

تم تحميل هذا الملف من موقع ملفات الكويت التعليمية



[com.kwedufiles.www//:https](https://www.kwedufiles.com)

*للحصول على أوراق عمل لجميع الصفوف وجميع المواد اضغط هنا

* للحصول على أوراق عمل لجميع مواد الصف العاشر اضغط هنا

<https://kwedufiles.com/10>

* للحصول على جميع أوراق الصف العاشر في مادة رياضيات وجميع الفصول, اضغط هنا

<https://kwedufiles.com/10math>

* للحصول على أوراق عمل لجميع مواد الصف العاشر في مادة رياضيات الخاصة بـ الفصل الثاني اضغط هنا

<https://www.kwedufiles.com/10math2>

* لتحميل كتب جميع المواد في جميع الفصول للـ الصف العاشر اضغط هنا

<https://www.kwedufiles.com/grade10>

* لتحميل جميع ملفات المدرس إبراهيم عطية اضغط هنا

[bot_kwlinks/me.t//:https](https://t.me/bot_kwlinks)

للحصول على جميع روابط الصفوف على تلغرام وفيسبوك من قنوات وصفحات: اضغط هنا

الروابط التالية هي روابط الصف العاشر على مواقع التواصل الاجتماعي

مجموعة الفيسبوك

صفحة الفيسبوك

مجموعة التلغرام

بوت التلغرام

قناة التلغرام

رياضيات على التلغرام

الردجابانت

Hala Labeeb

H.L.

القائ



في



الرياضيات حساب المثلثات

إعداد / أ: إبراهيم عطية
ت: ٥٠٧٥٢٨٨٨

الصف العاشر الثانوي
الفصل الدراسي الثاني

وحدة
الثامنة

بدأ بيد نحو التميز في الرياضيات



قديرة جانية





درس (٨) (١)

الوحدة الثامنة

الربع الأول	الربع الثاني
θ جـ $0^\circ < \theta < 90^\circ$	θ جـ $90^\circ < \theta < 180^\circ$
θ جـ $180^\circ < \theta < 270^\circ$	θ جـ $270^\circ < \theta < 360^\circ$
الربع الثالث	الربع الرابع
θ جـ $90^\circ < \theta < 180^\circ$	θ جـ $180^\circ < \theta < 270^\circ$
θ جـ $270^\circ < \theta < 360^\circ$	θ جـ $0^\circ < \theta < 90^\circ$

$$\frac{\pi}{6} = \theta \text{ (ج)}$$

$\pi < \theta < \frac{3\pi}{2}$
 θ تقع في الربع الثالث
 جـ $\theta > 0$
 جـ $\theta > 0$

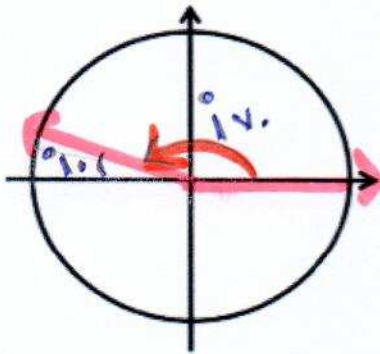
$$30.5^\circ = \theta \text{ (ب)}$$

$270^\circ < \theta < 360^\circ$
 θ تقع في الربع الرابع
 جـ $\theta > 0$
 جـ $\theta < 0$

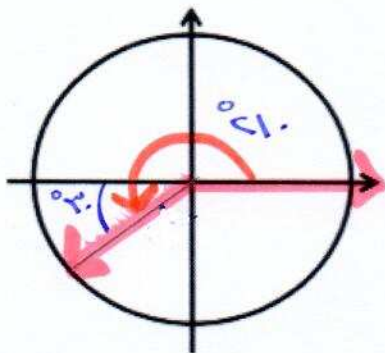
$$135^\circ = \theta \text{ (ا)}$$

$90^\circ < \theta < 180^\circ$
 θ تقع في
 الربع الثاني
 جـ $\theta < 0$
 جـ $\theta > 0$

