نماذج أجابة توقعات نصار فاينال 10 فصل أول

عمل / أ . أحمد نصار

((مذكره مجانية ... المرجع: الكتاب المدرسي وكراسة التمارين وزارة التربية والتعليم الكويتية))

1-

أوجد مجموعة حل المتباينة ٦س − ١٥ > ٤س + ١ ومثّل الحلّ على خط الأعداد.

الحل:

٦س − ١٥ > ٤س + ١

٦س − ١٥ − ٤س > ٤س + ١ − ٤س   طرح ٤س من طرفي المتباينة

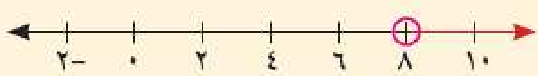
٢س − ١٥ > ١   تبسيط

٢س − ١٥ + ١٥ > ١ + ١٥   إضافة ١٥ إلى طرفي المتباينة

٢س > ١٦   تبسيط

س > ٨

مجموعة الحل = (٨، ∞).



2-

أوجد مجموعة حل المتباينة ٤|٢س + ١| + ٤ ≤ ١٢، ومثّل مجموعة الحل على خط الأعداد.

الحل: ٤|٢س + ١| + ٤ ≤ ١٢

٤|٢س + ١| ≤ ٨ — إضافة (−٤) إلى طرفي المتباينة

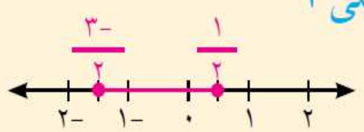
|٢س + ١| ≤ ٢ — قسمة كل طرف على ٤

−٢ ≤ ٢س + ١ ≤ ٢ — كتابة المتباينة المكافئة

−٣ ≤ ٢س ≤ ١ — إضافة (−١)

−٣/٢ ≤ س ≤ ١/٢ — القسمة على ٢

مجموعة الحل = [−٣/٢ ، ١/٢]



3-

أوجد مجموعة حل المعادلة ٤|٢س + ٣| − ٥ = ١١

الحل: ٤|٢س + ٣| − ٥ = ١١

٤|٢س + ٣| = ١٦ — إضافة ٥ إلى طرفي المعادلة

|٢س + ٣| = ٤ — قسمة كل طرف على ٤

٢س + ٣ = ٤ أو ٢س + ٣ = −٤

٢س = ١ | ٢س = −٧ — إضافة −٣ إلى طرفي المعادلة

س = ١/٢ | س = −٧/٢ — قسمة كل طرف على ٢

مجموعة الحل = {١/٢ ، −٧/٢}

4-

$$|س - ٥| = |س - ٧|$$

المساواه: س ـ ٥ = س ـ ٧ أو س ـ ٥ = ـ س + ٧

س ـ س = ٥ ـ ٧ س + س = ٧ + ٥

٠ = ـ٢ س = ٦

مرفوض

م . ح = {٦}

تربيع الطرفين:

$$(س - ٥)^٢ = (س - ٧)^٢$$

$$س^٢ - ١٠ س + ٢٥ = س^٢ - ١٤ س + ٤٩$$

$$-١٠ س + ١٤ س + ٢٥ - ٤٩ = ٠$$

$$٤س - ٢٤ = ٠$$

$$٤س = ٢٤$$

$$س = ٦$$

5-

أوجد مجموعة حل المعادلة: $|٢س + ٣| = ٣س - ٢$

الحل: $|٢س + ٣| = ٣س - ٢$

نعلم أن الطرف الأيمن للمعادلة غير سالب نتيجة وجود القيمة المطلقة، إذًا يجب أن يكون الطرف الأيسر للمعادلة غير سالب. لذلك نضيف الشرط:

$٣س - ٢ \geq ٠$ أي $س \geq \frac{٢}{٣}$ (تقبل كل قيم س أكبر من أو تساوي $\frac{٢}{٣}$)

أي أن مجموعة التعويض هي $\left[\frac{٢}{٣} ، \infty\right)$

$٢س + ٣ = ٣س - ٢$

$٢س - ٣س = -٢ - ٣$

$-س = -٥$

$س = ٥$

$\because ٥ \in \left[\frac{٢}{٣} ، \infty\right)$

$\therefore$ الحل $س = ٥$ مقبول

أو

$٢س + ٣ = -٣س + ٢$

$٢س + ٣س = ٢ - ٣$

$٥س = -١$

$س = \frac{-١}{٥}$

$\because -\frac{١}{٥} \notin \left[\frac{٢}{٣} ، \infty\right)$

$\therefore$ الحل $س = -\frac{١}{٥}$ مرفوض

مجموعة الحل = $\{٥\}$

6-

إستخدم دالة المرجع و الانسحاب لرسم بيان الدالة : ص = | س − ٤ | + ٣

الإجابة

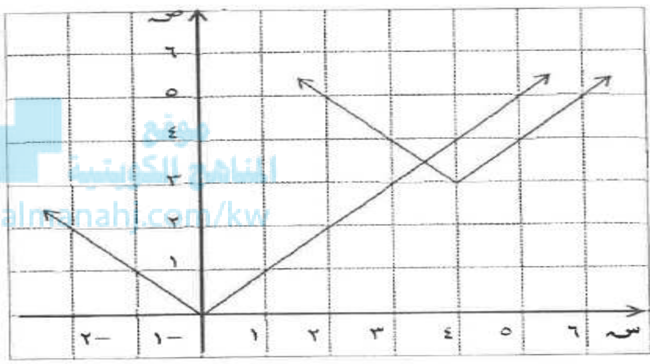
دالة المرجع ص = | س | ، ل = ٤ ، ك = ٣ (١)

(−٤) تعني الانسحاب ٤ وحدات جهة اليمين (١)

(٣) تعني الانسحاب ٣ وحدات الى الأعلى (١)

نضع الرأس (٤ ، ٣)

