعائلة اختيار مطعم من بين 4 مطاعم وصالة سينما من بين 3 صالات.
فما عدد طرق اختيار لمطعم وصالة سينما؟

(8) حلّ المعادلات التالية:

(a) ${}_nP_4 = 5 \times {}_nP_3 \ , \ n \geq 4$

(b) $_5P_r = 12 \times {}_5P_{r-2}$

(c) $\frac{{}_nP_{n-2}}{{}_nP_{n-4}} = \frac{n^2}{12}$

موقع المناهج الكويتية
mnahj.com/kw

(9) بكم طريقة مختلفة يمكن لثلاثة طلاب الجلوس في صف واحد يحوي 8 مقاعد؟

(10) أوجد قيمة كل مقدار مما يلي:

(a) $_6C_2$ **(b)** $_7C_3 \times {}_9C_5$ **(c)** $_4C_4$ **(d)** $_6C_2 + {}_6C_3$

(11) بكم طريقة مختلفة يمكن اختيار مجموعة من 4 عناصر من مجموعة مؤلفة من 300 عنصر؟

(12) بكم طريقة مختلفة يمكن اختيار مجموعة من 4 أرقام من المجموعة:

{0، 1، 2، 3، 4، 5، 6، 7، 8، 9}؟

موقع المناهج الكويتية
almanahj.com/kw

(13) فاز 16 طالبًا بعضوية فريق كرة القدم في المدرسة. بكم طريقة ممكنة يمكن اختيار 11 لاعبًا منهم علمًا أنه يوجد بين الطلاب حارس مرمى واحد؟

(14) نوّاف طالب جامعي، يريد اختيار رفيقين أو 3 للسكن معه في المبنى الجامعي. بكم طريقة ممكنة يمكنه الاختيار إذا كان عدد رفاقه 25؟

(17) حلّ المعادلات التالية:

(a) ${}_nC_3 + {}_nC_2 = 3n(n-1)$

(b) ${}_nC_4 = {}_nC_{n-2}$

موقع المناهج الكويتية
almanahj.com/kw

(c) ${}_{2n}C_4 = \frac{1}{2}\ {}_{2n}C_5$

البنود الموضوعية

في التمارين (1–5)، ظلّل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

(1) قيمة المقدار $10!$ هي $3\,628\,800$ (a) (b)

(2) قيمة المقدار $4! \times 5!$ هي 360 (a) (b)

(3) عدد طرق جلوس 4 أشخاص على 4 مقاعد في صفّ هو $4!$ (a) (b)

(4) قيمة المقدار ${}_5C_4 \times 3$ هي 15 (a) (b)

(5) $(n-r)! = n! - r!$ (a) (b)

في التمارين (15–6)، ظلّل رمز الدائرة الدّال على الإجابة الصحيحة.

(6) قيمة المقدار $\frac{10!}{7!3!}$ هي:

(a) $\frac{10}{21}$ (b) $\frac{1}{120}$ (c) 120 (d) 1

(7) قيمة المقدار ${}_{10}C_6 \times {}_6P_4$ هي:

(a) 75 600 (b) 7 560 (c) 2.5 (d) 210

(8) قيمة المقدار $\frac{{}_7C_4}{{}_9C_4} \times {}_9C_2$ هي:

(a) 18 (b) 5.184 (c) 10 (d) 735

(9) بكم طريقة مختلفة يمكن اختيار 5 لاعبين لفريق السلة من بين 12 لاعبًا إذا كان ترتيب المراكز في الفريق مهمًّا؟

(a) 95 040 (b) 475 200 (c) 392 (d) 11 404 800

(10) بكم طريقة مختلفة يمكن اختيار 3 أعلام من مجموعة من 7 أعلام مختلفة؟

(a) 210 (b) 35 (c) 840 (d) 24

(14) إذا كان: ${}_nP_3 = 60$ فإن n تساوي

(a) 6 (b) 5 (c) 4 (d) 2

(15) مجموعة حلّ المعادلة: ${}_6C_r = 15$ هي:

(a) {2} (b) {4} (c) {2, 4} (d) {3}

نظرية ذات الحدين

مفكوك ذات الحدين

$$(x+y)^0 = 1$$
$$(x+y)^1 = 1x^1y^0 + 1x^0y^1$$
$$(x+y)^2 = 1x^2y^0 + 2x^1y^1 + 1x^0y^2$$
$$(x+y)^3 = 1x^3y^0 + 3x^2y^1 + 3x^1y^2 + 1x^0y^3$$
$$(x+y)^4 = 1x^4y^0 + 4x^3y^1 + 6x^2y^2 + 4x^1y^3 + 1x^0y^4$$
$$(x+y)^5 = 1x^5y^0 + 5x^4y^1 + 10x^3y^2 + 10x^2y^3 + 5x^1y^4 + 1x^0y^5$$

موقع المناهج الكويتية
almanahj.com/kw

مثلث باسكال

$(x+y)^0$	row 1				1					
$(x+y)^1$	row 2			1		1				
$(x+y)^2$	row 3		1		2		1			
$(x+y)^3$	row 4	1		3		3		1		
$(x+y)^4$	row 5		1		4		6		4		1	
$(x+y)^5$	row 6	1		5		10		10		5		1

نظرية ذات الحدين

لأي عدد صحيح موجب n،

$$(x+y)^n = {}_nC_0x^n + {}_nC_1x^{n-1}y + {}_nC_2x^{n-2}y^2 + \ldots\ldots + {}_nC_rx^{n-r}y^r + \ldots\ldots + {}_nC_{n-1}xy^{n-1} + {}_nC_ny^n$$

خواص نظرية ذات الحدين

1. مفكوك $(x+y)^n$ يتضمن $n+1$ حدًّا يرمز لها بـ: $T_1, T_2, \ldots, T_{r+1}, \ldots, T_n, T_{n+1}$
2. الحد الأول في المفكوك هو x^n، ثم ينقص أس x في الحدود التالية بمقدار الواحد على التوالي.
3. يبدأ ظهور العدد y في الحد الثاني، ثم يزيد أس العدد y بمقدار الواحد على التوالي حتى نصل إلى الحد الأخير في المفكوك ويكون y^n.
4. مجموع أسي x وy في أي حد من حدود المفكوك **ثابت** ويساوي الأس n.

5 معامل الحد T_1 يساوي معامل الحد T_{n+1}، ومعامل الحد T_2 يساوي معامل الحد T_n، وهكذا ...

6 الحد العام الذي رتبته $r+1$ يرمز له بالرمز: T_{r+1}

$$T_{r+1} = {}_nC_r \cdot x^{n-r} \cdot y^r$$

مثال 1

استخدم نظرية ذات الحدين لفك كل من:

a $(x+y)^5$

موقع المناهج الكويتية
almanahj.com/kw

b $(x-3)^6$

c $(x^2+3y)^4$

حاول أن تحل 1

استخدم نظرية ذات الحدين لفك كل من:

a $(a-b)^4$

b $(d+2)^7$

c $(2x-y^2)^5$

موقع المناهج الكويتية
almanahj.com/kw

مثال 2 في مفكوك: $(2x-3y^2)^{10}$ أوجد الحدّ السابع.

حاول أن تحل 2 في مفكوك: $(3x^2-y)^{15}$ أوجد معامل T_{12}

مثال 3 أوجد الحد الذي يحتوي على x^3y^4 في مفكوك $(2x + 3y)^7$

موقع المناهج الكويتية
almanahj.com/kw

حاول أن تحل 3 أوجد الحد الذي يحتوي على x^2y^3 في مفكوك $(3x - y)^5$

كراسة التمارين

(1) استخدم مثلث باسكال لفك كل مما يلي:

(a) $(a+b)^3$

(b) $(a+b)^4$

موقع المناهج الكويتية
almanahj.com/kw

(c) $(x+y)^6$

(2) استخدم نظرية ذات الحدين لفك كل مما يلي:

(a) $(x+y)^4$

(b) $(x-y)^4$

(c) $(x-2)^5$

(3) فك كلًّا مما يلي:

(a) $(3x-y)^5$

(b) $(x^2+y)^4$

موقع المناهج الكويتية
almanahj.com/kw

(c) $(3x+5y)^3$

في التمارين (8–4)، أوجد الحد المعين من مفكوك ثنائية الحد في كل مما يلي:

(4) الحد الثالث من $(x+3)^{12}$

(5) الحد الثاني من $(x+3)^9$

(6) الحد الثاني عشر من $(2+x)^{11}$

(7) الحد الثامن من $(x-2y)^{15}$

.....