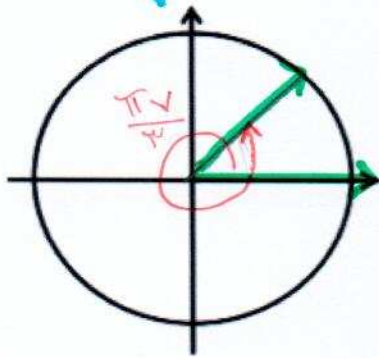
{2} ارسم كلاً من الزوايا الموجهة في وضع قياسي ثم عين زاوية الإسناد ، وأوجد قياسها .



(ا) $170^\circ = \theta$
 θ تقع في الربع الثاني
 قياس زاوية الإسناد $\alpha = 180^\circ - \theta$
 $180^\circ - 170^\circ = 10^\circ$



(ب) $210^\circ = \theta$
 θ تقع في الربع الثالث
 قياس زاوية الإسناد $\alpha = \theta - 180^\circ$
 $210^\circ - 180^\circ = 30^\circ$



(ج) $\frac{\pi}{3}$

$\frac{\pi}{3} = \theta$

θ تقع في الربع الأول

$\pi - \frac{\pi}{3} = \theta$

$\pi - \frac{1}{3} = \theta$

$\pi - \frac{1}{3} = \theta = \alpha$

{3} في أي ربع أو على أي محور يقع الضلع النهائي لكل من الزوايا التالية :

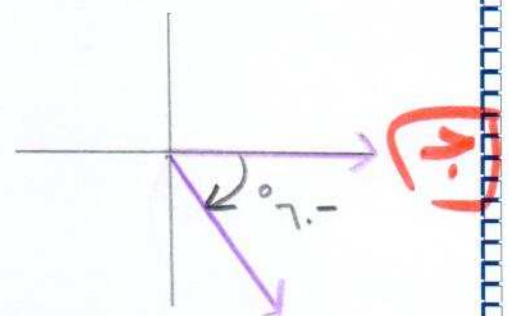
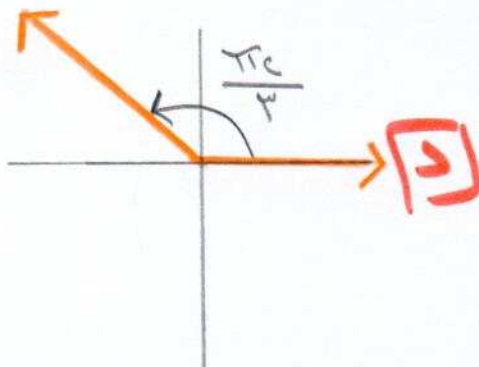
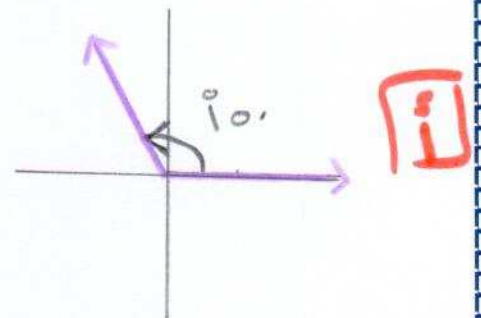
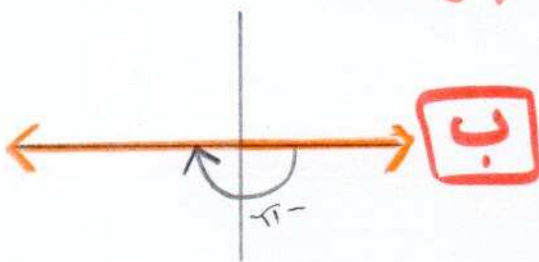
على محور السينات
السالب

(ب) $\pi -$

(i) ١٥٠° الربع الثاني

(د) $\frac{\pi}{3}$ الربع الثاني

(ج) ٦٠° الربع الرابع





H.L.