ثم نرسم بيان الدالة



7-

ص = −|س + ٣| − ٢

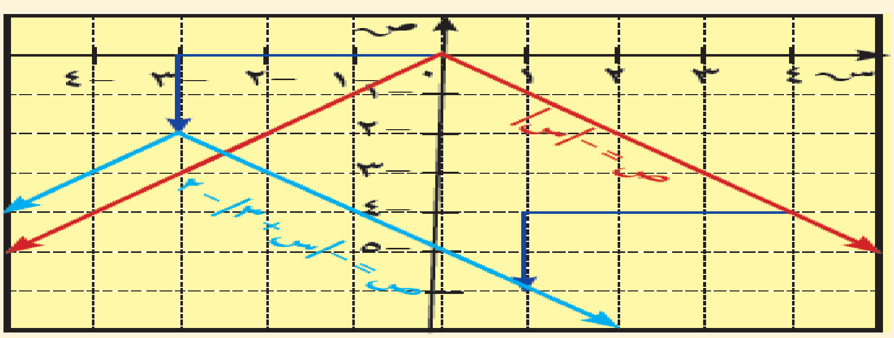
الحل:

دالة المرجع هي ص = −|س|، ل = −٣، ك = ٢

(+٣) تعني الانسحاب ٣ وحدات إلى جهة اليسار.

(−٢) تعني الانسحاب وحدتين إلى أسفل.

ضع الرأس (−٣، −٢) ثم ارسم بيانيًا الدالة.



8-

٢ س + ص = ٦ (١)

٣ س – ص = ٤ (٢)

بجمع المعادلتين (١) و(٢)

٢س + ٣ س = ٦ + ٤

٥ س = ١٠

$\frac{١}{٥}$ × ٥ س = ١٠ × $\frac{١}{٥}$

∴ س = ٢

بالتعويض في(١)

٢ × ٢ + ص = ٦

٤ + ص = ٦

ص = ٦-٤

∴ ص= ٢

∴ مجموعة حل = { (٢ ، ٢) }

9-

أوجد مجموعة حل النظام مستخدما طريقة التعويض

س = ٢ ص + ٣

٥ ص – ٤ س = ٦

الحل :

٥ ص – ٤ (٢ ص + ٣) = ٦

٥ ص - ٨ ص - ١٢ = ٦

- ٣ ص = ٦ + ١٢

- ٣ ص = ١٨

ص = - ٦

بالتعويض في المعادلة الأولى :

س = ٢ (- ٦) + ٣

= - ١٢ + ٣

= - ٩

∴ م . ح = { (-٩ ، - ٦) }

10-

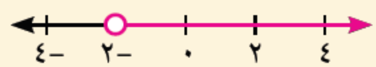
أوجد مجموعة حل المتباينة $\frac{س}{-٢} > ١$ ، ومثل الحلول بيانيًّا على خط الأعداد.

الحل: $\frac{س}{-٢} > ١$

$-٢ \times \left(\frac{س}{-٢}\right) > ١ \times (-٢)$ اضرب كلًّا من الطرفين في المعكوس الضربي (−٢) واعكس علاقة الترتيب

$س > -٢$ بسط

مثل بيانيًّا



مجموعة الحل = (−٢، ∞)

11-

أ) $٢\,(٢س - ٨) > ٤س + ٢$

$٤س - ١٦ > ٤س + ٢$

$٤س - ٤س - ١٦ > ٤س - ٤س + ٢$

$٠س - ١٦ + ١٦ > ٢ + ١٦$

$٠س > ١٨$

ليس لها حل في ح

ب) $٣س + ٧ > ٣\,(س - ٣)$

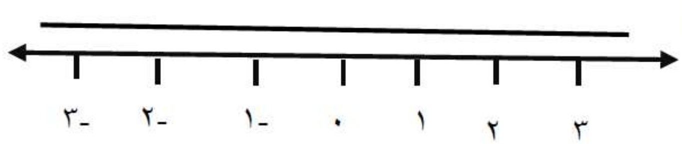
$٣س + ٧ > ٣س - ٩$

$٣س - ٣س + ٧ - ٧ > -٩ - ٧$

$٠س > -١٦$

مجموعة الحل

ح



12-

أوجد مجموعة حل المتباينة: ٢|٣م − ٤| − ١ > ٥، ومثّل الحل على خط الأعداد.

الحل: ٢|٣م − ٤| − ١ > ٥

٢|٣م − ٤| > ٦ — إضافة ١ إلى طرفي المتباينة

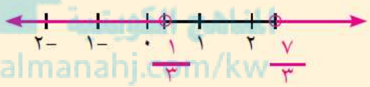
|٣م − ٤| > ٣ — قسمة كل طرف على ٢

٣م − ٤ > ٣ أو ٣م − ٤ < −٣ — كتابة المتباينة المكافئة

٣م > ٧ | ٣م < ١ — بسِّط

م > $\frac{٧}{٣}$ | م < $\frac{١}{٣}$ — قسمة كل طرف على ٣

مجموعة الحل = ($\frac{٧}{٣}$ ، ∞) ∪ (−∞، $\frac{١}{٣}$)



13-

استخدم طريقة الحذف لإيجاد مجموعة حل النظام {٢س + ٣ص = ٣ ، ٣س − ٥ص = ١٤

الحل: ٢س + ٣ص = ٣ (١)

٣س − ٥ص = ١٤ (٢)

٢س + ٣ص = ٣ ... اضرب المعادلة (١) في ٥ ← ١٠س + ١٥ص = ١٥

٣س − ٥ص = ١٤ ... اضرب المعادلة (٢) في ٣ ← ٩س − ١٥ص = ٤٢

اجمع

١٩س = ٥٧

س = ٣

٢س + ٣ص = ٣ — اختر إحدى المعادلتين

٢(٣) + ٣ص = ٣ — عوّض عن س بـ ٣ في المعادلة (١)

٦ + ٣ص = ٣

٣ص = −٣

ص = −١

مجموعة الحل = {(٣، −١)}

14-

إذا كانت الاعداد : ١ ، ٣ ، س – ٢ ، ٣٠ ، في تناسب أوجد قيمة س

الحل :

$$\frac{١}{٣} = \frac{س - ٢}{٣٠}$$

$$٣ (س - ٢) = ١ \times ٣٠$$

$$٣ س - ٦ = ٣٠$$

$$٣ س = ٣٠ + ٦$$

$$٣ س = ٣٦$$

$$س = \frac{٣٦}{٣}$$

$$س = ١٢$$

15-

إذا كانت الأعداد : ٤ ، س – ٢ ، ١ ، $\frac{١}{٢}$ في تناسب متسلسل أوجد قيمة س .