.....

(8) الحد السابع من $(x^2-2y)^{11}$

.....

.....

(10) أوجد الحد الذي يحتوي على x^2y^3 في مفكوك $(3x-7y)^5$

موقع المناهج الكويتية
almanahj.com/kw

.....

.....

(11) في مفكوك $(5-3ab)^7$ أوجد الحد الذي يحتوي على a^3b^3

.....

.....

بنود موضوعية

في التمارين (1–5)، ظلّل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

(1) مفكوك $(c+1)^5$ هو: $c^5+5c^4+10c^3+10c^2+5c+1$ (a) (b)

(2) إذا كان الحد $126c^4d^5$ أحد حدود مفكوك $(c+d)^n$، فإنّ قيمة n هي 5 (a) (b)

(3) إذا كان معامل الحد الثاني في مفكوك $(r+x)^n$ هو 7 فإنّ قيمة n هي 7 (a) (b)

(4) الحدّ الثاني من $(x+3)^9$ هو $54x^8$ (a) (b)

(5) معامل الحد السابع في مفكوك $(x-y)^7$ هو عدد سالب. (a) (b)

في التمارين (11–6)، ظلّل رمز الدائرة الدّال على الإجابة الصحيحة:

(6) مفكوك $(a-b)^3$ هو:

(a) $a^3+a^2b+ab^2+b^3$ (b) $a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$

(c) $a^3-a^2b+ab^2-b^3$ (d) $a^3-3a^2b+3ab^2-b^3$

(7) الحد الثالث من مفكوك $(a-b)^7$ هو:

(a) $-21a^5b^2$ (b) $-7a^6b$

(c) $7a^6b$ (d) $21a^5b^2$

موقع المناهج الكويتية
almanahj.com/kw

(8) في مفكوك $(2a-3b)^6$ الحد الذي معامله 2 160 هو:

(a) الحدّ الثاني (b) الحد الثالث

(c) الحد الرابع (d) الحد الخامس

(9) معامل الحد الثالث في مفكوك $(3c-4b)^5$ هو:

(a) 5 170 (b) 3 312

(c) 4 320 (d) 2 316

(10) في مفكوك $(x+y)^9$ تكون رتبة الحد: $126x^5y^4$ هي:

(a) الرابعة (b) الخامسة (c) السادسة (d) التاسعة

(11) في مفكوك $(3x+2y)^8$ الحد الذي يحوي x^3y^5 هو:

(a) T_3 (b) T_6 (c) T_5 (d) T_8

الاحتمال

هي تجربة لها عدة نواتج مختلفة ممكنة ولكن لا يمكن التأكد مسبقًا من أن أي ناتج منها سوف يتحقق عند إجراء التجربة.

في كل تجربة عشوائية نهتم أولًا بمعرفة **مجموعة النواتج** الممكنة لتلك التجربة.

مجموعة النواتج هذه تسمى **فضاء العينة**.

وكل **حدث** هو مجموعة جزئية من فضاء العينة.

في تجربة رمي حجر نرد، فضاء العينة هو:

$S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ ، $n(S) = 6$

ويعتبر الحصول على عدد من مضاعفات العدد 3 هو حدث وليكن A أي $A = \{3, 6\}$

ويكون $n(A) = 2$

موقع المناهج الكويتية
almanahj.com/kw

في «العمل التعاوني» **فضاء العينة هو أوضاع السقوط الأربع** المبينة في «ورقة تدوين النتائج» وكل وضع سقوط هو **حدث**.