درس (٨)

{ ١ } أوجد قيمة النسب المثلثية التالية بدون استخدام الآلة الحاسبة :

(ب) $\text{ظا } (- ٢٢٥^\circ) = \text{ظا } ٢٢٥^\circ$
 $\text{ظا } (١٨١^\circ + ٤٥^\circ) =$
 $\text{ظا } ٤٥^\circ =$
 $١ =$

(١) $\text{جا } ١٥٠^\circ = \text{جا } (١٨١^\circ - ٣١^\circ)$
 $\text{جا } ٣١^\circ =$
 $\frac{1}{2} =$

(د) $\text{جتا } \frac{\pi}{6} = \text{جتا } (\frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{3})$
 $\text{جتا } \frac{\pi}{6} =$
 $\frac{\sqrt{3}}{2} =$

(ج) $\text{جتا } ١٣٥^\circ = \text{جتا } (١٨١^\circ - ٤٥^\circ)$
 $\text{جتا } ٤٥^\circ =$
 $\frac{\sqrt{2}}{2} =$

(و) $\text{ظا } \frac{\pi}{6} = \text{ظا } (\frac{\pi}{6} - \frac{\pi}{3})$
 $\text{ظا } (\frac{\pi}{6}) =$
 $\frac{\sqrt{3}}{3} =$

(هـ) $\text{جا } \left(\frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{6} \right) = \text{جا } \left(\frac{\pi}{6} - \frac{\pi}{3} \right)$
 $\text{جا } \left(\frac{\pi}{6} \right) =$
 $\frac{\sqrt{3}}{2} =$

(ي) $\text{قتا } ٤٥^\circ = \text{قتا } (٩٠^\circ + ٣٦٠^\circ)$
 $\text{قتا } ٩٠^\circ =$
 $١ =$

(ح) $\text{جا } ٣٩٠^\circ = \text{جا } (٣٦٠^\circ + ٣٠^\circ)$
 $\text{جا } ٣٠^\circ =$
 $\frac{1}{2} =$



{ ٢ } اكتب النسب المثلثية التالية بدلالة إحدى النسب المثلثية الأساسية للزاوية θ :

(ب) $\csc(\theta - \pi) = -\csc \theta$

(i) $\csc(\theta + \pi) = -\csc \theta$

(د) $\csc\left(\theta - \frac{\pi}{2}\right) = \sec \theta$

(ج) $\csc\left(\theta + \frac{\pi}{2}\right) = \sec \theta$

(و) $\csc(180^\circ + \theta) = -\csc \theta$

(هـ) $\csc(180^\circ - \theta) = \csc \theta$

$= -\csc \theta$

$= \csc \theta$

الزاوية عطية

(ي) $\csc(\theta + \pi) = -\csc \theta$

(ح) $\csc(\theta - \pi) = -\csc \theta$

(س) $\csc\left(\theta + \frac{\pi}{2}\right) = \sec \theta$

(م) $\csc\left(\theta - \frac{\pi}{2}\right) = \sec \theta$



{٣} بسط التعبير التالي لأبسط صورة :

$$(i) \text{ جاس} + \text{جا} (س + ٩٠^\circ) + \text{جا} (س + ١٨٠^\circ) + \text{جا} (س - ٩٠^\circ)$$

$$= \cancel{\text{جاس}} + \cancel{\text{جاس}} - \cancel{\text{جاس}} + \cancel{\text{جاس}} \\ = \text{جاس}$$

$$(b) \text{ جتا} (\theta - \pi) - \text{جتا} (\theta -) + \text{جا} (\theta + \pi) + \text{جتا} (\theta - \frac{\pi}{2})$$

$$= -\cancel{\text{جتا} \theta} - \cancel{\text{جتا} \theta} + \cancel{\text{جا} \theta} + \cancel{\text{جا} \theta} \\ = -\text{جتا} \theta$$

$$(c) \text{ جا} (\theta + \pi) - \text{جتا} (\frac{\pi}{2} + \theta) + \text{جتا} (\pi - \theta) + \text{جا} (\frac{\pi}{2} + \theta)$$

$$= -\cancel{\text{جا} \theta} + \cancel{\text{جا} \theta} - \cancel{\text{جتا} \theta} + \cancel{\text{جتا} \theta} \\ = \text{صفر}$$