الحل : ∵ الأعداد في تناسب متسلسل

$$\therefore \frac{٤}{س - ٢} = \frac{س - ٢}{١} = \frac{١}{\frac{١}{٢}}$$

$$\therefore \frac{٤}{س - ٢} = \frac{٢}{١}$$

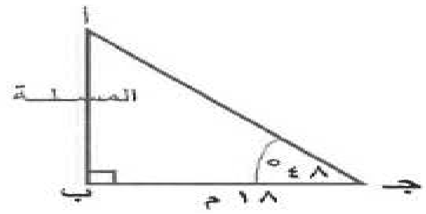
$$٢ (س - ٢) = ٤$$

$$س = ٤$$

16-

لقياس طول احدى المسلات قام مرشد سياحي برصد قمة المسلة من خلال جهاز للرصد . فوجد أن قياس زاوية الارتفاع ٤٨° .إذا كان الجهاز يبعد عن قاعدة المسلة مسافة ١٨ م . فاحسب ارتفاع المسلة.

الحل:



باعتبار أن $\overline{\text{أ ب}}$ هو ارتفاع المسلة

$\overline{\text{ب جـ}}$ هو بعد الجهاز عن القاعدة المسلة

$$\text{ظا } ٤٨° = \frac{\text{المقابل}}{\text{المجاور}}$$

$$\text{ظا } ٤٨° = \frac{\text{أ ب}}{١٨}$$

$$\text{أ ب} = ١٨ \times \text{ظا } ٤٨°$$

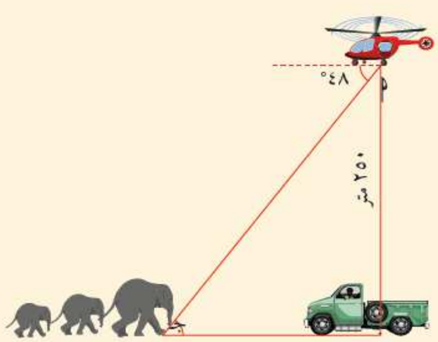
$$\text{أ ب} \approx ٢٠ \text{ م}$$

∴ ارتفاع المسلة يساوي ٢٠ م تقريبا

17-

تحلق مروحية فوق محمية طبيعية على ارتفاع ٢٥٠ مترًا وتواكبها على الأرض سيارة حرس المحمية. شاهد ربان المروحية قطيعًا من الفيلة بزاوية انخفاض قياسها ٤٨°. ما المسافة بين المروحية والقطيع في تلك اللحظة علمًا بأن السيارة مباشرة تحت المروحية؟

الحل:



لتكن أ موقع المروحية، ب موقع السيارة، جـ موقع القطيع.

$$\text{جاجـ} = \frac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}}$$

$$\text{جا}٤٨° = \frac{٢٥٠}{\text{أجـ}}$$

$$\text{أجـ} = \frac{٢٥٠}{\text{جا}٤٨°}$$

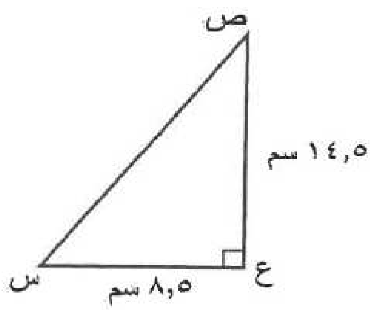
$\text{أجـ} \simeq ٣٣٦,٤$ مترًا

يبعد قطيع الفيلة حوالى ٣٣٦ مترًا عن المروحية.

18-

حل المثلث س ص ع قائم الزاوية في $\hat{ع}$ حيث س ع = ٨,٥ سم ، ص ع = ١٤,٥ سم

الحل:



$(\text{س ص})^{٢} = (\text{س ع})^{٢} + (\text{ع ص})^{٢}$

$(\text{س ص})^{٢} = (٨,٥)^{٢} + (١٤,٥)^{٢}$

$(\text{س ص})^{٢} = ٢٨٢,٥$

$\text{س ص} = \sqrt{٢٨٢,٥} \simeq ١٦,٨$ سم

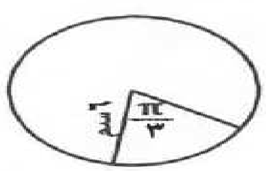
$\text{ظا س} = \frac{\text{ع ص}}{\text{س ع}} \simeq \frac{١٤,٥}{٨,٥}$

$\text{ق}(\hat{\text{س}}) \simeq °٥٩,٦٢$

$\text{ق}(\hat{\text{ص}}) = °١٨٠ - (°٩٠ + °٥٩,٦٢) \simeq °٣٠,٣٨$

19-

من الشكل المقابل :أوجد مساحة القطاع الدائري الأصغر الذي طول نصف قطردائرته ٦ سم وزاويته المركزية $\frac{\pi}{٣}$



الحل :

مساحة القطاع الدائري $= \frac{١}{٢}$ هـ ء نو^{٢}

$= \frac{١}{٢} \times \frac{\pi}{٣} \times (٦)^{٢}$

$= ٦ \; \pi$

$\approx ١٨,٨٥$ سم^{٢}

20-

احسب مساحة قطعة دائرية زاويتها المركزية ٦٠° وطول نصف قطر دائرتها ١٠ سم .