أنواع الأحداث Types of Events

حدث بسيط Simple Event

مجموعة جزئية من فضاء العينة (S) تحوي ناتجًا واحدًا من نواتج التجربة العشوائية (مجموعة تحوي عنصرًا واحدًا) فإذا كان A حدثًا بسيطًا فإن $n(A) = 1$

حدث مركب Compound Event

مجموعة جزئية تحوي أكثر من ناتج واحد من نواتج التجربة العشوائية.

فإذا كان B حدثًا مركبًا فإن $n(B) > 1$

حدث مستحيل Impossible Event

مجموعة جزئية خالية $\varnothing$ من فضاء العينة (S): فإذا كان D حدثًا مستحيلًا فإن $n(D) = 0$

حدث مؤكد Certain Event

مجموعة جزئية تساوي فضاء العينة (S): فإذا كان F حدثًا مؤكدًا فإن $n(F) = n(S)$

حدثان متنافيان Mutually Exclusive Events

يقال للحدثين A, B أنهما متنافيان إذا كان وقوع أحدهما ينفي (يمنع) وقوع الآخر أثناء التجربة.

أي أن: $A \cap B = \phi$ ويكون $n(A \cap B) = n(\phi) = 0$

حدث متمم Complement Event

الحدث المتمم للحدث A هو الحدث الذي يحوي جميع عناصر فضاء العينة (S) التي لا تنتمي إلى الحدث A

نرمز إلى الحدث المتمم بالرمز $\overline{A}$

A، $\overline{A}$ هما حدثان متنافيان. ويكون: $A \cap \overline{A} = \phi$ ، $A \cup \overline{A} = S$

حدثان مستقلان
Independant Events

يقال للحدثين A, B أنهما مستقلان إذا كان وقوع أحدهما لا يؤثر على وقوع الآخر أثناء التجربة العشوائية.

مثال توضيحي

عند رمي حجر نرد أعط مثالاً على كل من:

a) حدث بسيط
b) حدث مركب
c) حدث مستحيل
d) حدث مؤكد
e) حدثين متنافيين
f) حدث متمم
g) حدثين مستقلين

موقع المناهج الكويتية
almanahj.com/kw

مثال 1

في تجربة رمي حجر نرد مرة واحدة وملاحظة الوجه العلوي.

1) اكتب وحدد نوع كلٍ من الأحداث التالية:
   a) A: ظهور عدد أكبر من 5
   b) B: ظهور عدد فردي
   c) C: ظهور عدد زوجي
   d) D: ظهور عدد أصغر من 7
2) a) أثبت أن B, C حدثان متتامان.
   b) بيّن فيما إذا كان الحدثان C, D متنافيان أم لا.

موقع المناهج الكويتية
almanahj.com/kw

حاول أن تحل 1

1 في أحد المخيمات الصيفية يشارك الطالب في مجموعة من الأنشطة وهي: كرة القدم، كرة السلة، كرة المضرب، الكرة الطائرة، السباحة وركوب الدراجات.

a اكتب وحدد نوع كل من الأحداث التالية:

(1) A: المشاركة في كرة المضرب فقط.

(2) B: المشاركة في الأنشطة التي تستخدم فيها كرة كبيرة.

(3) C: المشاركة في الأنشطة التي لا تستخدم فيها كرة.

b (1) بيّن فيما إذا كان الحدثان B, C متتامان أم لا.

(2) أعط مثالاً عن حدثين متنافيين.

موقع المناهج الكويتية
almanahj.com/kw

الاحتمال

إذا كانت جميع نواتج التجربة العشوائية لها فرصة الظهور نفسها فإن احتمال الحدث هو:

$$P(E) = \frac{\text{عدد نواتج الحدث } E}{\text{عدد نواتج فضاء العينة } S} = \frac{n(E)}{n(S)}$$

خواص الاحتمال لحدث ما

E حدث في فضاء عينة S حيث S منته وغير خالٍ

a) $0 \le P(E) \le 1$

b) إذا كان E حدثًا مستحيلًا، فإن $P(E) = 0$

c) إذا كان E حدثًا مؤكدًا، فإن $P(E) = 1$

d) مجموع احتمالات كل الأحداث البسيطة في فضاء العينة $= 1$

مثال 2

يبيّن الجدول المقابل وسيلة النقل التي يستخدمها طلاب الصف الحادي عشر بشعبتيه للمجيء إلى المدرسة.