{٤} حل كلا من المعادلات التالية :

(١) جاس $\frac{1}{2}$

جاس $= \frac{\pi}{3}$ جاس

\therefore جاس < 0

\therefore يقع في الربع الأول أو الرابع

$\therefore \sin = \frac{\pi}{3} + \pi$

أو $\sin = \frac{\pi}{3} + \pi$ (ك د ص)

(ب) ٢ جاس $\sqrt{2}$

$\frac{2}{\sqrt{2}} = \frac{\pi}{2}$ جاس

جاس $= \frac{\pi}{2}$

جاس $= \frac{\pi}{2}$ جاس

\therefore جاس < 0

\therefore يقع في الربع الأول أو الثاني

$\therefore \sin = \frac{\pi}{2} + \pi$

أو $\sin = \frac{\pi}{2} + \pi$

$\sin = \frac{\pi}{2} + \pi$ (ك د ص)

(د) ظاس $\sqrt{3}$

$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\pi}{6}$ ظاس

ظاس $= \frac{\pi}{6}$

ظاس $= \frac{\pi}{6}$

\therefore ظاس < 0

\therefore يقع في الربع الأول أو الثالث

$\sin = \frac{\pi}{6} + \pi$

أو $\sin = \frac{\pi}{6} + \pi$

$\sin = \frac{\pi}{6} + \pi$

(ك د ص)

(ج) ظاس $\sqrt{3}$

$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\pi}{6}$ ظاس

ظاس $= \frac{\pi}{6}$

ظاس $= \frac{\pi}{6}$

\therefore ظاس < 0

\therefore يقع في الربع الأول أو الثاني

$\sin = \frac{\pi}{6} + \pi$

أو $\sin = \frac{\pi}{6} + \pi$

$\sin = \frac{\pi}{6} + \pi$

(ك د ص)



H.O.L.

درس (٨ - ٣)

{١} إذا كانت : $\frac{1}{\theta} = \theta$ ، $\theta > 0$ ، أوجد : θ ، θ ، θ

(مطابقة فيثاغورث)

$$\theta^2 + \theta^2 = 1$$

$$\theta^2 + \left(\frac{1}{\theta}\right)^2 = 1$$

$$\theta^2 + \frac{1}{\theta^2} = 1$$

$$\theta^2 - 1 = -\frac{1}{\theta^2}$$

$$\theta^2 = \frac{1}{\theta^2}$$

$$\theta^4 = 1$$

$$\theta^4 - 1 = 0$$

$$(\theta^2 - 1)(\theta^2 + 1) = 0$$

$$\theta^2 - 1 = 0$$

$$\theta^2 = 1$$

$$\theta = \pm 1$$

$$\frac{\theta^2}{\theta^2} = \frac{1}{\theta^2}$$

$$1 = \frac{1}{\theta^2}$$

$$\theta^2 = 1$$

$$\theta = \pm 1$$

الزاوية حادة

{٢} إذا كانت : $\frac{1}{\theta} = \theta$ ، $\theta > 0$ ، $\theta > \frac{\pi}{2}$ ، أوجد قيمة النسب المثلثية الأخرى للزاوية θ