الإجابة

$هـ = ٦٠° \times \frac{\pi}{١٨٠°}$

$هـ = \frac{\pi}{٣} \approx ١,٠٤٧٢$

$م = \frac{١}{٢} \times نق^٢ \times (هـ^د - جا هـ)$

$م = \frac{١}{٢} \times (١٠)^٢ \times (١,٠٤٧٢ - جا ٦٠°)$

$م = \frac{١}{٢} \times ١٠٠ \times [١,٠٤٧٢ - ٠,٨٦٦٠]$

$م = ٩,٠٦$ سم^٢

21-

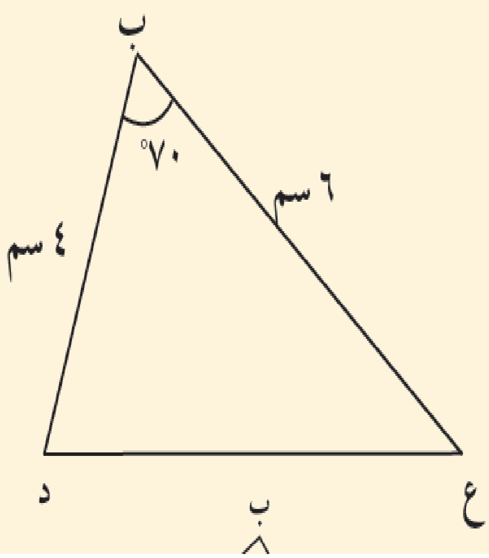
ب ع د مثلث فيه ب ع = ٦ سم، ب د = ٤ سم، ق$(\hat{ب})$ = ٧٠°
أوجد مساحة هذا المثلث.

الحل:

مساحة المثلث ب ع د = $\frac{١}{٢}$ ب ع × ب د × جا$(\hat{ب})$

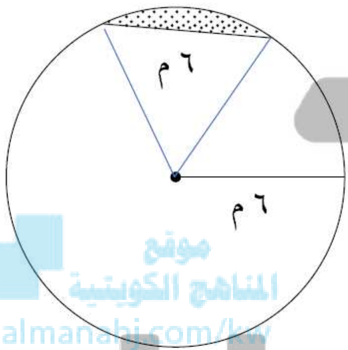
= $\frac{١}{٢}$ × ٦ × ٤ × جا(٧٠°) ≃ ١١,٢٧٦

مساحة المثلث ب ع د هي حوالى ١١,٢٧٦ سم^٢.



22-

حوض زهور دائري نصف قطره ٦ متر , فيه وتر طوله ٦ متر ,احسب مساحة القطعة الدائرية الصغرى



مساحة القطعة الدائرية = $\frac{١}{٢}$ نق^{٢}(هـ^{د} − جا هـ^{د})

جا ٦٠° = $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$

هـ^{د} = ٦٠ $\times \frac{\pi}{١٨٠} = \frac{\pi}{٣}$

مساحة القطعة الدائرية = $\frac{١}{٢} \times ٦^{٢} \left(\frac{\pi}{٣} - \frac{\sqrt{٣}}{٢}\right)$

≈ ٣,٢٦ م^{٢}

23-

أثبت أن ٤ ، ١,٥ ، ٨ ، ٣ أعداد متناسبة.

الحل:

تكون الأعداد ٤، ١,٥ ، ٨، ٣ أعدادًا متناسبة عندما تتساوى النسبتان $\frac{٤}{١,٥}$ ، $\frac{٨}{٣}$

وحيث أن $\frac{٤}{١,٥} = \frac{٤٠}{١٥} = \frac{٨}{٣}$

أي أن $\frac{٤}{١,٥} = \frac{٨}{٣}$

∴ الأعداد متناسبة.

24-

إذا كانت أ، ب، جـ أعدادًا متناسبة مع الأعداد ٢، ٥، ٧. فأوجد القيمة العددية للمقدار $\frac{أ + ٣ب}{٢ب + جـ}$.

الحل:

∵ أ، ب، جـ متناسبة مع ٢ ، ٥ ، ٧

∴ $\frac{أ}{٢} = \frac{ب}{٥} = \frac{جـ}{٧} = م$ حيث م عدد ثابت

∴ أ = ٢م، ب = ٥م، جـ = ٧م

∴ المقدار $\frac{أ + ٣ب}{٢ب + جـ} = \frac{٢م + ٣(٥م)}{٢(٥م) + ٧م} = \frac{١٧م}{١٧م} = ١$

معلومة رياضية:

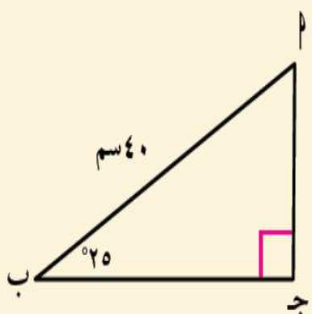
إذا كانت أ، ب، جـ أعدادًا متناسبة مع الأعداد د ، هـ ، و ، فإن:

$\frac{أ}{د} = \frac{ب}{هـ} = \frac{جـ}{و} = م$

حيث م عدد ثابت

25

حلّ المثلث أ ب جـ القائم في ($\hat{جـ}$) إذا علم أن: أب = ٤٠ سم، ق($\hat{ب}$) = ٢٥°



الحل:

ق($\hat{أ}$) = ٩٠° − ٢٥° = ٦٥°

جتا($\hat{ب}$) = $\frac{ب جـ}{أ ب}$ ، جتا (٢٥°) = $\frac{ب جـ}{٤٠}$

ب جـ = ٤٠ × جتا(٢٥°) ≃ ٣٦,٢٥ سم

جاب = $\frac{أ جـ}{أ ب}$ ، جا (٢٥°) = $\frac{أ جـ}{٤٠}$

أجـ = ٤٠ جا (٢٥°) ≃ ١٧ سم

26

حدد نوع جذري المعادلة : ٢ س^{٢} − ٩ س − ٥ = ٠

ثم أوجد مجموعة حل المعادلة باستخدام القانون

الحل :

أ = ٢ ، ب = −٩ ، جـ = −٥

△ = ب^{٢} − ٤ أ جـ

= ٨١ − ٤ × ٢ × −٥

= ١٢١ > ٠

∴ المعادلة جذران حقيقيان مختلفان.

س = $\frac{-ب \pm \sqrt{△}}{٢أ}$

= $\frac{٩ \pm \sqrt{١٢١}}{٤}$ = $\frac{٩ \pm ١١}{٤}$

س = $\frac{٩ + ١١}{٤}$ أو س = $\frac{٩ - ١١}{٤}$

س = ٥ أو س = $\frac{-١}{٢}$

∴ م . ح = { ٥ ، $\frac{-١}{٢}$ }

27

أوجد معادلة تربيعية جذراها ٣، ٥.