اختير طالب عشوائيًا من بين طلاب شعبتي الصف الحادي عشر.

ما احتمال أن يكون هذا الطالب من الذين يستقلون الحافلة المدرسية للمجيء إلى المدرسة؟

وسيلة النقل	الشعبة A	الشعبة B	المجموع
الحافلة المدرسية	16	15	31
مع الأهل	6	8	14
سيارة نقل عام	2	5	7
المجموع	24	28	52

موقع المناهج الكويتية
almanahj.com/kw

حاول أن تحل 2

في المثال (2)، (a) ما احتمال أن يكون هذا الطالب من الذين يقلونهم أهلهم إلى المدرسة؟

(b) ما احتمال أن يكون هذا الطالب من الشعبة B؟

قواعد

A، B حدثان فإن		$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$
A، B حدثان متنافيان	$\iff$	$P(A \cap B) = 0$
A، B حدثان مستقلان	$\iff$	$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$
$\overline{A}$ هو الحدث المتمم للحدث A	$\iff$	$P(\overline{A}) = 1 - P(A)$

مثال 6

رُمي حجر نرد منتظم. فما احتمال الحصول على أحد مضاعفات العدد 3 أو عدد زوجي؟

موقع المناهج الكويتية
almanahj.com/kw

حاول أن تحل 6

في المثال (6)، ما احتمال الحصول على عدد زوجي أو عدد أولي؟

احتمال ذات الحدين

إقامة تجربة n مرّة وتسجيل نتائجها علمًا أن هناك فقط لكل تجربة نتيجتين H أو T

إذا كان $P(H) = m$، الحدث E تحقق فقط k مرّة، فبالتالي:

$$P(E) = {}_nC_k \cdot P(H)^k \cdot P(T)^{n-k}$$
$$= {}_nC_k \cdot m^k (1-m)^{n-k}$$
$$= \frac{n!}{k!(n-k)} \cdot m^k (1-m)^{n-k}$$

موقع المناهج الكويتية
almanahj.com/kw

يستخدم احتمال ذات الحدين:

- في حالة **تكرار** حدث عدة مرات.
- إذا كان للحدث **ناتجان فقط:**

ربح – خسارة، نجاح – فشل، كتابة – صورة، ...

مثال 7

خلال شهر التسوق يقدم أحد المحلات العرض التالي: عند شراء كل صنف تحصل على بطاقة. تفوز 40% من البطاقات بجوائز ويتم اختيار هذه البطاقات الرابحة بشكل عشوائي. مع راشد 3 بطاقات. ما احتمال أن يفوز راشد بجائزتين؟

.....

.....

.....

.....

حاول أن تحل 7

في المثال (7)، ما احتمال أن يفوز راشد بجائزة واحدة فقط؟

.....

.....

.....

.....

مثال 8

في إحدى الآلات الحاسبة 4 بطاريات. احتمال أن تخدم كل بطارية مدة عام كامل يساوي 90%
ما احتمال أن تخدم كل من البطاريات الأربع مدة عام؟

موقع المناهج الكويتية
almanahj.com/kw

حاول أن تحل 8

في المثال (8)، ما احتمال أن تخدم 3 بطاريات فقط مدة عام كامل؟

كراسة التمارين

في التمرينين (2–1)، رميت حجري نرد. بيّن ما إذا كان الحدثان متنافيين أم لا.

(1) مجموع العددين الظاهرين هو عدد أولي، المجموع أصغر من 4

(2) ناتج ضرب العددين الظاهرين 24، أحد العددين هو عدد أولي.

(5) يحتوي كيس على 4 كرات زرقاء اللون وكرتين حمراء اللون. أخذت كرتان معًا من دون النظر داخل الكيس. أوجد احتمال كل حدث مما يلي:

(a) الكرتان زرقاوان.