(مطابقة فيثاغورث)

$$\theta^2 + \theta^2 = 1$$

$$\theta^2 + \left(\frac{1}{\theta}\right)^2 = 1$$

$$\theta^2 + \frac{1}{\theta^2} = 1$$

$$\theta^2 - 1 = -\frac{1}{\theta^2}$$

$$\theta^2 = \frac{1}{\theta^2}$$

$$\theta^4 = 1$$

$$\theta^4 - 1 = 0$$

$$(\theta^2 - 1)(\theta^2 + 1) = 0$$

$$\theta^2 - 1 = 0$$

$$\theta^2 = 1$$

$$\theta = \pm 1$$

$$\frac{1}{\theta^2} = \theta^2$$

$$\theta^4 = 1$$

$$\theta^2 = \frac{1}{\theta^2}$$

$$\theta^4 = 1$$

$$\theta^4 - 1 = 0$$

$$(\theta^2 - 1)(\theta^2 + 1) = 0$$

$$\theta^2 - 1 = 0$$

$$\theta^2 = 1$$

$$\theta = \pm 1$$

$$\theta = 1$$

$$\theta = -1$$

$$\theta = 1$$

$$\frac{\theta^2}{\theta^2} = \frac{1}{\theta^2}$$



{2} إذا كان: $\frac{3}{4} = \theta$ ، $\theta > 0$ ، أوجد: θ ، θ ، θ

$$\begin{aligned} \theta &< 0 \\ \theta &> 0 \\ \theta &= \frac{3}{4} \\ \theta &= \frac{3}{4} \\ \theta &= \frac{3}{4} \\ \theta &= \frac{3}{4} \\ \theta &= \frac{3}{4} \\ \theta &= \frac{3}{4} \\ \theta &= \frac{3}{4} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \theta &= \frac{3}{4} \\ \theta &= \frac{3}{4} \\ \theta &= \frac{3}{4} \\ \theta &= \frac{3}{4} \\ \theta &= \frac{3}{4} \\ \theta &= \frac{3}{4} \\ \theta &= \frac{3}{4} \\ \theta &= \frac{3}{4} \end{aligned}$$

{4} إذا كان: $\frac{24}{7} = \theta$ ، $\theta < 0$ ، أوجد: θ ، θ ، θ

البراهمة عظمى

$$\begin{aligned} \theta &= \frac{24}{7} \\ \theta &= \frac{24}{7} \\ \theta &= \frac{24}{7} \end{aligned}$$

$$\theta = \frac{24}{7} - \theta$$

$$\theta + \theta = 1 \quad (\text{متطابقة فيثاغورس})$$

$$\theta + \left(\frac{24}{7}\theta\right) = 1$$

$$\frac{576}{49}\theta + \theta = 1$$

$$\frac{635}{49}\theta = 1$$

$$\theta = \frac{49}{635}$$

H.C.

$$\frac{\varepsilon_0}{\gamma c_0} = \theta \hat{u}$$

$$\sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\gamma c_0}} = \theta \hat{u}$$

$$\frac{\gamma}{c_0} = \theta \hat{u} \quad \text{أو} \quad \frac{\gamma}{c_0} = \theta \hat{u} \quad (\text{مرفوعة})$$

$$\therefore \theta \hat{u} < \gamma$$

$$\therefore \frac{\gamma}{c_0} = \theta \hat{u}$$

مع ① :

$$\frac{\gamma}{c_0} = \theta \hat{u}$$

$$\frac{\gamma}{c_0} \times \frac{c_0}{\gamma} = \theta \hat{u}$$

$$\therefore \frac{\gamma}{c_0} = \theta \hat{u}$$



{5} إذا كان: $\cos \theta = \frac{3}{4}$ ، $\sin \theta < 0$ ، أوجد: $\tan \theta$ ، $\csc \theta$

باستخدام مطابقة مثلثات:

$$\cos^2 \theta + \sin^2 \theta = 1$$

$$\left(\frac{3}{4}\right)^2 + \sin^2 \theta = 1$$

$$\frac{9}{16} + \sin^2 \theta = 1$$

$$\sin^2 \theta = 1 - \frac{9}{16}$$

$$\sin^2 \theta = \frac{7}{16}$$

$$\sin \theta = \pm \sqrt{\frac{7}{16}}$$

$$\sin \theta = \pm \frac{\sqrt{7}}{4}$$

$$\sin \theta = -\frac{\sqrt{7}}{4} \text{ (مفروضة)}$$

$$\sin \theta < 0$$

$$\sin \theta = -\frac{\sqrt{7}}{4}$$

$$\tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta}$$

$$\tan \theta = \frac{-\frac{\sqrt{7}}{4}}{\frac{3}{4}}$$

$$\tan \theta = -\frac{\sqrt{7}}{3}$$

$$\csc \theta = \frac{1}{\sin \theta}$$

$$\csc \theta = \frac{1}{-\frac{\sqrt{7}}{4}}$$

$$\csc \theta = -\frac{4}{\sqrt{7}}$$

{6} أثبت صحة كل من المتطابقات التالية:

(i) $\cos^2 \theta + \sin^2 \theta = 1$

(ب) أثبت صحة المتطابقة: $\cos^2 \theta = \frac{(1 + \cos \theta)(1 - \cos \theta)}{1 + \cos \theta}$ ، حيث المقام $\neq 0$

الإجابات



H.L.

$$\text{جنا س} = \text{جنا س} \times \text{جنا س} + \text{جنا س}$$

171

الطرف الأيسر:

$$\text{جنا س} + \text{جنا س} \times \text{جنا س} = \text{جنا س} (\text{جنا س} + \text{جنا س})$$

$$= \text{جنا س} \times 1$$

$$= \text{جنا س}$$

∴ الطرف الأيسر = الطرف الأيسر

$$\text{قا ه} = \frac{(1 + \text{قا ه})(1 - \text{قا ه})}{\text{جا ه}}$$

172

الطرف الأيسر:

$$\frac{1 - \text{قا ه} + \text{قا ه} - \text{قا ه}}{\text{جا ه}}$$

$$= \frac{(1 - \text{قا ه})(1 + \text{قا ه})}{\text{جا ه}}$$

$$= \frac{1 - \text{قا ه}}{\text{جا ه}}$$

$$= \frac{\text{ظا ه}}{\text{جا ه}}$$

$$= \frac{1}{\text{جا ه}} \times \text{ظا ه}$$

$$= \frac{1}{\text{جا ه}} \times \frac{\text{جا ه}}{\text{جنا ه}}$$

$$= \frac{1}{\text{جنا ه}}$$

$$= \text{قا ه}$$

∴ الطرف الأيسر = الطرف الأيسر

$$(ج) \quad 2 = (\cos^2 \theta + \sin^2 \theta) - (\cos^2 \theta + \sin^2 \theta)$$

$$2 = \cos^2 \theta + \sin^2 \theta - \cos^2 \theta - \sin^2 \theta$$

$$= \cos^2 \theta + \sin^2 \theta - \cos^2 \theta - \sin^2 \theta$$

$$= \frac{\cos^2 \theta}{\cos^2 \theta} - \frac{\cos^2 \theta}{\cos^2 \theta} - \frac{\sin^2 \theta}{\sin^2 \theta} + \frac{\sin^2 \theta}{\sin^2 \theta}$$

$$= \frac{\cos^2 \theta}{\cos^2 \theta} - \frac{1}{\cos^2 \theta} + \frac{\sin^2 \theta}{\sin^2 \theta} - \frac{1}{\sin^2 \theta}$$

$$1 + 1 = \frac{\cos^2 \theta}{\cos^2 \theta} + \frac{\sin^2 \theta}{\sin^2 \theta} = \frac{1 - 1}{\cos^2 \theta} + \frac{1 - 1}{\sin^2 \theta}$$

الطرف الأيسر

$$(د) \quad 1 = (\cos^2 \theta + 1)(\sin^2 \theta - 1)$$

$$1 = (\cos^2 \theta + 1)(\sin^2 \theta - 1)$$

$$1 = \frac{1}{\cos^2 \theta} \times \sin^2 \theta$$

الطرف الأيسر

الطرف الأيسر

$$(هـ) \quad 1 + \cos^2 \theta = (\cos^2 \theta - 1)$$

الطرف الأيسر

$$1 + \cos^2 \theta = (\cos^2 \theta - 1)$$

$$= \cos^2 \theta$$

الطرف الأيسر