الحل:

بما أن الجذرين هما: ٣، ٥.

∴ المعادلة التربيعية على الصورة: س^{٢} − (مجموع الجذرين) س + (ناتج ضرب الجذرين) = ٠

أي س^{٢} − ٨س + ١٥ = ٠

أو حلّ آخر: المعادلة على الصورة: (س − ٣)(س − ٥) = ٠

أي س^{٢} − ٨س + ١٥ = ٠

28

بدون حل المعادلة، أوجد مجموع وناتج ضرب جذري المعادلة: $٣س^٢ + ٢س - ٣ = ٠$ إذا وجدا.

الحل: أ = ٣، ب = ٢، جـ = −٣

Δ = ب^٢ − ٤أجـ = ٤٠ > ٠

لمّا كان المميز موجبًا إذًا يوجد جذران حقيقيان مختلفان.

مجموع الجذرين: م + ن = $-\frac{ب}{أ} = -\frac{٢}{٣}$

ناتج ضرب الجذرين: م ن = $\frac{جـ}{أ} = \frac{-٣}{٣} = -١$

ويمكن التحقق من صحة النتائج بحل المعادلة.

29

أوجد مجموعة حلّ المعادلة: س^٢ + ١٠س = −١٦ بإكمال المربع.

الحل:

نكمل س^٢ + ١٠س لتصبح مربعًا كاملًا،

لإكمال المربع نضيف إلى الطرفين $(\frac{١}{٢}$ معامل س$)^٢$

بإضافة ٢٥ إلى طرفي المعادلة نجد أن:

س^٢ + ١٠س + ٢٥ = −١٦ + ٢٥

(س + ٥)^٢ = ٢٥ − ١٦

(س + ٥)^٢ = ٩

س + ٥ = ± ٣

س = −٥ ± ٣ أي س = −٢ أو س = −٨

مجموعة الحل: {−٢، −٨}.

30

احسب قياس الزاوية الحادة الموجبة θ التي يصنعها المستقيم ص = ٣س + ٢ مع الاتجاه الموجب لمحور السينات.

إذا كانت معادلة المستقيم: ص = م س + ب فإن ميل المستقيم = م.

ويكون ظاθ = ميل المستقيم = $\frac{\text{التغير الرأسي}}{\text{التغير الأفقي}}$

ظاأ = $\frac{\text{المقابل}}{\text{المجاور}}$ = $\frac{٣}{١}$ = ٣

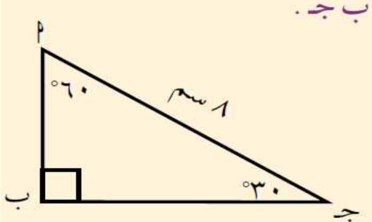
Shift TAN 3 =

يظهر 71.565051 °,,, يظهر 71° 33′ 54.18″

ق($\hat{أ}$) ≃ ٥٤″ ٣٣′ ٧١°

31

أب جـ مثلث ثلاثيني ستيني. طول الوتر = ٨ سم. أوجد طول كل من الضلعين $\overline{أب}$، $\overline{ب جـ}$.



الحل:

في Δأب جـ، جاجـ = جا٣٠° = $\frac{أب}{أجـ}$

$\frac{١}{٢}$ = $\frac{أب}{٨}$

أب = ٤

جتاجـ = جتا(٣٠°) = $\frac{ب جـ}{أجـ}$

$\frac{\sqrt{٣}}{٢}$ = $\frac{ب جـ}{٨}$

ب جـ = ٤$\sqrt{٣}$

طول الضلع $\overline{أب}$ = ٤ سم وطول الضلع $\overline{ب جـ}$ = ٤$\sqrt{٣}$ ≃ ٦,٩ سم.

32

في تغير عكسي ص α $\frac{١}{س}$ إذا كانت ص = ٠,٢ عندما س = ٧٥

أوجد س عندما ص = ٣

الحل:

$\because$ ص α $\frac{١}{س}$

$\therefore$ ص × س = ك

$\therefore$ ك = ٠,٢ × ٧٥

ك = ١٥

$\therefore$ ص × س = ١٥

$\therefore$ عندما ص = ٣

٣ × س = ١٥

$\therefore$ س = ٥

33

إذا كانت ص α س وكانت ص = ٣٠ عندما س = ١٠، فأوجد قيمة ص عندما س = ٤٠، ثم مثل العلاقة بين س، ص بيانيًا.

الحل: ∵ ص α س

∴ ص = ك س   ك ثابت التغير

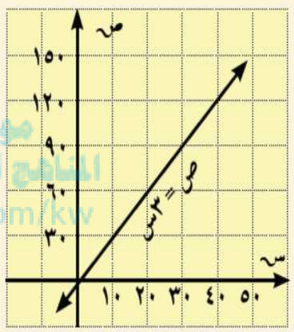
∴ ٣٠ = ك × ١٠

ك = ٣

∴ ص = ٣ س

عندما س = ٤٠ تكون ص = ٣ × ٤٠ = ١٢٠

س	٠	١٠	٤٠
ص = ٣س	٠	٣٠	١٢٠



34

أي من المعادلتين التاليتين تمثّل تغيّرًا طرديًا؟ أوجد ثابت التغيّر في حالة التغيّر الطرديّ.

أ) ٥س − ٣ص = ٣س + ٥ص   ب) ٥س + ٢ص = ٩

الحل:

أ) ٥س − ٣ص = ٣س + ٥ص

٨ص = ٢س

ص = $\frac{٢}{٨}$ س = $\frac{١}{٤}$ س   على الصورة ص = ك س

هذه المعادلة تمثل تغيّرًا طرديًّا،

حيث ثابت التغيّر = $\frac{١}{٤}$

ب) ٥س + ٢ص = ٩

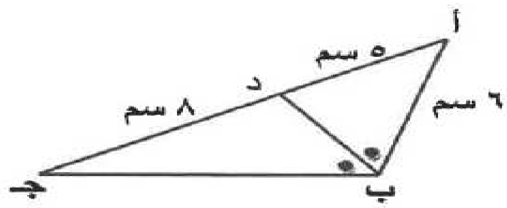
٢ص = −٥س + ٩

ص = −$\frac{٥}{٢}$ س + $\frac{٩}{٢}$ وهذه ليست على الصورة ص = ك س

إذًا هذه المعادلة لا تمثّل تغيّرًا طرديًّا.