(b) كرة زرقاء وكرة حمراء.

(c) الكرتان من اللون نفسه.

موقع المناهج الكويتية
almanahj.com/kw

(7) إذا كان الحدثان r, t متنافيان. أوجد $P(t \cup r)$.

(a) $P(t) = \frac{5}{8}$, $P(r) = \frac{1}{8}$

(b) $P(t) = 12\%$, $P(r) = 27\%$

(8) إذا كان الحدثان m , n مستقلّان. أوجد $P(m \cap n)$.

(a) $P(m) = \frac{1}{4}$; $P(n) = \frac{2}{3}$

(b) $P(m) = 0.6$; $P(n) = 0.9$

موقع المناهج الكويتية
almanahj.com/kw

(10) رميت حجر نرد. أوجد احتمال كل من الأحداث التالية:

(a) 3 أو عدد فردي.

(b) عدد زوجي أو عدد أصغر من 4

(c) عدد فردي أو عدد أولي.

(d) 4 أو عدد أصغر من 6

(11) في إحدى المدن، وافق 40% من السكان على مرور القطار السريع في الغابة قرب مدينتهم. اختير 10 أشخاص عشوائيًا من سكان المدينة، فما احتمال أن يكون 4 منهم قد وافقوا على مرور القطار السريع؟

(12) يستخدم حوالى 11% من الطلاب اليد اليسرى للكتابة. يوجد في أحد الصفوف 30 طالبًا. فما احتمال أن يكون 4 طلاب من هذا الصف يستخدمون اليد اليسرى للكتابة؟

almanahj.com/kw

بنود موضوعية

(2) الحدثان m، n مستقلان، $P(m)=\frac{12}{17}$, $P(n)=\frac{3}{8}$ إذًا $P(m\cap n)=\frac{9}{17}$ (a) (b)

(3) عند رمي حجر نرد، فإن احتمال ظهور العدد 4 أو ظهور عدد زوجي يساوي $\frac{1}{2}$ (a) (b)

(4) في اختبار صح – خطأ، أجبت عن 5 أسئلة عشوائيًا. احتمال أن تكون 3 من إجاباتك صحيحة هو $\frac{5}{16}$ (a) (b)

في التمارين (11–5)، ظلّل رمز الدائرة الدّال على الإجابة الصحيحة.

(5) الحدثان m، n مستقلان، $P(m)=\frac{1}{3}$، $P(n)=\frac{9}{10}$ إذًا $P(m\cap n)$ تساوي:

(a) $\frac{1}{3}$ (b) $\frac{25}{30}$

(c) $\frac{3}{10}$ (d) $\frac{11}{30}$

(6) الحدثان t، r متنافيان $P(t)=\frac{3}{5}$، $P(r)=\frac{1}{3}$ إذًا $P(t\cup r)$ تساوي:

(a) $\frac{1}{5}$ (b) $\frac{14}{15}$

(c) $\frac{4}{15}$ (d) 0

(7) الحدثان t، r متنافيان $P(t)=\frac{1}{7}$، $P(r)=60\%$ إذًا $P(t\cup r)$ تساوي:

(a) 28% (b) 42%

(c) $\frac{16}{35}$ (d) $\frac{26}{35}$

(8) عند رمي حجر نرد فإن احتمال ظهور عدد زوجي أو عدد أولي يساوي:

موقع المناهج الكويتية
almanahj.com/kw

(a) $\frac{2}{3}$ (b) $\frac{5}{6}$

(c) $\frac{1}{2}$ (d) 1

(9) يحتوي كيس على 5 كرات من اللون الأزرق، 3 كرات من اللون الأحمر. أخذت عشوائيًّا كرتان معًا من الكيس. احتمال الحدث: «أن تكون كرة حمراء والأخرى كرة زرقاء» هو:

(a) $\frac{1}{14}$ (b) $\frac{28}{15}$

(c) $\frac{2}{7}$ (d) $\frac{15}{28}$