35

في الشكل المقابل : $\overline{ب د}$ ينصف (أ $\hat{ب}$ جـ) ، أ ب = ٦ سم ، أ د = ٥ سم ، د جـ = ٨ سم . أوجد جـ ب



الحل:

في المثلث أ جـ ب ، $\overline{ب د}$ منصف (أ $\hat{ب}$ جـ)

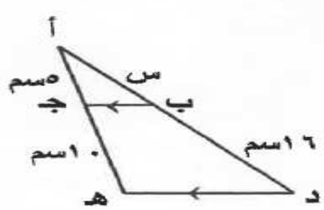
$$\therefore \frac{جـ د}{د أ} = \frac{جـ ب}{ب أ}$$

$$\frac{جـ ب}{٦} = \frac{٨}{٥}$$

$$ب جـ = \frac{٨ \times ٦}{٥} = ٩,٦ \text{ سم}$$

36

في الشكل المقابل : $\overline{ب جـ} // \overline{د هـ}$ ، أ جـ = ٥سم ، جـ هـ = ١٠ سم ، ب د = ١٦ سم ، أوجد قيمة س



الحل :

$\because$ $\overline{ب جـ} // \overline{د هـ}$ وباستخدام نظرية المستقيم الموازي

$$\frac{٥}{١٠} = \frac{س}{١٦}$$

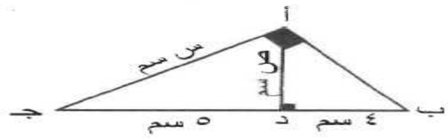
$$١٠ س = ٥ \times ١٦$$

$$س = \frac{٥ \times ١٦}{١٠}$$

$$س = ٨ \text{ سم}$$

37

أوجد س ، ص بحسب المعطيات في الشكل المجاور



∵ المثلث أ ب جـ قائم الزاوية أ ← ①

∵ أد ⊥ ب جـ ← ②

من ① ، ②

∴ (أجـ)^2 = جـد × جـب

∴ س^2 = ٥ × (٥ + ٤)

س^2 = ٥ × ٩ = ٤٥

∴ س = $\sqrt{٤٥}$

∴ س = ٣$\sqrt{٥}$

أيضاً (أد)^2 = جـد × دب

ص^2 = ٥ × ٤ = ٢٠

∴ ص = $\sqrt{٢٠}$

38

الحل :

المثلثان أ ب جـ ، جـ هـ ء فيهما

$\frac{\text{أ ب}}{\text{هـ جـ}} = \frac{٣}{٦} = \frac{١}{٢}$

$\frac{\text{ب جـ}}{\text{هـ ء}} = \frac{٤}{٨} = \frac{١}{٢}$

$\frac{\text{أ جـ}}{\text{جـ ء}} = \frac{٥}{١٠} = \frac{١}{٢}$

نجد أن $\frac{\text{أ ب}}{\text{هـ جـ}} = \frac{\text{ب جـ}}{\text{هـ ء}} = \frac{\text{أ جـ}}{\text{جـ ء}} = \frac{١}{٢}$

∴ يتشابه المثلثان أ ب جـ ، جـ هـ ء

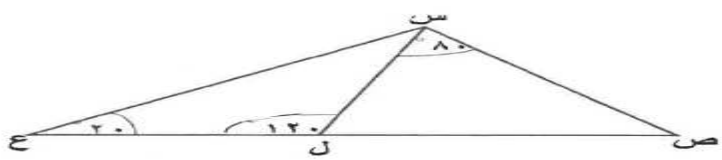
وينتج أن :

ق($\hat{\text{ب}}$) = ق($\hat{\text{هـ}}$) = ٩٠°

س = ٩٠°

39

حسب المعلومات الموضحة بالشكل أدناه
أثبت أن المثلثين ع س ل ، ع ص س متشابهان



الحل:

ق (س عَ̂ ل) = ق (س عَ̂ ص) = ٢٠° (زاوية مشتركة) ...(١)

ق (ع سْ̂ ل) = ١٨٠° - (١٢٠° + ٢٠°) = ٤٠°

(مجموع قياسات زوايا المثلث الداخلة يساوي ١٨٠°)

∴ ق (ع سْ̂ ص) = ٨٠° + ٤٠° = ١٢٠°

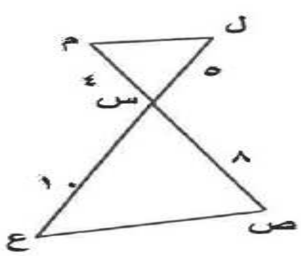
∴ ق (ص سْ̂ ع) = ق (س لْ̂ ع) = ١٢٠° ...... (٢)

من (١) ، (٢)

∴ △ ع س ل ، △ ع ص س متشابهان (تطابق زاويتين فيهما)

40

في الشكل المقابل : $\overline{ل ع} \cap \overline{م ص}$ = { س } ،
أثبت أن المثلثين س ل م ، س ع ص متشابهان



الحل :

ق (ل سْ̂ م) = ق (ع سْ̂ ص) السبب تقابل بالرأس (١)

$\frac{ل س}{س ع} = \frac{٥}{١٠} = \frac{١}{٢}$

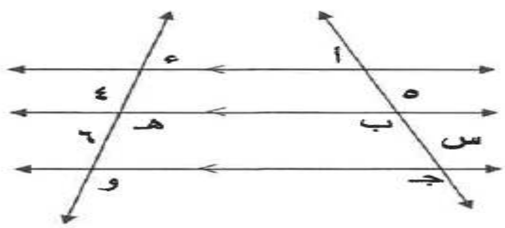
$\frac{م س}{س ص} = \frac{٤}{٨} = \frac{١}{٢}$

∴ $\frac{ل س}{س ع} = \frac{م س}{س ص}$ (٢)

من (١) و (٢) نستنتج أن المثلثين س ل م ، س ع ص متشابهان

41

من الشكل المقابل أوجد س ؟



الإجابة

بما أن المستقيمين يقطعان ثلاثة مستقيمات متوازية و باستخدام نظرية طاليس

$\frac{أب}{بجـ} = \frac{ءهـ}{هـو}$

$\frac{٥}{س} = \frac{٤}{٦}$ باستخدام الضرب التقاطعي

٤س = ٣٠

س = ٧٫٥

42

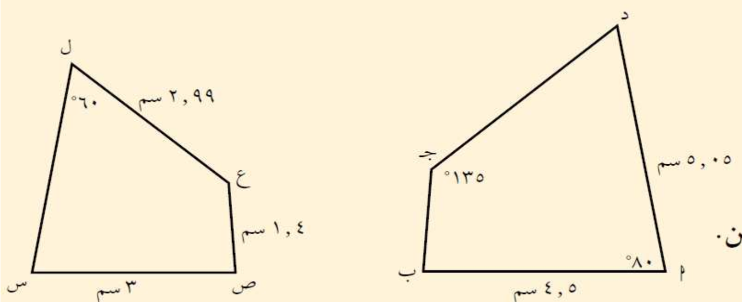
قطعة نقدية ورقية مستطيلة الشكل أبعادها ١٠,٥ سم، ٦,٥ سم.
هل نسبة طولها إلى عرضها تساوي النسبة الذهبية؟

كلا، نسبة الطول إلى العرض تساوي حوالي

$١,٦١٥ \neq ١,٦١٨$.

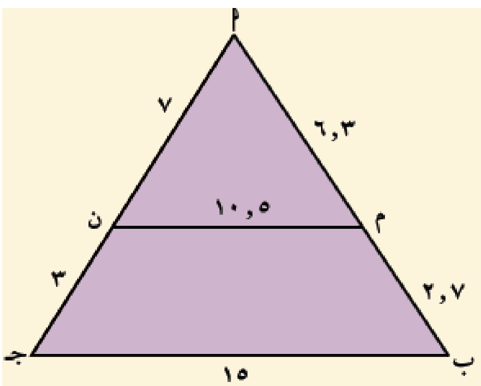
43

في الشكل المقابل، المضلعان أب جـ د، س ص ع ل متشابهان.
أوجد قياسات الزوايا المجهولة وأطوال الأضلاع المجهولة في كلا المضلعين.



ق(بَ) = ٨٥°، ق(دَ) = ٦٠°، ق(صَ) = ٨٥°
ق(سَ) = ٨٠°، ق(عَ) = ١٣٥°.
ب جـ = ٢,١ سم، جـ د = ٤,٤٨٥ سم
س ل = ٣,٣$\overline{٦}$ سم

44



في الشكل المرسوم،
أولًا: أثبت أن:
(أ) Δأب جـ ~ Δأ م ن. (ب) $\overline{\text{ب جـ}}$ // $\overline{\text{م ن}}$.
ثانيًا: أوجد النسبة بين محيطي المثلثين. ماذا تلاحظ؟

المعطيات:
أم = ٦,٣ ، أن = ٧، م ن = ١٠,٥ ، م ب = ٢,٧، ن جـ = ٣، ب جـ = ١٥

أولًا: المطلوب: (أ) إثبات تشابه المثلثين أب جـ، أم ن. (ب) $\overline{\text{ب جـ}}$ // $\overline{\text{م ن}}$.

البرهان: (أ) $\frac{\text{أم}}{\text{أب}} = \frac{٦,٣}{٦,٣ + ٢,٧} = \frac{٦,٣}{٩} = ٠,٧$ أوجد: $\frac{\text{أن}}{\text{أجـ}} = \dots$ ، $\frac{\text{م ن}}{\text{ب جـ}} = \dots$. ماذا تلاحظ؟

استخدم نظرية (٢) . Δأم ن ~ Δأب جـ وهو المطلوب (أ).

(ب) من تشابه المثلثين: ق(أمَ ن) = ق(أبَ جـ) وهما في وضع تناظر.
∴ $\overline{\text{ب جـ}}$ // $\overline{\text{م ن}}$.

ثانيًا: المطلوب: إيجاد النسبة بين محيطي المثلثين أب جـ، أم ن.

البرهان: $\frac{\text{محيط } \Delta \text{أم ن}}{\text{محيط } \Delta \text{أب جـ}} = \frac{٢٣,٨}{٣٤} = ٠,٧$

نلاحظ أن النسبة بين محيطي المثلثين تساوي نسبة التشابه.

معلومة:
في أي شكلين متشابهين:
النسبة بين المحيطين = نسبة التشابه
النسبة بين المساحتين = مربع نسبة التشابه
نسبة التشابه بين محيطي دائرتين تساوي النسبة بين طولي نصفي قطري الدائرتين.

45

أدخل ٥ أوساط حسابية بين ٢٣، ٦٥.

الحل:

(٢٣، ■، ■، ■، ■، ■، ٦٥).

ح١ = ٢٣، عدد الحدود: ٥ + ٢ = ٧، ح٧ = ٦٥.

إذًا ح٧ = ح١ + ٦ء

٦ء + ٢٣ = ٦٥

٦ء = ٤٢

ء = ٧

الأوساط الحسابية هي ٣٠، ٣٧، ٤٤، ٥١، ٥٨.

46

في المتتالية الحسابية (٣ ، ٥ ، ٧ ، ....) أوجد ما يلي :

(١) الحد العشرون

(٢) مجموع الحدود العشرين الأولى منها

الإجابة

ح ن = ح١ + (ن − ١) ء

ح٢٠ = ٣ + ١٩ × ٢

= ٤١

جـ ن = $\frac{ن}{٢}$ [ح١ + ح ن]

جـ٢٠ = $\frac{٢٠}{٢}$ [٣ + ٤١]

جـ٢٠ = ٤٤٠

47

أوجد مجموع خمسة وعشرون حدا الأولى من المتتالية الحسابية التي حدها الأول -٧ وأساسها ٤

الحل :

$ح_١ = -٧$ ، $د = ٤$ ، $ن = ٢٥$

$جـ_ن = \frac{ن}{٢} \left(٢ ح_١ + (ن - ١) د \right)$

$جـ_ن = \frac{٢٥}{٢} \left(٢ \times (-٧) + ٢٤ \times ٤ \right)$

$جـ_ن = \frac{٢٥}{٢} (٨٢) = ١٠٢٥$

48

في المتتالية $(ح_ن)$ حيث $ح_ن = ٧ن - ٣$ لكل $ن \in صـ_+$ ، أثبت أن المتتالية حسابية.

الحل:

$ح_ن = ٧ن - ٣$

$ح_{ن+١} = ٧(ن + ١) - ٣ = ٧ن + ٤$

$ح_{ن+١} - ح_ن = (٧ن + ٤) - (٧ن - ٣) = ٧$

= مقدارًا ثابتًا

$\therefore$ المتتالية $(ح_ن)$ حيث $ح_ن = ٧ن - ٣$ متتالية حسابية.

49

إذا كان الحد الخامس من متتالية حسابية يساوي ٩ والحد الثامن يساوي ١٥، فأوجد أساس المتتالية.

الطريقة الأولى

$ح_ن = ح_١ + (ن - ١)ء$

$ح_٥ = ح_١ + ٤ء$

$\therefore ح_١ + ٤ء = ٩ \quad (١)$

$ح_٨ = ح_١ + ٧ء$

$\therefore ح_١ + ٧ء = ١٥ \quad (٢)$

بطرح (١) من (٢)

$\therefore ٣ء = ٦$

$\therefore ء = ٢$

الطريقة الثانية

$ح_ن = ح_ك + (ن - ك)ء$

$ح_٥ = ٩ ،\ ح_٨ = ١٥$

$ح_٨ - ح_٥ = (٨ - ٥) \times ء$

$١٥ - ٩ = ٣ء$

$\therefore ٦ = ٣ء$

$\therefore ء = ٢$

إذًا، أساس المتتالية الحسابية هو ٢.

50

متتالية هندسية حدها الأول ٤ وحدها السادس ١٢٨ . اكتب المتتالية الهندسية مكتفيًا بالحدود الأربعة الأولى منها.

الحل:

الحد الأول: $ح_١ = ٤$ ، الحد السادس: $ح_٦ = ١٢٨$

نعلم أن $ح_ن = ح_١ \times ر^{ن-١}$

$ح_٦ = ح_١ \times ر^٥$

$١٢٨ = ٤ \times ر^٥$

$ر^٥ = ٣٢ \qquad \therefore ر = ٢$

$\therefore$ الحدود الأربعة الأولى هي: ٤، ٨، ١٦، ٣٢.

المتتالية هي: (٤، ٨، ١٦، ٣٢، ...)

51

أوجد مجموع الثمانية حدود الأولى من المتتالية الهندسية التي حدها الأول ٣ وأساسها ٣ .

الحل:

$ح_١ = ٣$ ، $ر = ٣$

$ن = ٨$

$جـ_ن = ح_١ \times \frac{ر^ن - ١}{ر - ١}$

$جـ_٨ = ٣ \times \frac{٣^٨ - ١}{٣ - ١}$

$جـ_٨ = ٣ \times ٣٢٨٠$

$= ٩٨٤٠$

52

أوجد وسطًا هندسيًا بين العددين $\frac{١}{٣}$ ، ٢٧.

الحل:

الوسط الهندسي: $\sqrt{\frac{١}{٣} \times ٢٧} = \sqrt{٩} = ٣$

أو الوسط الهندسي: $-\sqrt{\frac{١}{٣} \times ٢٧} = -\sqrt{٩} = -٣$

القانون : $ب = \pm\sqrt{أ جـ}$.

53

أدخل خمسة أوساط هندسيّة موجبة بين العددين ٥١٢ ، ٨.

الحل: (٥١٢، ■، ■، ■، ■، ■، ٨).

عدد حدود المتتالية الهندسية = عدد الأوساط + ٢.

ن = ٥ + ٢ = ٧

$\text{ح}_{١} = ٥١٢$

$\text{ح}_{\text{ن}} = ٨$ أي أن $\text{ح}_{٧} = ٨$

$\because \text{ح}_{\text{ن}} = \text{ح}_{١} \times \text{ر}^{\text{ن}-١}$

$\therefore ٨ = ٥١٢ \times \text{ر}^{٦}$

$\text{ر}^{٦} = \frac{٨}{٥١٢} = \frac{١}{٦٤} = \left(\frac{١}{٢}\right)^{٦}$

$\text{ر} = \frac{١}{٢}$ أو $\text{ر} = -\frac{١}{٢}$ مرفوضة لأن الأوساط موجبة.

الأوساط هي: ٢٥٦، ١٢٨، ٦٤، ٣٢، ١٦.

54

الحد الأول من متتالية هندسية يساوي ٨ والحد الثالث منها يساوي $\frac{٨}{٩}$. أوجد مجموع الحدود الستة الأولى منها.

الحل: ∵ المتتالية هندسية

$\therefore \text{ح}_{٣} = \text{ح}_{١} \times \text{ر}^{٢}$

$\frac{٨}{٩} = ٨ \times \text{ر}^{٢}$

$\text{ر}^{٢} = \frac{١}{٩}$

$\text{ر} = \frac{١}{٣}$ أو $\text{ر} = -\frac{١}{٣}$.

إذا كانت $\text{ر} = \frac{١}{٣}$

$\text{جـ}_{٦} = ٨ \times \frac{١ - \left(\frac{١}{٣}\right)^{٦}}{١ - \frac{١}{٣}}$

$= ٨ \times \frac{١ - \left(\frac{١}{٣}\right)^{٦}}{\frac{٢}{٣}}$

$= \frac{٢٩١٢}{٢٤٣} \simeq ١١,٩٨$

إذا كانت $\text{ر} = -\frac{١}{٣}$

$\text{جـ}_{٦} = ٨ \times \frac{١ - \left(-\frac{١}{٣}\right)^{٦}}{١ - \left(-\frac{١}{٣}\right)}$

$= ٨ \times \frac{١ - \left(-\frac{١}{٣}\right)^{٦}}{\frac{٤}{٣}}$

$= \frac{١٤٥٦}{٢٤٣} \simeq ٥,٩٩٢$